Autovalores negativos del Laplaciano conforme

Guillermo Henry
Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET, Argentina
ghenry@dm.uba.ar

Sea (M, g) una variedad riemanniana cerrada de dimensión $n \geq 3$. El Laplaciano conforme es el operador lineal elíptico definido por

$$L_g := \frac{4(n-1)}{(n-2)}\Delta_g + s_g,$$

donde Δ_g y s_g denotan el operador de Laplace-Beltrami y la curvatura escalar, respectivamente. El significado geométrico del Laplaciano conforme es el siguiente: si h es una métrica riemanniana en la clase conforme de g, esto es $h = u^{\frac{4}{n-2}} g$ para alguna función positiva u, entonces la curvatura escalar de (M, h) es

$$s_h = L_g(u)u^{-\frac{n+2}{n-2}}.$$

El espectro de L_g es una sucesión no decreciente autovalores que tiende a infinito. El signo de cada autovalor es un invariante conforme. Es bien sabido que en cada clase conforme existe una métrica de curvatura escalar constante y su signo coincide con el signo del primer autovalor del Laplaciano conforme. Por lo tanto, hay obstrucciones a la existencia de métricas con primer autovalor no nulo. Sin embargo, no hay obstrucciones para la existencia de métricas con primer autovalor negativo.

Sea $\Lambda_0(M)$ el mínimo numero de autovalores no positivos que un Laplaciano conforme de una métrtica de M puede tener. En esta charla, mostraremos quepara todo $k \geq \Lambda_0(M)$, existe una métrica riemanniana M tal que el Laplaciano conforme tiene exactamente k autovalores negativos. También discutiremos sobre cotas superiores de $\Lambda_0(M)$.

Trabajo en conjunto con Jimmy Petean (CIMAT, GTO, México).