

ENFOQUE SPARSE PARA LA ACOTACIÓN DEL OPERADOR INTEGRAL FRACCIONARIO LOCAL
CON DOS PESOS.

Juan Manuel Sotto Ríos

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral. “Dra. Eleonor Harboure” (UNL-CONICET), Argentina
JuanMSotto@gmail.com

Para un conjunto $\Omega \subsetneq \mathbb{R}^n$ abierto y no vacío y $\beta \in (0, 1)$, consideramos la familia de cubos $\mathcal{F}_\beta = \{Q(x, l) : l < \beta d(x, \Omega^c)\}$, donde d es la métrica d_∞ . En este trabajo estudiamos desigualdades con dos pesos de la Integral fraccionaria local I_β^γ , con $0 < \gamma < 1$, definida para $f \in L_{loc}^1(\Omega)$ como:

$$I_\beta^\gamma f(x) = \int_{Q(x, \beta d(x, \Omega^c))} \frac{f(y)}{|x - y|^{n(1-\gamma)}} dy,$$

para cada $x \in \Omega$. Para esto, consideramos un par de pesos (u, v) en la clase $A_{p,q,\varphi,\psi}^{\tau,\gamma}$, con $1 < p \leq q < \infty$, $\tau \in (0, 1)$, definida por la condición reforzada:

$$\sup_{Q \in \mathcal{F}_\tau} |Q|^{\gamma + \frac{1}{q} - \frac{1}{p}} \left\| u^{\frac{1}{q}} \right\|_{\varphi, Q} \left\| v^{-\frac{1}{p}} \right\|_{\psi, Q} < \infty,$$

donde en cada uno de los pesos se considera una norma promediada de Luxemburgo con respecto a las funciones de Young φ y ψ , ver [1]. Con esto, obtuvimos el siguiente resultado

Teorema : Sean $1 < p \leq q < \infty$ y $0 < \tau, \gamma < 1$. Para φ y ψ funciones de Young tal que $\bar{\varphi} \in B_{q'}$ y $\bar{\psi} \in B_p$, consideremos un par de pesos $(u, v) \in A_{p,q,\varphi,\psi}^{\tau,\gamma}$. Entonces, para cada $\beta \in (0, \tau)$ se tiene:

$$I_\beta^\gamma : L^p(\Omega, v) \rightarrow L^q(\Omega, u).$$

En la demostración del teorema se utiliza una técnica con operadores de tipo Sparse similares a las que aparecen en [1]. Además obtuvimos, como aplicación, el siguiente resultado de inmersión:

$$W_{\rho,v}^{1,p}(\Omega) \subset L^q(\Omega, u\rho^q)$$

donde estos espacios están definidos como en [2]. Estos resultados mejoran, en este contexto geométrico en particular, los obtenidos en [2].

Trabajo en conjunto con Mauricio Ramseyer (IMAL (UNL-CONICET); FIQ (UNL)) y Oscar Salinas (IMAL (UNL-CONICET); FIQ (UNL)).

Referencias

- [1] David Cruz-Uribe. Two weight inequalities for fractional integral operators and commutators. In Advanced courses of mathematical analysis VI, pages 2585. World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2017.
- [2] Ramseyer, M., Salinas, O. and Toschi, M. Two-weight boundedness for local fractional maximal and applications. In European Journal of Mathematics 9, 109 (2023).