

# COTAS INFERIORES PARA LA DIMENSIÓN INTERMEDIA DE PROYECCIONES ORTOGONALES Y OTRAS IMÁGENES.

**Nicolas Angelini**

Universidad Nacional de San Luis, Argentina  
nicolas.angelini.2015@gmail.com

Dado un conjunto compacto  $E \subset \mathbb{R}^d$ , un problema clásico en teoría geométrica de la medida es estudiar como se relacionan la dimension del conjunto y la dimension de su proyección ortogonal sobre  $V \in G(d, m)$ ,  $P_V(E)$ , donde  $1 \leq m \leq d$  y  $G(d, m)$  es el conjunto de sub-espacios lineales  $m$ -dimensionales de  $\mathbb{R}^d$ . El problema ha sido abordado para diferentes dimensiones, tales como la dimensión de Hausdorff, la dimension Box y la dimensión  $\theta$ -intermedia.

Los perfiles de dimensión  $\theta$ -intermedios ( $\dim_\theta^m$ ), introducidos en [1], resuelven el problema para el caso de la dimension  $\theta$ -intermedia. De hecho el siguiente resultado es válido:

Dado  $E \subset \mathbb{R}^d$  acotado,  $m \leq d$  entonces

$$\dim_\theta P_V(E) = \dim_\theta^m E$$

para todo  $\theta \in (0, 1]$  y  $\gamma_{d,m}$ -casi todo  $V \in G(d, m)$ .

Dichos perfiles dependen de la integración de ciertos kernels con respecto a medidas de probabilidad soportadas en  $E$ , lo cual los hace en general difíciles de calcular y poco manipulables. En este trabajo presentamos dos cotas inferiores para los perfiles de dimensión  $\theta$ -intermedios. La primera de ellas en función del espectro superior de Assouad,  $\dim_A^\alpha$ , la cual nos brinda información importante y no trivial como por ejemplo, obtenemos como corolario, que si  $m \geq \dim_{qA} E$  ( dimensión Quasi-Assouad ) entonces  $\dim_\theta E = \dim_\theta P_V(E)$  para casi todo  $V \in G(d, m)$ , lo cual en principio, sin utilizar la cota inferior, no es evidente. La segunda cota obtenida es en función de perfiles de dimensión  $\theta$ -intermedios de dimension superior, lo cual nos permite comparar las dimensiones intermedias de proyecciones en subespacios lineales de diferente dimension. Además demostramos que dicha cota inferior es la mejor posible, es decir, que existe un conjunto tal que dicha desigualdad es en efecto una igualdad.

Finalmente, utilizando resultados obtenidos en [2], extrapolamos las cotas obtenidas a funciones mas generales que el proyector ortogonal.

## Referencias

- [1] Projection theorems for intermediate dimensions. Burrell, Stuart A. and Falconer, Kenneth J. and Fraser, Jonathan M. 2021. Journal of Fractal Geometry, Mathematics of Fractals and Related Topics.
- [2] Dimensions of fractional Brownian images. Burrell, Stuart. 2021