

EL OPERADOR MAXIMAL DE HARDY-LITTLEWOOD Y LA RELACIÓN CON EL OPERADOR DE MEJOR APROXIMACIÓN POLINOMIAL

Rosa Alejandra Lorenzo

Departamento de Matemática-Instituto de Matemática Aplicada San Luis (IMASL)-Universidad Nacional de San Luis
Nacional de San Luis
rlorenzo77@gmail.com

Sea Φ la clase de todas las N -funciones $\varphi : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ y sea Ω un subconjunto medible y acotado de \mathbb{R}^n . Para cada $\varphi \in \Phi$, definimos el espacio de las funciones medibles Lebesgue f definidas sobre Ω .

$$L^\varphi(\Omega) = \{f \text{ medibles} : \int_{\Omega} \varphi(\lambda|f(x)|)dx < \infty, \text{ para algún } \lambda > 0\},$$

donde dx es la medida de Lebesgue sobre \mathbb{R}^n .

Dada una función $f \in L^\varphi(\Omega)$, se define a $\mu_\varphi(f)$, como el operador multivaluado de mejores aproximantes por polinomios a la función f . Es decir, un polinomio $P \in \mu_\varphi(f)$ si y sólo si, se cumple

$$\int_{\Omega} \varphi(|f(x) - P|)dx = \inf_{Q \in \Pi^m} \int_{\Omega} \varphi(|f(x) - Q|)dx,$$

para todo $Q \in \Pi^m$, el espacio de los polinomios algebraicos, definidos sobre \mathbb{R}^n de grado a lo sumo m .

A partir de la caracterización que se obtiene del operador de mejor aproximación, estudiamos su extensión a $L^{\psi^+}(\Omega)$, donde ψ^+ denota la derivada por derecha de la función φ .

Una manera habitual de obtener desigualdades fuertes cuando se estudia aproximación de funciones en espacios de Orlicz es trabajar con operadores maximales. En este trabajo se obtienen desigualdades de tipo fuerte utilizando la relación entre el operador maximal de Hardy-Littlewood y el operador maximal $M_\varphi(f)$, siendo φ una N -función.

Para finalizar, definimos una función maximal polinomial relacionada a los coeficientes del operador polinomial extendido la cual estimamos introduciendo un operador maximal.

La función polinomial maximal es una función semicontinua inferiormente y por lo tanto medible.

Los resultados mencionados son una extensión de los trabajos de Acinas, Favier y Zó [1] y de Acinas y Favier [2].

Trabajo en conjunto con Sergio Favier (Instituto de Matemática Aplicada San Luis-Universidad Nacional de San Luis) y Sonia Acinas (Universidad Nacional de La Pampa)..

Referencias

- [1] S. Acinas, S. Favier, F. Zó. Inequalities for extended best polinomial approximation operator in Orlicz Spaces. Acta Mathematica Sinica, 35: 185-203, 2019.
- [2] S. Acinas, S. Favier. Multivalued extended best Phi polinomial approximation operator. Numerical Functional Analysis and Optimization, 37: 1339-1353, 2016.