Un modelado matemático para estudiar las propiedades de las cadenas globales de composición de servicios

Juan Marcos Tripolone
Universidad de Congreso, Argentina
juanmarcos418@profesores.ucongreso.edu.ar

Esta comunicación se refiere a los modelos de asignación aplicados a la cadena internacional de contratos de outsourcing para composición de servicios. Las cadenas globales de valor tienen como objetivo capilarizar los procesos de captación y subcontratación de recursos (offshoring/outsourcing/staffing), y al mismo tiempo, mitigar o gestionar los riesgos de externalización hacia abajo en la cadena.

Estos riesgos incluyen la desactivación del contrato, el despido abrupto de un determinado trabajador (por bajo desempeño o por una nueva oferta laboral) entre otros, lo que motiva que la cadena de subcontratación crezca indefinidamente.

Este artículo aborda matemáticamente desde los Juegos de Asignación, la Teoría de Contratos, la Teoría de Retículos y los conjuntos ordenados el esquema de contratación en grandes cadenas de contratistas, proponiendo algunas propiedades clave para estudiar su comportamiento a través de un plexo de teoremas.

Para acometer este objetivo, el abordaje propuesto incluye:

A. El diseño de una estructura reticular multinivel que representa la cadena de composición de servicios, con nodos de contratación en diferentes niveles representando contratistas y subcontratistas, en donde se evidencia la relación de asignación.

B. Morfismos de asignación de contratos entre los agentes de la cadena, con sus propiedades y caracterización.

Aspectos destacados de la investigación:

1. La cadena de contratación en los mercados de subcontratación se modela como un juego de emparejamiento de muchos a muchos representable mediante retículos.

2. Se desarrolla un álgebra de asignaciones contractuales con teoremas que demuestran las propiedades algebraicas y topológicas de las cadenas de subcontratación.

3. Se propone el diseño de una plataforma digital para emparejar contratistas y subcontratistas utilizando algoritmos basados en preferencias.

4. Se demuestra la existencia de asignaciones estables y optimalidad para contratistas en cadenas de subcontratación finitas con preferencias estrictas.

5. Se establecen resultados acerca de niveles de complejidad, mostrando que el cálculo de la distancia a la estabilidad es NP-difícil.

6. Se aplica la teoría de categorías para analizar las propiedades estructurales de los pooles de composición de servicios y las asignaciones de recursos humanos.

Introducción:

Se pretenden modelar las cadenas de subcontratación en mercados de outsourcing como juegos de emparejamiento múltiple representables por retículos. Se desarrolla un álgebra de asignaciones contractuales y se propone el diseño de una plataforma digital para emparejar contratistas y subcontratistas.

El mercado de recursos humanos (RRHH), especialmente en sectores empresariales como el de las tecnologías de la información o la construcción, presenta a menudo una importante cadena de contratistas y subcontratistas de distintos niveles, para cubrir vacantes en proyectos relevantes (como desarrollos de sistemas informáticos de gran envergadura o grandes obras públicas de construcción). Por ejemplo, cuando una empresa contratista que licita un proyecto (en el que se debe asignar una determinada cantidad de personal mediante un modelo de negocio de externalización) contrata o asigna dicho proyecto a otra empresa, ésta es considerada como contratista directo (contratista de nivel 1, o 1-contratista). Si el 1-contratista subcontrata parcialmente algunos de estos recursos humanos a otra empresa, esta nueva empresa es un subcontratista (contratista de nivel 2, o 2-contratista). Esta cadena de contratación puede extenderse y generalizarse a la empresa contratista n-ésima (contratista de nivel n, o n-contratista).

Juegos de asignación de muchos a muchos en la composición de servicios:

Situaciones de muchos a muchos como el desafío de asignar talento humano en proyectos de empresas son cada vez más comunes en extensas cadenas globales de empresas contratantes producidas por la formación de equipos de recursos humanos aplicados a proyectos de tecnologías de la información u otros sectores similares de la economía del conocimiento y los servicios profesionales exportables.

Esto motiva extender los modelos de emparejamiento de trabajadores a instituciones (muchos a uno) a casos en los que distintos trabajadores pertenecientes a una o más empresas contratantes son asignados a distintos proyectos de varias empresas contratantes (muchos a muchos). Este trabajo propone soluciones algebraicas y computacionales al desafío.

Algebrización de la cadena de contratación:

Para simplificar el modelo, consideramos que la empresa contratante A_0 sólo oferta un único proyecto, y los elementos de este conjunto representan los recursos humanos (propios o subcontratados) asignados al proyecto. A efectos de generalización, consideraremos aquí que la empresa contratista A_0 equivale al propio proyecto en estudio.

Sin embargo, al extender este modelo a múltiples proyectos multicontratistas que subcontratan múltiples recursos humanos a múltiples subcontratistas, se obtiene un modelo de asignación de muchos a muchos en el mercado del talento humano. Para estos casos, se puede denotar genéricamente como $A_{ij} \subseteq A_i$ el j-ésimo proyecto de A_i, y ampliar lo aquí expuesto. Este modelo se vuelve aún más complejo si se pueden asignar trabajadores a tiempo parcial (por lo que un solo trabajador podría ser asignado a más de un proyecto de más de una empresa).

Sea A_0 la empresa contratante dueña del proyecto, y $A_{i \in I}$ empresas contratistas de la misma cadena de contratación, $I = \{1, 2, 3, ..., n\}; I \subset N\}$. Sean estas empresas A1 el contratista directo de A_0 (es decir, contratista de A0, o 1-contratista), A_2 contratista de A_1 (subcontratista de A_0 o 2-contratista), A_3 contratista de A_2 (subsubcontratista de A_0 o 3-contratista), ..., A_n contratista de A_{n-1} (n-contratista).

$A_0 = {}'\text{Empresa contratante}' = \{a_{01}, a_{02}, ..., a_{0x}, a_{11}, a_{12}, ..., a_{1b}, a_{21}, a_{22}, ..., a_{2b}, a_{31}, a_{32}, ..., a_{3c}, ..., a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nm}\}$

$A_1 = {}'\text{Contratista directo (1-contractor)}' = \{a_{11}, a_{12}, ..., a_{1b}, a_{21}, a_{22}, ..., a_{2b}, a_{31}, a_{32}, ..., a_{3c}, ..., a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nm}\}$

$A_2 = {}'\text{Subcontratista (2-contractor)}' = \{a_{21}, a_{22}, ..., a_{2b}, a_{31}, a_{32}, ..., a_{3c}, ..., a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nm}\}$

$A_3 = {}'\text{Sub-subcontratista (3-contractor)}' = \{a_{31}, a_{32}, ..., a_{3c}, ..., a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nm}\}$

$A_n = {}'\text{Sub-...-subcontratista (n-contractor)}' = \{a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nm}\}$

Cadena simple de contratación:

$A_n \subseteq A_{n-1} \subseteq ... \subseteq A_i \subseteq ... \subseteq A_3 \subseteq A_2 \subseteq A_1 \subseteq A_0 \ \forall \ i \in I = \{1, 2, ..., n\}$

$A_n \cup A_{n-1} \cup ... \cup A_i \cup ... \cup A_3 \cup A_2 \cup A_1 = A_0 \ \forall \ i \in I = \{1, 2, ..., n\}$

Un espacio métrico definido por el nivel de contrato:

Con el desarrollo anterior se constituye el espacio métrico $(\wp P(C \cup S), \delta(A_i, A_j))$, $A_i, A_j \in \wp P(C \cup S)$, donde $C \cup S$ es el universo de contratistas para una cadena de contratación.

Definición. Función de distancia entre niveles de contratación:

Sean A_i, A_j, A_k empresas pertenecientes a una única cadena de contratación (hilo único) tal que $A_i, A_j, A_k \subseteq C \cup S$ $(A_i, A_j, A_k \in \wp(C \cup S))$ y sea $\delta : \wp(C \cup S) \times \wp(C \cup S) \to \mathbb{N} \ / \ \delta(A_i, A_j) = |i - j|$, donde i (j) representa el nivel de profundidad del agente i (j) en la cadena contractual. $\Rightarrow$

(i) $\delta(A_i, A_i) = 0$

(ii) $\delta(A_i, A_j) > 0 \ \forall A \neq B$

(iii) $\delta(A_i, A_j) = \delta(A_j, A_i)$

(iv) $\delta(A_i, A_k) \leq \delta(A_i, A_j) + \delta(A_j, A_k)\ \forall A_i, A_j, A_k \in C \cup S$

$\therefore \delta(A_i, A_j)$ es una función distancia de $\wp(C \cup S)$ entre los conjuntos $A_i, A_j, A_k \in C \cup S$.

Cadena de composición simplificada:

Se presentan a continuación algunas definiciones útiles para modelar un hilo completo o cadena de contratación para la composición de servicios agregados.

Principal inicial. Sean las empresas A_0, A_1, A_2, A_3 tales que A_0 contrata a A_1 para su proyecto, para lo cual A_1 subcontrata a A_2, que a su vez subcontrata a A_3 para el mismo fin. Formalizamos a la empresa contratante principal y dueña del proyecto como el conjunto A_0 de proyectos ofrecidos a licitación a su red de contratistas. A su vez, X es un conjunto de asignaciones con contratos factibles para ejecutar el proyecto de A_0.

Contratos factibles para el proyecto licitado. Sea X el conjunto de asignaciones posibles por contratos al proyecto A_0, considerando que la empresa A_0 podría asignar algunos de sus propios empleados a este u otros proyectos.

Contratistas y subcontratistas asignados. Sea A_{0_X} el subconjunto de A_0 que contiene a los recursos humanos propios (directos) que A_0 asignó a su proyecto unidos a A_{1_X}, que es el subconjunto de A_1 que contiene agentes (personas o empresas) subcontratados por A_1 para el proyecto de A_0, que subcontrata a A_{2_X}, subconjunto de A_2 definido que contiene agentes (personas o empresas) subcontratados por A_2 para asignar al equipo que A_1 reunió para el proyecto de A_0, finalizando la cadena con A_{3_X} el subconjunto de A_3 definido como el conjunto de recursos humanos (solo personas, ya que en este ejemplo A_3 está en el último nivel de contratación) subcontratados por A_3 para asignarlos al equipo que A_2 reunió para proporcionar recursos humanos a la empresa A_1, que a su vez reunió el equipo final de contratistas indirectos y subcontratistas, junto a los recursos humanos propios que A0 asignó a su proyecto.

Asumiendo que todos los elementos (conjuntos unitarios de personas o conjuntos de empresas subcontratistas) de $A_{0_X}, A_{1_X}, A_{2_X}$ y A_{3_X} sean aceptables por A_0 para ser asignados a su proyecto, y considerando A_{0_X} como el conjunto de todos los recursos humanos asignables al proyecto de A0 en la cadena, se puede construir una estructura compuesta por el conjunto A_0 ordenado por la operación de subconjunto (poset).

$A_{3_X} = \{a_{3_{x_1}}, a_{3_{x_2}}, ..., a_{3_{x_o}}\} \subseteq A_3$

$(A_{3_X} \in \wp(A_3), |A_{3_X}| = o)$

$A_{2_X} = \{a_{3_{x_1}}, a_{3_{x_2}}, ..., a_{3_{x_o}}, a_{2_{x_1}}, a_{2_{x_2}}, ..., a_{2_{x_l}}\} \subseteq A_2$

$(A_{2_X} \in \wp(A_2), |A_{2_X}| = |A_{3_X}| + l = o + l)$

$A_{1_X} = \{a_{3_{x_1}}, a_{3_{x_2}}, ..., a_{3_{x_o}}, a_{2_{x_1}}, a_{2_{x_2}}, ..., a_{2_{x_l}}, a_{1_{x_1}}, a_{1_{x_2}}, ..., a_{1_{x_m}}\} \subseteq A_1$

$(A_{1_X} \in \wp(A_1), |A_{1_X}| = |A_{3_X}| + |A_{2_X}| + m = o + l + m)$

$A_{0_X} = \{a_{3_{x_1}}, ..., a_{3_{x_o}}, a_{2_{x_1}}, a_{2_{x_2}}, ..., a_{2_{x_l}}, a_{1_{x_1}}, a_{1_{x_2}}, ..., a_{1_{x_m}}, a_{0_{x_1}}, a_{0_{x_2}}, ..., a_{0_{x_n}}\} \subseteq A_0$

$(A_{0_X} \in \wp(A_0), |A_{0_X}| = |A_{3_X}| + |A_{2_X}| + |A_{1_X}| + n = o + l + m + n)$

$\therefore \langle \wp(A_0), \subseteq \rangle : A_{3_X} \subseteq A_{2_X} \subseteq A_{1_X} \subseteq A_{0_X}$

Retículos en el mercado de contratistas:

Utilizando la relación de orden definida por la operación de subconjunto, es posible construir la red que representa la cadena formada en el poset $\langle \wp(A_{0_X}), \subseteq \rangle$ como sigue.

Hilos de contratación de primer orden: A_{0_X}

Hilos de contratación de segundo orden:

$A_{8_X} \subseteq A_{0_X}$

Hilos de contratación de tercer orden:

$\{a_{0_{x_1}}\} \subseteq A_{8_X} \subseteq A_{0_X}$

$A_{3_X} \subseteq A_{1_X} \subseteq A_{0_X}$

$A_{4_X} \subseteq A_{1_X} \subseteq A_{0_X}$

$A_{7_X} \subseteq A_{2_X} \subseteq A_{0_X}$

Hilos de contratación de cuarto orden:

$A_{5_X} \subseteq A_{6_X} \subseteq A_{2_X} \subseteq A_{0_X}$

Competencia y preferencias en los mercados de recursos humanos:

Sean $A_0, A_1, A_2 y A_3$ empresas que desean contratar respectivamente q_{A_0}, q_{A_1}, q_{A_2} y q_{A_3} recursos humanos con el mismo perfil profesional, y sea H el conjunto de trabajadores h_r que cumplen con el perfil especificado. Después de evaluar a cada h_r, A_0, A_1, A_2 y A_3 podrían construir las siguientes relaciones de preferencia ejemplificativas (descartando de ellas a los candidatos que decidieron rechazar), y hacer una oferta de trabajo considerando las tarifas r_0, r_1, r_2 y r_3 a cada trabajador, ordenados del más preferido al menos preferido, suponiendo que cada empresa intentó contratar la suficiente cantidad de trabajadores para cubrir su cuota requerida.

$H = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7, h_8, h_9\}$

$h_3 \succeq_{A_0} h_5 \succeq_{A_0} h_9 \succeq_{A_0} h_7 \succeq_{A_0} h_2; q_{A_0} = 5$

$h_1 \succeq_{A_1} h_3 \succeq_{A_1} h_5 \succeq_{A_1} h_9 \succeq_{A_1} h_7 \succeq_{A_1} h_2; q_{A_1} = 4$

$h_3 \succeq_{A_2} h_1 \succeq_{A_2} h_8 \succeq_{A_2} h_5 \succeq_{A_2} h_9 \succeq_{A_2} h_7 \succeq_{A_2} h_2; q_{A_2} = 6$

$h_8 \succeq_{A_3} h_5 \succeq_{A_3} h_9 \succeq_{A_3} h_1 \succeq_{A_3} h_7 \succeq_{A_3} h_2; q_{A_3} = 3$

A_0 realizará una oferta laboral a: $O_{A_0} = \{h_3, h_5, h_9, h_7, h_2\}$

A_1 realizará una oferta laboral a: $O_{A_1} = \{h_1, h_3, h_5, h_9\}$

A_2 realizará una oferta laboral a: $O_{A_2} = \{h_3, h_1, h_8, h_5, h_9, h_7\}$

A_3 realizará una oferta laboral a: $O_{A_3} = \{h_8, h_5, h_9\}$

Considerando $\succeq_H$ como la relación de preferencia que los candidatos $h_r \in H$ tienen sobre las vacantes ofrecidas por las empresas A_0, A_1, A_2, A_3, se deduce que este problema de asignación tiene un orden dual, y por tanto, puede construirse a partir de las empresas que prefieren a los trabajadores evaluados.

$\succeq_{A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3}: A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3 \to H$,

o desde su orden dual:

$\succeq_H: H \to A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3$,

donde se verifica que:

$\succeq_{A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3} \circ \succeq_H = \succeq_H^{-1} \circ \succeq_{A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3}^{-1}$

Generalizando, el conjunto de alternativas posibles para los trabajadores h_r, representa todas las ofertas de trabajo disponibles de todas las empresas A_i:

$X_h = \bigcup A_i$

$\succeq_{\bigcup A_i} \circ \succeq_H = \succeq_H^{-1} \circ \succeq_{\bigcup A_i}^{-1}$

La cadena de contratación modelada mediante morfismos de matching:

Es posible generalizar la composición de servicios $\mu = \circ_{i=1}^{n} \mu_i$ como una única relación de asignación (es decir, simplemente μ), si asumimos que todos los contratos intervinientes en todos los i niveles de la cadena de contratantes, tanto entre personas (consideradas como singletons) y empresas como entre las propias empresas, se llevan a cabo mediante contratos de naturaleza equivalente. Esta relación de asignación tiene propiedades interesantes que se desarrollarán en el apartado de teoremas. Ahora construiremos una tabla genérica para la relación de contratación μ con el fin de definirla formalmente.

Definición. Relación de contratación. Definimos μ_i como el i-ésimo morfismo de asignación (aplicación intercompañía que preserva la estructura interna de la cadena contractual) entre los conjuntos que representan a cada empresa contratante, donde i es un índice que identifica la profundidad en la cadena de contratación. Formalmente:

Sea $C \cup S$ el universo de contratistas factibles (tanto individuos como empresas) y μ la relación contractual entre ellos tal que:

$\mu : \wp(C \cup S) \to \wp(A_0)$

$x \to \mu(x)$

$\{a_{01}\}\mu A_0$

$\{a_{0x}\}\mu A_0$

$A_1 \mu A_0$

$\{a_{11}\}\mu A_1$

$\{a_{1b}\}\mu A_1$

$A_2 \mu A_1$

$\{a_{21}\}\mu A_2$

$\{a_{2b}\}\mu A_2$

$A_n \mu A_{n-1}$

$\{a_{nm}\}\mu A_n$

Modelado preliminar:

Se define el universo de contratistas como $C \cup S$, donde C son los contratistas directos y S los subcontratistas. La relación de contratación se denota como μ.

Álgebra de asignaciones contractuales:

Se define la operación de asignación contractual μ con las siguientes propiedades:

Transitividad: $A_2 \mu A_1, A_1 \mu A_0 \Rightarrow A_2 \mu A_0$

Simetría: $A_1 \mu_1 A_0 \Leftrightarrow A_0 \mu_1 A_1$

Asociatividad: $(A_2 \mu A_1)\mu A_0 = A_2 \mu (A_1 \mu A_0)$

Retículos de preferencias:

Se demuestra que las preferencias de las empresas sobre los subcontratistas forman un retículo.

Teorema. Si cada empresa contratista define una relación de preferencia sobre el conjunto de subcontratistas potenciales, entonces estas relaciones de preferencia forman un retículo.

Composición de servicios en pools:

Se define un pool de servicios como una tripleta (A, q, p), donde A es el conjunto de agentes, q la cantidad de recursos humanos y p la tarifa.

La operación de unión de pools se define como:

$(A_1, q_1, p_1) \oplus (A_2, q_2, p_2) = (A_1 \cup A_2, q_1 + q_2, \text{máx}(p_1, p_2))$

Asignaciones estables:

Se demuestra la existencia de asignaciones estables en cadenas de subcontratación finitas con preferencias estrictas.

Teorema. En una cadena de subcontratación finita con preferencias estrictas, siempre existe al menos una asignación estable.

Complejidad computacional:

Se establece que calcular la distancia a la estabilidad es un problema NP-duro.

Teorema. Calcular la distancia a la estabilidad para una asignación dada en una cadena de subcontratación es un problema NP-duro.

Propiedades de los retículos contractuales:

Existencia de un espacio métrico en la cadena

Cerradura del álgebra de asignaciones contractuales

Elemento neutro del álgebra de asignación contractual

Composición de morfismos de asignación

Asociatividad en la cadena de morfismos de asignación

Elemento identidad en los morfismos de asignación

Existencia de un retículo de preferencias

Morfismo de retículos inducido por una asignación

Existencia de un retículo de asignaciones estables

Preservación de estabilidad y optimalidad en servicios

Plenitud y fidelidad de funtores

Funtor adjunto izquierdo al funtor de intersección

Categoría monoidal en pooles de servicios

Axioma 1: Asociatividad

Axioma 2: Unidad

Axioma 3: Coherencia

Cerradura de categoría de pooles de RRHH

Conclusiones:

El modelo propuesto permite abordar proyectos de desarrollo de software con múltiples niveles de subcontratación, optimizando las asignaciones en plataformas de freelancing. Se sugieren futuras líneas de investigación en la maximización del valor para agentes intermediarios y en el diseño de mercados de talento en línea.

Referencias

[1] Blair, C. (1988). The lattice structure of the set of stable matchings with Multiple Partners. Mathematics of Operations Research, 13, 619–628.

[2] Risma, E. (2015). A deferred acceptance algorithm with contracts. Journal of Dynamics and Games, 2, 289-302.

[3] Risma, E. (2015). Binary operations and lattice structure for a model of matching with contracts. Mathematical Social Sciences, 73, 6-12.

[4] Ostrovsky, M. (2008). Stability in Supply Chain Networks. American Economic Review, 98:3, 897–923.

[5] Teytelboym, A. (2014). Trading networks with bilateral contracts. ISER Seminar Series, 18.

[6] Echenique, F. and Oviedo, J. (2006). A theory of stability in many-to-many matching markets. Theoretical Economics, 1, 233–273.

[7] Gale, D. and Shapley, L. (1962). College admissions and the stability of marriage. American Math Monthly, 69, 9–15.

[8] Gusfield, D. and Irving, R. (1989). The Stable Marriage Problem: Structure and Algorithms. Cambridge: MIT press.

[9] Hatfield, J. and Milgrom, P. (2005). Matching with contracts. The American Economic Review, 95, 913–935.

[10] Hatfield, J. and Kominers, S. (2012). Contract design and stability in many to many matching. Working paper.