

CONVERGENCIA EN PROBLEMAS DISCRETOS DE CONTROL ÓPTIMO DISTRIBUIDO PARA LA ECUACIÓN DE HELMHOLTZ

Paulo Alejandro Pascal

Universidad Autónoma de Entre Ríos, Argentina
pascal3360@gmail.com

Se considera un dominio acotado Ω en \mathbb{R}^n cuya frontera regular Γ consiste de la unión de dos porciones disjuntas Γ_i , $i = 1, 2$, con $med(\Gamma_i) > 0$. Se consideran los siguientes problemas elípticos [3]:

$$\begin{aligned} -\Delta u &= g \quad \text{en } \Omega & u|_{\Gamma_1} &= b & -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_2} &= q \\ -\Delta u &= g \quad \text{en } \Omega & -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_1} &= \alpha(u - b) & -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_2} &= q \\ -\Delta u + \lambda u &= g \quad \text{en } \Omega & u|_{\Gamma_1} &= b & -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_2} &= q \\ -\Delta u + \lambda u &= g \quad \text{en } \Omega & -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_1} &= \alpha(u - b) & -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_2} &= q \end{aligned}$$

donde u es la temperatura en Ω , g es la energía interna en Ω , b es la temperatura sobre Γ_1 para (1) y (3) y la temperatura en un entorno externo de Γ_1 para (2) y (4), q es el flujo de calor en Γ_2 , $\lambda > 0$ y $\alpha > 0$ es el coeficiente de transferencia de calor en Γ_1 , que satisfacen: $g \in L^2(\Omega)$, $q \in L^2(\Gamma_2)$ y $b = cte$.

En relación a estos problemas y siguiendo [3, 4], se formulan problemas de control óptimo distribuido sobre g , denotados por C para (1), C_α para (2), C^λ para (3) y C_α^λ para (4). Vinculados a ellos y siguiendo [1, 2], se formulan aproximaciones discretas por el método de los elementos finitos con triángulos de Lagrange de tipo 1, con parámetro de discretización h , denotados por C_h , $C_{h\alpha}$, C_h^λ y $C_{h\alpha}^\lambda$, respectivamente. Se obtienen resultados de existencia y unicidad de las soluciones óptimas para los problemas discretos, se dan las correspondientes condiciones de optimalidad y se estudia el comportamiento asintótico de los controles óptimos, estados del sistema y estados adjuntos cuando el parámetro λ tiende a cero, el coeficiente de transferencia de calor α tiende a infinito y el parámetro de discretización h tiende a cero, simultáneamente.

Trabajo en conjunto con Claudia M. Gariboldi (Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina) y Domingo A. Tarzia (Universidad Austral, Argentina).

Referencias

- [1] C.M. Bollo, C.M. Gariboldi, D.A. Tarzia, Numerical analysis of a family of simultaneous distributed-boundary mixed elliptic optimal control problems and their asymptotic behaviour through a commutative diagram and error estimates. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*. 72 (2023), Article 103842.
- [2] S.C. Brenner, L.R. Scott, *The Mathematical theory of finite element methods*. Springer, New York (2008).
- [3] C.M. Gariboldi, A.V. Maero, D.A. Tarzia, Doble convergencia en problemas de control óptimo simultáneos para la ecuación de Helmholtz. *MACI*, 9 (2023). 101-104.
- [4] C.M. Gariboldi, D.A. Tarzia, Convergence of distributed optimal controls on the internal energy in mixed elliptic problems when the heat transfer coefficient goes to infinity, *Applied Mathematics and Optimization*, 47 (2003), 213-230.