Cuasivariedades de hoops básicos

Gabriel Ignacio Bernal Ribotta
Universidad Nacional del Litoral (UNL), Argentina
gabrielgib.bernal@gmail.com

Un hoop es un álgebra $(A, \cdot, \to, 1)$ tal que $(A, \cdot, 1)$ es un monoide conmutativo y se satisfacen $x \to x = 1$, $x \cdot (x \to y) = y \cdot (y \to x)$ y $x \to (y \to z) = (x \cdot y) \to z$. Un hoop es de Wajsberg si, además, se cumple $(x \to y) \to y = (y \to x) \to x$. Son la contraparte algebraica del razonamiento multivaluado positiva.

Por otro lado, los hoops básicos son álgebras $(A, \cdot, \to, 1)$ que son productos subdirectos de hoops totalmente ordenados. Estos forman una variedad axiomatizada por $(x \to y) \to z \leq ((y \to x) \to z) \to z$.

Los hoops básicos totalmente ordenados pueden ser representados como suma ordinal de hoops de Wajsberg. Estos resultados junto con un estudio de las variedades son presentados en [1,3].

Las subvariedades y subcuasivariedades de hoops básicos se corresponden con extensiones del fragmento positivo de la lógica básica de Hájek, por lo que su estudio tiene un impacto importante en el desarrollo de la lógica. Dada la complejidad de las cuasivariedades, los estudios actuales se han centrado en el estudio de variedades.

Las cuasivariedades de hoops de Wajsberg generadas por una única cadena fueron estudiadas en [2,4]. Usando estos resultados, analizamos las cuasivariedades generadas por hoops básicos totalmente ordenados que son sumas ordinales finitas de hoops de Wajsberg.

En este trabajo vamos a ver algunos resultados interesantes de caracterización de cuasivariedades de hoops básicos teniendo como puntapié incial la construcción de suma ordinal y su comportamiento con respecto a los operadores del álgebra universal.

Trabajo en conjunto con Conrado Gómez (Universidad Nacional del Litoral, Argentina), Manuela Busaniche (Universidad Nacional del Litoral, Argentina) y Miguel Marcos (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Referencias

[1] Aglianò, P., and Montagna F., 'Varieties of BL-algebras I: general properties', Journal of Pure and Applied Algebra, 181, (2003), 105–129.

[2] Aglianò, P., 'Quasivarieties of Wajsberg Hoops', Fuzzy Sets and Systems, 465, (2023).

[3] Busaniche, M., 'Decomposition of BL-chains', Algebra Universalis, 52, (2004), 519–525.

[4] Gispert, J., and Torrens, A., 'Quasivarieties Generated by Simple MV-Algebras', Studia Logica, 61(1), (2003), 79—99.