Currents y Varifolds - ¿Para qué nos sirven?

Julián Masliah
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA, Argentina
julianmasliah@gmail.com

Para el 24 de Julio de 2024 voy a haber defendido mi Tesis de Licenciatura, dirigida por Gabriel Larotonda, sobre el trabajo conjunto de Fernando Codá Marques y André Neves que en 2014 logró probar la conjetura de Willmore.

Esta conjetura, postulada en el 1965 por Tom Willmore, afirma que para cualquier superficie compacta sin borde en el espacio tridimensional con género no nulo (es decir, no homeomorfa a una esfera), la integral del cuadrado de su curvatura media es al menos $2\pi^2$.

A pesar de que las ideas detrás de la demostración son muy técnicas e incluyen matemática descubierta en el siglo XXI, una parte fundamental de la dificultad de la prueba surge de que las superficies, como objetos, no se comportan tan bien como a uno le gustaría. Por lo tanto, la mayor parte de la demostración trabaja con objetos que no son variedades diferenciales, sinó generalizaciones de ellos.

El objetivo de esta charla será introducir ambos objetos: por un lado las Currents, relacionadas al área del análisis funcional, y por el otro los Varifolds, relacionados al área de la teoría de la medida. Daré sus definiciones formales, explicaré de qué forma se pueden pensar como generalizaciones de subvariedades diferenciales, y expondré algunas de las ventajas que trabajar con estas generalizaciones ofrecen sobre trabajar con subvariedades a secas.

También discutiré cómo se los puede usar para probar resultados sobre superficies, mostrando así algunas de sus amplias aplicaciones en la geometría diferencial.

Referencias

[1] F. C. Marques, A. Neves, "Min-Max Theory and the Willmore Conjecture", Annals of Mathematics, (2) 179 (2014), número 2, 683–782.

[2] Simon, Leon, "Lectures on Geometric Measure Theory"Proc. Centre Math. Anal., Australian National Univ. 3, Australian National University Centre for Mathematical Analysis, Canberra, (1983).

[3] Simon, Leon, Ïntroduction to Geometric Measure Theory"(2014), 131-180.