

Bruno Urrutia

IMAL (CONICET - UNL), Argentina

bruno_m77@hotmail.com

Dada una función localmente integrable b y un operador integral T , su conmutador $[T, b]$ se define como $[T, b]f := T(bf) - bT(f)$, para alguna función apropiada f . En [1], los autores estudiaron el comportamiento de conmutadores, logrando mostrar que si T es un operador de Calderón-Zygmund, entonces es acotado de $L^p(\mathbb{R}^n)$ en sí mismo si y sólo si el símbolo b pertenece a $BMO(\mathbb{R}^n)$. También se probó que si los conmutadores $[R_j, b]$, $1 \leq j \leq n$ son acotados (siendo R_j las transformadas de Riesz), luego necesariamente $b \in BMO(\mathbb{R}^n)$. Para el caso fraccionario se tiene la siguiente caracterización: $b \in BMO(\mathbb{R}^n)$ si y sólo si el conmutador de la integral fraccionaria clásica $[I_\alpha, b]$ es acotado de $L^p(\mathbb{R}^n)$ en $L^q(\mathbb{R}^n)$, con $1/q = 1/p - \alpha/n$ (ver [2]). Por otro lado, en [3] se dan condiciones necesarias y suficientes sobre el símbolo b para la acotación $L^p(\mathbb{R}^n) \mapsto BMO$ de conmutadores de operadores integrales singulares y fraccionarios en el caso límite $p = d/\alpha$.

En cuanto al estudio de operadores integrales asociados a una función de radio crítico, dar una caracterización para la acotación de sus conmutadores puede ser muy difícil. En [4], los autores dieron condiciones suficientes para la acotación de conmutadores de operadores integrales singulares, con núcleos que cumplen condiciones de tamaño y suavidad de tipo Hörmander, y de operadores integrales fraccionarios, cumpliendo condiciones de tamaño y suavidad puntuales. En nuestro trabajo, a través del estudio de operadores maximales, logramos un resultado de acotación de operadores integrales fraccionarios entre espacios de Lebesgue con pesos, cuando el símbolo b pertenece a ciertos espacios de tipo BMO asociados a una función de radio crítico. A diferencia del trabajo realizado en [4], los núcleos de los operadores cumplen condiciones de tipo Hörmander, más débiles que las puntuales.

Trabajo en conjunto con Bruno Bongioanni (Universidad Nacional del Litoral, Argentina) y Marisa Toschi (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Referencias

- [1] R. R. Coifman, R. Rochberg and Guido Weiss. Factorization theorems for Hardy spaces in several variable. The Annals of Mathematics, Second Series, Vol. 103, No. 3 (May, 1976), pp. 611-635.
- [2] S. Chanillo. A note on commutators. Indiana Univ. Math. J. 31 (1982), no. 1, 7-16.
- [3] E. Harboure, C. Segovia, J. L. Torrea. Boundedness of commutators of fractional and singular integrals for the extreme values of p . Illinois J. Math. 41 (1997), no. 4, 676-700.
- [4] B. Bongioanni, A. Cabral, E. Harboure. Lerner's inequality associated to a critical radius function and applications. J. Math. Anal. Appl. 407 (2013), 35-55.