Soluciones de la divergencia en espacios de Hardy-Sobolev

Ricardo Durán
Universidad de Buenos Aires, Argentina
rduran@dm.uba.ar

El análisis variacional de las ecuaciones clásicas de la mecánica se basa fuertemente en diversas desigualdades que involucran una función y sus derivadas (desigualdades de Poincaré, Korn, etc.). Muchas de estas desigualdades son consecuencia del siguiente resultado:

Dados un dominio acotado n-dimensional Ω y una función de integral cero $f \in L^p(\Omega)$, existe un campo vectorial $\mathbf{u}$, cuyas componentes se anulan en el borde de Ω y tanto ellas como sus derivadas primeras están en $L^p(\Omega)$, tal que

$$\mathrm{div}\mathbf{u} = f \text{ en } \Omega \quad \text{y} \quad \|\nabla u\|_{L^p} \leq C\|f\|_{L^p}$$

donde la constante C depende solo de p y de Ω.

Este resultado ha sido demostrado de diversas maneras y se sabe que vale para $1 < p < \infty$ bajo hipótesis muy generales sobre el dominio. También es conocido que el resultado no vale en el caso $p = 1$, por lo que resulta natural la pregunta de si será válido si se reemplaza L^1 por el espacio de Hardy H^1.

El objeto de este trabajo es extender la existencia de solución al caso $\frac{n}{n+1} < p \leq 1$ donde ahora f es una distribución perteneciente al espacio de Hardy H^p y soportada en $\overline{\Omega}$. Este resultado era conocido pero nuestra demostración es mucho más simple y puede extenderse al caso de espacios de Hardy con pesos.

Trabajo en conjunto con María Eugenia Cejas (Universidad Nacional de La Plata e IMAS, UBA-CONICET).