Operadores de variación asociados a semigrupos generados por operadores de Hardy

Pablo Quijano
IMAL (UNL - CONICET), Argentina
pabloquijanoar@gmail.com

Consideramos $\{W^{\alpha}_{\lambda,t}\}_{t>0}$, el semigrupo generado por $-\mathbb{L}^{\alpha}_{\lambda}$, donde $\mathbb{L}^{\alpha}_{\lambda}$ es un operador de Hardy en el semiespacio. El operador $\mathbb{L}^{\alpha}_{\lambda}$ involucra un laplaciano fraccionario y está definido como

$$\mathbb{L}^{\alpha}_{\lambda} = (-\Delta)^{\alpha/2}_{\mathbb{R}^d_+} + \lambda x_d^{-\alpha}, \quad \alpha \in (0,2], \lambda \geq 0.$$

Para $\rho > 0$ y $\{a_t\}_{t>0}$ un conjunto de números complejos, se define el operador de ρ-variación $\mathcal{V}\left(\{a_t\}_{t>0}\right)$ como

$$\mathcal{V}_{\rho}\left(\{a_t\}_{t>0}\right) = \sup_{\{t_i\}_{i=1}^{n},\ n\in\mathbb{N}} \left(\sum_{j=0}^{n-1} \left| a_{t_{j+1}} - a_{t_j} \right|^{\rho} \right)^{1/\rho},$$

siendo $\{t_i\}_{i=1}^{n}$ una sucesión creciente de números positivos.
Además, si para algún $p \in (1,\infty)$, T_t es un operador acotado en $L^p(\Omega,\mu)$ para todo $t > 0$, siendo (Ω,μ) un espacio de medida, el operador de variación $\mathcal{V}_{\rho}\left(\{T_t\}_{t>0}\right)$ se define como

$$\mathcal{V}_{\rho}\left(\{T_t\}_{t>0}\right)(f)(x) = \mathcal{V}\left(\{T_t(f)(x)\}_{t>0}\right), \quad f \in L^p(\Omega,\mu).$$

Mostraremos que es posible probar que para $k \in \mathbb{N}$, el operador de ρ-variación $\mathcal{V}_{\rho}\left(\left\{t^k \partial_t^k W^{\alpha}_{\lambda,t}\right\}\right)$ es acotado en $L^p(\mathbb{R}^d_+, w)$ para todo $p \in (1,\infty)$ y $w \in A_p(\mathbb{R}^d_+)$, siendo $A_p(\mathbb{R}^d_+)$ la p-clase de pesos de Muckenhoupt en $\mathbb{R}^d_+$.

Trabajo en conjunto con Jorge J. Betancor (Universidad de La Laguna, España). y Estefanía Dalmasso (IMAL (UNL - CONICET), FIQ(UNL))..