

**Valentina Orquera**

Universidad Nacional de Río Cuarto, Universidad Siglo 21, CONICET, FCEFQyN, Argentina  
 vorquera@exa.unrc.edu.ar

La inversa  $m$ -WG para elementos en un anillo con involución arbitrario fue introducida recientemente en [6]. Para el caso de una matriz  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  de índice  $k$  se define como la única matriz  $X = A^{\textcircled{m}}$  que satisface las ecuaciones

$$XA^{k+1} = A^k, \quad AX^2 = X, \quad (A^*)^k A^{m+1} X = (A^*)^k A^m, \quad m \in \mathbb{N}.$$

Cuando  $m = 1$ ,  $A^{\textcircled{m}}$  coincide con la inversa de grupo débil  $A^{\textcircled{}}$  de  $A$  estudiada en [4], mientras que si  $m \geq k$ ,  $A^{\textcircled{m}}$  coincide con la clásica inversa de Drazin y por lo tanto resulta también una extensión de la inversa de grupo cuando  $k = 1$ .

Prasad y Bapat [2] definieron la inversa de Moore-Penrose ponderada de una matriz  $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$  respecto a dos matrices hermitianas definidas positivas  $E \in \mathbb{C}^{m \times m}$  y  $F \in \mathbb{C}^{n \times n}$  como la única matriz  $X = A_{E,F}^\dagger$  que satisface las ecuaciones

$$(1) AXA = A, \quad (2) XAX = X, \quad (3^E) (EAX)^* = EAX, \quad (4^F) (FXA)^* = FXA.$$

Si  $E = I_m$  y  $F = I_n$ ,  $A_{E,F}^\dagger$  representa la clásica inversa de Moore-Penrose  $A^\dagger$  de  $A$ . Dicha inversa tiene interesantes aplicaciones en redes neuronales [5]. Combinando algunas de las ecuaciones que definen a la inversa de Moore-Penrose ponderada, en [1] introdujeron la inversa core-EP de una matriz  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  respecto a un peso Hermitiano invertible  $E \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , denotada por  $A^{\textcircled{E}}$ , la cual coincide con la inversa core-EP [3] cuando  $E = I_n$ .

Motivados por los trabajos previos, en esta charla se presenta la inversa  $m$ -WG de una matriz  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  respecto a un peso Hermitiano invertible  $E \in \mathbb{C}^{n \times n}$  como la única matriz  $X = A^{\textcircled{m,E}}$  que satisface

$$AX^2 = X, \quad AX = \left( A^{\textcircled{E}} \right)^m A^m, \quad m \in \mathbb{N}.$$

Si  $E = I_n$ ,  $A^{\textcircled{m,E}}$  se reduce a la inversa  $m$ -WG de  $A$ . Se estudian resultados de existencia y unicidad de esta nueva inversa como así también diferentes representaciones y caracterizaciones.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C634), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 135/19) y CONICET (PIBAA 28720210100658CO).

*Trabajo en conjunto con David E. Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN), Fabián E. Levis (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN) y Paola Moas (Universidad Nacional de Río Cuarto, Universidad Siglo 21, CONICET, FCEFQyN).*

## Referencias

- [1] Behera, R., Maharana, G., Sahoo, J.K.: Further results on weighted core-EP inverse of matrices. Results Math. 75, 174 (2020).
- [2] Manjunatha Prasad, K., Bapat, R.B.: The generalized Moore-Penrose inverse. Linear Algebra Appl. 165 (1992), 59–69.
- [3] Manjunatha Prasad, K., Mohana, K.S.: Core-EP inverse. Linear Multilinear Algebra 62 (6)(2014), 792–802.
- [4] Wang, H., Chen, J.: Weak group inverse. Open Math. 16 (1) (2018), 1218–1232.
- [5] Wei, Y.: Recurrent neural networks for computing weighted Moore-Penrose inverse. Appl. Math. Comput. 116 (2000), 279–287.

[6] Zhou, Y., Chen, J., Zhou, M.:  $m$ -weak group inverses in a ring with involution. Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. 115, 2 (2021).