

María Luz Llanes

Universidad Nacional de Río Cuarto, FCEFQyN, Argentina
 mllanes@exa.unrc.edu.ar

En 2016, Wang y Liu [6] definieron la inversa G -Drazin de una matriz $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ de índice k como una matriz $X \in \mathbb{C}^{n \times n}$ que satisface las ecuaciones matriciales

$$AXA = A, \quad XA^{k+1} = A^k, \quad A^{k+1}X = A^k.$$

Los autores probaron que el conjunto solución, digamos $A\{GD\}$, es no vacío y permite inducir una relación binaria sobre $\mathbb{C}^{n \times n}$ que resulta reflexiva, transitiva y antisimétrica dando lugar a un orden parcial matricial llamado orden parcial G -Drazin [1,6]:

$$A \leq^{GD} B \Leftrightarrow \exists X_1, X_2 \in A\{GD\} \text{ tal que } X_1A = X_1B \text{ y } AX_2 = BX_2.$$

En 2018, Coll, Lattanzi y Thome [2] extendieron las inversas G -Drazin al caso rectangular mediante una matriz de ponderación W , y mediante dichas inversas intentaron también obtener un orden parcial sobre el conjunto de matrices complejas rectangulares. Sin embargo, solamente obtuvieron un pre-orden matricial. En 2022, Mosić [3,4,5] introduce la idea de inversa G -Drazin a izquierda (resp. a derecha) de A combinado la primera condición de (1) con la segunda (resp. la tercera) y prueba que estas dos nuevas clases de inversas generalizadas inducen respectivamente un orden parcial sobre $\mathbb{C}^{n \times n}$. En esta charla comentaremos una extensión de este último trabajo al caso rectangular incorporando un peso adecuado en el sistema (1). Más concretamente, dada una matriz de ponderación $0 \neq W \in \mathbb{C}^{n \times m}$, se dice que X es una inversa G -Drazin a izquierda W -ponderada (resp. a derecha) de $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ si satisface las dos ecuaciones

$$AWXWA = A \text{ y } XW(AW)^{k+1} = (AW)^k \text{ (resp. } AWXWA = A \text{ y } (WA)^{k+1}WX = (WA)^k),$$

donde $k = \max\{\text{ind}(AW), \text{ind}(WA)\}$ ($\text{ind}(\cdot)$ indica el índice de la matriz). Mediante dichas inversas generalizadas, extendemos el orden parcial dado en (2) al caso rectangular y conseguimos dos nuevos órdenes parciales matriciales.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C634), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 135/19) y CONICET (PIBAA 28720210100658CO).

Trabajo en conjunto con David E. Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN) y Albina Priori (Universidad Nacional de Río Cuarto, FCEFQyN).

Referencias

- [1] D.E. Ferreyra, M. Lattanzi, F.E. Levis, N. Thome, Solving an open problem about the G -Drazin partial order, *Electronic J. Linear Algebra*, 36 (2020), 55-66.
- [2] C. Coll, M. Lattanzi, N. Thome, Weighted G -Drazin inverses and a new pre-order on rectangular matrices, *Appl. Math. Comput.*, 317 (2018), 12-24.
- [3] D. Mosaic, L. Wang, Left and right G -outer inverses, *Linear Multilinear Algebra*, 70 (17) (2022), 3319-3334.
- [4] D. Mosaic, G -outer inverse of Banach spaces operators, *J. Math. Anal. Appl.*, 481 (2) (2020), 123501.
- [5] D. Mosaic, Weighted G -Drazin inverse for operators on Banach spaces, *Carpathian J. Math.*, 35(2) (2019), 171-184.
- [6] H. Wang, X. Liu, Partial orders based on core-nilpotent decomposition, *Linear Algebra Appl.*, 488 (2016) 235-248.