NOTICIERO
DE LA
UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA
Volumen 56, Nº 2

Reunión de Educación Matemática

RESÚMENES EXTENSOS

2021

Noticiero de la Unión Matemática Argentina
http://www.union-matematica.org.ar/noticiero/
ISSN 1514-9595 (En línea)
Vol. 56, Nº 2, noviembre de 2021
noticiero@union-matematica.org.ar

COMITÉ CIENTÍFICO REM

Comité de Editores

Sección

Reportes de Investigación

Comité de Editores

Sección

Experiencias de Clase

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

Del 20 al 24 de septiembre de 2021, se llevó a cabo la segunda edición online de la Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina, con actividades sincrónicas y asincrónicas, razón por la cual fue llamada **VirtUMA2021**.

Dentro de la **VirtUMA2021** se realizaron las actividades de la **XLIV Reunión de Educación Matemática** (XLIV REM), la cual viene celebrándose desde el año 1977, compartiendo el espacio de la Reunión Anual de Comunicaciones Científicas de la UMA.

En esta oportunidad, la REM ofreció solo transmisiones en vivo de las conferencias, cursos, talleres y el conversatorio o panel de discusión. Las sesiones temáticas de las comunicaciones, encuadradas en dos categorías: reportes de investigación o experiencias de aula, estuvieron disponibles en formato de vídeo pregrabado en un foro, con el propósito de estimular el intercambio y la retroalimentación entre los participantes. En ambos casos, atravesaron por un proceso de arbitraje a cargo de los evaluadores que detallamos en este Noticiero y de la revisión de estilo por parte del Comité Científico REM. Es importante destacar que las contribuciones recibidas para este año provinieron de universidades nacionales e institutos de formación docente de diferentes regiones de nuestro país y del exterior. Asimismo, se mantuvo una participación activa en el foro registrándose más de 2500 vistas a las presentaciones de la sección Experiencias de Aula y más de 2000 vistas a los videos de la sección Reportes de Investigación.

Los **Reportes de Investigación** presentan algunos avances y/o resultados de proyectos de investigación, proyectos o tesis de postgrado en contextos diversos como actividades áulicas, formación inicial y permanente de docentes, análisis bibliográficos, entre otros. Las contribuciones en esta sección están basadas en marcos teóricos tales como la Teoría Antropológica de lo Didáctico, la Resolución de Problemas, Enfoques Cognitivos en la Educación Matemática, el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática, la Modelización Matemática, Desarrollo Profesional en Comunidades de Práctica, Matemática Crítica, entre otros. Las metodologías empleadas son de corte cuantitativa y/o cualitativa que dan lugar a interesantes reflexiones y conclusiones que aportan al desarrollo científico de la Educación Matemática. Las **Experiencias de Aula**, constituyen trabajos o producciones que reportan actividades de desarrollo (curricular, de materiales de enseñanza, de planificación, etc.) o de prácticas de enseñanza en clases de matemática. Se incluyen aquí reportes de experiencias didácticas basadas en resultados de investigación, propuestas didácticas alternativas teóricamente fundamentadas, discusiones teórica o empíricamente sustentadas en torno a la enseñanza de contenidos matemáticos específicos en diferentes niveles del sistema educativo, análisis crítico de materiales, recursos y tecnologías para la enseñanza de la matemática, ensayos sobre aspectos históricos, biográficos o de políticas educativas de interés para la enseñanza de la matemática.

En este Noticiero de la Unión Matemática Argentina compilamos los extensos de 19 reportes de investigación y 13 experiencias de aula presentados en la **VirtUMA2021**. Además, para cada una de estas comunicaciones, ofrecemos la dirección URL del video pregrabado utilizado por los autores. Cabe aclarar que la Unión Matemática Argentina no se hace responsable del contenido de los videos, o que el mismo se encuentre disponible, pues fue alojado por los autores en YouTube, donde podrían cambiar sus propiedades (ser eliminado, puesto de manera privada, entre otras).

Las tres últimas secciones están destinadas a las actividades sincrónicas desarrolladas en REM, las cuales comprenden: 5 **Conferencias**, 2 **Cursos**, 5 **Talleres** y 1 **Conversatorio**. Para cada una de estas actividades ofrecemos un breve resumen y la dirección URL de la grabación en video, alojado en YouTube por el personal técnico de la UMA. Cabe destacar que estas actividades estuvieron a cargo de especialistas, nacionales e internacionales de universidades públicas y privadas e institutos de formación docente, como así también docentes en ejercicio en los distintos niveles educativos de nuestro país. De esta manera el Comité Científico REM procuró abarcar diferentes áreas, temáticas y niveles educativos en correspondencia con quienes habitualmente asisten a la REM.

Comité Científico REM

REPORTES DE INVESTIGACIÓN

ACTITUDES HACIA LA MATEMÁTICA Y SU INFLUENCIA EN EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ALUMNOS EN LA ASIGNATURA ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA (FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, UNNE)

Laura Zalazar y Gabriela Gescovich

Contacto: gabrielagescovich@hotmail.com
Universidad Nacional del Nordeste

https://www.youtube.com/watch?v=vyEpYZijwc8

RESUMEN

Esta investigación ha analizado las actitudes hacia las matemáticas en los alumnos de la Facultad de Ciencias Económicas (UNNE) y su relación con la calificación final obtenida en la Asignatura Algebra Lineal y Geometría Analítica. Se trata de un estudio cuantitativo sustentado en un diseño descriptivo donde se suministró una escala de actitud hacia las matemáticas a 80 alumnos al término del cursado de dicha asignatura. Se realizó un análisis descriptivo de los datos, las pruebas T de Student y un análisis correlacional, con el paquete estadístico SPSS. Los resultados señalan que, las actitudes del estudiantado hacia las matemáticas al término del cursado de la asignatura son favorables; hombres y mujeres muestran el mismo grado de actitud hacia las matemáticas, confirmándose además una correlación positiva y significativa entre la actitud hacia la matemática y la calificación final obtenida en dicha asignatura.

INTRODUCCIÓN

A lo largo de la historia las Matemáticas han ocupado un lugar predominante en los planes de enseñanza en las universidades de casi todo el mundo, debido a su utilidad tanto para la vida diaria como profesional y para el aprendizaje de otras disciplinas. Sin embargo, una de las preocupaciones tanto de docentes como alumnos es el bajo rendimiento que se observa en dicha disciplina en todos los niveles educativos. Esta problemática ha sido analizada por varios investigadores desde diferentes dimensiones, como los conocimientos previos de los alumnos, obstáculos cognitivos, la metodología de enseñanza, la motivación, etc. Pero diversas investigaciones ponen de manifiesto que dicho problema puede ser explicado desde algunos componentes de la dimensión afectiva, como la mala actitud del alumno hacia la matemática (Guerrero, 2009, Gil Guerrero y Blanco, 2006). En esta misma línea Gómez Chacón (2000) señala que la abundancia de fracasos en el aprendizaje de las matemáticas, en diversas edades y niveles educativos, puede deberse en gran parte, por la aparición de actitudes negativas debidas a factores personales y ambientales, cuya detección sería el primer paso para contrarrestar una influencia negativa con efectividad. Por esta razón, los estudios sobre las actitudes de los alumnos hacia la Matemática han despertado el interés por diferentes investigadores, sobre todo por cuantificar su relación empírica con el aprendizaje (Estrada y Bedoya, 2010).

Para Auzmendi Escribano (1992), la actitud que tengan los estudiantes hacia la matemática puede influir considerablemente en sus procesos de enseñanza y de aprendizaje, en este sentido, actitudes favorables hacia la matemática repercuten en una mejor motivación y concentración en los procesos de aprendizaje de esta disciplina y, por el contrario, cuando las actitudes son desfavorables los factores operan en la dirección opuesta.

Así mismo, investigaciones como las de Aparicio y Bazán (2005); Minato y Yanase, (1984), Estrada y Bedoya (2010) han corroborado la existencia de correlación positiva entre las actitudes de los estudiantes y su rendimiento en esta materia.

PLANTEO DEL PROBLEMA

La asignatura Algebra Lineal y Geometría Analítica es una de las materias de primer año correspondiente a las carreras de Contador Público, Lic. en Administración y Lic. en Economía (Facultad de Ciencias Económicas, UNNE). Los contenidos y conceptos matemáticos de la misma se abordan como herramientas para la resolución de problemas ligados al campo de la contabilidad, economía y administración.

Acorde con la aportación de los autores mencionados y destacando la mutua relación entre las actitudes y el aprendizaje matemático, en este trabajo se pretende detectar la actitud hacia la matemática que manifiestan los estudiantes de primer año de la Facultad de Ciencias Económicas (UNNE) al término del cursado de la asignatura Algebra Lineal y Geometría Analítica y su relación con el rendimiento en dicha asignatura.

Para medir la actitud hacia la matemática, se aplica al término del cursado de la asignatura la escala de Azumendi (1992) y el rendimiento se mide en base a la calificación final obtenida en la Asignatura. El procesamiento de datos y la aplicación de las pruebas estadísticas correspondientes se realizan con el software estadístico SPSS.

Las preguntas centrales de la investigación son:

1. ¿Qué tipo de actitud hacia la matemática manifiestan los alumnos de las carreras de Contador Público, Lic. en Administración y Lic. en Economía (Facultad de Ciencias Económicas, UNNE) al termino del cursado de la materia Algebra y Geometría Analítica?

2. ¿Existe una diferencia significativa en la actitud según el género?

3. ¿Existe una relación entre la actitud hacia la Matemática y la calificación final obtenida en la Asignatura?

RELEVANCIA

En el contexto universitario y en especial en las tres carreras, se considera de vital importancia para los docentes conocer las actitudes que los alumnos manifiestan hacia la matemática, la utilidad que le dan para su formación profesional, etc., con el fin de replantear la metodología de enseñanza, incorporando o diseñando acciones dentro y fuera del salón de clase que incidan directamente en dichas actitudes, motivando así el aprendizaje de la matemática.

METODOLOGÍA

Se llevó a cabo un estudio transversal, descriptivo y correlacional en una muestra aleatoria de 80 estudiantes pertenecientes al primer año de las tres carreras, que cursaban en el momento de aplicación de la encuesta la asignatura Algebra y Geometría Analítica. Se reportan en este trabajo análisis descriptivos e inferenciales. Para evaluar las diferencias entre grupos se ha usado la prueba t de Student, y para la correlación, el coeficiente de Sperman. Todas las pruebas se realizaron con el programa estadístico SPSS y con un nivel de significancia de 0.05.

Instrumento: Se utilizó la Escala de Actitud hacia la Matemática de Auzmendi Escribano (1992), que está formada por 25 ítems en formato Likert con cinco opciones de respuestas. Dicha escala fue validada por la autora, quedando demostrado su elevada consistencia interna.

RESULTADOS Y CONCLUSIÓN

De los resultados obtenidos observamos que la actitud de los estudiantes en este estudio es favorable, sin diferencias significativas en el puntaje de actitud según el género, con una correlación positiva y significativa entre el puntaje de actitud y la calificación final obtenida en la asignatura Algebra Lineal y Geometría. Estos resultados concuerdan con estudios previos como los de, Álvarez y Ruíz Soler (2010) que han detectado actitudes favorables y globalmente positivas en estudiantes universitarios. Respecto del análisis de correlación, los resultados coinciden con investigaciones anteriores como las de Estrada y Bedoya (2010) que han corroborado la existencia de correlación positiva entre las actitudes de los estudiantes y su rendimiento en matemática. No obstante, hay que resaltar que este estudio se aplicó a una semana antes de la finalización del cursado de la asignatura. Se entiende que, si un estudiante ha logrado llegar hasta este punto, ya tiene información sobre los contenidos inherentes a la materia y ha experimentado estrategias de solución para resolver problemas de esta disciplina, por lo tanto, es muy probable que muestre cierto grado de confianza positiva para volver a enfrentarlos. Además, la presión de exámenes y tareas finales obviamente ha disminuido al igual que su ansiedad o temor hacia la matemática.

Se puede concluir diciendo que este estudio nos permite tener una aproximación de la actitud hacia la matemática en los estudiantes de la Facultad de Ciencias Económicas (UNNE), pero también nos sugiere seguir investigando en esta línea con una metodología diferente. Por ejemplo, el aplicar el instrumento en dos instancias, al inicio del cursado de la asignatura para estudiar las actitudes con las que los alumnos afrontan el cursado de la asignatura y su incidencia en el rendimiento final, y al término del cursado para detectar algún cambio en las actitudes iniciales del alumnado.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Álvarez, Y., y Ruíz Soler, M. (2010). Actitudes hacia las matemáticas en estudiantes de ingeniería en universidades autónomas venozolanas. *Revista de pedagogía, 31*(89), 225-249.

Bazán, J. L., y Aparicio, A. S. (1997). Las actitudes hacia la Matemática Estadística dentro de un modelo de aprendizaje. *Más Luz, Revista de Psicología y Pedagogía*, *3*(2), 351–380.

Auzmendi Escribano, E. (1992). Las actitudes hacia la matemática-estadística en las enseñanzas media y universitaria. *Características y medición. Ed mensajero. España.*

Estrada, J., y Bedoya, J. (2010). Actitud hacia la matemática, un instrumento pedagógico e investigativo. *Memorias del Segundo Encuentro Nacional sobre la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Católica Popular del Risaralda. Colombia.*

Gil, N. (2003). Creencias, actitudes y emociones en el aprendizaje matemático. Memoria de Proyecto de investigación de Doctorado. Departamento de Psicología y Sociología de la Educación. Universidad de Extremadura.

Gil, N., Guerrero, E. y Blanco, L. (2006). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista de Investigación PsicoEducativa*, *4*(1), 27-42.

Chacón, I. M. G. (2000). *Matemática emocional*. Narcea. https://books.google.com.ar/books?hl=es&lr=&id=hik-KLZ9SYkC&oi=fnd&pg=PA7&dq=G%C3%B3mez+Chac%C3%B3n,+I.+M.+(2000).+

Matem%C3%A1tica+Emocional.+Los+afectos+en+el+aprendizaje+matem%C3%A1tico.+Narcea.&ots=7oCqkr6Gta&sig=CiPAO8VWHTZ3sjH_mXruVzYcFmk&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false

Guerrero, E. (2009). La integración de la dimensión afectiva-emocional en el aprendizaje de las Matemáticas. *lnternational Journal of Developmental and Educational Psychology, 2*(1), 207-216.

EL APRENDIZAJE BASADO EN LA INDAGACIÓN EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES EN MATEMÁTICA

[(1)]**_Lucía Avelleira,_** [(1)]**_Daiana Ramirez,_** [(1)]**_Adriana Magallanes y_** [(2)]**_Cristina Esteley_**

Contacto: amagallanes@exa.unrc.edu.ar
[(1)]Universidad Nacional de Río Cuarto – [(2)]Universidad Nacional de Córdoba

https://youtu.be/Akw4Om4GG-k

RESUMEN

En esta ponencia, se reporta una experiencia pedagógica vivida por futuras profesoras en matemática al elaborar una propuesta didáctica alternativa para el nivel secundario fundamentada en la perspectiva denominada aprendizaje basado en indagación. Se trata de una propuesta elaborada por dos estudiantes de un profesorado en matemática universitario que cursaban la asignatura Taller Interdisciplinario. La propuesta elaborada busca integrar el trabajo y saberes de dos espacios curriculares: Matemática y Diseño de Soluciones Informáticas. El objetivo de la propuesta es propiciar la construcción de la noción de límite al infinito utilizando Scratch como una herramienta a la par del estudio del problema que se presenta. Se ofrecen diferentes actividades con sus respectivos objetivos y algunas sugerencias acerca de la manera didáctica de llevarlas a cabo.

INTRODUCCIÓN

La propuesta didáctica que se presenta en esta ponencia, se construye tomando aportes de la perspectiva conocida como aprendizaje basado en indagación, o enseñanza reflexiva que se corresponde en inglés con la denominación Inquiry-based learning (IBL) (Pedaste et al., 2015; Hsu et al., 2015). Muy brevemente, desde esta perspectiva se invita a los estudiantes a realizar indagaciones para explorar ciertos contenidos nuevos para ellos a partir de preguntas formuladas por ellos mismos o el profesor a fin de llegar a alguna solución a una tarea (Hsu et al., 2015). Esa perspectiva se emplea en dos momentos, primero con seis estudiantes del profesorado en matemática de una universidad nacional que cursaban el Taller Interdisciplinario y luego para diseñar la propuesta para el nivel secundario. En el Taller se invita a las futuras profesoras (FP) a seleccionar un tema matemático a ser enseñando en el nivel secundario, en la orientación o curso que escojan y apelando a una perspectiva de IBL. Un grupo de dos FP selecciona como tema de enseñanza: "aproximación a la noción de límite de función" apelando a cuestiones o tareas geométricas conocidas por los estudiantes de secundario. A partir de sus avances sobre indagaciones referidas a la enseñanza del tema, proponen una pregunta como base para un trabajo matemático para ellas mismas y que luego podría tomarse como base para invitar a estudiantes de secundario a una indagación. La pregunta es: "¿Cómo podríamos aproximar la longitud de una circunferencia utilizando polígonos regulares?" Deciden dar respuesta a la cuestión apelando al uso de tecnologías digitales (TD). Esta decisión las lleva a realizar consultas con docentes de computación de la universidad. En el devenir del trabajo las FP inician el diseño de una propuesta pensada para la construcción de la noción de límite al infinito apelando al uso de Scratch para un sexto año de secundaria con orientación en informática y enmarcada en los espacios curriculares Matemática y Diseño de Soluciones Informática. En este artículo se presenta una síntesis de la propuesta elaborada al mismo tiempo que se van mencionando dificultades que se presentaron en el diseño de la misma así como el modo en el que se resolvieron tales dificultades.

UNA PROPUESTA QUE INTEGRA TAREAS Y SABERES

Con la propuesta se busca integrar los siguientes contenidos: análisis del comportamiento de variables e interpretación del problema a resolver a partir de la noción de límite de función (espacio curricular matemática) y conocer diferentes lenguajes de programación y experimentar con ellos (espacio curricular diseño de soluciones informáticas). Para llevar adelante la propuesta se contempla la necesidad que la escuela disponga de computadoras con acceso a internet y con el programa Scratch. La propuesta se organiza en torno a seis tareas a fin de vincular conocimientos matemáticos e informáticos con la intencionalidad de utilizarlos para la iniciación y aproximación intuitiva al estudio de la noción de límite al infinito. En la Tabla 1 se presentan las tareas en orden, el tipo de tarea y su principal propósito. La organización de las tareas no se piensa de forma lineal sino que se las considera interconectadas.

Tarea	Tipo de tarea y propósito
1	Exploración a fin de familiarizar al estudiantado con Scratch
2	Resolución de problema de semi-realidad a fin de recuperar el teorema del coseno, realizar conjeturas, construir 3 polígonos regulares inscriptos en una circunferencia usando regla y compás, calcular perímetros como suma de las longitudes de los lados de los polígonos y aproximar a la longitud de una circunferencia.
3	Constructiva. Construir un programa en Scratch que al ejecutarlo dibuje en la pantalla un cuadrado (inscripto en una circunferencia de radio 15 m) y explicite su perímetro.
4	Reflexiva y argumentativa. Realizar modificaciones al programa construido en la tarea anterior para que, al ejecutarlo, construya polígonos regulares de 5, 7, 10 y 20 lados (inscriptos en la misma circunferencia) y muestre los perímetros correspondientes. Explicitar dichas modificaciones.
5	Reflexiva, argumentativa, constructiva. Realizar modificaciones al programa para que, al ejecutarlo, el operador introduzca la cantidad de lados de los polígonos que desea estudiar y que, a continuación, dibuje esos polígonos inscriptos en una circunferencia de radio 15 m, explicitando sus perímetros. <u>Observación</u>: en la resolución de esta tarea se pueden presentar dificultades tanto matemáticas, como de programación o de ambas a la vez. Por esto, resulta pertinente y necesaria la integración de conocimientos de ambos espacios curriculares.
6	Se describe brevemente a continuación.

Tabla 1. Ordenamiento de las tareas, tipos y propósitos

Las seis tareas están pensadas de manera integrada, de modo tal que, al avanzar en ellas se van complejizando las actividades y conocimientos matemáticos y de programación. Dada las limitaciones de espacio, en esta ponencia describimos con algunos detalles la tarea 6.

La tarea 6 es de naturaleza integradora, reflexiva y permite ofrecer los elementos analíticos para dar respuesta a la primera pregunta. En la tarea se solicita que el estudiantado, en primera instancia, delimite las variables intervinientes, asigne valores a la variable n (número de lados del polígono) y obtenga los correspondientes p (perímetro del polígono); luego se solicita que especifique qué relación puede observar entre los perímetros de los polígonos y la longitud de la circunferencia de radio 15 m en la que se inscriben. Se espera que al finalizar esta tarea los estudiantes puedan: indicar que, a medida que se aumenta la cantidad de lados (n tendiendo a infinito), los perímetros se aproximan a la longitud de la circunferencia y que al observar las diferentes construcciones en Scratch y la síntesis pedida, puedan conjeturar cuál sería aproximadamente el número que corresponde a dicha longitud. En esta instancia, el docente puede introducir la siguiente notación que sistematiza sintácticamente posibles conjeturas de los alumnos:

$$P(n\,) = longitud\ de\ circunferencia \cong 94\ m \text{ (radio de 15m)}$$

Donde $P(n\,)$ indica el perímetro del polígono de n lados acorde a:

$$P(n\,) = n.15.\sqrt{2.(1 - cos\ \frac{360}{n})}$$

Este puede ser un buen momento para retomar la tarea 2 (problema semi-real) y realizar conexiones entre lo calculado allá y el nuevo conocimiento matemático construido, haciendo explícito entonces que la tarea 2 permitió iniciar el estudio del cálculo de la longitud de la circunferencia de radio 15 m y que la manera de obtenerla en este caso es mediante aproximación por polígonos regulares inscriptos en esa circunferencia, aumentando cada vez la cantidad de lados de esos polígonos.

CONCLUSIONES

Si bien la propuesta no ha sido probada todavía en el nivel secundario, al resolverla en el modo que fue resuelta por las dos primeras autoras de este artículo, podemos indicar que, por un lado el diseño y escritura de la propuesta significó un desafío para las FP y que, superarlo implicó la puesta en juego de un proceso de estudio de saberes didácticos, matemáticos e informáticos y una inmersión en un IBL. Esos saberes se integraron como saberes profesionales de las FP. Por otro lado, acorde a la resolución realizada por las FP, la propuesta parece tener potencial para integrar saberes matemáticos (análisis del comportamiento de variables e interpretación del problema a resolver a partir de la noción de límite de función) con saberes de diseño de soluciones informáticas (lenguajes de programación) para estudiantes de un sexto año de un secundario con orientación en informática.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Hsu, Y. S., Lai, T. L. & Hsu, W. H. (2015). A Design Model of Distributed Scaffolding for Inquiry-Based Learning. *Research in Science Education*, *45*(2), 241-273.

Pedaste M., Mäeots M., Siiman L. A., De Jong T., Van Riesen S. A., Kamp E. T. & Tsourlidaki E. (2015). Phases of inquiry-based learning: Definitions and the inquiry cycle. *Educational research review*, *14*, 47-61.

ESTUDIO SOBRE SENTIDOS ATRIBUIDOS A MODELIZACIÓN MATEMÁTICA POR FUTURAS PROFESORAS

[(1)]**_María Florencia Cruz,_** [(2)]**_Cristina Esteley y_** [(3)]**_Sara Scaglia_**

Contacto: mfcruz@fhuc.unl.edu.ar

[(1),(3)]Universidad Nacional del Litoral – (2)Universidad Nacional de Córdoba

https://www.youtube.com/watch?v=-jsdyc-ntvQ&t=79s

RESUMEN

La formación de profesoras/es en matemática, modelización matemática y atribución de sentidos son temas vigentes en el ámbito de la educación matemática. Este hecho resultó especialmente evidente en el ICME 14 donde se recogen aportes y demandas de estudios internacionales. En este trabajo reportamos y analizamos resultados relativos a las atribuciones y variaciones de sentido sobre procesos de modelización matemática. Realizamos un estudio de caso, particularizando en un grupo de futuras profesoras que viven experiencias educativas donde estos mismos procesos se ponen en juego. A partir del análisis realizado evidenciamos que las futuras profesoras se apropian del proceso de modelización como abordaje pedagógico haciendo evidentes particularidades del mismo a medida que avanzan en la experiencia.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo presentamos avances de una investigación en la que abordamos la interacción entre temáticas de interés en el campo de la educación matemática, tanto a nivel nacional como internacional: formación de futuras/os profesoras/es, modelización matemática (MM) y atribuciones de sentido. Respecto a formación de profesoras/es destacamos la importancia actual del tema y específicamente los notables trabajos en torno al mismo presentados en el último ICME 14[1]. Por limitaciones de espacio, no avanzamos en detalles sobre este tema. Dado el foco del estudio, privilegiamos lo referido a MM y sentido.

En relación a MM, reconocemos que en la actualidad existen diversas perspectivas. En este trabajo apelamos a aportes de Bassanezi (2002) para considerar la MM como estrategia de enseñanza y de aprendizaje. Desde esta perspectiva, el proceso de MM comienza con la selección de un tema y la formulación de problemas, ambas cuestiones pueden estar a cargo de docentes o de las/os estudiantes que se involucran en el proceso. A su vez, durante el desarrollo del mismo pueden emerger múltiples modelos matemáticos, movilizarse modelos preexistentes y producirse diversos conocimientos, tanto matemáticos como tecnológicos. El proceso de MM se organiza en torno a subprocesos que se desarrollan cíclicamente: experimentación, abstracción, resolución, validación, modificación y aplicación (Bassanezi, 2002).

Respecto a atribución de sentido tomamos principalmente aportes de Larrosa y Bajtín. Retomando a Larrosa (2003), consideramos la educación a partir del par experiencia/sentido. El autor afirma “que la experiencia es lo que nos pasa, o lo que nos acontece, o lo que nos llega” (p.168) y por lo tanto es necesario “dar sentido a lo que somos y a lo que nos pasa” (p. 166). Acorde a Bajtín

[1]14th International Congress on Mathematical Education realizado en China en julio 2021.

(2010), el dar sentido o la atribución de sentido por parte de quienes transitan diferentes experiencias, guarda una relación dialéctica e interpretativa con las actividades con las que se involucran de modo tal, que cada sentido se ahonda al interactuar con los sentidos de otras personas. Para el autor, la atribución de sentido o sus variaciones se evidencian en las expresiones orales o escritas de quienes las producen. En estas líneas de ideas, Carter (1993) considera que las voces y narraciones son un medio adecuado para reflexionar, relatar y representar la experiencia, produciendo de este modo sentido al ser, hacer, pensar, sentir y decir. En relación con lo propuesto, destacamos que la atribución de sentido al trabajar con MM es una preocupación vigente en el ámbito de investigación en educación matemática, como se evidencia en Stillman, Kaiser & Lampen (2020).

Tomando como punto de partida las referencias brevemente presentadas, el objetivo de investigación es: estudiar atribuciones de sentidos y, sus variaciones, a procesos de MM por parte de un grupo de futuras profesoras (FP) en matemática al vivir experiencias educativas donde estos mismos procesos se ponen en juego. Preguntamos: ¿qué sentidos atribuyen las FP a la MM?, ¿varían tales sentidos?, en caso afirmativo, ¿qué variaciones se hacen evidentes?

CONTEXTUALIZACIÓN DEL ESTUDIO

Realizamos el estudio con FP en matemática que cursan su carrera de formación en una universidad nacional argentina en el entorno de un curso de geometría tridimensional de tercer año del plan de estudios. En el marco de este curso, proponemos discusiones didácticas en torno a procesos de MM intercaladas con la puesta en juego de estos mismos procesos y reflexiones matemáticas. La experiencia educativa[2] en la que se involucra el grupo de FP dura 17 horas, se focaliza en un trabajo de MM que busca privilegiar saberes geométricos y considera el proceso de MM como objeto de reflexión. La experiencia en aula se organiza en cinco momentos fundamentales y se privilegian producciones grupales. En un primer momento las FP reflexionan y expresan sus ideas espontáneas sobre MM dando cuenta de los primeros sentidos y las sintetizan en una primera narrativa grupal escrita. En un segundo momento, realizan la lectura de un texto de Bassanezi (2002) sobre el proceso de MM y sus correspondientes subprocesos, al finalizar esta actividad redactan una narrativa interpretando los aportes del autor. En un tercer momento vivencian el primer proceso de MM como abordaje pedagógico del que emerge como modelo una definición de poliedro. En el cuarto momento se invita a las FP a producir narrativas individuales acerca del proceso seguido al construir la definición de poliedro focalizando en MM. En el quinto momento las FP se involucran en dos procesos de MM, de uno de ellos emergen como modelos diversas fórmulas que relacionan cantidad de caras, aristas y vértices de poliedros; y en el otro se trabaja con problemáticas formuladas libremente por las FP. Al finalizar el trabajo en aula, se realiza una entrevista semiestructurada, grupal, oral y cara a cara (Flick, 2012) a fin de abrir un nuevo espacio de reflexión respecto a MM que integre todo lo vivido por el grupo.

METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

Para este estudio, apelamos a una metodología cualitativa con un enfoque interpretativo focalizando en un estudio de caso (Flick, 2012). Todo el trabajo en aula y las entrevistas fueron grabadas en audios o videos y se recogieron todas las producciones escritas o digitales. Para responder el objetivo que aquí se reporta, se toma como base de datos: del primer y segundo momento la narrativa y el audio de las discusiones hasta arribar a dicha narrativa en cada caso; del

[2] Detalles de la experiencia educativa pueden encontrarse en Cruz, Esteley y Scaglia (2020): http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol32/1/09REM32-1.pdf

tercer momento las narrativas individuales; de la entrevista grupal el registro en audio. Destacamos que las FP que integran el grupo manifiestan su consentimiento para que sus producciones escritas y voces sean estudiadas en ámbitos de investigación.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

De modo general, apreciamos que las FP que forman el grupo en estudio se posicionan en los tres momentos en su rol de futuras docentes señalando cuestiones vinculadas con la enseñanza de la matemática y enfatizando consideraciones en relación con su futuro desarrollo profesional y el papel de enseñar en ámbitos académicos y no académicos.

En las primeras discusiones, basadas en experiencias previas, relacionan principalmente el proceso de MM con una estrategia que se puede emplear en la enseñanza y el aprendizaje para potenciar la comprensión a partir de la aplicación de nociones matemáticas en diversas situaciones. Al leer los aportes de Bassanezi (2002) analizan los subprocesos y señalan con énfasis: la posibilidad de formulación y emergencia de problemas durante el proceso de MM; que el modelo es algo deseado que puede construirse, debe ser validado y puede ser modificado; y la posibilidad de modificar datos experimentales y aplicar el modelo si se validó previamente.

En las narrativas, realizadas luego de producir la definición de poliedro, las FP consideran que: poliedros es el tema en estudio, determinar qué es un poliedro el problema (reconocen también problemas emergentes), en la experimentación analizan figuras, en la validación contrastan figuras e información con el modelo producido y la misma influye al decidir y producir modificaciones en el mismo.

Luego de finalizar la experiencia de MM, en la entrevista afirman que en la misma se construyen/producen conocimientos (entre otros, definición de poliedro), reconocen acciones que pueden relacionarse con los subprocesos de experimentación, resolución, validación (destacan los momentos de debate colectivos como fundamentales para pensar, repensar y legitimar la producción) y modificación. A su vez, señalan la instancia de formulación de problemas y destacan que brinda la oportunidad de terminar de comprender el tema en estudio y preguntar/problematizar todas las inquietudes. Como futuras docentes encuentran importantes diferencias entre experiencias previas y la experiencia educativa en la que se emplea MM, específicamente señalan que el/la docente debe tomar el rol de guía en pos de que todas/os las/os estudiantes se involucren y aporten en este tipo de trabajo que consideran de gran valor, sin embargo, muestran preocupación por el tiempo que demanda en el marco de un curso en el que se debe desarrollar y cumplir el programa de cátedra o las prescripciones curriculares.

La experiencia de transitar y reflexionar sobre el proceso de MM durante un curso de matemática favorece que las FP se apropien de este proceso para producir matemática y se constata además que varía el sentido otorgado al mismo. Por ejemplo, parten de ofrecer una mirada macro sobre MM al dar relevancia a los subprocesos de MM para finalmente retomar sus primeras ideas y ampliarlas en detalles al valorar, por ejemplo, el sentido del trabajo colectivo en la producción de conocimientos o como medio para legitimar lo que produce. Esto es, un recorrido que cambia, pero integra sus miradas macro y micro.

En sinergia con los aportes de Larrosa (2003) destacamos que, al ser personas de experiencia, en ocasiones, tendemos a reproducir lo que vivimos, por lo que la inclusión de discusiones y actividades en torno a MM en la formación docente podría potenciar la inserción de tales actividades en el ámbito de la escuela secundaria.

Destacamos que las variaciones en la atribución de sentido a procesos de MM, pone en evidencia su dialéctica (Bajtín, 2010) con las distintas actividades en las que se involucran las FP. Las voces de las FP van tomando forma entramando reflexiones en relación con el hacer, el pensar y el sentir (Carter, 1993). Estas reflexiones las proyectan como productoras de conocimiento matemático, didáctico y sentido, posicionándolas en su futuro rol profesional.

Consideramos relevante y necesario profundizar el estudio respecto a la posibilidad de abordar experiencias educativas en cursos de matemática de formación de docentes en las que se trabaje en interacción entre didáctica y matemática.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bajtín, M. (2015). *Yo también soy* (2.ª ed., Vol. 4). Godot.

Bassanezi, R. (2002). *Ensino-aprendizagem con modelagem matemática: uma nova estratégia*. Contexto.

Carter, K. (1993) The Place of Story in the Study of Teaching and Teacher Education. *Educational Researcher 22*(1), 5-18.

Flick, U. (2012). *Introducción a la investigación cualitativa* (3.ª ed.). Morata.

Larrosa, J. (2003). *Entre las lenguas. Lenguaje y educación después de Babel*. Laertes.

Stillman, G., Kaiser, G., & Lampen, C. (Eds.). (2020). *Mathematical Modelling Education and Sense-making*. Springer.

La propiedad de completitud del conjunto de los números reales: de un cuestionamiento docente a la pregunta de investigación

[(1)]**María Alexandra Fregueiro y** [(2)]**Analía Bergé**

Contacto: suresmeralda@hotmail.com

[(1)]Consejo de Formación en Educación – [(2)]Université du Québec à Rimouski

https://youtu.be/4W2PIs_xBiE

Resumen

En este reporte presentamos sucintamente el proceso que permitió transformar un cuestionamiento docente inicial en una pregunta de investigación doctoral. La tesis en cuestión, trata sobre la enseñanza y el aprendizaje de la propiedad de completitud del conjunto de los números reales. Describimos la problemática de investigación, poniéndola en relación con un marco teórico y el estado de investigaciones publicadas vinculadas con el tema.

Introducción

En esta comunicación presentamos los avances de un proyecto de investigación doctoral sobre la enseñanza y el aprendizaje de la propiedad de completitud del conjunto de los números reales. El problema de investigación inicia con un cuestionamiento que surge de la práctica docente y que se ha ido transformando en problemática de investigación mediante la explicitación de un posicionamiento teórico y la lectura de trabajos didácticos en educación matemática relacionados con el tema. La transformación del cuestionamiento inicial en una pregunta de investigación es el proceso que presentamos de manera resumida en este escrito.

El sistema de los números reales ($\mathbb{R}$) es el dominio numérico donde se desarrollan conceptos y se validan propiedades del Análisis Matemático vinculadas a sucesiones y series numéricas, funciones continuas, funciones derivables y la noción de integrabilidad, entre otros. La posibilidad de demostrar ciertas propiedades y definir nuevos objetos matemáticos en $\mathbb{R}$ y no en $\mathbb{Q}$ está dada por una propiedad que distingue a estos dos cuerpos totalmente ordenados: la propiedad de completitud de $\mathbb{R}$. En el curso de Análisis I del profesorado de matemática en Uruguay, la propiedad de completitud de $\mathbb{R}$ se introduce con el enunciado de la propiedad del supremo. Esta introducción, ¿qué ideas de la completitud privilegia y qué oportunidades ofrece para que los estudiantes puedan usarla explícitamente? Una primera formulación del cuestionamiento didáctico es: ¿qué tratamiento de la propiedad de completitud favorecería que los estudiantes la consideren como una propiedad necesaria y útil para el trabajo matemático? ¿Cómo hacer para que los estudiantes pongan en funcionamiento la propiedad de completitud reconociendo su relevancia en la demostración de propiedades y en la definición de objetos matemáticos? Para transformar este cuestionamiento en una pregunta de investigación es necesario apoyarse en constructos teóricos y analizar el estado de la cuestión en el campo de la didáctica de la matemática.

ALGUNAS CONSIDERACIONES TEÓRICAS

Para abordar como un problema la enseñanza y el aprendizaje de la completitud de $\mathbb{R}$ consideramos necesario tomar distancia de dicha noción y entender cómo, por qué y en qué contexto se hizo necesaria su aparición en la matemática. Tomamos como referencia el trabajo de Bergé y Sessa (2003) quienes señalan tres estados epistemológicos de la propiedad de completitud en distintos momentos de la historia de la matemática. Ellos son: como un atributo implícito, como un atributo explícito aunque naturalmente aceptado y como una propiedad explícita y demostrable. Los problemas donde la completitud se hace necesaria están relacionados con los fundamentos del Análisis y con la construcción de pruebas formales (de existencia de un elemento del sistema numérico real) que en muchos casos son evidentes desde una perspectiva gráfica.

La puesta en juego de la completitud puede presentarse e interpretarse en diversos contextos: gráfico, geométrico, algebraico, aritmético, etc., que pueden leerse como diferentes *marcos* en el sentido de Douady (1986). Nos interesa explorar la posibilidad de pensar situaciones de enseñanza donde la completitud pueda interpretarse transitando por diversos marcos. Esta movilización e interpretación de un mismo problema en diferentes marcos, es denominada por Douady (1986) *juego de marcos*. Por otra parte, Douady (1995, 1986) afirma que para un concepto matemático conviene distinguir su carácter de herramienta (H) y su carácter de objeto (O). Tomamos esta idea para caracterizar a la completitud como conocimiento matemático. El carácter de herramienta de la completitud se pone en funcionamiento cuando la propiedad es utilizada para resolver una situación contextualizada y particular; por ejemplo, para probar la convergencia de sucesiones, la existencia de raíces o extremos absolutos de funciones, bajo determinadas condiciones. Cuando el interés en la completitud se presenta desligado de los contextos particulares de uso y se busca caracterizarla de forma general y analizar la interrelación con otras nociones matemáticas, se hace explícito su carácter de objeto. Tomamos de Douady (1995) las siguientes caracterizaciones: un alumno ***aprende*** cierta noción matemática si es capaz de hacer funcionar dicho conocimiento en su doble carácter de herramienta y de objeto. Para el docente, ***enseñar*** cierto conocimiento matemático implica crear las condiciones que permitirán la apropiación del mismo por parte del alumno. La creación de estas condiciones requiere de cierta organización de la enseñanza que involucra poner en juego la dialéctica herramienta-objeto y los cambios de marcos de las nociones a enseñar (Douady, 1995).

Algunas nociones matemáticas presentan dificultades para ser enseñadas como la continuación de conocimientos previos de los estudiantes: su presentación en el aula involucra la definición de nuevos objetos matemáticos o la introducción de un nuevo formalismo, o de nueva simbología, o responden a la necesidad de unificar o generalizar conocimientos. Las nociones con estas características son denominadas nociones o conceptos FUG (Robert, 1998) justamente por su carácter formalizador, unificador y generalizador. En este sentido la propiedad de completitud: ¿puede ser considerada como una noción FUG? En los cursos universitarios, la completitud se introduce con el enunciado de la propiedad del supremo, algo que implica definir nuevos objetos matemáticos, nuevas palabras e introducir una nueva simbología, característica formalizadora de la noción en el sentido de Robert (1998). La completitud permite unificar nociones ya conocidas de manera compartimentada por los estudiantes, como ser el comportamiento de ciertas sucesiones numéricas y las propiedades de ciertas funciones continuas en intervalos cerrados. El trabajo matemático en un sistema numérico ordenado y completo posibilita asegurar y generalizar la convergencia de las sucesiones monótonas y acotadas, y ciertas características de todas las funciones continuas en intervalos cerrados. Estas características que mencionamos sobre la completitud nos permitirían identificarla como una noción FUG y tomar en cuenta las recomendaciones didácticas de autores que han trabajado en la enseñanza y el aprendizaje de este tipo de nociones.

SÍNTESIS DE LA REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Diversas investigaciones que tratan la introducción de la completitud vía la noción de supremo dan cuenta de ciertas dificultades que pueden manifestar los estudiantes durante el proceso de conceptualización (Bergé, 2008; Acevedo, 2011; Bills & Tall, 1998). Estas nos interesan particularmente porque el trabajo reportado en el aula es similar al de los cursos de Análisis 1 del profesorado uruguayo. Algunas dificultades parecen estar relacionadas a las estructuras, objetos y relaciones lógicas que entran en juego en la construcción de su definición formal (Chellougui, 2016); a determinar y justificar la existencia de cotas superiores, inferiores, supremo e ínfimos de conjuntos dados (Sari et. al, 2018; Hernández y Trigueros, 2012). Las actividades y el tipo de preguntas propuestas en las investigaciones nos permiten conjeturar que los cursos “típicos” de Análisis privilegian un tratamiento objetual de la noción de supremo sin hacer explícita la necesidad de su existencia.

Con esta revisión presentamos evidencias para afirmar que el tratamiento usual vía el supremo de la propiedad de completitud en los cursos iniciales de Análisis parece no contribuir a que los estudiantes construyan con sentido la noción de completitud y logren ponerla en funcionamiento en su doble carácter de herramienta y de objeto. La posibilidad de diseñar e implementar propuestas de enseñanza de la propiedad de completitud privilegiando la dialéctica *herramienta-objeto* y el juego de marcos es uno de los caminos que hasta el momento no han sido explorados.

TRANSFORMANDO UN CUESTIONAMIENTO DIDÁCTICO EN PREGUNTA Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

La elección de las nociones teóricas en las que nos apoyamos y la revisión de investigaciones vinculadas a nuestro tema de investigación nos han permitido constatar que la enseñanza de la propiedad de completitud es un tema didáctico a tratar. Hemos transformado nuestro cuestionamiento inicial en la siguiente pregunta de investigación: *¿cómo evoluciona la comprensión de estudiantes del curso de Análisis 1 del profesorado uruguayo sobre la propiedad de completitud de los números reales a partir de una propuesta de enseñanza que considere la dialéctica Herramienta-Objeto y el juego de marcos?*

Para responder nuestra pregunta de investigación nos fijamos dos objetivos específicos: e*xplorar formas de favorecer que los estudiantes pongan en funcionamiento el carácter de herramienta y de objeto de la propiedad de completitud de R; describir las conceptualizaciones que construyen los estudiantes sobre la completitud de R*. Para alcanzar estos objetivos diseñamos una secuencia de actividades cuyo análisis a priori estamos finalizando. Nos queda pendiente su implementación y el análisis a posteriori de la misma.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bergé, A. (2008). The completeness property of the set of real numbers in the transition from calculus to analysis. *Educational Studies in Mathematics*, *67*(3), 217-235.

Bergé, A., y Sessa, C. (2003). Completitud y continuidad revisadas a través de 23 siglos. Aportes a una investigación didáctica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, *6*(3), 163-197.

Bills, L., & Tall, V. (1998). Operable Definitions in Advanced Mathematics: The Case of the Least Upper Bound. En A. Olivier y K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 104-111). Stellenbosch: Program Committee of the 22nd PME Conference.

Chellougui, F (2016). Approfondissement du questionnement didactique autour du concept de «borne supérieure», TWG3: Logic, Numbers and Algebra. In E. Nardi, C. Winslow & T. Hausberger (Eds), *Proceedings of the First International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM2016* (pp. 266-275). Montpellier (France). https://hal.archives-ouvertes.fr/INDRUM2016.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, *7*(2), 5-31.

Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (1.ª ed., pp. 61–96). Grupo Editorial Iberoamericana.

Hernández, L. A., y Trigueros, M. (2012). Acerca de la comprensión del concepto del supremo. *Educación Matemática, 24*(3), 99-119.

Robert, A. (1998). Outils d’analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l’université. *Recherches en Didactique des Matématiques, 18*(2), 139-190.

Sari, C. K., Machromah, U., & Purnomo, M. E. (2018). Finding and proving supremum and infimum: students' misconceptions. *Journal of Physics: Conference Series.* https://doi.org/10.1088/1742-6596/1180/1/012007

LA ENSEÑANZA DE POLINOMIOS EN LA ESCUELA SECUNDARIA: LOS PROFESORES

[1]***Analía Plumez* y** [1],[2]***Patricia Sureda***

Contacto: anaplumez@gmail.com

[1]Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires – [2]CONICET

RESUMEN

Este trabajo, forma parte de uno más amplio, que se propone estudiar la enseñanza de polinomios en la escuela secundaria, y su utilidad. Se presentan las respuestas a un cuestionario on-line, de 84 profesores de matemática en ejercicio. Las respuestas muestran que de los 84 profesores 71 enseñan las operaciones polinómicas, y de ellos, 69 enseñan la división de polinomios. Mientras que el tiempo que les demanda es de alrededor de treinta días. La mayoría de los profesores justifica la importancia de su enseñanza, en su relevancia como saber matemático.

INTRODUCCIÓN

Es sabido que el aprendizaje de polinomios siempre genera algún tipo de resistencia por parte de los alumnos. Preguntas como ¿para qué me sirve?, son comunes en cualquier aula de matemática en que se enseñe, y en todos los casos los profesores responden con la misma respuesta: ahora no lo entendés, pero más adelante te va a servir. ¿Es así? ¿A cuántos de esos estudiantes les va a servir estudiar polinomios? ¿En qué les va a servir? El objetivo de este proyecto es repensar la enseñanza de polinomios en la escuela secundaria. Para ello, primeramente analizamos qué de polinomios se estudia en la secundaria, mediante un cuestionario on-line que están completando los profesores de matemática en ejercicio.

MARCO TEÓRICO

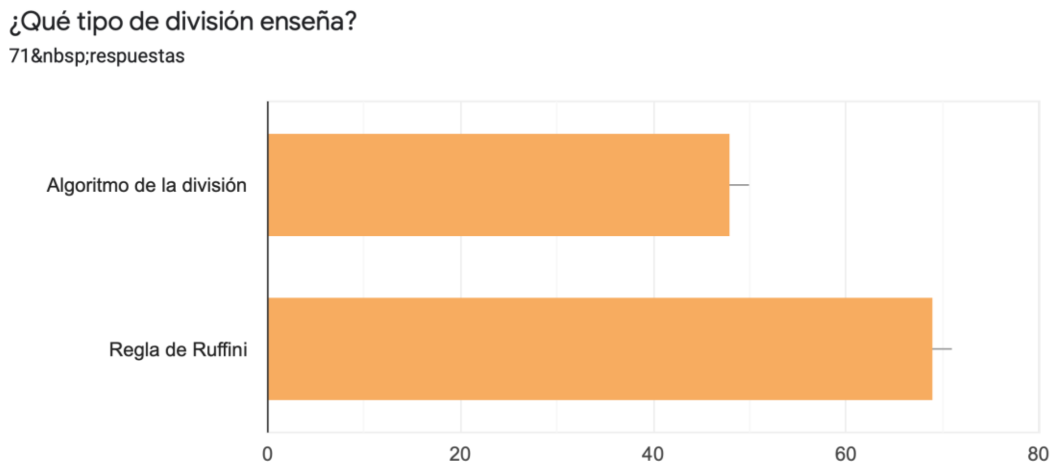
Este trabajo se enmarca en la Teoría Antropológica del Conocimiento (Chevallard, 1999). En ella, Chevallard (2004) describe el fenómeno de la *monumentalización de saberes* como el estudio al estudio de un conjunto de obras muertas, carentes de sentido y *sin razón de ser* que son estudiadas en el sistema de enseñanza como si fueran transparentes e incuestionables, dotadas de sentido por sí y para sí mismas. En esta pedagogía los estudiantes son conducidos a visitar, admirar y venerar estos saberes como si se trataran de un monumento, del que no pueden apropiarse. Por contraposición, propone la pedagogía del cuestionamiento del mundo, donde el encuentro con los saberes está motivado intrínsecamente por las necesidades del estudio: se trata de un estudio funcional, justificado por el problema por resolver (Chevallard, 2017). A la vez que argumenta a favor de una enseñanza de la matemática, útil, destinada para aquel sector de la población que no van a estudiar matemáticas después del instituto, incluso cuando recurran a una educación superior (a estos los denomina P3). Teniendo en cuenta estos constructos, analizamos el estudio de los polinomios en la escuela secundaria, como base para repensar su enseñanza.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

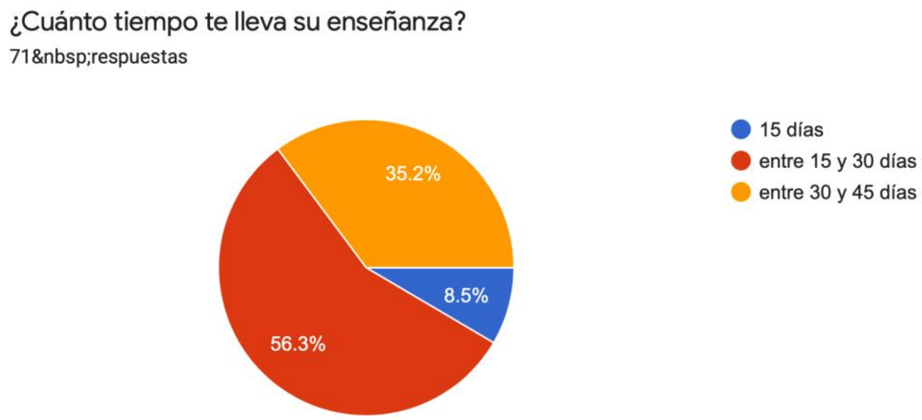
Se diseñó un cuestionario compuesto por once preguntas mediante las cuales se indaga sobre la enseñanza de polinomios, específicamente sobre la división de los mismos, el tiempo destinado a su enseñanza y la *razón de ser* de este saber para los profesores. En este trabajo utilizamos la estadística descriptiva para analizar las respuestas a las preguntas: a) ¿Enseñas polinomios en tus clases? b) ¿Enseñas operaciones con polinomios? c) ¿Qué operaciones con polinomios enseñas? d) ¿Qué tipo de división enseña? e) ¿Cuánto tiempo te lleva su enseñanza? Mientras el análisis de la pregunta f) ¿Cuál es el motivo por el que enseña la división de polinomios?, es cualitativo. El cuestionario se está compartiendo on-line y hasta el momento ha sido respondido por 84 profesores en ejercicio de toda Argentina.

ANÁLISIS Y RESULTADOS PRELIMINARES

A la pregunta a) ¿Enseñas polinomios en tus clases? 71 (71/84) profesores de un total de 84 han respondido que sí. Y de estos, el total (71/71) enseña las operaciones básicas (pregunta b). Sin embargo, al preguntar qué operaciones enseña (c), hay dos (de los 71) profesores que no enseñan la división de polinomios. Mientras que de los 69 profesores que enseñan polinomios en la escuela secundaria, 48 enseñan el algoritmo de la división y los 69 la regla de Ruffini (pregunta d).



Respecto al tiempo que le demanda la enseñanza de polinomios en la escuela secundaria (pregunta e) las respuestas son las siguientes:



A 6 profesores les demandan 15 días; a 40 profesores (40/71) entre 15 y 30 días; y a 25 profesores (25/71) entre 30 y 45 días.

Finalmente, al indagar cuáles son los motivos por los que enseña la división de polinomios en sus clases (pregunta f); 47 profesores (47/71) afirma que es importante para estudiar en los niveles superiores, 44 (de 71) porque ayuda a formar el pensamiento lógico matemático, 39 profesores afirman que la enseñan porque está en el diseño curricular y 11 profesores porque es útil para la vida. En resumen, de los 71 profesores que enseñan la división de polinomios, sólo 11 afirman que la enseñan porque este saber tiene alguna utilidad, mientras que los otros 60 podríamos agruparlos entre aquellos que lo enseñan como un saber relevante.

DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

La enseñanza de operaciones polinómicas demanda en líneas generales alrededor de 30 días. Sin duda esto dependerá de la “profundidad” con la que se estudie. De estos 71 profesores, 69 enseñan la división de polinomios, de los cuales 60 afirman que su enseñanza se justifica por ser parte de los saberes que los estudiantes deben aprender. Mientras que los 11 que afirman enseñarlas porque tienen algún tipo de utilidad, no especifican cuáles. Estamos de acuerdo que los estudiantes que estudien en los niveles superiores, carreras que requieran matemáticas, van a necesitar saber polinomios y sus operaciones. Pero, ¿cuál es realmente la cantidad de estudiantes de la escuela secundaria que seguirán estudios superiores? Y más aún, ¿cuántos de ellos estudiarán carreras que requieran matemáticas? Muy pocos (estos son los que Chevallard (2017) denomina P1 y P2). Esto quiere decir que la mayoría de los estudiantes que componen cada curso de la escuela secundaria nunca van a necesitar operar con polinomios (P3). Esto es, le dedicamos alrededor de 30 días a la enseñanza de un saber inútil para el grueso de los estudiantes, mientras que bloques como estadística (descriptiva e inferencial) o funciones exponenciales, que son sumamente útiles para cualquier ciudadano que se gradúe de la escuela secundaria (estudie en niveles superiores o no), son relegados al final del curso, y en una gran cantidad de casos no se llegan a enseñar por “falta de tiempo”.

CONCLUSIONES

Como profesores de matemática tenemos un enorme compromiso, ya que como nunca, la sociedad requiere cada vez más, ciudadanos matemáticamente formados para comprender desde las leyes financieras que rigen los cálculos detrás de sus compras con tarjeta de crédito, los gráficos estadísticos presentados por los medios de difusión, y hasta la forma en que aumentan los contagios por COVID19. Es por esta razón, que consideramos que el estudio de las operaciones polinómicas en la escuela secundaria debería ser revisado. No solo su utilidad, que puede ser discutida, sino también su enseñanza, en caso de decidir que ésta sea insoslayable. Pues ¿se justifica enseñar la división de polinomios a mano, contando con software que permiten hacerlo en tiempos ínfimos? En esta dirección continúa el camino de este trabajo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques 19*(2), 221-266.

Chevallard, Y. (2004). Vers une didactique de la codisciplinarité: notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. http://yves.chevallard.free.fr/.

Chevallard, Y. (2017). ¿Por qué enseñar matemáticas en secundaria? Una pregunta vital para los tiempos que se avecinan. *La Gaceta de la RSME, 20*(1), 159–169.

OPORTUNIDADES DE APRENDIZAJE COLABORATIVO DOCENTE EN LA TRANSICIÓN DE LA ESCUELA PRIMARIA A LA SECUNDARIA

Anahí L. Díaz, Eliana Gómez, Cintia Negrette y Gabriel Soto

Contacto: anahilucianadiaz@gmail.com
Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco

https://youtu.be/9svO5GdrwDw

RESUMEN

En este escrito presentamos un ciclo de nuestra investigación que inicia con el trabajo colaborativo entre docentes hasta una implementación en el aula. A lo largo de este pudimos caracterizar las prácticas matemáticas utilizadas por docentes de escuela primaria y secundaria basándonos en el modelo MTSK. Se diseñaron en forma colaborativa actividades para los estudiantes con la intención de hacer emerger diferentes conceptualizaciones de la multiplicación. Sus producciones dieron cuenta de la discontinuidad observada en las prácticas docentes. Consideramos que estas diferencias deben ser contempladas en el diseño colaborativo de actividades que ayuden a los estudiantes a cruzar la frontera entre la primaria y la secundaria.

INTRODUCCIÓN

Los estudiantes que transitan de la escuela primaria a la escuela secundaria encuentran cambios sociales, institucionales y académicos. Estos suelen corresponderse con las diferencias en las prácticas docentes que experimentan los alumnos, aun cuando existe una continuidad en los contenidos matemáticos abordados. Desde el año 2017, el dispositivo *(Des)-Haciendo Matemática* es un espacio de reflexión en el cual docentes en servicio de sexto grado del nivel primario, profesores de primer año de la escuela secundaria e investigadores reflexionan colaborativamente respecto a los problemas inherentes a la transición entre dichos niveles educativos (Soto et al, 2020). La reflexión crítica y colectiva respecto a los saberes involucrados y construidos en la práctica lo convirtieron en una *comunidad de aprendizaje profesional* (Goos, 2020). La continuidad de contenidos matemáticos entre sexto grado y primer año y las prácticas matemáticas puestas en juego por los docentes participantes, permitieron el diseño de problemas con la potencialidad de ayudar a los estudiantes a transitar la frontera entre la primaria y la secundaria.

MARCO TEÓRICO

Transitar los diferentes niveles del sistema educativo es un proceso de cambios constantes (Gueudet et al., 2016). La transición de la escuela primaria a la escuela secundaria define una *frontera* (Akkerman & Bakker, 2011) en la cual convergen diferentes prácticas socioculturales que generan discontinuidades en la acción e interacción. *Cruzar esta frontera* implica negociar y combinar estrategias para que las diferencias socioculturales puedan coexistir e identificar *objetos* que promuevan la construcción de puentes entre las diferentes prácticas que existen en la frontera (Akkerman & Bakker, 2011). Las comunidades de práctica profesional, como el dispositivo *(Des)haciendo matemática,* son ideales para identificar y tensionar estas discontinuidades. La actividad matemática, a través de la resolución de problemas, es el lenguaje natural de comunicación en la comunidad que consolidó la colaboración (Brodie, 2020) y permitió identificar a la *práctica matemática en la comunidad* como un *objeto* de frontera para el diseño de actividades que actúen como puentes para ser transitados por los estudiantes entre la escuela primaria y secundaria.

La caracterización de las prácticas observadas en la frontera se basó en el modelo del *conocimiento especializado de matemática para enseñar* (MTSK por sus siglas en inglés, Carrillo et al. (2018)). Este modelo organiza los saberes que un docente debe tener para enseñar matemática en dos grandes dominios: el conocimiento matemático y el conocimiento pedagógico didáctico, ambos atravesados por un conjunto de creencias o saberes experienciales sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Para caracterizar las prácticas matemáticas observadas en el dispositivo nos enfocamos en las dimensiones que componen el dominio conocimiento matemático del modelo MTSK: el *conocimiento de los temas matemáticos* respecto a conceptos, algoritmos, reglas, teoremas, etc.; *el conocimiento de estructura matemática* respecto a las conexiones entre diferentes temas matemáticos (por ejemplo fracciones, proporcionalidad y semejanza) y *el conocimiento del saber hacer matemático* (justificar, procesos de inducción y deducción, construir ejemplos y contraejemplos, procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producción matemática).

Aspectos metodológicos

Goodchild (2008) describe la *investigación del desarrollo* mediante dos ciclos diferenciados, el ciclo del desarrollo y el ciclo de la investigación que se alternan durante todo el proceso investigativo. En el ciclo del desarrollo se seleccionaron problemas/actividades a fin de ser analizados en el seno de la comunidad, con el objetivo de adecuarlos para llevarlos al aula. Se utilizaron cuadernos de observación (registros de clase) para documentar la planificación conjunta de la implementación de los problemas (*practical experiment*) y se presentaron los resultados de estas implementaciones en la comunidad para la reflexión colectiva. La observación no participante, directa y de corte cualitativa fue la herramienta principal para el análisis de los resultados presentados en este trabajo (Yuni y Urbano, 2014). Se utilizaron herramientas multimediales (audio/imagen) que actuaron como mediadores entre la observación propiamente dicha y la reconstrucción de la realidad observada. Luego nos dirigimos hacia el ciclo de investigación, en el cual se identifican herramientas teóricas para poder analizar lo observado en el ciclo de desarrollo.

Resultados

A continuación, presentamos parte del desarrollo del problema *Representar gráficamente la operación* $\frac{4}{9} \times 3$ que hemos utilizado para caracterizar las diferentes prácticas matemáticas existentes. Este problema se desarrolló en tres encuentros presenciales de tres horas cada uno, en los cuales los docentes resolvieron el problema, discutieron, reflexionaron respecto a las diferentes soluciones presentadas y planificaron de manera conjunta posibles implementaciones. La Figura 1 muestra las dos representaciones gráficas que surgieron de las resoluciones por parte de los docentes.

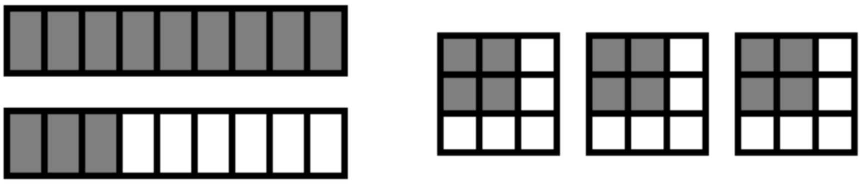


Figura 1. Representaciones gráficas asociadas a $\frac{4}{9} \times 3$. La representación de la izquierda fue presentada principalmente por docentes de secundaria y la de la derecha por docentes de primaria

La representación de la izquierda involucra saberes asociados a la multiplicación de fracciones pues los docentes primero hicieron la cuenta y luego representaron el resultado. Esta solución evidencia *conocimiento de temas matemáticos*. Ante la dificultad de no acordarse cómo se multiplican fracciones, varios docentes recurrieron a la multiplicación como sumas repetidas para poder resolver el problema evidenciando habilidades o estrategias para la resolución de problemas como parte integral del *saber hacer matemático*. La aparición de estas dos formas de dar respuesta al problema es indicativa de las diferencias en las prácticas matemáticas que se ponen en juego en la transición entre la escuela primaria y secundaria. Estas diferencias forman parte de los obstáculos que enfrentan los estudiantes durante esta transición. Una vez identificadas y coordinadas las soluciones del problema, los docentes diseñaron actividades y planificaron sus implementaciones para el aula en forma colaborativa para testear si lograban emerger ambos tipos de respuestas. Uno de los problemas fue: *Una fábrica tiene un tanque de agua que consume 4/9 de su capacidad diariamente. ¿Cuánto se consume por tres días?*

A priori, se esperaba el uso de la multiplicación de fracciones como herramienta de resolución. Compartiremos los demás problemas, con sus objetivos particulares, en la presentación. Las producciones de los estudiantes, tanto en sexto grado de primaria como en primer año de secundaria, reflejaron solo la utilización del modelo de sumas repetidas para resolver todos los problemas, aún aquellos alumnos que sabían multiplicar fracciones mediante el algoritmo. A partir de lo observado, los integrantes de la comunidad reforzaron la necesidad de seguir construyendo acuerdos colaborativos respecto a las decisiones didáctico-pedagógicas asociadas a las prácticas docentes.

CONCLUSIONES

El presente reporte describe la evolución de una actividad propuesta en el dispositivo (Des)haciendo Matemática desde su resolución por parte de los miembros de la comunidad, su adecuación para el aula hasta la resolución por parte de los estudiantes. En este proceso observamos que, a pesar de haber continuidad de contenidos en la frontera, las prácticas matemáticas puestas en juego mostraron discontinuidades en las conexiones /relaciones que existen entre los distintos sentidos de las operaciones. Estas diferencias de acción en las *prácticas matemáticas* como objeto de frontera, nos impulsan a continuar trabajando en el diseño colaborativo de actividades que tengan la potencialidad de establecer puentes entre dichas prácticas, y extender el análisis de las mismas con el resto de las dimensiones del modelo MTSK.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Akkerman, S.F. & Bakker, A. (2011). Boundary crossing and boundary objects. *Review of Educational Research*, *81*(2), 132-169.

Brodie, K. (2020). Resources for and From Collaboration: A Conceptual Framework. En H. Borko & D. Potari (Eds.) *The twenty fifth ICMI Study. Teachers of mathematics working and* *learning in collaborative groups.* (pp. 37-48). Atenas: National and Kapodistrian University of Athens.

Carrillo-Yáñez, J., Climent, C., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., … Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 236-253.

Goodchild, S. (2008). A quest for "good" research. En B. Jaworski & T. Wood (Eds.) The international handbook of mathematics teacher education. *The mathematics teacher educator as a Developing professional,* 4, pp. 201-220. Rotterdam: Sense Publishers.

Goos, M. (2020). Communities of Practice in Mathematics Teacher Education. En S. Lerman (Ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd Ed., pp. 107-110). Suiza: Springer Nature.

Gueudet, G., Bosch, M., DiSessa, A. A., Nam Kwon, O. & Verschaffel, L. (2016). Transitions in Mathematics Education. En G. Kaizer (Ed.) *ICME-13 Topical Surveys*. Suiza: Springer Nature: Suiza.

Soto, G., Negrette, C., Díaz, A. L. & Gómez, E. (2020). I Don't Know! What Do You Think? Why? Collaborative Work Between Primary and Secondary School Teachers. En H. Borko & D. Potari (Eds.) *The Twenty-Fifth ICMI Study. Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups.* (pp. 420-426). Atenas: National and Kapodistrian University of Athens.

Yuni, J. y Urbano, C. (2014). *Técnicas para investigar: recursos metodológicos para la preparación de proyectos de investigación.* Brujas.

POTENCIAL MATEMÁTICO Y REGISTROS DE REPRESENTACIÓN EN CONSIGNAS RELATIVAS A LÍMITE PUNTUAL

(1)***Adriana Favieri,*** (2)***Bibiana Iaffei y*** (3)***Patricia Cavatorta***

Contacto: patricia_cavatorta@hotmail.com
(1)Universidad Nacional de La Matanza – (2)Universidad Nacional del Litoral y CONICET –
(3)Universidad Nacional del Litoral

https://youtu.be/B-NYQ6iPTQ0

RESUMEN

Se analizan las posibilidades de exploración y argumentación que habilitan dos consignas de límite puntual; considerando los posibles registros de representación y el uso de GeoGebra en la resolución. Se concluye sobre el potencial matemático de las mismas.

INTRODUCCIÓN

Las consignas tienen un papel clave en la enseñanza, ayudan a orientar el proceso cognitivo y desarrollar estrategias de aprendizaje. En nuestra investigación estudiamos las vinculadas a la enseñanza de límite puntual de funciones reales de variable real. En este trabajo presentamos un breve análisis de dos consignas del libro “Cálculo: conceptos y contextos” de J. Stewart (2000), señalamos las posibilidades de exploración y argumentación que habilitan; considerando los posibles registros de representación y el uso de GeoGebra en la resolución. Por último, concluimos sobre el potencial matemático (PM) de dichas consignas.

ANTECEDENTES Y MARCO DE REFERENCIA

Algunas investigaciones estudian la implementación de propuestas para superar dificultades en el aprendizaje del límite (Radillo y González, 2014, Rodríguez et al., 2020); y otras caracterizan o identifican representaciones del concepto límite (Oviedo y Kanashiro, 2010, Gómez y Pantoja, 2013). No analizan el potencial matemático (PM) de consignas en relación con los registros de representación, objetivo de este trabajo.

Barreiro et al. (2016) definen el PM de una consigna a partir de las posibilidades de exploración y argumentación que propicia. Estas se reflejan en los diferentes caminos de resolución y en la no inclusión de los pasos a seguir para ello. Sostienen que, si en la resolución es posible utilizar TIC, su uso debe ser pertinente y significativo, la inclusión de tecnología debe permitir abordar aspectos matemáticos que sin ellas no sería sencillo hacerlo. Para interactuar con los objetos matemáticos es necesario representarlos, no son accesibles a la percepción. La distinción de las diferentes representaciones del objeto matemático es fundamental para su comprensión. Duval (2006) estableció como registros de representación de los objetos matemáticos al verbal, numérico, gráfico y analítico y definió dos clases de transformaciones; la conversión, que es el cambio de un registro a otro, y el tratamiento, que implica un trabajo dentro de un mismo registro. La combinación de varios registros de representación contribuye positivamente a la comprensión del objeto matemático.

METODOLOGÍA

La investigación es cualitativa y tiene distintas etapas: selección de consignas para la enseñanza de límite de libros sugeridos en Cálculo I (Profesorado en Matemática de la UNL); análisis de posibles resoluciones con y sin uso de software; y Valoración del PM. Exponemos un breve análisis de dos consignas del libro aludido, considerando los aportes teóricos mencionados y que las consignas podrían ser implementadas cuando los alumnos, que utilizan GeoGebra, aún no han aprendido técnicas para el cálculo de límite ni la definición métrica.

PRESENTACIÓN DE CONSIGNAS

Las dos consignas (imagen 1) corresponden a la sección introductoria de límite y métodos intuitivos para su cálculo. El autor indica el uso de un software graficador en la 2 y no en la 1.

Consigna 1 (p. 110)	Consigna 2 (p. 111)
Evalúe la función en los números dados (correcto hasta seis cifras decimales). Use los resultados para conjeturar el valor del límite o explique por qué no existe. $f(x) = \frac{x-1}{x^3-1}$ $x = 0{,}2; 0{,}4; 0{,}6; 0{,}8; 0{,}9; 0{,}99; 1{,}8; 1{,}6; 1{,}4; 1{,}2; 1{,}1; 1{,}01$ $\text{lím}_{x\to 1} \frac{x-1}{x^3-1}$.	a) Use evidencias numérica y gráfica para conjeturar el valor del límite $\text{lím}_{x\to 1} \frac{x^3-1}{\sqrt{x}-1}$ b) ¿Qué tan próximo tiene que estar x de 1 para garantizar que la función del inciso a) está a distancia menor que 0,5 de su límite?

Imagen 1. Consignas seleccionadas

ANÁLISIS

Consigna 1 (C1)	Consigna 2 (C2)
Registro de representación de presentación y posibilidad de cambio en su resolución	
Presentada en registro verbal, numérico y analítico. Indicaciones que sugieren una resolución desde un registro numérico, pues se solicita evaluar la función en los valores de x indicados y luego conjeturar a partir de ello. Podríamos decir que hay un tratamiento dentro del registro numérico para conjeturar el resultado de lo que está expresado en registro analítico.	Presentada en registro verbal y analítico. En a) hay sugerencias sobre el uso de registro numérico y gráfico. No sugiere uso de un registro particular en b). En a) se hará el tratamiento dentro de cada registro señalado, y habilita la posibilidad de conversión de registros para obtener una única conclusión, pues del trabajo numérico y gráfico se debe conjeturar el valor del límite dado en registro analítico. En b) se puede dar un tratamiento dentro de los registros: numérico, gráfico o analítico. Se pretende algún tratamiento en el analítico con miras a la construcción de la definición.
Indicaciones expresas sobre el uso de algún software	
No se indica, pero podría usarse. Es probable que el alumno use GeoGebra o calculadora para los cálculos.	Observamos indicaciones expresas sobre el uso de software graficador. El alumno usará GeoGebra para hacer los cálculos y los gráficos solicitados.
Posibilidades de exploración y argumentación	
Tal como se enuncia, habilita a una exploración débil, ya que sólo sería numérica y acotada a los números allí	En a) se invita a una exploración desde los registros numérico y gráfico sin direccionar, no se indica qué valores de x utilizar. No hay pedido de argumentación.

<table>
<tr><td>escritos; lo que indicaría los pasos a seguir en la resolución.

En cuanto a las posibilidades de argumentación, sólo solicita explicar en el caso de la no existencia del límite. En este caso el límite existe y es 1/3. Desde nuestra postura no habría argumentación, ya que no habría explicación de lo que se conjetura. De hecho, es probable que el alumno pueda establecer una conjetura incorrecta, por ejemplo: 0,3 o 0,33.</td><td>Se pretende implícitamente en b) que los estudiantes construyan la idea intuitiva de la definición métrica de límite: La distancia entre f(x) y 6 se hace menor que 0,5 siempre que x tenga una cierta proximidad a 1. La exploración puede darse desde o entre los tres registros señalados antes. La enunciación es interesante, necesariamente implica exploración y construcción de argumentos para dar respuesta. Sin embargo consideramos que la función no es adecuada pues, si se pretende que se halle una implicación entre desigualdades con valor absoluto, para introducir la definición métrica, el trabajo algebraico complejo y no inmediato obstruirá tal objetivo.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Oportunidad de uso de GeoGebra y su pertinencia y significatividad</td></tr>
<tr><td colspan="2">En GeoGebra, la formulación y el tratamiento en registros de representación: Numérico (RNGG), Gráfico (RGGG) y Analítico (RAGG) se dan mediante el uso de la hoja de cálculo, la vista gráfica y la vista algebraica respectivamente. Para los RNGG y RGGG se debe pasar por el RAGG, pues se necesita la expresión de la función.</td></tr>
<tr><td>Si bien se puede prescindir del uso del software para resolver, consideramos que la utilización de GeoGebra permitiría trabajar al menos en dos registros y podrían incrementarse las posibilidades de exploración y argumentación tendientes a construir más ideas en torno al concepto de límite.

En una resolución con lápiz y papel, realizando lo que se solicita, no es rápidamente detectable el valor del límite. Tampoco lo es desde RNGG, RGGG o RAGG. El valor propuesto quedaría en el plano de lo conjetural. Sin embargo, a través de un trabajo de tratamiento en RAGG, simplificando la función se puede determinar y justificar que el valor es 1/3; emergiendo un procedimiento usado en el cálculo de límites.</td><td>El uso del software se impone. Si no se impusiera, el alumno tendería a usarlo, pues no es sencillo identificar cómo graficar la función; y graficar usando una tabla de valores sería limitado y generaría incertidumbre. En a) el uso del software en el registro gráfico es imprescindible, no así para el registro numérico. Sin ningún tratamiento la respuesta se halla rápidamente. En b) el uso es imprescindible ya que el establecimiento de relaciones entre las distancias es limitado con una resolución con lápiz y papel. Si bien el software también trabaja con aproximaciones, un abordaje en paralelo en RGGG y RAGG puede aportar mejores aproximaciones a la posible respuesta, ya que permite evaluar más rápido en muchos puntos y disminuir el margen de error. Facilita también la comprensión de la implicación entre distancias, subyacente en la definición métrica de límite, pues trazando rectas paralelas a los ejes coordenados en los puntos de interés se pueden establecer relaciones de implicación entre las distancias de x a 1 y de las f(x) a 6.</td></tr>
</table>

RESULTADOS

La C1 direcciona la resolución e impone un registro de representación desde el cual trabajar, no da posibilidades de exploración y argumentación, y en este sentido su PM es pobre. Sin embargo, el abordaje de la misma con el uso de GeoGebra implica la aparición de otros registros y también tratamiento y conversión de los mismos, que permitirían pensar distintos aspectos del concepto de límite, y hallar un procedimiento para calcular el valor 1/3. La C2 a) solicita el trabajo dentro de dos registros mediante el uso de software, viéndose reducida la exploración gráfica, ya que GeoGebra grafica una función continua en x=1, por lo que los alumnos responderían visualizando su imagen. La C2 b) permite exploración y argumentación desde distintos registros (no impuestos), por ello se podría considerar que el PM es rico; sin embargo, podría fortalecerse si se considerase otra función que posibilite además la resolución algebraica para justificar lo solicitado. El PM es rico desde el punto de vista de cambios de registros y uso de software, pero pobre desde la resolución algebraica pues la relación entre el delta y el épsilon no es fácilmente deducible por el alumno.

CONCLUSIONES

En las consignas, el uso de GeoGebra es pertinente y significativo, posibilita exploración en varios registros de representación y construcción de argumentos respecto del concepto de límite y su cálculo; cuestión no necesariamente posible prescindiendo de su uso. Empero el PM de ambas se ve diluido, en C1 por su formulación y en C2 por la elección de la función.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barreiro, P., Leonian, P., Marino, T., Pochulu, M., y Rodríguez, M. (2016). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática*. Ediciones UNGS.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la RSME, 9*(1), 143-168.

Gómez, L., y Pantoja, Y. (2013). Límite de funciones, sistemas de representación y estándares de calidad: una metodología de análisis de textos escolares. *Sigma, 11*(1), 26-38.

Oviedo, L., y Kanashiro, A. (2010). Caracterización de distintos registros de representación del concepto de límite funcional en la bibliografía básica de Cálculo. *III REPEM -Memorias* (pp. 577-584). Argentina.

Radillo, M., y González, L. (2014). *Enseñanza del concepto de límite de una función mediante sus diversas representaciones semióticas, a nivel licenciatura.* En P. Lestón. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 853-861).

Rodríguez, L., Bravo, J., Pérez, A., y Rodríguez, N. (2020). El Geogebra como recurso didáctico para la comprensión de las formas indeterminadas del límite. En P. Balda, M. Parra y H. Sostenes (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 751-762).

Stewart, J. (2000). *Cálculo: conceptos y contextos.* 3ª edición. Thomsom.

DINÁMICA EN LAS CONCEPCIONES DEL INFINITO MATEMÁTICO EN CONTEXTO DEL NÚMERO REAL

(1),(2)***Andrea Rivera***, (1)***María Jesús Bianchi y*** (1),(2)***Virginia Montoro***

Contacto: andreb.rivera@gmail.com

(1)Universidad Nacional del Comahue – (2)CONICET

https://youtu.be/F_5hqTeIS6k

RESUMEN

Compartimos la descripción de la dinámica de las ideas de estudiantes sobre el concepto de infinito en contexto del número real. Analizamos dos entrevistas realizadas a dos parejas de estudiantes de la carrera Lic. en Biología, una de estudiantes de primer año y otra de estudiantes avanzados. Profundizamos en sus comprensiones sobre la representación decimal infinito-periódica de un número racional, la comparación de números con distintas notaciones y la comparación de conjuntos numéricos infinitos.

En la entrevista exploramos la dinámica de las concepciones de estos/estas estudiantes, indagando qué piensan sobre el infinito matemático, partiendo de sus respuestas escritas a las tareas de un cuestionario. Se observó que, si bien con la resolución de tareas en forma escrita e individual obtenemos información importante en cuanto a las concepciones de cada estudiante en un momento dado, ésta es una visión estática y parcial de las ideas que los/las estudiantes ponen en juego. La entrevista posibilitó explorar su pensamiento activamente y vislumbrar una amplia gama de representaciones en un mismo individuo. Describimos cómo conviven y se transforman dinámicamente diversas formas de comprender algunas nociones del infinito y los números reales.

INTRODUCCIÓN, MARCO TEÓRICO Y OBJETIVO

El número real es uno de los conceptos más útiles e importantes de la matemática, ya que sobre él se construye gran parte de la matemática contemporánea y es central en la enseñanza en las escuelas secundarias y en la universidad. Diversos estudios muestran que la comprensión de los números reales involucra importantes obstáculos epistemológicos, entre los que se destaca la dificultad para concebir el infinito actual, noción contraintuitiva de particular complejidad epistemológica, cognitiva y educativa (Arrigo, D'Amore y Sbaragli, 2011; Fischbein et al., 1995; Juan et al., 2012; Montoro, 2005; Montoro et al., 2016).

Desde la investigación en educación matemática, diversos autores se han ocupado de establecer las relaciones entre el conocimiento personal (concepciones) y el conocimiento legitimado y objetivado por una comunidad de especialistas (concepto) (Sfard, 2010; entre otros). Respecto a las concepciones del infinito en estudiantes de secundaria y de universidad, hemos encontrado, en la bibliografía, que los/las estudiantes más jóvenes o con menor estudio de matemática suelen mostrar inseguridad o resistencia frente a la posibilidad de la existencia de colecciones infinitas (Juan et al., 2012) o consideran al infinito como indefinido (Belmonte y Sierra, 2011). Dos visiones finitistas muy frecuentes en los estudiantes son: concebir el infinito como un número muy grande (Fischbein et al., 1979; Monaghan, 2001; Montoro, 2005; Juan et al., 2012) o extender propiedades de los conjuntos finitos a los conjuntos infinitos (Fischbein et al., 1979; Waldegg, 1993). Entre los/las estudiantes que aceptan la posibilidad de colecciones infinitas se ha identificado la concepción en la que se considera una única cantidad infinita (Arrigo y D´Amore, 2004; Fischbein et al., 1979) y, muy minoritariamente, la concepción de infinito actual, sólo presente en universitarios (Moreno-Armella y Waldegg, 1991; Montoro y Juan, 2013; Montoro et al., 2016).

Presentamos en esta ponencia, un adelanto de un estudio que tiene por objetivo estudiar la dinámica de las ideas de estudiantes de quinto año de secundaria y universitarios de carreras en la que matemática tiene distinta centralidad sobre el infinito matemático con relación al número real, realizado en el marco del proyecto "Estudio Cognitivo-Educativo sobre Números Reales"[1].

METODOLOGÍA

Participantes: Para la presente ponencia los/las participantes fueron dos parejas de estudiantes de la carrera Licenciatura en Biología: una de primer año y otra de avanzados.

Relevamiento de la información: Se utilizaron dos instrumentos de manera no simultánea: un cuestionario escrito y entrevistas semiestructuradas y video-filmadas. El cuestionario consta de 10 tareas relacionadas con distintos aspectos del número real y el infinito matemático. A la semana de haber contestado el cuestionario, se entrevistó a las parejas de estudiantes en busca de profundizar en la dinámica de sus comprensiones sobre el número real y su relación con el infinito actual. El mismo cuestionario lo hemos aplicado (en un trabajo anterior) a 307 estudiantes de secundaria y universitarios de distintas carreras. Resultando del mismo una caracterización de las respuestas en relación con las comprensiones de los/las estudiantes sobre estos temas que ofrece un instrumento para caracterizar, en primera instancia, las respuestas de los/las entrevistados/as.

Tareas: a continuación, describimos las tres tareas analizadas.

Tarea 1: se solicita respondan en cuál de los números ($0,\widehat{3}$ y $0,\widehat{32}$) hay más cantidad de cifras 3. Se dan 5 opciones de respuesta: *hay más cantidad* de elementos en una colección que en la otra, *hay igual cantidad* en ambas, *no se pueden comparar* y la opción *no sé*.

Tarea 2: demanda que se comparen los números $0,\widehat{9}$ *y* 1. Se les da 6 opciones de respuesta: $0,\widehat{9}$ *es menor que 1,* $0,\widehat{9}$ *es mayor que 1,* $0,\widehat{9}$ *es igual a 1, no se pueden comparar, otra posibilidad* y la opción *no sé.*

Tarea 3: requiere que se comparen parejas de conjuntos infinitos de números, para cada pareja de conjuntos se les da las siguientes opciones: *el primero es más abundante, el segundo es más abundante, son igual de abundantes, no se puede comparar* y *no sé.*

Las tres tareas solicitan que se justifique la opción seleccionada como respuesta.

Procedimiento de análisis: en una primera instancia, se clasificaron las respuestas al cuestionario dadas por los/las estudiantes en base a la categorización de respuestas a las tareas realizada en el estudio previo (sobre 307 estudiantes). En una segunda instancia, se realizó la determinación, en las entrevistas, de los episodios relevantes para este estudio, describiendo, discutiendo y analizando cualitativamente los mismos a fin de observar la evolución de las concepciones personales en interacción con el compañero/a y la entrevistadora, atentas al proceso de comprensión de los/las estudiantes respecto del infinito.

DISCUSIÓN Y RESULTADOS

En el trabajo se da cuenta de resultados sobre el cambio y la coexistencia de las concepciones de cada estudiante a partir del intercambio en la entrevista. Realizamos un microanálisis donde cada episodio es discutido de manera que las distintas concepciones identificadas son clasificadas a partir de la categorización mencionada, buscando mostrar qué circunstancias de la entrevista hicieron que los/las estudiantes transformaran sus concepciones. Para evidenciar esto, se presentan las transcripciones literales de los episodios que reflejan estos cambios en las concepciones y la convivencia en un mismo/a estudiante de compresiones distintas y a veces contradictorias. También, se da cuenta de momentos que muestran cómo determinada concepción se convierte en obstáculo o facilita una comprensión más profunda del tema. Por cuestiones de espacio no estos resultados y su discusión no son presentadas aquí.

CONCLUSIONES

Observamos diferentes concepciones sobre el infinito conviviendo en un mismo/a estudiante y cambiando activamente durante el proceso de explicitación de las ideas, mostrando que la noción de infinito es lábil y de gran complejidad cognitiva. Muchas veces, los/las participantes manifiestan concepciones más avanzadas respecto de la observada en su respuesta inicial del cuestionario, pero al seguir la entrevista, vuelven a sus ideas iniciales. Esto muestra que ciertas concepciones están muy arraigadas. En este sentido, resulta fundamental hablar y reflexionar sobre este concepto para desnaturalizar ideas que obstaculicen su comprensión.

A menudo encontramos que, aunque las respuestas de los/las participantes al cuestionario previo tenían una base finitista, las ideas evolucionan, en numerosos episodios de la entrevista, hacia un estadio intermedio sobre la consideración del infinito: *noción de infinito como indefinido* o *no se puede operar con infinito*. Pareciera el resultado de una contraposición de visiones finitistas previas y una primera visualización del infinito potencial.

Durante la entrevista, notamos que las expresiones "tiende a" o "se acerca tanto como quiere, pero no llega", utilizadas al aprender límites en materias de Análisis Matemático, fortalecen la idea de infinito potencial. Asimismo, la escritura del 0,99… con puntos suspensivos aporta a la misma idea, dificultando la evolución en la comprensión del infinito matemático.

Las respuestas de los/las participantes se ven modificadas y, a menudo, avanzan en la profundidad de las ideas con el desarrollo de la entrevista. Lo que pone de manifiesto que explicitar las ideas de los/las estudiantes, permite el intercambio didáctico necesario para asistirlos en sus aprendizajes de conceptos tan abstractos y lábiles como los descriptos.

Resulta interesante señalar que los cuatro entrevistados expresaron justificaciones refiriéndose a "escala", "aproximación", "redondeo", "medición" lo cual creemos que tiene relación con su formación de base, la Biología, donde la matemática tiene un carácter utilitario, presentándose como "finitistas por elección".

Destacamos la entrevista como instrumento de relevamiento de información, ya que nos permitió rescatar el discurso de los/las participantes sobre los conceptos indagados, brindándonos una perspectiva global y dinámica de los mismos, pudiendo ir más allá de una primera visión estática de las concepciones de estos/as estudiantes, evidenciada en sus respuestas al cuestionario.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arrigo, G., y D´Amore, B. (2004). Otros hallazgos sobre los obstáculos en la comprensión de algunos teoremas de Georg Cantor. *Educación Matemática, 16*(2), 5-19.

Arrigo, G., D'Amore, B., y Sbaragli S. (2011). *Infinitos infinitos. Historia, filosofía y didáctica del infinito matemático*. Ediciones Didácticas Magisterio.

Belmonte, J. L., y Sierra, M. (2011). Modelos intuitivos del infinito y patrones de evolución nivelar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. RELIME, 14*(2), 139-171.

Fischbein Y., Jehiam, R., & Cohen, D. (1995). The concept of irrational numbers en high-school students and prospective teachers. *Educational Studies in Mathematics, 29*, 29–44.

Fischbein, E., Tirosh, D., & Hess, P. (1979). The intuition of infinity. *Educational Studies in Mathematics, 10*, 3-40. https://doi.org/10.1007/BF00311173.

Juan, M. T., Montoro, V., y Scheuer, N. (2012). Colecciones infinitas. Ideas de estudiantes de escuelas secundarias. *Educación Matemática*, *24*(2), 61-90.

Monaghan, J. (2001). Young People's Ideas of Infinity. *Educational Studies in Mathematics 48*, 239-257. https://doi.org/10.1023/A:1016090925967.

Montoro, V. (2005). Al infinito y más acá: concepciones de estudiantes universitarios. *Infancia y Aprendizaje*, *28*(4), 409-427. ISSN:0210-3702.

Montoro, V., y Juan, M. T. (24/09/2013). *Representaciones de los estudiantes respecto de la notación decimal infinita* [Ponencia]. Reunión anual de Educación Matemática – Unión Matemática Argentina. Universidad Nacional del Rosario. Rosario, Santa Fe, Argentina.

Montoro, V., Scheuer, N., y Pérez-Echeverría, M. P. (2016). ¿Cuán abundantes son los conjuntos de números? Estudiantes comparando infinitos. *Educación Matemática*, *28*(3),145-174.

Moreno-Armella, L., & Waldegg. G. (1991). The Conceptual Evolution of Actual Mathematical Infinity. *Educational Studies in Mathematics*, *22,* 211-231.

Sfard, A. (2010). A Theory Bite on Infinity: A Companion to Falk. *Cognition and Instruction*, *28*(2), 210-218. https://doi.org/10.1080/07370001003676637.

Waldegg, G. (1993). La comparaison des ensembles infinis: un cas de résistance à l'instruction. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives*, *5*, 19-36.

DISEÑO DE PROPUESTAS DE ENSEÑANZA BAJO REQUERIMIENTOS DIDÁCTICO-MATEMÁTICOS. UN PROCESO DE SELECCIÓN

[(1)]***Cristina Camós y*** [(2)]***Vilma Colombano***

Contacto: vcolomba@campus.ungs.edu.ar

[(1)]Universidad Abierta Interamericana – [(2)]Universidad Nacional de General Sarmiento

https://youtu.be/v7E03HoWGM0

RESUMEN

Presentamos en este trabajo un estudio que tiene la finalidad de seleccionar docentes que hayan diseñado íntegramente propuestas didácticas de asignaturas de matemática debiendo atenerse a requerimientos impuestos, de índole matemático o didáctico. El interés que nos ha movilizado es poder estudiar, en tales docentes, los conocimientos que se ponen en juego en esa compleja tarea. El estudio es de tipo cualitativo y está planteado en tres etapas, una de las cuales requiere evaluar la coherencia entre los distintos componentes de la propuesta y el requerimiento. Presentamos el marco teórico, describimos las etapas y los instrumentos utilizados y ejemplificamos brevemente la selección de uno de los docentes.

INTRODUCCIÓN

En los últimos tiempos ha habido nuevos planteos para encarar la enseñanza de la matemática tanto a nivel medio como superior. Tales planteos, muchas veces fruto de largas discusiones entre especialistas en un campo, o de resultados de investigaciones, establecen requerimientos didáctico-matemáticos de distinto tipo que el docente a cargo de una materia tendría que atender en su propuesta de enseñanza. Este hecho pone a la luz la necesidad, tanto a nivel medio como superior, de que los docentes a cargo de asignaturas de matemática puedan adaptar y/o diseñar sus propuestas de enseñanza para dar respuesta a tales requerimientos.

Para diseñar una propuesta didáctica, el docente pone en juego un posicionamiento con respecto a la enseñanza y aprendizaje de la matemática -explícito o implícito, que le permite proponer metas de aprendizaje que inciden o condicionan sus decisiones.

Con la perspectiva de estudiar los conocimientos que los docentes ponen en juego para esa tarea, nos resulta imprescindible identificar docentes que hayan diseñado propuestas de enseñanza de matemática que, efectivamente, respondan a los requerimientos didáctico-matemáticos recibidos. Presentamos el trabajo realizado para la selección de tales casos.

MARCO TEÓRICO

Presentamos los elementos teóricos de este trabajo, no así el estado del arte, por una cuestión de espacio. Nos referimos a *requerimiento didáctico-matemático* (o simplemente *requerimiento*) a una pauta de índole didáctico-matemático que se debe atender más allá de los contenidos mínimos. Por ejemplo: obligatoriedad/prohibición de uso de ciertos recursos en el aula, enmarcarse en un enfoque teórico de Educación Matemática, incluir un cierto tipo de metas del estudiante (objetivos, competencias), entre otros. Consideramos que un requerimiento puede ser impuesto de manera explícita o implícita por una institución, o autoimpuesto, por convicción de los docentes en función de sus conocimientos didácticos y/o matemáticos. En este trabajo consideramos que un *caso* está conformado por: *una institución,* en la que hay expresado un requerimiento didáctico matemático para una asignatura de matemática; este *requerimiento*, la *asignatura,* el *docente* (o equipo) que diseña y la *propuesta didáctica* (o *propuesta de enseñanza*).

Por su parte, la *propuesta didáctica* la concebimos abarcando distintos momentos del trabajo docente. Al respecto, tomamos como referencia el *modelo de planos de la formación docente* (Rodríguez et al., 2019).

Allí se detalla cómo un docente trabaja cuando enseña matemática (puede verse en la referencia lo relativo al plano 1, allí indicado) desde la planificación global expresada en el programa de la materia, el posicionamiento del docente, las metas de aprendizaje, el diseño de instrumentos (actividades, sistema de evaluación, etc.), gestión de la clase, y la reflexión y evaluación sobre la coherencia de su propuesta y de cómo resultó la implementación (ver Imagen 1).

Imagen 1: momentos de trabajo del docente, del plano 1 del modelo de planos (fuente: Rodríguez et al., 2019, p.88)

Con este marco, expresamos el objetivo abordado en este trabajo: *seleccionar un corpus de casos en los que la propuesta didáctica responde coherentemente al requerimiento didáctico-matemático.* La coherencia, asunto clave en este estudio como enfatizaremos en adelante, es aquí entendida, en el marco del modelo de planos recién mencionado, entre las partes que constituyen la propuesta y respecto del requerimiento recibido el cual se ubica en el posicionamiento, metas o gestión de la clase, según el caso.

METODOLOGÍA, DESARROLLO Y RESULTADOS

La perspectiva metodológica asumida ha sido de tipo cualitativa e interpretativa y organizamos el trabajo en tres etapas. La **etapa 1** es la *identificación de posibles casos*. El punto de partida fue identificar posibles casos a los que tuviéramos acceso. Esto incluye no solo contactar docentes que nos habiliten, luego, a seguir el estudio con cada uno, sino tener acceso a su propuesta didáctica (materiales, clases, guías de actividades, programa, etc.) y que hayan recibido, o se hayan impuesto, algún requerimiento que atender. Esta etapa no fue compleja, dado que el equipo de investigación es numeroso, de distintas instituciones del país y pudimos contar con docentes que accedieron a colaborar. Ejemplificamos con Matemática (Tecnicatura Superior en Gestión y Administración de las Organizaciones- Instituto de Educación Superior del Centro de la República - Villa María, Córdoba).

La **etapa 2** es el *acopio de documentación del caso.* Dado que nuestro contacto es el docente, sistematizamos los datos que debíamos solicitarle a cada uno, mediante un protocolo que pide:

a) descripción del contexto (institución, materia, año del plan de estudios y carrera/s a la que está dirigida, organización, cantidad de horas, población de estudiantes a la que está dirigida, etc.); b) requerimientos didáctico-matemáticos tal como fueron recibidos; c) cuestiones teóricas subyacentes al requerimiento (si el docente recibió materiales, capacitaciones, textos, etc.) o si buscó información para comprender lo solicitado, d) materiales escritos de su propuesta didáctica (el programa de la materia, material para docentes, guías de actividades, evaluaciones propuestas, etc.).

La **etapa 3** es el *análisis de coherencia de la propuesta didáctica respecto del requerimiento.* Para analizar la coherencia, iniciamos por comprender el requerimiento desde los sustentos teóricos del mismo, explícitos o subyacentes (lectura bibliográfica). A partir de allí, el análisis estuvo regido por la búsqueda de evidencias de que la propuesta didáctica efectivamente responde al requerimiento. Para ello, recorrimos los distintos elementos que la componen, en términos de los elementos del modelo de planos que hemos señalado en el marco teórico, para identificar vínculos con el requerimiento. Iniciamos por la documentación escrita[3] y, como esta no plasma la totalidad de las decisiones asumidas, y muchas veces no explicita razones o fundamentaciones, mantuvimos una entrevista con cada docente. Diseñamos cada entrevista con un protocolo semi-estructurado. Cada pregunta se planteó de modo de forzar la explicitación de la relación entre distintos elementos de la propuesta didáctica y el requerimiento. Las mismas se realizaron a través de una plataforma de videoconferencias y fueron grabadas.

Ejemplificamos el trabajo realizado en la etapa 3 con el docente de la materia Matemática mencionada en la Etapa 1. Pertenece al primer año de la carrera y es un espacio anual de 2 horas reloj por semana. Ingresan aproximadamente 50 alumnos por año. El *requerimiento* que recibió el docente fue a través de la Resolución 681/12, un documento de la Inspección Técnica Superior del año 2018 y otras orientaciones que incluimos, resumidamente, a continuación. La formación debe ser abordada desde una perspectiva sistémica, articulada entre espacios curriculares, basados en la resolución de actividades o situaciones gradualizadas en complejidad y referidas al campo profesional / Atender a la integración de espacios curriculares / Usar ejemplos concretos en las prácticas formativas (PF) o visitas a futuros entornos de trabajo / Gestionar el curriculum de modo integral y articulado respecto del perfil de la carrera / Abordar PF que se relacionen y diferencien de las Prácticas Profesionalizantes (PP) / etc.

A partir de allí, el docente interpreta y adapta para la materia, estableciendo como posicionamientos que responden a los requerimientos. Estos son: trabajar desde Matemática para el campo profesional, interactuar con colegas de otras asignaturas, realizar planificaciones conjuntas, explicitar cada contenido a qué parte del perfil profesional responde, desarrollar PF que contribuyan a las PP, entre otros.

Para dar detalles, mostramos cómo responde a la última mencionada. En la entrevista nos comparte lo que las PP expresan (Imagen 2) y los contenidos que recibe (Imagen 3).

Práctica Profesionalizante
- Administrar y gestionar las compras
- Organizar y operar la registración contable
- Gestionar y operar la comercialización, el marketing y las ventas
- Administrar y gestionar los recursos humanos y los materiales
- Administrar y gestionar los fondos y las finanzas
- Administrar la producción
- Planificar, organizar y gestionar sus propios emprendimientos

Imagen 2: Práctica Profesionalizante a la que Matemática debe responder

Tasas de interés. Amortización. Máximos y Mínimos. Ecuaciones; Inecuaciones. Resolución de problemas aplicados a la Administración y Economía usando planillas de cálculo y software específico. Función lineal. Función cuadrática. Función Exponencial y logarítmica. Representación gráfica de las diferentes funciones y actividades de modelización relacionada a economía, gestión y administración; oferta, demanda, costo-ingreso y beneficio, intereses simples y compuestos, descuentos simples y compuestos (ejemplos orientadores).

Imagen 3: Contenidos mínimos de Matemática con los que se responderá a la Práctica de la Figura 1

Compartimos un Trabajo Práctico (elemento de IM1) a continuación. Encuadra el trabajo en un estudio de caso, donde realizarán una PF que pondrá en juego competencias que se corresponden parcialmente con uno de los alcances establecidos para el perfil de la carrera Administrar y

[3] El trabajo lo desarrollamos durante 2020, sin clases presenciales, por lo que la gestión de la clase quedó relegada.

gestionar los fondos y las finanzas. Establece el objetivo: utilizar adecuadamente herramientas de cálculo financiero para evaluar inversiones de dinero. La consigna expresa: considerar que ganaron un premio de la lotería con fecha 27/12/19, analizar y fundamentar cuál o cuáles son las mejores inversiones hasta la fecha. Da indicaciones sobre la estructura del trabajo e incluye una rúbrica para la evaluación. Menciona que, para el armado de este TP, debió interactuar con docentes de otras asignaturas, reflexionar y apropiarse de conceptos no matemáticos (lebac, leliq, etc.). Posicionamiento, metas, instrumentos, etc. resultan en consonancia con el requerimiento, cuestión que el propio docente fundamentó en la entrevista y que no podemos ejemplificar, por cuestión de espacio.

A modo de cierre, mencionamos que este caso es uno de los que hemos seleccionado y tenemos por delante el trabajo de estudiar los tipos de conocimientos que ha puesto en juego en la tarea del diseño de la propuesta didáctica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Rodríguez, M., Pochulu, M., y Fierro, M. (2019). Modelo de planos de formación docente para abordar distintos roles del profesor de matemática. *Revista Electrónica De Divulgación De Metodologías Emergentes En El Desarrollo De Las STEM*, *1*(1), 84-103. http://www.revistas.unp.edu.ar/index.php/rediunp/article/view/95.

CARACTERIZACIÓN DE LAS PRÁCTICAS MATEMÁTICAS EN LA TRANSICIÓN DE LA ESCUELA PRIMARIA A LA ESCUELA SECUNDARIA

[2]***Laura Carrasco***, [1]***Luciana Díaz***, [2]***Laura Espinoza,*** [1]***Eliana Gómez,*** [1]***Cintia Negrette,*** [2]***Gabriela Rodríguez y*** [1]***Gabriel Soto***

Contacto: gsoto@unpata.edu.ar

[1]Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco –[2]Supervisión Regional VI, Ministerio de Educación del Chubut

https://youtu.be/dwkBjJ3CDyY

RESUMEN

En este trabajo presentamos resultados de una investigación en curso en el cual las prácticas matemáticas, utilizadas por docentes de la escuela primaria y secundaria, se vuelven insumos para el diseño de actividades que ayuden a los estudiantes a transitar el cambio de la escuela primaria a la escuela secundaria en un ambiente de colaboración remoto.

INTRODUCCIÓN

Los estudiantes que transitan de la escuela primaria a la escuela secundaria se enfrentan a cambios sociales, institucionales y académicos. Estos cambios suelen corresponderse con las diferencias en las prácticas docentes que experimentan los alumnos, aun cuando existe una continuidad en los contenidos matemáticos abordados. Desde el año 2017, el dispositivo *(Des)-Haciendo Matemática* es un espacio de reflexión en el cual docentes en servicio de sexto grado del nivel primario, profesores de primer año de la escuela secundaria e investigadores reflexionan colaborativamente respecto a los problemas inherentes a la transición entre dichos niveles educativos (Soto et al., 2020). A raíz de la situación de excepcionalidad que atravesamos desde marzo del 2020, el dispositivo se transformó en un espacio de reflexión colectivo virtual en el cual docentes en servicio de sexto grado del nivel primario, profesores de primer año de la escuela secundaria de la provincia del Chubut, e investigadores reflexionan colaborativamente respecto a los problemas inherentes a la transición entre dichos niveles educativos. En este trabajo presentamos una descripción cualitativa de algunas reflexiones colectivas que permiten caracterizar las prácticas matemáticas que ocurren en la transición entre la escuela primaria y secundaria.

MARCO TEÓRICO

Transitar los diferentes niveles del sistema educativo (inicial, primario, secundario y superior) es un proceso de cambios constantes (Gueudet et al., 2016). La matemática no está ajena a los cambios que ocurren durante este proceso. La transición de la escuela primaria a la escuela secundaria define una *frontera* (Akkerman & Bakker, 2011) en la cual convergen diferentes prácticas socioculturales que generan discontinuidades en la acción y la interacción. *Cruzar esta frontera* implica negociar y combinar estrategias para que las diferencias socioculturales puedan coexistir, e identificar *objetos* que promuevan la construcción de puentes entre las diferentes prácticas que existen en ella (Akkerman & Bakker, 2011). Las comunidades de práctica profesional, como el dispositivo *(Des)haciendo matemática*, son ideales para resolver las discontinuidades en las diferencias emergentes de la diversidad de identidades profesionales que conviven en él. La actividad matemática, a través de la resolución de problemas se transformó en un recurso para entender y consolidar la colaboración (Brodie, 2020). Además, permitió identificar a la *práctica matemática emergente en la comunidad* como un objeto de frontera para el diseño de actividades que actúen como puentes para ser transitados por los estudiantes entre la escuela primaria y secundaria.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Goodchild (2008) describe la *investigación del desarrollo* mediante dos ciclos diferenciados, el ciclo del desarrollo y el ciclo de la investigación que se alternan durante todo el proceso investigativo. Esta metodología se corresponde naturalmente con la práctica docente pues contiene períodos de investigación y de desarrollo y otros de implementación y evaluación; en la práctica pensamos y hacemos; planeamos y testeamos, acciones básicas de la vida misma. Para el análisis de nuestro objeto de estudio, durante el ciclo del desarrollo se seleccionaron problemas/actividades a fin de ser analizados en el seno de la comunidad, con el objetivo de decidir colectivamente su implementación en el aula. Se utilizaron cuadernos de observación (registros de clases) para la planificación conjunta de la implementación de los problemas (*practical experiment*) y se presentaron los resultados de estas implementaciones en el seno de la comunidad para la reflexión colectiva. Se utilizaron herramientas multimediales (audio/imagen) que actuaron como mediadores entre la observación propiamente dicha y la reconstrucción de la realidad observada. A partir de la observación, nos dirigimos hacia el ciclo de investigación, en el cual identificamos y seleccionamos fundamentos teóricos para analizar nuestro objeto de estudio en términos de alineamiento crítico en una comunidad (Goodchild et al., 2013) y de los conocimientos matemáticos para la enseñanza puestos en juego (Carrillo et al., 2018).

RESULTADOS

Uno de los problemas propuestos a los docentes participantes fue el *problema de los vasos* (Soto et al., 2020):

> *En un encuentro con un jeque árabe se le plantea a Beremís el siguiente problema. Tres hombres recibirían como pago de un servicio una partida de vino compuesta de 21 vasos iguales, estando 7 llenos, 7 medio llenos y 7 vacíos. Quieren ahora dividir los 21 vasos de manera que cada uno reciba el mismo número de vasos y la misma cantidad de vino.*

Este problema nos permitió identificar prácticas matemáticas diferenciadas entre los docentes de primaria y secundaria, como se muestra a continuación

> *D3: Hay que hacer un cálculo combinado para que esté bien. Yo hice* $(7 \times 1 + 7 \times \frac{1}{2} + 7 \times 0) \div 3$

> *D4: Yo obtuve una solución gráficamente, pero no sé cómo pasarla a una cuenta. No sé si estará bien.*

D3 (docente de secundaria) sostiene que para que la solución sea correcta hay que hacer una cuenta. D4 (docente de primaria) sostiene que su solución no puede ser válida pues no la puede representar simbólicamente. En el siguiente diálogo, D1 (docente de secundaria) y D5 (docente de primaria) tienen el siguiente intercambio

D1: ¡El resultado es $3\frac{1}{2}$vasos! -mostrando la cuenta hecha en papel.

D5: No puede ser la respuesta pues tienen que recibir la misma cantidad de vasos. Yo lo hice gráficamente

D1 sostiene la validez de su respuesta pues se basa en una cuenta. Sin embargo, D5 puede interpelar la solución del colega aun cuando la haya obtenido gráficamente. Esta diversidad de soluciones y validaciones ha sido observada sistemáticamente desde el inicio del dispositivo: los docentes de primaria obtienen soluciones por exploración mientras que los docentes de secundaria basan sus argumentos solo en las cuentas.

CONCLUSIONES

El presente reporte describe el trabajo investigativo en desarrollo respecto al diseño de actividades matemáticas como recursos para el desarrollo profesional en comunidades de prácticas de aprendizaje. La idea de frontera y sus objetos entre la escuela primaria y secundaria resultan relevantes al momento de diseñar actividades matemáticas para consolidar el trabajo colaborativo y aportar herramientas que permitan salvar las discontinuidades en la acción e interacción entre ambos niveles. Si bien los docentes coinciden en que los contenidos matemáticos son similares, las prácticas matemáticas que pusieron en juego los participantes tenían características diferentes. La exploración y búsqueda de casos particulares es una práctica matemática común en los docentes de escuela primaria participantes. En cambio, los profesores de secundaria utilizan el cálculo aritmético y algebraico como una práctica casi exclusiva. Esta diferencia ha promovido la reflexión individual y colectiva respecto a las prácticas y saberes matemáticos utilizados (Soto et al., 2020).

El trabajo colaborativo ha sido sin dudas uno de los protagonistas en la reconfiguración de los espacios de enseñanza que ocurrieron en la excepcionalidad que vivimos a partir de la pandemia (Drijvers, 2020; Espinoza, 2020). Mantener estos espacios de reflexión colectiva es fundamental para revalorizar la profesión docente.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Akkerman, S. F., & Bakker, A. (2011). Boundary crossing and boundary objects. *Review of Educational Research*, *81*(2), 132-169.

Attard, C. (2010). Students' experiences of mathematics during the transition from primary to secondary school. En L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education* (pp. 53–60). Fremantle: MERGA.

Brodie, K. (2020). Resources For and From Collaboration: A Conceptual Framework. En H. Borko y D. Potari (Eds.) *The twenty fifth ICMI Study. Teachers of mathematics working and learning in collaborative groups.* (pp. 37-48). Atenas: National and Kapodistrian University of Athens.

Carrillo-Yañez, J., Climent, C., Montes, M., Contreras, L.C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., … Muñoz-Catalán, M.C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(1), 1-18.

Math@Distance: Distance Mathematics Teaching During COVID-19 Lockdown. (2020, 9 julio). The national academies of sciences engineering and medicine. https://www.nationalacademies.org/event/07-09-2020/math-distance-distance-mathematics-teaching-during-covid-19-lockdown

Espinoza, L. (2020). Intercambio de experiencias en la excepcionalidad. Conversatorio REM. https://www.youtube.com/watch?v=7HuFKvEGac0&t=13s&ab_channel=virtUMA2020

Fiorentini, D. (2013). Learning and professional development of the mathematics teacher in research communities. *Journal of Education*, *1*(3), 152-181.

Goodchild, S. (2008). A quest for "good" research. En B. Jaworski & T. Wood (Eds.) The international handbook of mathematics teacher education. *The mathematics teacher educator as a Developing professional*, (Vol. 4, pp. 201-220). Rotterdam: Sense Publishers.

Goodchild, S., Fuglestad, A.B., & Jaworski, B. (2013). Critical alignment in inquiry-based practice in developing mathematics teaching. *Educational Studies in Mathematics*, *84*(3), 393 - 412.

Goos, M. (2020). Communities of Practice in Mathematics Teacher Education. En S. Lerman (Ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd Ed., pp. 107-110). Suiza: Springer Nature.

Gueudet, G., Bosch, M., diSessa, A.A., Nam Kwon, O., & Verschaffel, L. (2016). Transitions in Mathematics Education. En G. Kaizer (Ed.) *ICME-13 Topical Surveys*. Suiza: Springer Nature: Suiza.

Soto, G., Negrette, C., Díaz, A. L., & Gómez, E. (2020). I Don't Know! What Do You Think? Why? Collaborative Work Between Primary and Secondary School Teachers. En H. Borko y D. Potari (Eds.) *The Twenty-Fifth ICMI Study. Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups.* (pp. 420-426). Atenas: National and Kapodistrian University of Athens.

PLANIFICACIÓN DOCENTE EN RELACIÓN CON LA PROPUESTA PARAGUAYA EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA

(1)***Vilma Enciso,*** (2)***Adilio Lezcano y*** (3)***Mabel Rodríguez***

Contacto: vilma_enciso@yahoo.com.ar

(1),(2)Universidad Nacional del Pilar – (3)Universidad Nacional de General Sarmiento

https://youtu.be/pTxHAfGtGeM

RESUMEN

En este trabajo abordamos un estudio sobre el uso de la resolución de problemas en clases de matemática en instituciones educativas de enseñanza media de Ñeembucú de la República del Paraguay. El Ministerio de Educación y Ciencias (MEC), adopta la Resolución de Problemas (RP) como una estrategia para la enseñanza de la Matemática, y también como objetivo de aprendizaje. Nos interesa conocer en qué medida docentes en ejercicio implementan laresolución de problemas en clases de matemática de nivel medio y, cuando es el caso, de qué modo. El diseño de la investigación es descriptivo con un enfoque cualitativo.

INTRODUCCIÓN

El órgano rector de la educación en el Paraguay es el MEC. En su programa de estudio para la enseñanza de la matemática, declara su intención de trabajar la RP. Con la intención de impactar en las aulas de nivel medio, ha generado textos, tanto para docentes como para estudiantes, que se han distribuido gratuitamente a lo largo del país. Los docentes en ejercicio,asumen como punto de partida que estos materiales responden a la perspectiva de esta línea y les ofrecerían orientación y guía para implementarla en sus clases. Los docentes, como ejecutores del programa, se proponen orientar sus acciones planificándolas bajo esta perspectiva, a los efectos de quedar en sintonía con lo que el MEC demanda. No obstante, se requiere la comprensión del enfoque, el manejo de los materiales recibidos y la certeza de queestos efectivamente son una herramienta útil para enseñar matemática mediante RP. Si nos ubicamos en el campo de la Educación Matemática, sabemos que la expresión *Resolución de Problemas* admite diversos significados, según la perspectiva que se asuma. Por este motivo, y con la pretensión de favorecer el desarrollo profesional docente, consideramos necesario esclarecer con qué significado el MEC propone el uso de la RP en clase, cómo están diseñadoslos materiales, qué es lo que los docentes comprenden sobre la propuesta y cómo diseñan sus planes de clase para dar respuesta a lo normado por el ministerio. Entre todos los asuntos de interés, en este trabajo, nos centramos en *describir la relación entre los planes de clase que proponen profesores en ejercicio y el posicionamiento ministerial en cuanto a la RP*.

SOBRE EL ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEÓRICO

El estado del arte desarrollado, que no incluimos aquí por cuestión de espacio, nos llevó a ahondar en las distintas conceptualizaciones sobre la *Resolución de Problemas*, de modo de poder analizar los materiales ministeriales y los planes de clase de los docentes. Entre los posibles usos nos encontramos con tres centralmente diferentes que sintetizamos aquí. En el primero, se utilizan los *problemas como medio para mostrar aplicabilidad de conceptos o técnicas previamente aprendidas*. Lo encontramos en clases que se pueden enmarcar en el modelo normativo (Charnay, 1994) o tradicional. En el mismo se ubican los *problemas para motivar a los estudiantes.* Otro uso son los *problemas para aprender contenidos de tipo conceptual*. Este uso se promueve, por ejemplo, en Teoría de Situaciones Didácticas (ver Pochulu y Rodríguez, 2015). Finalmente, el uso para *desarrollar estrategias de resolución deproblemas*. Aquí el énfasis se da en el aprendizaje de un *saber-hacer,* y la Escuela Anglosajona(Polya, 1985) es la que estudia esta postura. Estas distinciones son un punto de partida para analizar el posicionamiento ministerial y el marco teórico de este estudio es el enfoque que allíse asume. A partir de lo declarado en los materiales para docentes (MEC, 2016a[4]) el posicionamiento es el último mencionado, de modo que, a partir de aquí, el marco teórico es laEscuela Anglosajona y la RP se entiende desde esta perspectiva.

Con el marco teórico establecido, precisamos como objetivo de la investigación que aquí reportamos: *describir la relación entre el posicionamiento del MEC respecto a la RP y los planes de clase de docentes en ejercicio en la región mencionada*.

ASPECTOS METODOLÓGICOS Y DESARROLLO

La investigación es descriptiva y está organizada en las siguientes dos etapas.

<u>Primera etapa:</u> trabajamos con los materiales provistos por el MEC para estudiantes y docentescon la finalidad de conocer la perspectiva teórica asumida.

<u>Segunda etapa:</u> analizamos planes de clase diseñados por un grupo de docentes que trabajan enlos colegios de las cabeceras distritales del Ñeembucú. Seleccionamos 24 de ellos por ser partede las instituciones referentes de las comunidades quienes nos compartieron sus planes de clase.

Respecto del análisis de los materiales ministeriales, concluimos que discursivamente se ubicaen la RP. Esto se interpreta a partir de la presencia en los tres textos de apartados teóricos con elementos teóricos de RP (MEC, 2016a, p.47; MEC, 2016b, p. 48). Sin embargo, encontramos inconsistencias al interior de los textos, en las actividades y organización de los libros. Ampliaremos en la ponencia y en lo subsiguiente.

Compartimos parte del análisis de un plan de clase de un docente que se propuso trabajar en suclase de matemática bajo la RP, correspondiente al 1º año de la escolaridad media. Cabe señalarque les dimos libertad a los docentes para establecer sus planes, solo enfatizamos en que planificaran al menos una clase que fueran a implementar para que los planes sean realistas. Elplan recibido lleva por título “Ecuaciones de la recta”, establece trabajar la capacidad “Resolver planteamientos matemáticos que involucren la utilización de ecuaciones de la recta” y suma indicadores de logro. Observamos que, desde el inicio, el plan se contrapone a la RP dado que:focaliza en contenidos conceptuales, el estudiante conoce qué debe aplicar y no hay objetivos,ni capacidades referidas al aprendizaje de estrategias de resolución de problemas. El plan sigue con una presentación del docente de tipos de ecuaciones que representan rectas y desarrolla los formatos:

$$y = mx + b,\ y - y_1 = m(x - x_1),\ \frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1},\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{ y } ax + by + c = 0.$$

Luego, ofrece ejemplos, actividades para aplicar lo visto y finalmente una consigna en contexto extramatemático en la que se pautan los pasos a seguir para resolverla, alejándola de lo que se espera de un problema. Al enmarcar la propuesta dentro del desarrollo de contenidos específicos, indicando al estudiante a qué teoría recurrir se inhibe la posibilidad de transitar loque Polya ha

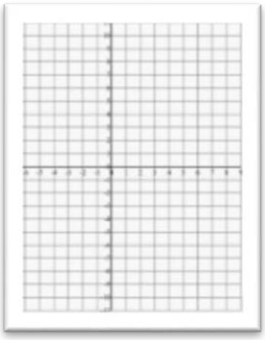
[4] Corresponde al 1º año, los demás materiales son similares y no incluimos referencias explícitas por cuestión de espacio.

modelado en cuanto a las etapas: *comprender el problema* y *concebir un plan*. Elsiguiente es un ejemplo de esto último.

Planteamiento 2
Si un artículo se ofrece a la venta al precio "y" por unidad, siendo "x" la cantidad demandada o solicitada en el mercado. La relación entre las dos cantidades está dada por 2x + y = 10. Graficar primeramente la ecuación.
Despejando la y, tenemos que: y = -2x + 10, dar valores asignados en la siguiente tabla a la x, hallar los valores de la y.
Observación: ni el precio "y" ni la cantidad demandada "x" pueden ser negativos.
y = -2x + 10 2.0 + 10 = 0 + 10 = 10
y = -2.1 + 10

X	0	1	2	3	4	5
y						

Ubicar los puntos en el Plano Cartesiano



Y luego pregunta:

Observando la Tabla de valores, ¿qué ocurre con el costo "y" en la medida que cambia el valor de la demanda "x"?

Por otro lado, resaltamos que los libros, tanto del docente como del estudiante, no resultan en concordancia con RP. Veamos el siguiente ejemplo.

La utilización de la computadora
Proponemos la utilización de la computadora para grafica la función y = – 4x – 5, en la misma consignamos los paso que seguir:
1 En una hoja de cálculo, copiamos la siguiente tabla con sus correspondientes fórmulas
2 Escribimos bajo la letra Y la fórmula que graficar de l siguiente manera
= – 4*(x) – 5 donde x representa la celda que contiene los valores de X.

Orientaciones importantes
La tecnología y la resolución de problemas
El uso de la tecnología en la educación matemática y en especial en la resolución de problemas es actualmente un factor importante para mejorar la comunicación y permitir la interacción de los estudiantes en el proceso de aprendizaje, porque les resulta muy fácil el manejo y la operación. También es importante el uso de software o programas educativos sobre diferentes temas. Es necesario desarrollar una cultura tecnológica entre docente y estudiante.

Libro del docente (MEC, 2016a, p. 31)

a. Distingo las ecuaciones que corresponden a una recta y explico a mi grupo en que forma está escrita cada una.
1) $y = 3x - 1$ 3) $5x - 4y - 1 = 0$ 5) $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$ 7) $\frac{x^2}{4} + \frac{y}{6} = 1$

b. Determino la ecuación de la recta que pasa por (– 2, – 2) y es paralela a otra recta de pendiente $m = \frac{1}{4}$.

Libro del alumno (MEC, 2016b, p. 116 y 118)

Observamos en estas orientaciones sobre la tecnología, el énfasis en la resolución de problemas que, en la página 47, se explica.

4 El método heurístico en la resolución de problemas, según George Polya
ara la resolución de problemas, George Polya en 1957, ugirió el importante método que consta de los siguientes asos:
RIMERO · COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA
orresponde analizar minuciosamente el enunciado o lanteamiento del problema con la intención de reconocer incógnita, la información o los datos presentados.
lgunas preguntas que podrían ayudar a la comprensión son:
¿Cuál es la información que proporciona el problema?
¿Hay información irrelevante?
¿Qué pide el problema?
- ¿Necesito información adicional para resolver el pr blema?
- ¿Qué estrategia utilizaré para resolver el problema
- ¿Puedo organizar los datos en tablas o gráficos?

TERCERO · EJECUCIÓN DEL PLAN
En esta etapa se aplica el plan seleccionado y se resuel el problema, monitoreando todo el proceso de solución
CUARTO · EVALUACIÓN DEL PLAN

Libro del docente (MEC, 2016a, p. 47)

Mientras en la página 47 se presenta la RP, y las orientaciones sobre tecnología son apropiadas,la propuesta "la utilización de la computadora" de la página 31 y las actividades de páginas 116 y 118 no queda en consonancia. Esto pone a los docentes en una compleja situación: paraque sus planes de clase se acerquen a la RP deberían distar sustantivamente de los ejemplos recibidos, mientras que, proponer planes en sintonía con lo normativo, los dista de la RP.

A futuro queda el desafío de avanzar en el desarrollo profesional docente, de modo de brindar herramientas para que distingan y propongan planes de clase cuya fundamentación sea sólida en términos del enfoque de Educación Matemática asumido.

RECONOCIMIENTO

Este trabajo fue co-financiado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología –CONACYT Paraguay y se realizó en el marco del Proyecto "Prácticas de enseñanza de la matemática en elnivel medio bajo la perspectiva de la modelización matemática" (PINV 18-1350).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Charnay, R. (1994). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En C. Parra e I. Saiz (Eds.), *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 51-64). Paidós.

Ministerio de Educación y Cultura - Paraguay. (2016a). *Guía didáctica para docente. Matemática. 1° curso*. MEC. https://mec.gov.py/cms_v2/adjuntos/13209.

Ministerio de Educación y Cultura - Paraguay. (2016b). *Texto para el estudiante. Matemática. 1° curso*. MEC. https://www.mec.gov.py/cms_v2/adjuntos/13206.

Pochulu, M. y Rodríguez, M. (comps.). (2015). *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos.* Editorial de la UNGS y Eduvim.

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas* (2.ª ed.). Editorial Trillas. https://cienciaymatematicas.files.wordpress.com/2012/09/como-resolver.pdf.

INECUACIONES: POSIBLES RELACIONES ENTRE SU REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA Y LA DE SU CONJUNTO SOLUCIÓN

[(1)]***Mónica Campos y*** [(2)]***Mabel Rodríguez***

Contacto: profesoramonicacampos1965@gmail.com
[(1)]Instituto Superior de Formación Docente Simón Bolívar – [(2)]Universidad Nacional de General Sarmiento

https://youtu.be/8uh7mQPFxyE

RESUMEN

Presentamos parte de una investigación en la que nos proponemos explorar posibles relaciones entre el registro de representación semiótica en el que se plantea una inecuación, y el que es usado por estudiantes al expresar su conjunto solución. Enmarcamos el estudio en una perspectiva cognitiva, asumiendo como marco teórico la Teoría de las Representaciones Semióticas.

Contamos con resoluciones de 41 estudiantes de primer año de educación superior que resolvieron inecuaciones presentadas en distintos registros. Respecto de las posibles formas de expresar el conjunto solución, proponemos un refinamiento que nos permite explorar conexiones con mayor riqueza. Presentamos aquí la forma de abordar el estudio, incluimos algunos resultados que ampliaremos en la presentación.

INTRODUCCIÓN

En el contexto de la enseñanza de las ecuaciones se ha observado la necesidad de darle un lugar de relevancia al estudio del conjunto solución. Esto se debe a que focalizar en la equivalencia de expresiones, asociadas a una ecuación, y enfatizar en su manipulación simbólica, no deja de manifiesto la necesaria invariancia del conjunto solución a lo largo de la resolución. Así como se dispone de vasta bibliografía sobre la enseñanza de ecuaciones (que no citamos aquí por cuestión de espacio), no ocurre lo mismo con las *inecuaciones* y en menor medida, aún, sobre su conjunto solución.

Trabajamos con estudiantes del Profesorado de Educación Matemática para Nivel Medio del Instituto Superior Simón Bolívar de Córdoba Capital, Argentina, durante el ciclo lectivo 2019, en una asignatura inicial de Álgebra. Uno de sus contenidos es *inecuaciones* y, sobre él, los estudiantes sostenidamente manifiestan dificultades de aprendizaje. Este tema nos ha interesado desde hace algunos años, dado que es una herramienta necesaria para el trabajo matemático a lo largo de distintas materias. Asimismo, no es usual que se enseñe en el nivel secundario, por lo que las dificultades de aprendizaje que encontramos en los estudiantes, se deben a decisiones didácticas del nivel superior. El conocimiento que podamos ampliar y adquirir, al respecto, podría transferirse al Instituto y de ese modo apuntalar la formación de los estudiantes desde sus inicios en la Institución. Estudios previos (Campos, 2020 y Campos y Rodríguez, 2020) nos han permitido conocer formas de resolución de inecuaciones de los estudiantes, estudiadas desde los registros de representación semiótica que ponen en juego (Duval, 1998). Reportamos en este trabajo un estudio que pone la mirada específicamente en el modo en el que los estudiantes expresan los conjuntos solución de inecuaciones, en relación con los distintos registros en que estas les son presentadas.

MARCO TEÓRICO, DECISIONES METODOLÓGICAS Y DESARROLLO

El marco teórico es la teoría de las representaciones semióticas de Duval (1998). Lo consideramos aquí pues nos permite dar continuidad al estudio que venimos realizando y fue seleccionado luego de un extenso estado del arte (que puede verse en Campos, 2020) y que no mencionamos aquí por cuestión de espacio.

El objetivo del estudio es explorar relaciones entre los registros de representación semiótica (RRS) utilizados por los estudiantes al expresar el conjunto solución de inecuaciones y los RRS en los que estas han sido presentadas.

Metodológicamente el estudio es cualitativo e interpretativo. Trabajamos con resultados de un test el que 41 estudiantes resolvieron inecuaciones. El diseño contempló que estuvieran presentes todos los RRS (puede verse en Campos, 2020, junto con la fundamentación).

Consideramos la notación utilizada en el trabajo recién mencionado, dado que nos permite tener una mirada refinada de cómo se presenta el conjunto solución. La notación es la siguiente, que, para facilitar, ejemplificamos con el conjunto solución de la inecuación $\left|\frac{x}{4} - 2\right| \geq 1$.

Entre las posibles notaciones en RRS algebraicas, subdividimos en las siguientes tres.

AI: *Algebraico con notación de intervalo* refiere a expresar el conjunto solución como unión de intervalos.

En el ejemplo, $x \in (-\infty,4] \cup [12, +\infty)$ o bien $x \in (-\infty,4]$ o $x \in [12, +\infty)$.

AD: *Algebraico en término de desigualdades*

Se expresa el conjunto solución con inecuaciones con la variable despejada.

En el ejemplo, $x \leq -4 \ \vee x \geq 12$.

AC: *Algebraico con notación de conjunto*

En el ejemplo, S = $\{x \in \mathbb{R} / \ x \leq -4 \ \vee x \geq 12\}$.

Entre las notaciones en RRS numérico, identificamos las siguientes dos.

NE: *numérico por extensión*

En el conjunto solución se presentan algunos de los infinitos valores indicando una tendencia que sugiera la totalidad

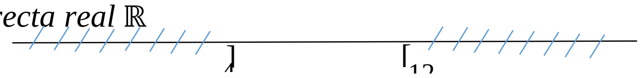
En el ejemplo, S = $\{\ldots -7, -6, -5, -4\} \cup \{12, 13, 14, \ldots\}$.

NI: *Numérico, con notación de intervalos*

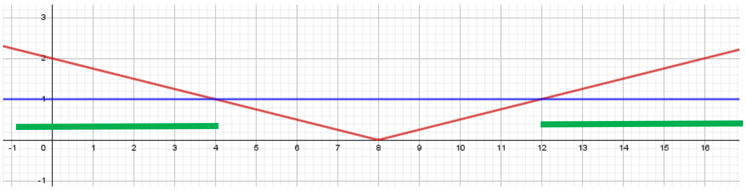
En el ejemplo, S = $(-\infty,4] \cup [12, +\infty)$.

Señalamos las siguientes dos posibles notaciones para respuestas en RRS gráfico.

GR: *Gráfico en la recta real* $\mathbb{R}$

En el ejemplo 

GP: *Gráfico representado en* $\mathbb{R}^2$*, sobre el eje x*



Finalmente, la notación para el uso del registro verbal es la siguiente.

V: *verbal*

En el ejemplo, “el conjunto solución está formado por los números reales mayores o iguales a 12 o bien menores o iguales a 4”.

Organizamos los datos en un cuadro en el que se vincula el RRS en el que se presentó la inecuación y los RRS utilizados para expresar el conjunto solución de los estudiantes que completaron el test, indicando si fue o no correcto del siguiente modo. Si fue correcto, no agregamos otra indicación a la notación del registro que utilizó para responder. Si fue incorrecto, agregamos M (mal) y si estuvo regular, R. La codificación Ei denota a los distintos estudiantes que formaron parte del estudio. El test constó de siete actividades, algunas de ellas con ítems. Esto se vuelca en la primera columna. A modo de ejemplo, mostramos la fila del cuadro correspondiente el caso del ejemplo anterior, que, en el test corresponde al ejercicio 1, ítem b (ampliaremos a la tabla completa y sumando más estudiantes, en la presentación).

Ejercicio y RRS	Representación del conjunto solución de los estudiantes que respondieron el ejercicio
1b: Algebraico	**AD**: E14 $x \geq 12 \ \vee x \leq 4$ **AC**: E3:M $S = \{-12{,}12\}$, , E2 $S = \{-4 > x > 12\}$ **AI**: E12-M, $S = (-\infty, 28) \cup (36, \infty)$, E8-M: $S = (-2{,}6)$, E8-M $= \frac{R}{6} \leq x \leq -2$, E5 R:$Solución$: $(-\infty, 4] \cup [12, \infty)$, E6, M $S = \{4, \infty\}$

RESULTADOS Y PERSPECTIVAS

Estudiando los conjuntos solución de los estudiantes que los resolvieron los ejercicios, vimos que la representación en gráficos de recta fue utilizada solo en los ejercicios que incluían expresiones con valor absoluto y cociente de expresiones algebraicas. Conjuntos solución en registro algebraico con desigualdades fue el más común para el ejercicio con valor absoluto. Una razón posible podría ser la tradición en la enseñanza de su uso en las inecuaciones. Los conjuntos solución representados como gráfico en el plano solo los pudimos advertir en los ejercicios que involucraban a la función seno que fue presentada en el registro algebraico y en un problema presentado de manera verbal, también coincide esto con las tradiciones de enseñanza. La función seno se la suele graficar en el plano y los problemas en los que se relacionan dos ecuaciones también. Conjunto solución escritos en registro numérico correspondieron a presentaciones de manera verbal y que involucran números naturales, por más que la respuesta sea racional. Esto es un adelanto del desarrollo completo que compartiremos en la presentación. También podemos adelantar que RRS utilizado para la representación del conjunto solución se encuentra condicionado por el RRS utilizado en la inecuación, más que por las transformaciones realizadas o las conversiones necesarias o posibles.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Campos, M., y Rodríguez, M. (2020). Un estudio sobre la aprehensión conceptual de las inecuaciones. *Paradigma*, *XLI*, 540 – 570. http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/811/830.

Campos, M. (2020). *Cambios de registros de representación - gráfico, algebraico, aritmético- de un objeto matemático y su influencia en los problemas de aprendizaje de los alumnos que cursan primer año de la Carrera de Profesorado de Educación Secundaria en Matemática*. [Tesis de Maestría]. Universidad Nacional de La Rioja.

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II* (pp. 173-201). Ciudad de México: Grupo Editorial Iberoamericano.

LA ENSEÑANZA DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL EN LA ESCUELA SECUNDARIA: LOS PROFESORES. UN ESTUDIO DE CASO

[1]***Juan Podavini* y** [1],[2]***Patricia Sureda***

[1]Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires – [2](CONICET)

Contacto: podavini.juan.b@gmail.com

RESUMEN

Este trabajo utiliza la Teoría de los Campos Conceptuales (TCC) para indagar sobre los esquemas vinculados a la función exponencial (FE) que tienen algunos profesores de matemáticas. Se ha entrevistado a seis profesores/as que enseñan la FE en la escuela secundaria y se tiene acceso a sus documentos de clase. A partir de ellos, se analizan los invariantes operatorios de los profesores vinculados a las características principales de la FE, su enseñanza, y la relación entre ésta y la modelización del COVID-19. Los primeros resultados muestran que 3 de 6 profesores no establecen una relación entre la FE y el COVID.

La importancia de que los estudiantes de secundaria aprendan a manipular variaciones exponenciales, se debe a que muchas situaciones de la vida social actual se modelizan mediante ellas (Por ej. la cantidad de contagiados de COVID-19, la forma en que un video se hace viral, la deuda que genera el interés de una tarjeta de crédito cuando se paga el monto mínimo, o cualquier tipo de crédito bancario). Pero dada la dificultad de la conceptualización de este tipo de variaciones, éstas sólo pueden aprenderse en sistemas de enseñanza (Sureda y Otero, 2013; Otero et. al. 2014). El papel del profesor, es por esto, clave en la apropiación de los alumnos de este campo conceptual. Por otra parte, es sabido que las acciones del profesor en el aula están dirigidas por sus esquemas de enseñanza, donde los invariantes operatorios (IO) acerca de las características de la función, su utilidad y su enseñanza ocupan un lugar central. Así, en este trabajo indagamos los IO de los profesores vinculados a las características principales de la FE, su enseñanza, y la relación entre ésta y la modelización del COVID-19.

LA TEORÍA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES (TCC)

Utilizamos la TCC (Vergnaud; 2013), con el fin de identificar algunos Invariantes Operatorios (IO) de los profesores/as de la escuela secundaria. El esquema es la forma estructural de la actividad, es la organización invariante de la conducta del sujeto frente a una clase de situaciones y contiene IO que constituyen la base conceptual de los esquemas, pues organizan la búsqueda de información pertinente, en función de la situación. Y pueden generarlas porque contienen IO que forman el núcleo de la representación. Desde este marco teórico, las acciones de los profesores de matemática en el aula, constituyen un conjunto de prácticas – frecuentemente espontáneas – que pueden ser entendidas en términos de esquemas más o menos primitivos acerca de la construcción del saber matemático, del aprendizaje de los alumnos y de la tarea de profesor. Los IO presentes en esos esquemas dirigen la acción del profesor en una situación de enseñanza, y, en consecuencia, es posible relacionar la actividad didáctica del profesor con los IO mencionados.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Se realizaron entrevistas semi-estructuradas a seis profesores de matemática, en torno a las siguientes cuestiones: el significado del concepto FE, sus características, su enseñanza y su utilidad. Las entrevistas duraron aproximadamente 15 minutos, se transcribieron y se obtuvieron alrededor de 120 episodios (E) por entrevista. El episodio cambiaba según el turno de habla. Se tuvo también acceso a los documentos de clase de cada profesor. Esto nos permite comparar lo que dicen sobre la clase, con lo que efectivamente hacen en clase. Las características de los profesores se describen en la tabla 1; donde (T) significa recibido en una institución Terciaria y (U) Universitario; mientras que (P) significa que enseña en escuelas Públicas y (PR) en Privada.

P1	P2	P3	P4	P5	P6
Profesor recibido en T	Profesora recibida en T	Profesora recibida en T	Profesora recibida en T y U	Profesora recibida de U	Profesor recibido de T
41 años	54 años	55 años	43 años	28 años	34 años
16 años antigüedad	17 años de antigüedad	17 años de antigüedad	18 años de antigüedad	5 años de antigüedad	4 años de antigüedad
Enseña en escuelas P	Enseña en escuelas P	Enseña en escuelas P	Enseña en escuelas P y PR	Enseña en escuelas PR	Enseña en escuelas PR

Tabla 1. Características de los seis profesores

ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este trabajo nos centramos en tres tipos de preguntas. (a) Vinculada al significado de la Función Exponencial (FE). (b) a las razones por la cual el profesor la enseña. (c) la forma en que aumenta la cantidad de contagiados de COVID19.

a) Pregunta vinculada al significado de la FE: ¿Qué es la Función Exponencial?

P1	P2	P5
E2: (...) es una función, en la cual la variable está ubicada en el exponente.	E2: Es una más de las funciones que enseñamos en 5º. E18: Es una forma de representación de sucesos, que se dan de forma de números muy grandes o de números muy chicos.	E4:Es una función que crece o decrece muy rápidamente, y respeta la fórmula $f(x)=k.a^x$
P3	P4	P6

E4: Es la función que tiene la incógnita en el exponente.	E8: Es una función cuyo crecimiento es rápido, tiene dominio que es real, y la imagen va a depender de cómo van a ser los valores del coeficiente. Los valores que pueden tomar x son cualquier número. Tiene asíntota horizontal.	E2: Es una función que crece velozmente, a medida que su variable independiente va creciendo.

Tabla 2. Respuestas de los seis profesores al significado de función

Se pueden inferir los siguientes Invariantes Operatorios. El primero (*IO1: Es la función, en la cual la variable está ubicada en el exponente)*, está presente en el discurso de los profesores P1, P3 y P5. Este IO, aun cuando responde al conjunto de IO formalizados, no aporta mucha información sobre las características principales de este tipo de variación pues no es posible reducir la función exponencial a su fórmula. El segundo *(IO2: Es una función en la que se dan números muy grandes o muy chicos)*, se advierte en P2, y está muy lejos de sintetizar el significado de FE. En cambio, el *IO3: Es una función cuyo aumento precipitado/ Explosión numérica/ Crecimiento, es rápido*, se centra en una de las características distintivas de esta variación (P4, P5 y P6). Finalmente, el IO4, vinculado a la gráfica *(Tiene una asíntota horizontal)*, se advirtió en el profesor P4.

b) Pregunta vinculada a la enseñanza: ¿Por qué enseña la FE?

P1 | E20: Porque es parte del diseño curricular de 4º año de ed. técnica. E22: Los diseños curriculares son prescriptivos, por lo tanto se debe enseñar.
P2 | E30: Está en los curriculums que hay que enseñar FE.
P3 | E28: La explico para que ellos puedan trabajar con el profesor de Química.
P4 | E20: Porque está dentro del diseño curricular, y es un contenido prescriptivo, no podemos decidir los docentes qué enseñar.
P5 | E20: Porque como el año pasado fue virtual no llegaron a darlo, entonces estoy dando exponencial en uno de los sextos, pero generalmente no lo doy.
P6 | E12: bueno en este caso de las suplencias, porque el docente titular me lo indico, y sé que también está en el diseño curricular.

Tabla 3. Respuestas de los seis profesores a la pregunta sobre la importancia de su enseñanza

Se infieren dos IO: El primero hace referencia a una obligación *(IO5: Porque está en el diseño curricular)*, y está presente en la justificación que hacen cinco de los seis profesores (P1, P2, P4, P5, P6), sobre por qué enseñan FE en la escuela secundaria. Mientras que solo uno de ellos (P3) la enseña porque *"Es un saber valioso para otras disciplinas"* (IO6).

c) La matemática y el COVID19. ¿Me puede explicar cómo aumentan los casos de COVID19? ¿Hay algún modelo matemático que nos permita inferir cuántos contagiados habrá la próxima semana?

P1 | E72: Un modelo matemático no. (...) E76:(...) se llama crecimiento exponencial, pero no siempre es exponencial y, depende de qué características externas, no se comporta de una manera que responda a una fc.

P2 | E90: Claro ellos dicen en forma exponencial, jajá, ¿En la tele sale eso no? Si, si, no no, si fuese en forma expo…, (...) en realidad (...) no lo analice matemáticamente.
P3| E94 y 96: No, te soy sincera no. No lo analice ni nada.
P4 | E48/52: Actualmente no, el año pasado sí lo trabajamos con los chicos, pero este año no (...) y analizamos qué función se aproximaba a ese crecimiento. (¿A qué modelo llegaron?) A un modelo exponencial.
P5 | E12: Los números no tengo idea, que aumentan exponencialmente lo sé.
P6 | E32: Exponencialmente sí. Por medio de los contagios crecen rápidamente.

Tabla 4. Respuestas de los seis profesores a la pregunta sobre la matemática y el COVID.

En tres profesores (P4, P5, P6) se advierte IO7 *(Los casos de COVID se pueden modelizar mediante una función exponencial)*; en uno (P1), IO8 *(los casos de COVID se modelizan mediante diferentes funciones)*; y dos (P2, P3) no saben qué función modeliza el cálculo de los casos de COVID.

PRIMERAS CONCLUSIONES

Solo tres profesores (P4, P5 y P6) hacen referencias a una de las características distintivas de las FE; y cinco de ellos la enseñan porque está en el diseño curricular, no porque la consideren un contenido útil para la vida de los estudiantes; aun cuando son imprescindibles para manipular exitosamente situaciones cada día más actuales. Esto en parte explica que la mitad de los profesores entrevistados, no sepan que el aumento en la cantidad de contagios por COVID-19, se explica mediante variaciones exponenciales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Otero, R., Fanaro, M.A., Sureda, P., Llanos, V.C., y Arlego, M. (2014). *La teoría de los campos conceptuales y la conceptualización en el aula de matemática y física.* Ed. Dunken.

Sureda, P., y Otero, R. (2013). Un estudio sobre el proceso de conceptualización de la función exponencial. *Revista Educación Matemática*, *25*,(2), 89-118. http://www.revista-educacion-matematica.com/descargas/Vol25-2.pdf.

Vergnaud, G. (2013). ¿Por qué la Teoría de los Campos Conceptuales? *Infancia y Aprendizaje*, *36*, 131-161.

POSICIONAMIENTOS ESTATALES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN PARAGUAY Y PERSPECTIVAS DOCENTES EN CONTRASTE

[(1)]**Adilio Lezcano,** [(2)]**Vilma Enciso y** [(3)]**Mabel Rodríguez**

Contacto: adiliolezcano@gmail.com

[(1)(2)]Universidad Nacional del Pilar – [(3)]Universidad Nacional de General Sarmiento

https://youtu.be/Rn50qB33AHg

RESUMEN

Presentamos un estudio de materiales de Matemática que el Ministerio de Educación y Cienciasde Paraguay distribuye a docentes y estudiantes de nivel secundario. El mismo nos permite comprender los posicionamientos teóricos subyacentes y declarados para la formación matemática en ese nivel. Por otra parte, trabajamos con un grupo de profesores en ejercicio de la Región de Ñeembucú, Paraguay. Indagamos su perspectiva respecto de los materiales y de su enfoque de la enseñanza. De este modo pudimos contrastar lo que los libros de texto para docentes expresan, respecto de los libros para estudiantes, lo que comprenden los docentes sobre cada uno y las teorías subyacentes. En términos del conocimiento didáctico del contenido,tenemos elementos que nos dan un punto de partida para fortalecer a los docentes en su desarrollo profesional, en relación al uso de materiales ministeriales.

INTRODUCCIÓN

El Ministerio de Educación y Ciencias (MEC) de Paraguay, a raíz de la Actualización Curricular del Bachillerato Científico de la Educación Media de 2014, ha distribuido libros detexto para docentes y otros para estudiantes en el área de Matemática para la escolaridad secundaria. Sin embargo, no es usual encontrar capacitaciones u otro tipo de acompañamientopara los docentes en ejercicio en relación con lineamientos metodológicos y didácticos que normativamente se promueven a través de ellos. Si estos fueran explícitos, se debería contar con que los docentes conocen las teorías de Educación Matemática que son aludidas en los materiales, o acceden a ellas y las comprenden autónomamente. Pero, si fueran implícitos, la complejidad y la exigencia para el docente sería aún mayor pues deberían, en primera instancia, esclarecer los posicionamientos teóricos que subyacen a los materiales, para luego analizar cómo ajustar sus propuestas de enseñanza a lo que el MEC espera. En cualquier caso, el conocimiento didáctico-matemático que se necesita poner en juego es complejo y actualizado.Compartimos en esta presentación parte de un trabajo de investigación que está en curso, en la que nos proponemos contrastar el posicionamiento respecto de la enseñanza y el aprendizaje dela Matemática que expresan los materiales ministeriales, respecto de la perspectiva de docentes en ejercicio en la región de Ñeembucú, Pilar, Paraguay.

SOBRE EL ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEÓRICO

El estado del arte que hemos realizado, y que no desarrollamos aquí por una cuestión de espacio, incluye modelos teóricos que organizan los tipos de conocimientos que un profesor debe manejar. En particular, consideramos el modelo del conocimiento especializado del profesor deMatemática, conocido por su sigla –en inglés- MTSK (Escudero *et al.*, 2012). Está conformadopor dos tipos de conocimiento -permeados por las concepciones sobre la matemática, el aprendizaje y la enseñanza de la matemática: *el matemático* y el *didáctico del contenido*. Cadauno de ellos se subdivide en tres componentes. Las correspondientes al conocimiento didácticodel contenido forman parte del marco teórico y, siempre asociadas a un contenido matemático, son: a) conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (teorías de aprendizaje; las fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje; las formas de interacción asociadas a su aprendizaje; los intereses y expectativas de los estudiantes), b) conocimiento dela enseñanza de las matemáticas (teorías de enseñanza, recursos materiales y/o virtuales de enseñanza; las estrategias, técnicas y tareas para la enseñanza) y c) conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (expectativas de aprendizaje en un nivel específico; nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado en un determinado momento escolar; secuenciación con temas anteriores y posteriores).

ASPECTOS METODOLÓGICOS Y DESARROLLO

La metodología implementada es de tipo cualitativa, interpretativa. Hemos accedido a los materiales que el MEC distribuye, de manera gratuita, a docentes y estudiantes de todo el país y realizamos un análisis para interpretar posicionamientos implícitos o explícitos de Educación Matemática que promueven, por lo que se sumarán elementos teóricos, necesarios para tal interpretación. Otra etapa del trabajo fue con docentes referentes de los colegios con mayor matrícula de Pilar, y los que son cabecera de todos los distritos del departamento de Ñeembucú. Trabajamos con veinticuatro de ellos elegidos por la alta valoración de su desempeño. Diseñamos una encuesta que respondieron veintidós de ellos y que contrastamos con el análisis de los materiales.

<u>Sobre los materiales para el docente</u>, consideramos los textos de los Cursos 1º, 2º y 3º Educación Media Plan Común, Matemática; Guía didáctica para docentes. Todos presentan una misma estructura y organización. Cada uno contiene una introducción, un cuadro con contenidos y capacidades por unidad y, luego del desarrollo de cada unidad, apartados teóricos y didácticos.El cuadro de síntesis presenta una competencia del área para la educación media "Planteen y resuelvan problemas con actitud crítica y ética, utilizando el pensamiento lógico y el lenguaje matemático para formular, deducir y realizar inferencias que contribuyan al desarrollo personaly social" (MEC, 2016a, p. 8) y le sigue una competencia específica de la disciplina. Por ejemplo: "Formula y resuelve situaciones problemáticas que involucren la utilización de conceptos, operaciones, teoremas y propiedades matemáticas del Álgebra, la Trigonometría, laGeometría Analítica y el Cálculo, aplicadas a la modelización de situaciones de la vida real" (MEC, 2016a, p. 9). Cada unidad toma un tema conceptual de Matemática, e incluye elementosimportantes para el docente y el trabajo en clase. Asimismo, se incluyen apartados que abordanalguna cuestión tanto metodológica, general, como específica de Educación Matemática (orientaciones para el trabajo cooperativo, para el trabajo interdisciplinario, la reflexión metacognitiva, etc.). A partir de allí, se presentan resueltas actividades. En cada una, se explicitael objetivo que se persigue, materiales necesarios y un desarrollo posible. Se brindan orientaciones valiosas, diversas y amplias sobre distintas temáticas: técnicas de aprendizaje, estrategias de enseñanza, uso de tecnología, tipos de organización de la clase, evaluación, rol del docente, etc. Entre ellas figura una presentación de índole teórico-metodológica sobre el enfoque Aprendizaje Basado en Problemas y otra sobre la Resolución de Problemas (Polya, 1989) las que, desde la Educación Matemática están

emparentadas. Brindaremos más detalles en la presentación, pero como síntesis resaltamos que es un material con potencial, pero para reconocerlo y utilizarlo adecuadamente se requiere mucha experticia en Educación Matemática.

Los materiales para estudiantes, también comparten estructura (MEC, 2016b). Incluyen consignas resueltas en contextos extra-matemáticos, algunas siguiendo las fases de Polya (1989). Sin embargo, mayoritariamente son consignas que se usarían en clases enmarcadas en del modelo normativo (Charnay, 1994), aunque declarativamente se menciona el trabajo con problemas. Puede verse esto en el siguiente ejemplo.

Capacidades Formula y resuelve problemas referidos a situaciones de la vida real, que impliquen el cálculo de: • Distancia entre dos puntos. • Punto medio de un segmento. • Pendiente y ángulo de inclinación. • Paralelismo y perpendicularidad de dos o más rectas.	Analizamos la siguiente situación Un taxista acuerda con un cliente cobrar ₲ 4 000 por bajada de bandera y ₲ 260 por cada cuadra recorrida. Sabiendo que el precio que se debe pagar está dado en función al número x de cuadras recorridas, ¿cuál es la función que representa esta situación? La distancia entre dos puntos es la raíz cuadrada de la diferencia de sus abscisas al cuadrado más la diferencia de sus ordenadas al cuadrado. EJEMPLO: Determinamos la distancia entre los puntos A (– 3, 4) y B (5, – 3).	**Actividades de fijación** a. Gráfico los siguientes puntos. Determino qué clase de triángulos se forman. Luego calculo el perímetro y el área de cada una de ellos. 1) A (–1, 4), B (2, 2), C (– 5, – 5) 2) M (1, 1), N (3, 6); L (4, – 5)
Lo que expresa el libro	Ejemplos que figuran resueltos	Consigna que queda de tarea

Ampliaremos en la presentación otros aspectos del material de estudiantes. Como síntesis, es un material útil en un modelo tradicional de enseñanza. Para enmarcarse en la Resolución de Problemas deberían ser rediseñados los enunciados y su uso.

La encuesta administrada a docentes (que puede verse en https://forms.gle/pb3tsF6oDtF2NFKK7) nos permite conocer su perspectiva sobre ambos materiales, el uso dado a cada uno y su enfoque personal sobre la enseñanza de la matemática.Mencionamos muy brevemente que los docentes consideran valioso que los estudiantes: aprendan a resolver problemas, desarrollen el sentido crítico, razonamiento lógico, etc. Los veintidós docentes declaran trabajar bajo la Resolución de Problemas y usar el libro del estudiante, sin embargo, este no presenta problemas y hay faltas de concordancia con partes dellibro del docente. A su vez, resulta difuso delimitar qué consideran que es un *problema* y cómose debería trabajar en clase, según este enfoque.

A MODO DE CIERRE

El análisis descripto brevemente permite concluir que los docentes requieren fortalecer el conocimiento didáctico del contenido, de modo de poder ajustar y diseñar procesos de enseñanza acordes a lineamientos preestablecidos; lo que conlleva profundizar en la vinculación entre el conocimiento de la enseñanza de la matemática y el conocimiento de los estándares de aprendizaje, dos de los subdominios del conocimiento didáctico del contenido delMTSK. A partir de estos resultados diseñamos un dispositivo de desarrollo profesional que actualmente estamos llevando adelante con el grupo de profesores alcanzados por este estudio.

RECONOCIMIENTO

Este trabajo fue co-financiado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología –CONACYT Paraguayy se realizó en el marco del Proyecto “Prácticas de enseñanza de la matemática en el nivel medio bajo la perspectiva de la modelización matemática” (PINV 18-1350).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Escudero, D., Flores, E., y Carrillo, J. (2012). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Sosa, E. Aparicio y F. M. Rodríguez (Eds.), Memoria de la XV Escuela de Invierno de Matemática Educativa (pp. 35-42). México, D.F.: Cinvestav.

Charnay, R. (1994). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En C. Parra e I. Saiz (Eds.), *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 51-64). Paidós.

Ministerio de Educación y Cultura - Paraguay. (2016a). *Guía didáctica para docente. Matemática. 1° curso*. MEC. https://mec.gov.py/cms_v2/adjuntos/13209.

Ministerio de Educación y Cultura - Paraguay. (2016b). *Texto para el estudiante. Matemática. 1° curso*. MEC. https://www.mec.gov.py/cms_v2/adjuntos/13206.

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas* (2.ª ed.). Editorial Trillas. https://cienciaymatematicas.files.wordpress.com/2012/09/como-resolver.pdf.

ACCESO Y USO DE NUEVAS TECNOLOGÍAS PARA APRENDER MATEMÁTICA: UN ESTUDIO INICIAL

Doris Rodríguez y Mabel Rodríguez

Contacto: rodriguezdoris.22@gmail.com
Universidad Nacional de General Sarmiento

https://youtu.be/H-embhojbr0

RESUMEN

Presentamos avances de una investigación en la que nos proponemos describir el desarrollo de una habilidad matemática, en estudiantes de un primer curso universitario de matemática. La habilidad es el acceso y uso de nuevas tecnologías para aprender matemática. El marco teórico considera elementos del Enfoque Cognitivo de Educación Matemática. Metodológicamente, hemos considerado un grupo de estudiantes de la Universidad Nacional de General Sarmiento, que asisten a un Taller inicial que favorece el desarrollo de esta habilidad matemática, entre otras. Por medio de una rúbrica, evaluamos, a lo largo de un trimestre, el desarrollo de dicha habilidad, alcanzado en los estudiantes. Compartimos algunos resultados que nos permitieron concluir que, en buena medida, se alcanzó el mayor nivel de desempeño, o el intermedio.

INTRODUCCIÓN

El Taller Inicial Obligatorio de Matemática (TIO-M) es uno de los espacios que forma parte del Programa de Acceso y Acompañamiento a Estudiantes de Carreras de Grado y Pregrado, implementado en la Universidad Nacional de General Sarmiento a partir de 2019. Surge luego de una extensa revisión curricular, y busca facilitar a los estudiantes el acceso y manejo de diversas herramientas, métodos y recursos de aprendizaje y estudio para el logro de su permanencia en la universidad, atendiendo a los modos de trabajo y de evaluación propios del nivel superior. Así, interesa trabajar un conjunto de habilidades y hábitos que raras veces son objeto de una transmisión metódica y suelen ser exigidas tácitamente por los docentes. En este contexto, el TIO-M tiene desarrollada una propuesta didáctica que intenta atender, particularmente, el desarrollo de habilidades matemáticas. Entre ellas, en este estudio reportamos parte de un trabajo de investigación en el que nos propusimos describir el desarrollo alcanzado de la habilidad acceso y uso de nuevas tecnologías para aprender matemática para un grupo de estudiantes que cursó durante el primer trimestre de 2021.

SOBRE ANTECEDENTES Y MARCO TEÓRICO

Venimos trabajando con el concepto de *habilidades matemáticas*, por lo que asumimos un marco teórico que da continuidad al trabajo y que partió de haber realizado un recorrido bibliográfico extenso que puede encontrarse en Rodríguez (2016). Entendemos que una *habilidad matemática* es un desempeño deliberado, intencional, adecuadamente realizado que permite resolver correctamente una cierta problemática en la que se pone en juego la matemática (Rodríguez, 2016). Respecto, específicamente de la habilidad mencionada, operativamente se descompone en *ejes* y éstos en *aspectos*. Detalles al respecto, así como el diseño de una rúbrica que permite evaluar su desarrollo (en tres niveles de desempeño: menor, intermedio y mayor) y el significado asumido sobre las nuevas tecnologías, pueden verse en Rodríguez et al. (2021). Los ejes son: *información matemática*, *software matemático* y *comunicación*. A modo de ejemplo, los aspectos para el primer eje son: palabras clave que utiliza para hacer las búsquedas, confiabilidad de las fuentes, selección de información adecuada y uso de información para responder a una consigna/tarea.

Con este marco teórico, y para los estudiantes mencionados, el objetivo que planteamos, cuyos resultados adelantamos aquí, es *describir el desarrollo de la habilidad acceso y uso de nuevas tecnologías para aprender matemática, en un grupo de estudiantes del TIO-M del primer trimestre de 2021*.

ASPECTOS METODOLÓGICOS Y DESARROLLO

Hemos trabajado con veinte estudiantes que cursaron, durante el primer trimestre del presente año, el TIO-M. Este Taller, de 48 horas y dictado trimestral, promueve el desarrollo, en los estudiantes, de las siguientes habilidades: *interpretación de bibliografía matemática*, *uso de lenguaje matemático* (tanto natural como simbólico) y *acceso y uso de nuevas tecnologías para aprender matemática*. Las mismas se trabajan tomando contenidos sobre funciones lineales, cuadráticas y cuestiones generales sobre funciones. Actualmente, la modalidad de cursada vigente es virtual e íntegramente asincrónica. Se presenta el trabajo semanal en un aula virtual donde se ofrecen materiales audiovisuales, textos, las actividades que deben realizar, la forma de trabajo (individual o grupal) y se indica cuáles deben ser entregadas, por qué vía y plazos para ello. Hemos tenido acceso a la totalidad de entregas realizadas por los estudiantes de una comisión, y seleccionado entre ellas las que resultan pertinentes para este trabajo. Esos han sido los datos que sistematizamos, previo a realizar su análisis. Para ello, hemos propuesto tres cuadros, cada uno asociado con un eje de la rúbrica. A modo de ejemplo, presentamos el diseño del cuadro para el eje información matemática exhibiendo solo dos filas.

	INFORMACIÓN MATEMÁTICA				
Estudiante	**Palabras clave**	**Confiabilidad**	**Selección de información adecuada**	**Uso de información**	**Nivel de Desempeño**
A1	Sabe que debe utilizar palabras clave y/o Utiliza palabras clave representativas al tema (E2)	Sabe de algunas fuentes de información confiables, y es allí donde busca y/o Tiene criterios para resguardar la confiabilidad (E2) Tiene criterios para resguardar la confiabilidad y/o Reconoce sitios académicos (E4 y E5)	Selecciona información adecuada, según lo que la consigna solicita (E2 y E5)	Utiliza adecuadamente información hallada para responder lo pedido (E2 y E5)	**Palabras clave**: intermedio **Confiabilidad**: intermedio a mayor **Selección de información adecuada**: mayor **Uso de información**: mayor
A2	Sabe que debe utilizar palabras clave y/o Utiliza palabras clave representativas al tema (E2)	Sabe de algunas fuentes de información confiables, y es allí donde busca y/o Tiene criterios para resguardar la confiabilidad (E2) Tiene criterios para resguardar la confiabilidad y/o Reconoce sitios académicos (E5 y E8)	Selecciona información adecuada, según lo que la consigna solicita (E2, E5)	Utiliza adecuadamente información hallada para responder lo pedido (E1, E2, E5)	**Palabras clave**: intermedio **Confiabilidad**: intermedio a mayor **Selección de información adecuada**: mayor **Uso de información**: mayor

En la primera columna se vuelcan los estudiantes (codificados para preservar su identidad) y, en este caso, las siguientes cuatro presentan los aspectos del eje mencionado de la rúbrica. En las celdas ubicamos la descripción de lo que identificamos a partir de las entregas grupales e individuales de cada estudiante. Con Ei nos referimos a la semana i-ésima en que se recibió la entrega. La última columna, refleja una síntesis por estudiante, a raíz de una lectura por filas. Una lectura por columna, nos permite describir lo hallado respecto de cada aspecto.

RESULTADOS

Por una cuestión de espacio, incluimos aquí algunos resultados únicamente de un estudiante, A1. En la ponencia sumaremos ejemplos, las tablas, la rúbrica y el análisis por aspecto.

Respecto al eje información matemática, a partir de los primeros trabajos interpretamos que, para la búsqueda de información, sabe que debe utilizar palabras clave y/o utiliza palabras clave representativas al tema. Dado que solo en dos trabajos se indicó realizar búsquedas de información y además se explicitó sobre qué tema buscar, no es posible afirmar que A1 haya logrado un buen uso de ellas. Sin embargo, esto no sucede con la confiabilidad de los sitios. Observamos que su nivel de desempeño fue mejorando. En primeros trabajos, al realizar búsquedas aparenta no poner en duda la información hallada, no sabe que existen fuentes no confiables y, cuando lo sabe, no tiene criterios para distinguirlas. Ofrecemos una consigna de uno de los primeros trabajos (Figura 1) y la respuesta de A1 que muestran lo mencionado acerca de las palabras clave y la confiabilidad de los sitios.

Consigna 4 (Trabajo Grupal) Buscar información sobre proporcionalidad directa que consideren que les permite justificar las siguientes afirmaciones. Explicar, en cada caso, la respuesta. La concentración de alcohol en sangre, es directamente proporcional a la cantidad de alcohol ingerida.	La concentración de alcohol en sangre es directamente proporcional al alcohol ingerido a causa de que, si se multiplica el alcohol ingerido, la concentración de alcohol en sangre se multiplicaría por el mismo valor. Por ejemplo, si una persona toma una copa de vino un día y al otro día se toma dos vasos, la concentración de alcohol en sangre se verá duplicada a la concentración del día anterior. Es decir, al multiplicar una de las dos magnitudes (en este caso, el alcohol ingerido) la otra (concentración de alcohol en sangre) se ve multiplicada por el mismo valor.
Consigna	Respuesta de A1

Figura 1. uso de palabras clave y confiabilidad de las fuentes

A continuación, la Figura 2 muestra la única fuente utilizada por A1 para responder la consigna y, a su vez se puede ver cómo usa la definición hallada en la respuesta dada.

Directamente proporcional

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/proporcionalidad/magnitudes-directamente-proporcionales.html

Se dice que dos magnitudes son directamente proporcionales si al multiplicar o dividir una de ellas por un número, la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número.

Figura 2: fuente seleccionada y uso para responder

En los últimos trabajos, notamos que adquiere algunos criterios para resguardar la confiabilidad, reconoce sitios académicos y contrasta la información hallada en distintos sitios. Por otro lado, como se observa, en todos sus trabajos selecciona la información adecuada según lo que la consigna solicita y, además, la utiliza adecuadamente para responder lo pedido.

Respecto al eje software matemático, en principio es importante mencionar que el TIO-M no presenta actividades específicas, aunque está permitido su uso libremente. Un indicador del desarrollo de la habilidad, en este eje, se observa ante la *decisión de utilizar software en consignas que no lo indican expresamente*. Encontramos justamente, que A1 decide autónomamente cuándo utilizar software y decide cuál tomar. Además, entendemos que lo obtenido en el software lo analiza con herramientas matemáticas. Por ejemplo, en la Figura 3 se presenta una afirmación sobre la que debe decidir si es verdadera o falsa y justificar. Para ello, decide apelar al software GeoGebra.

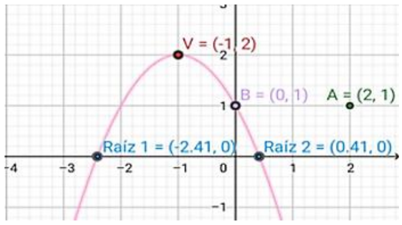
Decidir si es verdadera o falsa la siguiente afirmación y justificar adecuadamente. El punto (2,1) pertenece al gráfico de la función $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, h(x) = -x^2 - 2x + 1$	La afirmación es falsa, dado que el punto A = (2,1) no pertenece al gráfico de tal función. Para poder justificarlo, se procede a adjuntar el gráfico que demuestra que el punto A está fuera de la curva.  Nota: para la elaboración del gráfico se usó la app GeoGebra.
Consigna	Resolución de A1

Figura 3. decisión de apelar a un software

A modo de cierre, mencionamos que mayoritariamente los estudiantes muestran un desarrollo intermedio o mayor de la habilidad estudiada y queda pendiente el trabajo específico con software. Compartiremos en la ponencia conclusiones por aspectos y ejes.

Reconocimiento

Este trabajo se ha realizado en el marco de la Beca de Estímulo a las Vocaciones Científicas otorgada por el Consejo Interuniversitario Nacional a Doris Rodríguez (2020-2021).

Referencias bibliográficas

Rodríguez, M. (2016). Habilidades matemáticas: una aproximación teórica. *Educação Matemática Pesquisa*, *18*(2), 809-824. http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/26016/pdf.

Rodríguez, M., González, V., y Rodríguez, D. (2021). Acceso y uso de las nuevas tecnologías para aprender matemática desde la perspectiva del estudiante. *Revista Linhas*, *22*(49), 289-319. https://periodicos.udesc.br/index.php/linhas/article/view/20683/13152.

MODOS DE ENSEÑANZA EN VIDEOTUTORIALES DEL CURSO INTRODUCTORIO DE MATEMÁTICA DE LA FCEIA-UNR

Francisco Domingo, Sabrina Grossi y Sofía Pípolo

Contacto: fdomingo@fceia.unr.edu.ar
Universidad Nacional de Rosario

https://youtu.be/vXNlOnfW-_0

RESUMEN

Desde mediados del año 2018 y hasta principios del año 2020, el área de Ingreso de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario tuvo la iniciativa de producir material audiovisual para complementar el Curso Introductorio de Matemática. La producción de dicho *material* estuvo a cargo de tres docentes de Matemática que dictaban el curso en su modalidad presencial, en conjunto con la coordinación de la Secretaría de Desarrollo Institucional y la Coordinadora Académica de Matemática.

El siguiente reporte analiza parte de los materiales audiovisuales producidos para el Curso Introductorio de Matemática a través de categorías de análisis para videotutoriales propuestos por Acuña Soto y Liern (2020) en relación a la elección docente sobre dichos materiales, según las expectativas didácticas para la clase. Como material específico de análisis se toman los videos especialmente elaborados para el capítulo Geometría, y se analizan sobre ellos los modos de enseñanza de tipo puntual, formativa o de equilibrio entre ambos.

DESARROLLO

En la sociedad actual, la tecnología, las plataformas virtuales y los productos audiovisuales están muy presentes en diversos ámbitos de la vida cotidiana, más aún en los espacios educativos. La utilización de videotutoriales para realizar tareas específicas es una práctica habitual para gran parte de la población y en particular para los/as jóvenes. Mucho/as utilizan los videos de libre acceso que se encuentran en la red como recursos complementarios a lo que les ofrecen sus instituciones de estudio.

El siguiente reporte se enmarca en el Proyecto de Investigación “La formación del profesor para desempeñarse en entornos de Educación a Distancia. El caso del Profesorado en Matemática de la UNR” (1ING584, 2018-2021) radicado en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario (FCEIA-UNR). Se pretenden analizar los *materiales audiovisuales* producidos para el Curso Introductorio de Ingreso de Matemática (CIM) de la FCEIA (iniciativa del Área de Ingreso de Matemática (AIM) en conjunto con la Secretaría de Desarrollo Institucional y la Coordinadora Académica de Matemática), elaborados por tres docentes que dictan el CIM y publicados en 2020.

La autonomía de los/as estudiantes y la necesidad de emplear nuevos recursos fueron algunos de los motivadores para la producción de material audiovisual del CIM, cuyo objetivo ha sido desde siempre crear nexos entre el nivel medio y el nivel superior, trabajando contenidos matemáticos base de las materias de los primeros años de las carreras de grado ofrecidas por la FCEIA. En este marco, y considerando la importancia de los materiales didácticos audiovisuales para el desarrollo de las clases en el nivel superior, es que se ha llevado a cabo la producción de materiales audiovisuales de Matemática. Con el paso forzado a la virtualización educativa, estos recursos se han convertido en indispensables.

En total se han elaborado 23 materiales audiovisuales relacionados y organizados en función al libro de Ingreso de Matemática de la FCEIA (Napolitano y Sibuet, 2018). Estos materiales se presentan dispuestos en ocho unidades temáticas (*Conjuntos, Números Reales, Números Complejos, Ecuaciones, Geometría, Trigonometría, Sistemas de Ecuaciones y Polinomios)*, cada una con dos, tres o cuatro videos.

El objetivo general de este reporte es analizar una selección específica de los videos mencionados, bajo ciertas categorías que permitan un estudio didáctico sobre este tipo de recursos. Para ello se aborda la clasificación propuesta por Acuña Soto y Liern (2020), modos de enseñanza plasmados en videotutoriales, reconociendo con ello posibles expectativas docentes sobre los videos analizados.

> Los modos de enseñanza, representados por la eficacia puntual, la utilidad formativa y el equilibrio entre ellas, son instrumentos que determinan la diferencia de los estilos cognitivos promocionados por los videotutoriales y pueden ayudar a los profesores a elegir videos de matemáticas, según sus necesidades" (p. 3).

El estilo cognitivo analítico-holístico se asocia a la eficacia puntual y se enfoca en resolver "aquí y ahora". En cambio, el estilo visual-imaginativo, asociado a la eficacia formativa, consiste en resolver "aquí y para después".

Al diseñar, producir o seleccionar material audiovisual pensando en la eficacia puntual exclusivamente, es posible que se resuelvan las actividades propuestas pero que no se puedan establecer relaciones con el contenido a enseñar, o incluso que no tengan un propósito concreto dentro de una determinada unidad didáctica. Asimismo, enfocar la atención sólo en la utilidad formativa podría crear la falsa percepción de que nunca se llega a la utilidad del asunto. Es por ello que entre ambos modos de enseñanza se encuentra un punto intermedio, de balance, denominado por Acuña Soto y Liern (2020) como equilibrio formativo, para lograr la resolución ahora pero basándose en estructuras matemáticas generales.

Se pretenden detectar las aportaciones cognitivas que promueven los videos de Matemática, específicamente elaborados para la unidad temática "Geometría", al ser vistos por los/as ingresantes. La selección del material para el análisis se ha realizado considerando dos factores. En primer lugar, múltiples estudios dan cuenta del escaso trabajo de la Geometría en el nivel medio (Moore-Russo y Schroeder, 2007; Tavío y Méndez, 2006) por lo que los/as alumnos/as suelen tener más dificultades a la hora de estudiar estos contenidos en el CIM. En segundo lugar, Geometría es uno de los capítulos más extensos y requiere un uso más estricto de demostraciones y simbología matemática. Este capítulo consta de cuatro videos, titulados: "Conceptos" (con una duración de 4:22), "Triángulos" (4:43), "Figuras" (6:48) y "Cuerpos" (6:37).

El primero de ellos realiza un recorrido por una presentación de Prezi que, tal como alude su título, propone abarcar conceptos y propiedades vinculados con contenidos geométricos. Este video no será incluido en este análisis pues no corresponde a videos de tipo tutorial, pues no es una "guía paso a paso para realizar una actividad" (González Castelán, 2013). Los tres videos restantes sí pueden considerarse de tipo videotutorial. El segundo video, "Triángulos", expone una resolución empleando semejanza de triángulos, acompañada por una voz en off y un señalador que guían y destacan cuestiones conceptuales relevantes. Se propone realizar una demostración de la propiedad: "*en dos triángulos semejantes, las medianas son proporcionales a los lados homólogos*". Según lo observado en este video y teniendo en cuenta los modos de enseñanza representados por la eficacia puntual y la utilidad formativa, se mantiene un equilibrio entre ambos.

Atiende por un lado a la resolución "aquí y ahora" de lo pedido por la consigna, pero también se reconocen, enfatizan y expresan, con simbología específica, conceptos previos. Se sustenta la información con la que se va resolviendo la actividad con resultados matemáticos que se exponen mediante la voz en off, las expresiones simbólicas agregadas y apoyos visuales con marcas en las representaciones gráficas. Se reconoce y detalla el proceso de demostración en paralelo con las ideas visuales que aportan al desarrollo cognitivo sobre la Geometría. El tercer video, "Figuras", propone resolver la actividad: "*A un hexágono regular de 4 cm de lado se le inscribe una circunferencia y se le circunscribe otra. Hallar el área de la corona circular así formada"*. Se incorpora una voz en off, se realizan construcciones geométricas, algunas de ellas animadas, que representan la situación planteada. Se explica y detalla simbología geométrica con el fin de que los/as estudiantes puedan incluirla posteriormente en sus resoluciones. El cuarto y último de los videos, "Cuerpos", presenta la resolución de una situación intramatemática vinculada con el reconocimiento de cuerpos geométricos y el cálculo de volumen y área. El enunciado, apoyado en una representación gráfica, pide: "*a. Obtener el área del cascarón de la figura, formada por un cilindro recto de altura 5 cm y una esfera de 3 cm de radio. b. ¿Cuál es el volumen de dicho sólido?*". Se especifican conceptos y fórmulas ya vistas y se realiza el desarrollo plano del cilindro. Se lleva a cabo un trabajo constructivo, apoyado en representaciones geométricas del cuerpo en cuestión, se enfatiza la relación entre el cuerpo geométrico y su desarrollo plano, remarcando la relación espacio-plano. En estos dos últimos materiales, en función a sus respectivas consignas, sobresale la eficacia formativa pues partiendo de la situación central se expande a subproblemas periféricos. En relación al video tres, se utiliza simbología específica y se demuestran pasos previos como por ejemplo para hallar la longitud de un radio, se prueba previamente que uno de los triángulos implicados es rectángulo así como la correspondencia altura/mediatriz. Esto ocurre también en el video cuatro, donde se apela a la interpretación del cuerpo a partir de su desarrollo plano el cual permite comprender características gráficas que ayudan al cálculo pedido.

El empleo de lenguajes multimediales en las clases de Matemática no es novedoso, más aún en tiempos en donde la virtualización de las prácticas ha sido el único medio para sostener su existencia. Asimismo, reflexionar sobre prácticas que se van volviendo habituales permite sacar a la luz propuestas de mejoras para la enseñanza aprendizaje de la Matemática en todos los niveles. Al analizar las aportaciones didácticas de los videos de Matemática que se elaboraron para el CIM sobre el capítulo de Geometría, se han podido visualizar objetivos en cuanto a modos de enseñanza promovidos. Estudiar los modos de enseñanza destacados en los videos producidos contribuye a valorarlos desde distintos puntos, dando a los/as docentes la claridad de "ofrecerlos" en momentos específicos y con fines determinados. En conclusión, podemos afirmar que las categorías de análisis sobre los modos de enseñanza destacados en determinados videotutoriales de Matemática son una invitación a la reflexión para que todos/as los/as docentes puedan tomar un rol activo en la selección de videos a los que sus estudiantes recurren, ya sea de manera espontánea o por sugerencia.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acuña-Soto, C., y Liern, V. (2021). Modos de enseñanza en los videotutoriales de Matemática: equilibrio entre eficacia puntual y utilidad formativa. *Bolema 34*(68), 1125-1143. https://bit.ly/3rQHiO4

Gonzaléz Castelán, Y. (2013). El video tutorial como herramienta de apoyo pedagógico. *Vida Científica*. https://bit.ly/3ymPJmm

Moore-Russo, D., & Schroeder, T. (2007, octubre 25–28). *Preservice and inservice secondary mathematics teachers' visualization of three-dimensional objects and their relationships*

[Presentación de un trabajo]. Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Reno, Nevada.

Napolitano, M., y Sibuet, F. (2018). Curso Introductorio de Matemática. Rosario: FCEIA-UNR.

Tavío, C., y Méndez, J. (2006). La democratización del conocimiento matemático: popularizando la geometría. *Revista UNO*, *12*(42), 61-70.

IMÁGENES DEL CONCEPTO DE LOS ESTUDIANTES DE CIENCIAS ECONÓMICAS RESPECTO A LAS INECUACIONES LINEALES CON VALOR ABSOLUTO

Daniel Luis Mosqueda

Contacto: danielmosqueda50@yahoo.com.ar
Universidad Nacional del Nordeste

https://youtu.be/jaOA7dsCtP0

RESUMEN

El objetivo general de esta investigación consistió en explorar las imágenes que evocan los estudiantes universitarios cuando resuelven inecuaciones lineales con valor absoluto. El método consistió en proponer a 21 alumnos de ciencias económicas un cuestionario escrito con reactivos relacionados con las inecuaciones con valor absoluto. Posteriormente, se realizaron entrevistas semiestructuradas basadas en el cuestionario a siete estudiantes seleccionados. Las respuestas a los cuestionarios y las entrevistas fueron sometidas a un análisis de datos de tipo cualitativo, lo que permitió construir una categorización de los procedimientos y las respuestas de los estudiantes. Se pudieron identificar las estrategias usuales más utilizadas y las dificultades más comunes en los alumnos cuando resuelven actividades en las que está involucrada una inecuación con valor absoluto. En conclusión, los estudiantes tienen una imagen del concepto muy acotada de las inecuaciones con módulo. Se recomienda el diseño de estrategias que involucren distintas definiciones de valor absoluto.

INTRODUCCIÓN

Las inecuaciones y el valor absoluto forman parte de los contenidos prioritarios de los diseños curriculares en el nivel medio y superior, por lo que su enseñanza y aprendizaje resulta fundamental. Diversos autores se han centrado en identificar los errores y dificultades que presentan los alumnos del nivel medio cuando resuelven inecuaciones; otros como Elia et al. (2016), en las concepciones de los estudiantes del secundario que actúan como obstáculos a la hora de resolver problemas en los que interviene módulo. Almog e Ilany (2012) analizaron los métodos de los estudiantes de secundaria cuando abordan inecuaciones con valor absoluto, sus errores comunes, conceptos erróneos y las posibles fuentes de estos errores. En la universidad, el uso de inecuaciones y valor absoluto está presente en muchas situaciones como en la definición e interpretación del límite o en el cálculo de probabilidades. Estos conceptos son fuentes de errores y sus causas pueden ser diversas; es común definir al valor absoluto como una regla de asignación de valores no negativos a cualquier número real, a diferencia de cómo se presenta en la clase y en los libros de texto del nivel medio: distancia de un número al cero o como un número sin signo. Basarse únicamente en esta definición aritmética da lugar a que el estudiante no comprenda afirmaciones en las que interviene el valor absoluto (David, 2018).

MARCO CONCEPTUAL

La *imagen del concepto* es “algo” no verbal asociado en la mente del sujeto con el nombre del concepto (Vinner, 1991); incluye todas las imágenes mentales, las propiedades y procesos asociados al concepto. Se construye a través de experiencias de todo tipo y se ve modificada cuando el individuo se enfrenta a nuevas situaciones y madura, es decir dispone de la capacidad de afrontar a tales situaciones. Ante cierto estímulo, solo se activa y se desarrolla una porción de la imagen del concepto, que no necesariamente forma un todo coherente; la porción de la imagen del concepto que se activa en un contexto dado se denomina *imagen del concepto evocada*. Saber de memoria la definición de un concepto no garantiza el entenderlo. Sin embargo, la *definición de un concepto matemático* es una secuencia de palabras utilizadas para explicar con precisión ese concepto, fruto de la evolución histórica (Tall & Vinner, 1981, Azcárate y Camacho, 2003). Como expresa Vinner (1983), la definición de un concepto es una definición verbal que explica con precisión el concepto de forma no circular. Puede ser aprendido por un individuo de manera rutinaria o significativamente. La definición del concepto abarca tanto la definición formal como también, una reconstrucción personal por parte del alumno de una definición.

METODOLOGÍA

Participaron 21 estudiantes de la asignatura Álgebra y Geometría Analítica de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNNE. Se utilizaron dos instrumentos; el primero consistió en un cuestionario escrito con dos consignas, consigna 1: nueve inecuaciones con distinto conjunto solución (única, infinitas y el conjunto vacío) a) $|x| > 4$ b) $|x| + 2 \leq 0$ c) $|x| \leq 0$ d) $|x| \geq 0$ e) $|x-2| < 1$ f) $\left|4x - \frac{1}{2}\right| > 2,5$ g) $|2-3x| \leq 5$ h) $|x-4| < -2$ i) $|x+3| < -3|x-1|$ y tres preguntas (consigna 2) A) ¿Qué es el valor absoluto e un número real?, B) ¿Qué es una inecuación?, C) ¿Qué entiendes por inecuación con valor absoluto? Posteriormente se realizaron entrevistas semiestructuradas a siete estudiantes seleccionados basados en el cuestionario.

RESULTADOS

A continuación, se presenta una categorización en procedimientos adecuados y no adecuados obtenidos a partir de la consigna 1 del cuestionario escrito. Las denominaciones de las categorías para esta consigna pueden observarse en la tabla 1; en la última columna se especifica el número de respuestas que le corresponde a cada una de ellas, por ejemplo “a) 15/21” indica que 15 de las 21 respuestas pertenecen a una determinada categoría para resolver la inecuación a).

Procedimientos Algorítmicos	Categorías	Inecuación/ respuestas
Adecuados	1. Aplicación de propiedades del valor absoluto.	a) 15 /21 b) 17/21 c) 12/21 d) 13/21
	2. Valor absoluto como cantidad no negativa.	g) y h) 2/21 i) 1/21
	3. Asignar valores a *x*.	e) 2/21
No adecuados	1. Eliminación de las barras de valor absoluto.	a), b), c), e), h) e i) 3/21 d) 2/21 f) y g) 5/21

	2. Considerar para el conjunto solución el mismo sentido de la desigualdad con valor absoluto.	a) y c) 1/21
	3. Uso indiscrimiando de la disyunción y la operación unión.	a) 2/21 c) 6/21 e) y h) 1/21 f) 2/21
	4. Escribir un número real como intervalo.	8/21
	5. Generalizar propiedades del módulo para números no positivos.	15/21
	6. Considerar válida la linealidad del módulo	g) 4/21
	7. No existencia de solución	4/ 21
	8. No resuelven	e), i) 4/21
	9. Otros.	3/21

Tabla 1. Categorías definidas en la consigna 1 del cuestionario escrito.

Para la consigna 2 se establecieron las siguientes categorías. Con respecto al valor absoluto: es un número sin signo, positivo, positivo o cero, distancia y regla de asignación de un número según sea positivo, negativo o cero. En las inecuaciones, los estudiantes lo entienden como una desigualdad, desigualdad entre expresiones algebraicas y restricción sobre cierto dominio. Finalmente, los estudiantes piensan que una inecuación con valor absoluto es una desigualdad en la que la variable está afectada por el valor absoluto, la incógnita es el valor absoluto de x, subconjunto no vacío de números reales o como una inecuación en general.

En resumen, se puede observar que predomina como imagen una definición aritmética del valor absoluto para la mayoría de los estudiantes (número sin signo, distancia). Para algunos de ellos, siempre es posible encontrar una solución no vacía de una inecuación con valor absoluto (soluciones compatibles) y resolver una inecuación con valor absoluto consiste en llevar a cabo tres pasos bien definidos:

a) Identificar el sentido de la desigualdad.

b) Aplicar una de las propiedades del valor absoluto equivalentes a las desigualdades, cualquiera sea el valor del número real k.

c) Una vez determinada la solución, deben expresarla como un intervalo, que muchas veces no encuentran su razón de ser.

CONCLUSIONES

Este estudio permitió conocer las definiciones e imágenes que evocan un grupo de estudiantes de ciencias económicas cuando resuelven inecuaciones lineales con valor absoluto, y que no son totalmente correctas. La investigación permitió reconocer, por un lado, las falencias que presentan los estudiantes en relación con el uso de las definiciones formales y por otro, aquellas imágenes que forman en su mente a partir de los ejemplos y actividades que propone el docente en sus clases. En futuras investigaciones se podrían analizar el tratamiento de las inecuaciones con valor absoluto en los libros de textos compararlos y observar en ellos la emergencia o no de distintas imágenes de las inecuaciones con valor absoluto.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Almog, N., & Ilany, B. (2012). Absolute value inequalities: high school students' solutions and misconceptions. *Educational Studies in Mathematics, 81*(3), 347-364. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9404-z.

Azcárate, C., y Camacho, M. (2003). Sobre la investigación en didáctica del análisis matemático. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, *10*(2), 135-149.

David, E. (2018). *Peter's evoked concept images for absolute value inequalities in calculus contexts*. A. Weinberg, C. Rasmussen, J. Rabin, M. Wawro, & S. Brown (Eds.), *21st Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education* (pp. 949-956). SIGMAA.

Elia, I., Özel, S., Gagatsis, A., Panaoura, A., & Yetkiner Özel, Z. E. (2016). Students mathematical work on absolute value: focusing on conceptions, errors and obstacles. *ZDM Mathematics Education, 48*(6), 895-907. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0780-1.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, *12*(2), 151-169. https://doi.org/10.1007/BF00305619

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 14*(3), 293-305. http://dx.doi.org/10.1080/0020739830140305.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In Tall D. (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 65-81). Kluwer. https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_5.

PRÁCTICA DOCENTE DE UNA FUTURA PROFESORA EN MATEMÁTICA: FORMATOS DE ACTIVIDAD AL INTEGRAR TECNOLOGÍAS DIGITALES

[1]***Araceli Coirini* y** [1],[2]***Mónica Villarreal***

Contacto: araceli.coirini@unc.edu.ar
[1]Universidad Nacional de Córdoba – [2]CONICET

https://youtu.be/fPUABEP5dpg

RESUMEN

Realizar la primera práctica docente en ambientes ricos en tecnologías implica desafíos importantes para los futuros profesores en matemática. Los modos de interacción característicos de una clase que se dan entre los estudiantes y el profesor, denominados "formatos de actividad", permiten observar los diferentes vínculos que se establecen entre estos actores y el contenido matemático al incorporar tecnologías digitales. En este trabajo analizamos los principales formatos de actividad presentes en la práctica de una futura profesora al integrar tecnologías digitales en sus clases.

INTRODUCCIÓN

La formación de profesores es un tema de relevancia que influye en los retos sociales que plantea la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible adoptada por la Asamblea General de la ONU, particularmente en su objetivo 4, que se refiere a la educación de calidad. Así mismo, la formación de futuros profesores de matemática (FPM) es un tema de discusión nacional e internacional profundamente tratado desde hace décadas en el campo de la Educación Matemática. Clark-Wilson et al. (2020) consideran necesarias investigaciones que se focalicen en las herramientas de desarrollo profesional que contribuyen a la integración de las tecnologías digitales (TD) por parte de los profesores en sus clases. Las "tecnologías, herramientas y recursos" es un área identificada por el Topical Surveys ICME-13 como relevante en la investigación internacional sobre la formación de FPM. Del mismo modo, el último Estudio Nacional 2017-2018 del Instituto Nacional de Formación Docente de Argentina, identifica como relevante para la formación inicial de FPM los conocimientos vinculados con el manejo pedagógico de las TD.

Ruthven (2009) desarrolla un marco teórico denominado "Características Estructurantes de la Práctica en el Aula" donde identifica 5 características *–entorno de trabajo, sistema de recursos, formato de actividad, guion curricular y economía del tiempo–* que se configuran como estructurantes de la práctica en el aula y permiten reconocer y analizar modos en que los profesores integran (o no) las TD en la enseñanza de la matemática. La característica *formato de actividad* hace referencia a los modelos de acción e interacción que se dan en el aula entre el profesor y los alumnos, y que se pueden reconocer en diferentes momentos de una clase. Por su parte los trabajos de Drijvers et al. (2010) y Drijvers et al. (2013) abordan diferentes tipos de organización del profesor en el entorno de aprendizaje con el objetivo de guiar a los estudiantes a que desarrollen una relación significativa con la tecnología, es decir, identifican diferentes *formatos de actividad*. Los formatos reportados por estos autores son: *demostración técnica, explicar la pantalla, vínculo* *pizarrón pantalla, discutir la pantalla, detecta y muestra, sherpa en el trabajo, guía y explicación y enseñanza en la pizarra.* Resulta relevante indagar sobre esta característica dado que permite identificar qué tipos de relaciones se dan al ampliar el triángulo didáctico –estudiante, profesor, conocimiento– e incorporar las TD. Teniendo como premisa que al integrar TD en la práctica docente se propician formatos de actividad diferentes a una clase sin TD, el objetivo que guía el estudio es identificar y caracterizar los formatos de actividad presentes en la primera práctica de FPM que integran las TD en sus clases. La presente investigación aborda el caso de una futura profesora de matemática que desarrolla su primera práctica docente en una institución educativa dotada de variadas TD, y se busca dar respuesta al interrogante: ¿Cuáles fueron los principales formatos de actividad vinculados con la integración de las TD que se establecieron en la primera práctica docente de la futura profesora?

CONTEXTO DE LA PRÁCTICA DOCENTE

La carrera de profesorado en matemática que transitó la futura profesora de este estudio tiene una duración de cuatro años y dentro de su plan de estudio prevé una única instancia de práctica docente en una escuela secundaria. La práctica docente, se enmarca en la materia de régimen anual denominada Metodología y Práctica de la Enseñanza que se cursa en el cuarto año. La práctica seleccionada para esta investigación fue la llevada a cabo por Carla junto a otras dos compañeras durante el año 2013 en tres divisiones de primer año en una misma escuela. El contexto educativo tenía dos características fundamentales: (1) la escuela contaba con diversas TD -cada estudiante tenía una netbook personal, en cada aula había una pizarra digital, se disponía de WiFi de acceso libre y aula virtual - y (2) en las clases de matemática la docente del curso fomentaba el desarrollo de actividades de modelización y resolución de problemas. Estas dos características influyeron fuertemente en la planificación que realizaron las FPM para sus prácticas. La unidad de contenidos asignada fue “Relaciones entre variables”. La propuesta se dividió en dos etapas, primero se realizó un trabajo de modelización intramatemática, para posteriormente llevar a cabo proyectos de modelización extramatemática abiertos. Para esta comunicación se presenta el análisis de la primera etapa de la práctica de Carla, la cual requirió de aproximadamente 17 horas reloj para su implementación. El trabajo de esta etapa se inició con una animación en GeoGebra creada por las practicantes la cual, por medio de diferentes tareas, permitió que los estudiantes abordaran los conceptos de: variable, intervalos, toma de datos, lectura y construcción de tablas, búsqueda de regularidades, escritura en lenguaje coloquial y simbólico de regularidades, y representación de relaciones en el plano cartesiano. La mayoría de las tareas diseñadas para esta etapa proponían que los estudiantes hicieran uso de sus notebooks en los entornos de GeoGebra, Applets, planilla de cálculo y editor de texto.

METODOLOGÍA

Para dar cuenta del objetivo propuesto, se apela a una metodología de investigación de tipo cualitativa en el marco del paradigma interpretativo (Denzin & Lincoln, 2017). Se trata de un estudio de caso que toma como base de datos: la planificación de la práctica, las observaciones de clase realizadas por la profesora que supervisaba la práctica y el Informe Final de práctica realizado por Carla y su grupo. En este estudio identificamos y caracterizamos los principales formatos de actividad presentes en la primera etapa de la práctica de Carla.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En las clases de la práctica de Carla se reconocen cuatros momentos principales acompañados por un formato de actividad que muestra una interacción específica entre estudiantes, practicante, TD y conocimiento matemático.

Al comenzar la clase, Carla solicitaba que un estudiante pase al frente para recordar lo que habían realizado la clase anterior. En esta circunstancia los estudiantes podían hacer uso de la pizarra digital para mostrar tareas realizadas. Este momento que demandaba 5 minutos aproximadamente era relevante en tanto permitía volver sobre lo trabajado y de este modo comenzar la clase teniendo como punto de partida lo ya realizado. El formato de actividad que caracterizaba estas interacciones puede ser descripto por *sherpa en el trabajo* (Drijvers et al., 2010) debido a que el estudiante escogido presentaba para todos lo realizado y respondía a preguntas que se le hiciesen, con la salvedad de que no era requisito explícito que use una TD.

Posteriormente, Carla presentaba la tarea a realizar en la clase haciendo uso de la pizarra digital y procurando que los estudiantes tuviesen sus netbooks abiertas con el recurso necesario para el desarrollo de la clase. El formato de actividad que predominaba en estas instancias era el de *discutir la pantalla* (Drijvers et al., 2013) debido a que Carla invitaba por medio de preguntas a que los estudiantes observaran y comprendieran la situación que se mostraba en la pantalla digital, luego realizaba explicaciones sobre el objetivo de la tarea y si era necesario algún estudiante pasaba a manipular la pizarra para ejemplificar la actividad a realizar.

El tercer momento correspondía al trabajo de los estudiantes en sus notebooks resolviendo la tarea propuesta. En algunos casos debían manipular archivos de GeoGebra y responder preguntas en un archivo de texto o en la carpeta. Otras tareas, vinculadas a la búsqueda de regularidades entre variables y a la escritura de regularidades en lenguaje coloquial y simbólico, hacían uso de tablas confeccionadas por los estudiantes en sus computadoras y la escritura se realizaba en las carpetas. En otras tareas se hacía uso de applets disponibles en internet para explorar y resolver la tarea. En estos momentos Carla recorría el curso respondiendo dudas y observando el trabajo de los estudiantes. Este formato de actividad no puede ser inscripto en los propuestos por la literatura consultada y estaría haciendo referencia a un modo de actividad en la que el estudiante trabaja en su computadora resolviendo una tarea propuesta por el profesor y el rol de este último es orientar a los estudiantes en la consecución de la tarea. Podríamos denominar a este formato *estudiantes resolviendo tareas con TD*.

Posteriormente, en el cuarto momento, se realiza una puesta en común de la tarea realizada con toda la clase. Esta instancia tiene la característica de que son los estudiantes quienes pasan al frente a dar las respuestas a la tarea haciendo uso de la pizarra digital o pizarrón de tiza y acompaños por su carpeta y/o netbook. El rol de Carla en esta instancia era formular preguntas a los estudiantes que estaban al frente, así como al resto del curso e identificar posibles errores en las respuestas. Este modo de interacción se corresponde con el formato de *sherpa en el trabajo* (Drijvers et al., 2010) y estaba orientado por la presentación de la resolución de la tarea. En ciertas circunstancias, Carla aprovechaba estos momentos para reconocer conceptos matemáticas vinculados a las actividades realizadas. En estas circunstancias se podía apreciar el formato de *explicar la pantalla* Drijvers et al., (2010) en donde a partir de lo trabajado por los estudiantes se procedía a institucionalizar los contenidos matemáticos abordados en la tarea.

El análisis de los principales formatos de actividad presentes en la primera práctica docente de Carla, permiten identificar dos cuestiones principales. Por un lado, se puede afirmar que en al menos tres de los cuatro momentos identificados se pudieron registrar formatos de actividad vinculados con un uso intensivo de las TD. Por el otro, los cuatro momentos principales y los formatos de actividad predominantes en cada uno, permiten observar que los modos de interacción entre Carla, sus estudiantes, el contenido matemático y las TD, muestran una centralidad en lo que ocurre entre el estudiante al usar TD para aprender un contenido matemático.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Clark-Wilson, A., Robutti, O., & Thomas, M. (2020). Teaching with digital technology. *ZDM*, *52*(7), 1223–1242.

Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2017). *The SAGE Handbook of Qualitative Research*. SAGE.

Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *75*(2), 213–234. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9254-5.

Drijvers, P., Tacoma, S., Besamusca, A., Doorman, M., & Boon, P. (2013). Digital resources inviting changes in mid-adopting teachers' practices and orchestrations. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *45*, 987–1001.

Ruthven, K. (2009). Towards a Naturalistic Conceptualisation of Technology Integration in Classroom Practice: the example of school mathematics. *Éducation Et Didactique*, *3*(1), 133–152.

UN PROCEDIMIENTO DE SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICA ESCOLAR QUE PROMUEVEN LA ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA

Víctor Hugo González

Contacto: vgonzalez@campus.ungs.edu.ar
Universidad Nacional de General Sarmiento – Universidad Nacional de Luján

https://youtu.be/eJvJGy5xPyo

RESUMEN

El libro de texto de matemática escolar sigue siendo uno de los recursos más importantes para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Problematizamos aquí la elección de un libro de texto de matemática escolar que promueva la alfabetización matemática de los estudiantes. A fin de atender a aspectos didácticos del contenido en el libro de texto, presentamos un procedimiento de análisis que cuenta con tres pasos: elegir un capítulo representativo del libro, realizar una mirada general del capítulo, y realizar una mirada particular del capítulo.

Para cada uno de los pasos se listan criterios en relación a lo que presenta el autor del libro y lo que le solicita al estudiante. La validación del procedimiento ha sido a través de pares expertos.

INTRODUCCIÓN

El libro de texto de matemática escolar (LTME) sigue siendo uno de los recursos más importantes para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. El uso de un LTME en clases suele darse, o no, a propuesta del docente. Rezat (2006), presenta un modelo de la actividad *uso de libro de texto* en el que se vinculan de a ternas: estudiante, profesor, libros de texto, conocimiento matemático, y aspectos didácticos del conocimiento matemático. Nos interesa problematizar aquí el paso previo a utilizar un LTME y es la elección del texto.

Los diseños curriculares del nivel secundario de provincia de Buenos Aires, inscriben características cognitivas y de comportamiento esperados en la formación como ciudadano. Se señala como propósito de la educación secundaria "fortalecer la formación de ciudadanos y ciudadanas; vincular la escuela y el mundo del trabajo a través de una inclusión crítica y transformadora de los alumnos/as en el ámbito productivo" (DGCyE, 2010, p.10), y específicamente para matemática se espera que al finalizar la ESB "sean capaces de estudiar situaciones intra y extra matemáticas usando modelos matemáticos" (DGCyE, 2010, p.176).

Consideramos que la selección, pertinencia en términos del diseño curricular, y el uso del LTME por parte del profesor son tareas centrales a ser aprendidas en la formación docente y son el foco de la investigación que reportamos aquí.

El contexto de la investigación es el Profesorado Universitario de Educación Superior en Matemática de la Universidad Nacional de General Sarmiento. Particularmente trabajamos con estudiantes avanzados, que están promediando la carrera.

MARCO TEÓRICO

Dentro de los enfoques en Educación Matemática consideramos que la noción de *alfabetización matemática* de la educación matemática crítica permite una mirada integrada de lo pretendido en la documentación curricular. Skovsmose (2000) señala que:

> …la educación matemática crítica considera el desarrollo de la *alfabetización matemática* como una competencia similar a la de la alfabetización descrita por Freire. Esta alfabetización matemática no solo se refiere a unas destrezas matemáticas, sino también a la competencia para interpretar y actuar en una situación social y política que ha sido estructurada por las matemáticas. (Skovsmose, 2000, p.110)

Dado que el docente elige un curso de acción para orientar el proceso de aprendizaje de sus alumnos, destacamos el papel de las *consignas* en los LTME en tanto permiten la construcción del diálogo entre el profesor, estudiante y contenido. En este sentido acordamos que:

1) la consigna podría posibilitar la reflexión del estudiante sobre su propio quehacer cognitivo, *consignas metacognitivas* (Rodríguez, 2016);

2) la consigna resultará ser un *problema* (Chacón, *et al*., 2009) para el estudiante si acaso éste no posee, o vislumbra, un medio o camino que lo conduzca a la solución, al menos en lo inmediato;

3) la consigna puede ser analizada en términos de las posibilidades de exploración y argumentación que admite, su *potencial matemático* (PM) (Rodríguez, 2016), resultando en una valoración cualitativa. Esta valoración resulta entre dos extremos posibles: una consigna que no admite exploración y no requiere ningún tipo de argumentación (PM pobre); y otra que permite tomar decisiones, organizar y reflexionar sobre sus intentos de resolución para sostenerlos o descartarlos, argumentar por qué le parece válida su propuesta, etc. (PM rico).

4) la consigna podría hacer referencia a la *matemática pura*, *a la semirrealidad* o *a situaciones de la vida real* (Skovsmose, 2000).

En el marco de nuestro trabajo, y en relación a la *alfabetización matemática* y *consignas*, adoptamos como posición: las situaciones a las que hacen referencia las consignas deberían incluir el trabajo sobre cuestiones matemáticas en una variedad de contextos, no puramente matemáticos, y algunos de ellos relativos a problemáticas naturales, sociales, culturales, históricas, políticas o de otra índole relacionada con el estudiante y/o de su vida en comunidad. Asimismo, deberían permitirle al estudiante la exploración, argumentación, toma de decisiones, posiciones justificadas, y la posibilidad de reflexión sobre su propio quehacer cognitivo.

Bajo este marco, reportamos a continuación resultados en relación al objetivo de investigación: *elaborar y validar un procedimiento de selección de libros de texto de matemática escolar adecuados para promover la alfabetización matemática.*

METODOLOGÍA Y RESULTADOS

En González (2019) presentamos y fundamentamos un listado de criterios que permiten identificar LTME que promuevan la alfabetización matemática. Luego de esa instancia elaboramos un *procedimiento* que fue sometido a la validación por dos expertos interjueces. En ambos casos, recibimos retroalimentaciones que nos permitieron lograr mayor precisión en la formulación del mismo. Presentamos a continuación sintéticamente el procedimiento, como se le presenta al docente (no se adjunta un diagrama de flujo que lo sintetiza, por una limitación de espacio), y en la comunicación (a través de la videograbación e interacciones por el foro) incluiremos ejemplos de su aplicación.

Procedimiento para seleccionar libros de texto que promueven la alfabetización matemática

El procedimiento ofrece una forma de abordar el análisis de un libro de texto de matemática escolar (LTME) con la intención de advertir si el mismo favorecería la *alfabetización matemática* del estudiante. La propuesta evita una lectura exhaustiva del texto completo.

Paso 1: elegir un capítulo representativo del libro

Esto significa que, en estructura, estilo y presentación es análogo a los otros capítulos. Si no hubiera, considerar más de un capítulo y con cada uno realizar los siguientes pasos.

Paso 2: realizar una mirada general del capítulo

Ponemos atención a dos aspectos: las *consignas* (ejercicios, actividades, …) que propone para que el estudiante realice y las que el autor desarrolla (criterios 1 y 2) y la *presentación del conocimiento matemático* que hace el autor (criterio 3).

> Criterio 1: Las consignas podrían resultar *problemas* para el estudiante.
>
> Criterio 2: El tipo de referencia de las consignas (resueltas por el autor o planteadas al estudiante) es *semirrealidad* y/o *situaciones de la vida real*, y *matemática pura.*
>
> Criterio 3: En el tratamiento de los contenidos matemáticos se enfatiza/incluye/describe/referencia… la construcción del conocimiento. No aparece como un producto acabado. Además, aparecen la matemática en conexión con otras áreas disciplinares (física, química, biología, historia de la matemática, etc.).

Conclusión final o preliminar: Si alguno de los criterios no se cumple, el análisis finaliza concluyendo que el LTME no favorecería la alfabetización matemática. Caso contrario, el análisis continúa.

Paso 3: Realizar una mirada más profunda del capítulo

> Criterio 4: El tipo de solución esperada en alguna de las consignas propuesta para el estudiante requiere tomar decisiones justificadas en contextos no puramente matemáticos (relativos por ejemplo a: problemáticas naturales, sociales, culturales, históricas, políticas o de otra índole relacionada con el estudiante y/o de su vida en comunidad).

Conclusión final o preliminar: Si este criterio se cumple mayoritariamente, más de la mitad, se chequea el criterio 5 y, de cumplirse, se concluye que el LTME favorecería la alfabetización matemática. Si este criterio no se cumple o se cumple escasamente (incluso si se da en alguna consigna resuelta por el autor), el análisis continúa.

> Criterio 5: Los desarrollos matemáticos que el autor presenta en el texto son correctos.
>
> Criterio 6: En alguna de las consignas se esperaría que el estudiante busque información sobre contextos no matemáticos (por ejemplo: problemáticas naturales, sociales, culturales, históricas, políticas o de otra índole relacionada con el estudiante y/o de su vida en comunidad).
>
> Criterio 7: Las consignas propuestas para que el estudiante resuelva incluyen cuestiones matemáticas en una variedad de contextos afines a él (escolar, laboral, económico, cultural, social, político, matemático, etc.)
>
> Criterio 8: El *potencial matemático* de la mayoría de las consignas no es *pobre*.

Conclusión final: Si todos los criterios se cumplen, el análisis finaliza y concluimos que el LTME favorecería la alfabetización matemática. Caso contrario se concluye que no.

PERSPECTIVAS DE FUTURO

A partir de disponer de un procedimiento validado que nos permite seleccionar un LTME que promueva la alfabetización matemática nos estamos haciendo preguntas que atañen al uso del LTME. En particular nos interesa indagar sobre el uso que pueden realizar profesores en formación, o profesores en ejercicio, en tareas de planificación que promuevan la alfabetización matemática: ¿realizan adaptaciones de las consignas?, ¿en relación a qué?, ¿contexto, demanda cognitiva?, ¿crean consignas, preguntas, en relación al LTME?, entre otras. Actualmente nos encontramos embarcados en ese trabajo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Chacón, M., Farías, S., González, V., y Poco, A. (2009). *Un procedimiento para establecer criterios para elaborar problemas*. Memorias del 10º Simposio de Educación Matemática. Buenos Aires: Edumat.

Dirección General de Cultura y Educación de la provincia de Buenos Aires. (2010). Diseño curricular para la Educación Secundaria Ciclo Superior 1º año ESB: Matemática. La Plata.

González, V. (2019). *Libros de texto de matemática escolar y alfabetización matemática* [Reportes de investigación]. XLII Reunión de Educación Matemática, Mendoza, Argentina. DOI: 10.13140/RG.2.2.25370.16327.

Rezat, S. (2006). A model of textbook use. In J. Novotna, H. Kratka, & N. Stehlikova (Eds.), *Proceedings of the 30th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 409–416). Prague: PME.

Rodríguez, M. (comp.), Barreiro, P., Leonian, P., Marino, T., y Pochulu, M. (2016). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática*. Ediciones UNGS.

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*, *6*(1), 3-26.

GRADOS DE COMPLETITUD DE LAS OM RELATIVAS AL TEOREMA DE PITÁGORAS

(1)*Yesica Eugenia Torres y* (2)*Verónica Parra*

Contacto: veroparra2003@gmail.com

(1)EES N°5, Bragado, Buenos Aires – (2)Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires – CONICET

https://youtu.be/Mzzbl_MtOj8

RESUMEN

Este trabajo se aborda desde una perspectiva didáctica y se utiliza como referente teórico la teoría antropológica de lo didáctico (TAD) (Chevallard, 1999). Se infiere el grado de completitud de las organizaciones matemáticas (OM) relativas al teorema de Pitágoras, propuestas en un conjunto de 34 libros escolares, destinados al nivel secundario, previamente reconstruidas y descritas en término de sus componentes. Se utiliza el conjunto de indicadores formulados por Fonseca (2004), específicamente, los correspondientes a una OM ya construida, haciendo abstracción del proceso de estudio. Se generan descriptores para cada uno de ellos y se concluye en un bajo grado de completitud.

INTRODUCCIÓN

Este trabajo es parte de una tesis de grado impulsada por la dificultad que reviste el estudio de la Matemática y en particular, el estudio del teorema de Pitágoras en el nivel secundario (Vargas-Gamboa y Araya, 2013; Duque-Gómez, 2013; Echavarría y Bermúdez, 2011). La tesis consta de dos estudios. El primero de ellos, tiene por objetivo principal identificar y describir los componentes (tareas, técnicas, tecnologías y teorías) de las organizaciones matemáticas (OM) relativas al teorema de Pitágoras, reconstruidas a partir de un conjunto de 34 libros de texto del ciclo básico (según la clasificación en Argentina). Se identificaron aquí 201 tareas agrupadas en 11 tipo de tareas y éstos, a su vez, en 5 géneros de tareas. Se concluye en la caracterización de OM sesgadas al cálculo como consecuencia de estar centradas en el género de tareas “Calcular”, con preponderancia de dos tipos de tareas: “Calcular el valor de la hipotenusa, diagonal, lado/s, metros” y “Calcular el valor del área, perímetro, apotema, altura, superficie lateral, base, alto, distancia, metros”. Se concluye además en OM centradas casi exclusivamente en el bloque práctico-técnico (Torres y Parra, 2020). El segundo estudio, el que se presenta aquí, se propone concluir sobre el grado de completitud de estas OM a partir del conjunto de indicadores formulados por Fonseca (2004).

MARCO CONCEPTUAL: LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO (TAD)

Consideramos particularmente el concepto de praxeología u *organización matemática local* (OML). Más específicamente, los indicadores del grado de completitud de una OML formulados por Fonseca (2004) y Fonseca et al. (2010). Estos autores proponen dos tipos de conjuntos de indicadores: uno de ellos, se corresponde al proceso de estudio a través del cual se reconstruirá esa

OM. Intervienen en este caso, los momentos del estudio (Chevallard, 1999). El segundo, corresponde a la OM ya construida, haciendo abstracción, tal como lo plantea Fonseca (2010) del proceso de estudio. En este trabajo utilizaremos este segundo conjunto de indicadores pues no se ha analizado ningún proceso de construcción de una OM sino, se analizan las OM reconstruidas (finalizadas) en libros de texto. Al respecto, Fonseca (2004) y Fonseca et al. (2010, pp.12-13), los formulan de la siguiente manera:

> **OML1**. Los tipos de tareas y técnicas aparecen “integrados” (en contraposición a “aislados” e independientes entre sí) y contienen tareas matemáticas relativas al cuestionamiento tecnológico, esto es, tareas cuya realización permitirá responder a cuestiones relativas a ciertas características de las técnicas matemáticas (dominio de validez, economía, justificación, interpretación de los resultados que se obtienen con ella, etcétera). **OML2**. Para cada uno de los tipos de tareas que forman parte de la OML en cuestión, existen diversas técnicas matemáticas potencialmente útiles para llevar a cabo dichas tareas y en la propia OML existen criterios operativos para elegir en cada caso la técnica más adecuada. **OML3**. Los objetos matemáticos (técnicas, tareas, nociones, teoremas, etc.) son relativamente independientes de los objetos materiales (ostensivos) que se utilizan en cada caso para representarlos materialmente. Esta característica de la OML requiere que ésta contenga diversos objetos ostensivos (gráficos, verbales, gestuales, etc.) para representar un mismo objeto matemático. **OML4**. Las tareas y las técnicas que forman parte de la OML permiten “variaciones” de todo tipo, esto es, son relativamente “flexibles”. En particular, tanto las tareas como las técnicas puedan ser “invertidas” (no de manera única) para dar origen a nuevas tareas y nuevas técnicas que denominamos inversas de las anteriores. **OML5**. La OML contiene tareas matemáticas cuya realización permite interpretar el funcionamiento de las técnicas matemáticas que se utilizan en dicha OM y, también, el resultado de aplicar dichas técnicas. **OML6**. En la OML deben aparecer, de manera relevante, tareas matemáticas abiertas, esto es, tareas matemáticas cuyos “datos” e “incógnitas” no estén completamente determinados de antemano. Entre dicho tipo de tareas matemáticas deben citarse, en primer término, las que requieren un proceso de modelación matemática. **OML7**. El discurso tecnológico-teórico de la OML, esto es, el discurso matemático que sirve para interpretar y justificar la práctica matemática, debe incidir efectivamente sobre ésta y debe permitir, en particular, construir técnicas matemáticas nuevas capaces de ampliar los tipos de tareas y flexibilizar la práctica matemática.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Las OM consideradas aquí se reconstruyeron a partir del análisis de 34 libros escolares (rotulados con una M_i), editados a partir de los años 1975 hasta el 2016, producidos por variados grupos editoriales y destinados al ciclo básico de la educación secundaria argentina. Se generaron descriptores de cada uno de los indicadores antes mencionados y se los denotan con un subíndice numérico.

OML1
OML1$_1$: Los tipos de tareas y técnicas aparecen integrados. **OML1$_2$**: Las tareas matemáticas relativas al cuestionamiento tecnológico están presentes.
OML2
OML2$_1$: Para cada tipo de tareas existen diferentes técnicas. **OML2$_2$**: En la propia OM existen criterios para elegir la técnica más adecuada.
OML3

OML3$_1$: La OM local contiene diversos objetos ostensivos (gráficos, verbales, gestuales, etc.) para representar un mismo objeto matemático. **OML3$_2$**: Los objetos matemáticos son independientes de los objetos (ostensivos) que se utilizan para representarlos.
OML4
OML4$_1$: Las tareas y las técnicas son relativamente "flexibles". **OML4$_2$**: Las tareas y las técnicas puedan ser "invertidas" (no de manera única) para dar origen a nuevas tareas y nuevas técnicas.
OML5
OML5$_1$: La OM contiene tareas matemáticas que permiten interpretar el funcionamiento de las técnicas. **OML5$_2$**: La OM contiene tareas matemáticas que permiten interpretar el resultado de aplicar las técnicas.
OML6
OML6$_1$: Las tareas matemáticas abiertas están presentes (esto es, tareas matemáticas cuyos "datos" e "incógnitas" no estén completamente determinados de antemano). **OML6$_2$**: La OM contiene tipos de tareas que requieren un proceso de modelación matemática.
OML7
OML7$_1$: El discurso tecnológico-teórico de la OM incide efectivamente sobre ésta. **OML7$_2$**: El discurso tecnológico-teórico de la OM permite construir técnicas matemáticas nuevas capaces de ampliar los tipos de tareas y flexibilizar la práctica matemática.

Tabla 1. Descriptores de los indicadores del grado de completitud

Una vez definidos estos descriptores, se generó la tabla 2 para identificar cuál o cuáles de ellos podían detectarse (o no) en cada OM reconstruida. Para ello, se consideran en las primeras columnas, cada tipo de tarea (T), las técnicas (τ) y tecnologías (θ) propuestas en cada caso. Luego, en las columnas siguientes, los descriptores de los siete indicadores, donde se colocan cruces para determinar cuál o cuáles de ellos están presentes. Conviene aclarar que esta identificación no se ha considerado en sentido fuerte. Es decir, se ha considerado presente tal o cual descriptor si existe algún embrión de indicio del mismo.

M i	T	τ	θ	OML1		OML2		OML3		OML4		OML5		OML6		OML7	
				OML	OML	OML	OML	OML	OML	OML	OML	OML	OML	OML	OML	OML	OML

Tabla 2. Identificación y presencia de los indicadores propuestos en cada libro

RESULTADOS PRELIMINARES

La Tabla 2 arroja que se identificaron 5 descriptores: **OML1$_1$**: Los tipos de tareas y técnicas aparecen integrados. Se ha considerado una "presencia" de este indicador pues para cada tipo de tarea es posible determinar al menos una técnica que permite resolver las tareas de ese tipo. **OML2$_1$**: Para cada tipo de tareas existen diferentes técnicas. En este caso, se han identificado y/o inferido para algunas tareas, dos posibles maneras de resolverlas. **OML3$_2$**: Los objetos matemáticos son independientes de los objetos (ostensivos) que se utilizan para representarlos. Cabe aclarar que, el mismo, se identifica en muy pocos casos. **OML5$_1$**: La OM contiene tareas matemáticas que permiten interpretar el funcionamiento de las técnicas. Se ha considerado aquí esta presencia pues hay algunas tareas que ponen a prueba los alcances y limitaciones del Teorema de Pitágoras. **OML6₂**: La OM contiene tipos de tareas que requieren un proceso de modelación matemática. Se considera en este caso una presencia de este indicador cuando hay alguna tarea que considera un “contexto” para la misma. De esta forma, se ha considerado la modelización en un sentido muy débil. Los restantes nueve descriptores no fueron detectados.

CONCLUSIONES

A partir de estos resultados, se concluye en que estas OM tienen un bajo grado de completitud. Si bien se identifican tareas que hacen referencia a la interpretación y justificación del objeto de estudio, no se observa la comparación entre técnicas para la solución de una tarea. Por otro lado, la mayoría de ellas se encuentran relacionadas, haciendo que dependan una de otra con respecto a la técnica utilizada para su solución. En algunas tareas se puede notar la presencia de varias técnicas y criterios para su mejor solución, pero sólo se profundiza en una de ellas. En cuanto a la teoría queda de manifiesto que los libros no presentan ninguna validación de este tipo. Respecto a la tecnología, en algunos casos, se justifica la importancia de haber considerado tal o cual técnica de resolución. Consideramos que este tipo de análisis es importante no solo para describir las OM sino también para propiciar una reflexión sobre las praxeologías propuestas en los libros de texto pues, éstos constituyen una parte importante de los recursos de los profesores tanto para la planificación como para el desarrollo de las clases.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *19*(2), 221-266.

Duque-Gómez, C. (2013). Pitágoras ayuda al fiscal. *Revista Números, 82*, 157-171.

Echavarría, C., y Bermúdez, C. (2011). El teorema de Pitágoras en la escuela. En García, Gloria (Ed.), *Memorias del 12° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 560-564). Armenia: Gaia.

Fonseca, C. (2004). *Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la enseñanza secundaria y la enseñanza universitaria*. [Tesis de doctorado, Universidad de Vigo]. Documat.

Fonseca, C., Bosch, M., y Gascón, J. (2010). El momento del trabajo de la técnica en la competición de organizaciones matemáticas: el caso de la división sintética y la factorización de polinomios. *Educación Matemática*, *22*(2), 5-35.

Torres, Y., y Parra, V. (2020). El teorema de Pitágoras en libros escolares del nivel secundario: un análisis y descripción desde la teoría antropológica de lo didáctico. *XLIII Reunión de Educación Matemática (REM). VirtUMA 2020*. Del 21 al 25 de septiembre del 2020.

Vargas-Vargas, G., y Gamboa-Araya, R. (2013). La enseñanza del Teorema de Pitágoras: una experiencia en el aula con el uso del GeoGebra, según el modelo de Van Hiele. *Uniciencia*, *27*(1), 95-118.

EXPERIENCIAS DE AULA

UNA PROPUESTA DE MODELIZACIÓN PARA LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE NIVEL PRIMARIO: EL PROBLEMA DE LAS GALLETAS ESTRELLADAS

Ana Inés Cocilova y Rafael Adrián Cornejo Endara

Contacto: anitacocilova@gmail.com
Universidad Nacional del Sur

https://youtu.be/RaNYU0XtBTU

RESUMEN

El siguiente trabajo pretende recuperar los principales resultados de una experiencia de cátedra, consistente en la realización de una experiencia de Modelización Matemática que fue implementada con estudiantes del Profesorado de Nivel Primario, de la Universidad Nacional del Sur. La propuesta tenía como principal objetivo permitir vivenciar el proceso de modelización, que ponga en juego conocimientos matemáticos abordados en la biografía escolar de los estudiantes. La experiencia fue utilizada como un preámbulo al abordaje de esta corriente didáctica.

INTRODUCCIÓN

En este escrito socializamos una experiencia de aula, en torno a la Modelización Matemática, implementada en el primer cuatrimestre del 2021 en la Cátedra Didáctica de la Matemática II, de la carrera Profesorado de Nivel Primario, en el Departamento de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional del Sur. En primer lugar, presentamos los fundamentos teóricos de la propuesta y la intencionalidad didáctica perseguida. Luego, describimos las actividades planteadas y la propuesta de gestión de las clases. Por último, sintetizamos los análisis realizados a las producciones de las alumnas así como las conclusiones obtenidas.

FUNDAMENTACIÓN DE LA PROPUESTA

Partimos de considerar que los procesos de modelización incorporados en las aulas de matemática deben ser abordados desde una perspectiva holística, que permita a cada grupo de alumnos lograr transitar en forma autónoma, por todas las etapas del proceso de modelización.

Como docentes adherimos a las ideas propuestas por Blomhøj (2008), cuando sostiene que:

> La modelización matemática, sin embargo, puede ser vista como una práctica de enseñanza que coloca la relación entre el mundo real y la matemática en el centro de la enseñanza y el aprendizaje, y esto es relevante para cualquier nivel de enseñanza. (p. 20).

Además, coincidimos con Niazi & Temkin (2017) en que enseñar modelización aumentaría la probabilidad de formar individuos más útiles en la sociedad, individuos que saben cómo simular escenarios complejos antes de tomar decisiones.

Es así que consideramos que el proceso de aprendizaje debe favorecer al abordaje de la modelización matemática como contenido. Esta mirada propone trabajar sobre problemas que sean genuinos, tal como sostiene Galbraith (2011): “Un objetivo esencial es que los estudiantes desarrollen y apliquen habilidades de modelado para obtener resultados matemáticamente productivos para problemas en su realidad con conexiones genuinas con el mundo.” (traducción propia, p. 283).

Pensamos la clase de matemática como comunidades de prácticas, asumiendo al igual que Lave y Wenger (1991, citado en Villarreal y Mina, 2020) que “el aprendizaje se entiende como un aspecto integral e inseparable de la participación en las prácticas sociales.” (p. 796). La concepción de aprendizaje que nos guiará será la que proponen Villarreal y Mina (2020) quienes lo consideran: “no como un producto, sino como un proceso situado social, cultural e histórico”. (pp. 795-796).

Nuestro objetivo es que los estudiantes en un primer momento desarrollen la competencia de modelización matemática desde una perspectiva holística. Y en un segundo momento puedan abordar el estudio de esta perspectiva de la Educación Matemática.

Para concretar estos objetivos generales, será necesario que los alumnos sean capaces de: tomar sus propias decisiones; explicitar sus ideas y discutirlas con sus pares; asumir una actitud activa en el proceso de construcción de sus aprendizajes; usar la tecnología como un medio de aprendizaje; desarrollar la disposición de actuar frente a las situaciones problemáticas propuestas; recortar la realidad en pos de que la misma pueda ser matematizada y modelada; validar el modelo obtenido, haciéndolo dialogar con la situación problemática propuesta; asumir un pensamiento crítico frente a sus producciones.

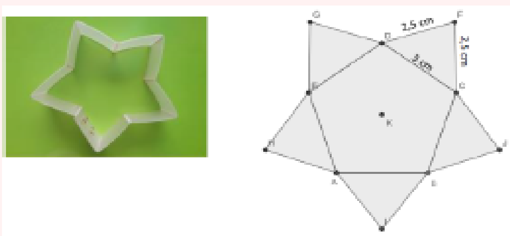
LA PROPUESTA Y SU IMPLEMENTACIÓN

En un primer momento se presentó a las alumnas el siguiente enunciado (Fig. 1) en una clase sincrónica, en la misma se hizo una primera lectura, se propuso la división en grupos y la discusión sobre la elección de una receta de galletitas y a partir de este enunciado generar una pregunta que les resultara relevante para estudiar:

Consideremos la siguiente situación. . .

En el colegio estamos preparando una muestra de arte para padres y alumnos, con la temática **“La noche estrellada” de Van Gogh**. Como parte de esto queremos entregar como presente a los asistentes un paquetito con cuatro galletitas en forma de estrella. Se estima que entre padres y niños habrá 40 participantes.

Debido a la temática hemos decidido utilizar el siguiente cortante para las galletitas[a]:



[a]Adaptación de la situación presentada por las profesoras Dra. Mónica Villarreal y Dra. Susana Carreira, en la materia “Modelización Matemática y Simulación en el Contexto Educativo”, en el marco del Doctorado en Educación Matemática. Famaf-UNC-2020

Fig. 1: Enunciado presentado a las alumnas

Se realizaron varios encuentros sincrónicos para que cada grupo comunique sus avances al resto, de modo de que el aula funcione como una comunidad de práctica. Finalmente, como una forma de recuperar las voces de las alumnas, se les pidió elaborar un informe a modo de síntesis, que detalle: el problema que decidieron resolver, los supuestos que plantearon, el plan de acción, la solución hallada.

ANÁLISIS DE LAS PRODUCCIONES DE LAS ALUMNAS

A partir de analizar los trabajos entregados por las alumnas, consideramos que las mismas pudieron vivenciar un ciclo completo de Modelización Matemática, de acuerdo al ciclo propuesto por Blomhøj (2008). En varios de los trabajos pudimos observar evidencias de cómo las alumnas: Fueron capaces de plantear una situación problemática a partir del enunciado proporcionado, entre ellas destacamos "¿Qué grosor darle a las galletitas?", "¿Cuántas galletitas entran en una asadera?","¿Cuál es el tiempo de horneado de la misma?", "¿Cuál sería la receta más económica?"; identificar los supuestos asumidos y sus implicancias a la hora de resolver su problemática, por ejemplo discutieron sobre si el grosor de las galletitas era relevante en todos los casos, si importaba el costo de los ingredientes de la receta; recolectar datos de la realidad según su problemática planteada. Por ejemplo, tamaños de hornos y asaderas, precios de ingredientes recolectados de catálogos de supermercados, ensayaron diferentes grosores de galletas empleando una máquina para estirar masa; Realizar ajustes a partir de las discusiones que se daban en las clases sincrónicas a su plan de acción; Generar herramientas de validación de sus resultados, en algunos casos realizaron experiencias empíricas mientras en otros casos la validación fue realizada a partir de conceptos matemáticos; Utilizar las TIC como una herramienta para resolver algunas problemáticas puntuales, como por ejemplo, calcular el área de la figura del molde de la galleta.

En la fase de matematización, las estudiantes movilizaron diferentes conceptos matemáticos según la problemática que se plantearon, entre otros se distinguen: proporcionalidad, área de figuras planas, volumen de cuerpos, medida de longitud, unidades de peso, unidades de volumen, unidades de masa, equivalencias de medidas en diferentes unidades, fracciones, fracciones equivalentes.

CONCLUSIONES

El trabajar desde un problema abierto nos permitió abordar, en simultáneo, contenidos de diferentes bloques del Nivel de Enseñanza Primario, lo cual posibilitó a las estudiantes tener que revisitar gran parte de su matemática escolar. A su vez la experiencia fue valorada como positiva por las estudiantes, ya que se sintieron capaces de hacer matemática y de desarrollar una experiencia de trabajo colaborativo a partir de un problema que ellas mismas generaron.

La potencialidad de este enfoque radica en la posibilidad de que los alumnos aprendan a usar su conocimiento matemático en pos de resolver problemas del mundo que los rodea, tal como sostiene Galbraith (2011).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Blomhøj, M. (2008). Modelización Matemática - Una Teoría para la Práctica. *Revista De Educación Matemática, 23*(2), 20-35. https://doi.org/10.33044/revem.10419.

Galbraith, P. (2011). Models of modelling: Is there a first among equals? En J. Clark, B. Kissane, J. Mousley, T Spencer y S. Thornton (Eds.), *Mathematics: Traditions and [New] Practices AAMT-MERGA Conference 2011*. (pp. 931-938). AAMT y MERGA.

https://www.merga.net.au/Public/Public/Publications/Annual_Conference_Proceedings/2011_MERGA_CP.aspx.

Niazi, M., & Temkin, A. (2017). Why teach modeling & simulation in schools? *Complex Adapt Syst Model*, *5*(7), 1-4. https://doi.org/10.1186/s40294-017-0046-y.

Villarreal, M., y Mina, M. (2020). Actividades Experimentales con Tecnologías en Escenarios de Modelización Matemática. *Bolema*, *34*(67), 786-824. https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a21.

ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE UN FENÓMENO SOCIAL A PARTIR DE EVIDENCIA BASADA EN DATOS

María Lorena Guglielmone

Contacto: mlguglielmone@gmail.com
Universidad Nacional de Entre Ríos

https://youtu.be/A-1w3_RnyQY

RESUMEN

En este trabajo presentamos una experiencia de aula centrada en el análisis estadístico de un fenómeno social a partir del uso de evidencia empírica. La Cultura Estadística y la Estadística Cívica conforman el marco de referencia de la propuesta en la que los estudiantes pusieron en juego –desde una postura crítica– ideas estadísticas fundamentales.

Uno de los grandes desafíos que tiene hoy en día la enseñanza de la estadística, es formar ciudadanos estadísticamente cultos para que puedan participar –de manera competente e informada– en la sociedad de la información (Batanero et al., 2013; Zapata Cardona, 2011). De acuerdo con Gal (2004), la *Cultura estadística* implica dos competencias interrelacionadas: a) la habilidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, argumentar sobre un conjunto de datos o sobre fenómenos estadísticos que se pueden encontrar en diversos contextos y, b) la habilidad para discutir o comunicar reacciones sobre la información estadística, tales como la comprensión de su significado, opiniones sobre las implicaciones de dicha información, o preocupaciones sobre la validez de las conclusiones dadas.

Mientras que la cultura estadística se trata de una competencia básica relacionada a todo tipo de contextos, la *Estadística Cívica* emerge como una subdisciplina centrándose en el abordaje de temas de relevancia social. Para Engel (2019), la Estadística Cívica resulta “fundamental para el interés público en relación con el bienestar social y económico de todos los ciudadanos y el funcionamiento de la democracia” (p. 16). En ese sentido, Tauber (2021), plantea que, en las sociedades modernas, el conocimiento y las habilidades se discuten con datos, no con creencias e ideas preconcebidas.

Las estadísticas referidas a fenómenos sociales requieren de un conocimiento estadístico que se ubica en la intersección de la estadística, las ciencias sociales y la educación. Las habilidades de estadísticas cívicas son necesarias para la participación ciudadana, pero al incluir datos multivariados y dinámicos, la identificación confiable de relaciones de causa y efecto suele ser muy difícil de determinar (Engel, 2019).

A partir de los constructos de *Cultura estadística* y *Estadística Cívica*, diseñamos una propuesta didáctica que busca trabajar algunas ideas estadísticas fundamentales como lo son los datos, gráficos, variación, distribución, inferencia, asociación y correlación.

PROPUESTA DIDÁCTICA

Características del curso donde se implementó la propuesta:

Desarrollamos la experiencia en el primer cuatrimestre de 2021, dentro del espacio curricular de Estadística de las carreras de Contador Público y Lic. en Ciencias de la Administración de la Facultad de Ciencias de la Administración, Universidad Nacional de Entre Ríos.

Objetivos de la propuesta:

Desde la construcción de la propuesta buscamos que los estudiantes:

- ✓ Aborden un fenómeno social y complejo, como es la (posible) extinción humana.
- ✓ Trabajen con datos recolectados por instituciones y organismos oficiales.
- ✓ Describan distribuciones a través de gráficos.
- ✓ Analicen tendencias, asociaciones y correlaciones.
- ✓ Realicen inferencias a partir de las distribuciones de los datos.
- ✓ Adopten una postura crítica en la interpretación, evaluación y comunicación de los resultados.

Actividad diseñada:

El siguiente párrafo forma parte de la nota titulada "¿Estamos frente a una crisis demográfica global sin precedente?", escrita por el analista político Sergio Berensztein y publicada el 12 de marzo de 2021 en el diario La Nación:

(…) la evidencia empírica respecto del envejecimiento poblacional fue claramente confirmada con otro dato preocupante: no solo vivimos muchos más años, sino que están naciendo muchísimos menos niños. Aumenta la esperanza de vida, disminuyen los niveles de natalidad. A este ritmo, calculan los expertos, podríamos estar a las puertas de una crisis sin precedente: el riesgo de extinción no se limitaría a especies extrañas o a simpáticos osos koala, sino a nosotros mismos.

Usando evidencia empírica, analicen y fundamenten si es posible que nos extingamos.

RESULTADOS

Para comenzar con la actividad, cada grupo de estudiantes tuvo que ponerse de acuerdo en la elección de variables que podrían aportar al análisis. Entre las variables que más eligieron, estuvieron las tasas de: natalidad, fertilidad, alfabetización de mujeres de 15 años o más, mortalidad y crecimiento poblacional. También seleccionaron variables como el tiempo, la esperanza de vida al nacer, el tamaño poblacional, entre otras. La mayoría trabajó con datos del Banco Mundial (https://datos.bancomundial.org/indicador).

Las Figuras 1 y 2 presentan una parte acotada del análisis estadístico realizado –con el programa Excel– por un grupo de estudiantes (por cuestiones de espacio no incluimos la resolución completa). Como se puede observar, los estudiantes realizaron el diagrama de dispersión correspondiente a la variable tasa de natalidad (nacidos vivos en un año por cada 1000 personas) en el período 1960-2019, e hicieron un ajuste lineal –proyectado a 50 años– incluyendo la ecuación del modelo y el coeficiente de determinación (Figura 1). Lo mismo realizaron con la variable esperanza de vida al nacer (Figura 2).

Los alumnos pudieron concluir acerca de la bondad de los ajustes realizados, interpretando los valores de R^2 que indican que los modelos elegidos son muy buenos. Respecto a las proyecciones, las tuvieron en cuenta para evaluar tendencias a futuro. En la Figura 3 presentamos parte de la conclusión realizada por el grupo de estudiantes.

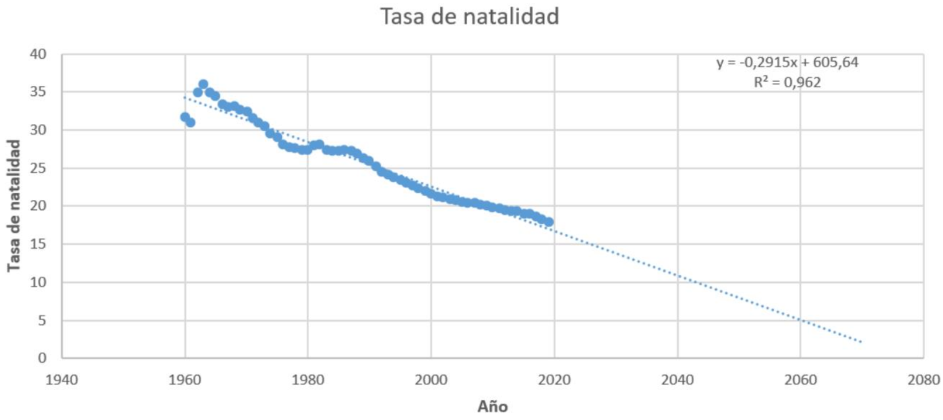


Figura 1. Representación gráfica de la tasa de natalidad. Período 1960-2019.

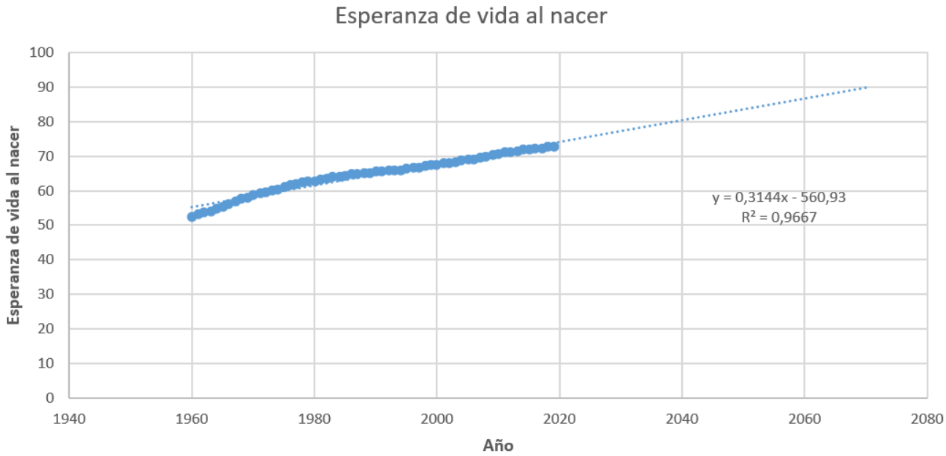


Figura 2. Representación gráfica de la esperanza de vida. Período 1960-2019.

En base a la evidencia empírica que se utilizó a lo largo del análisis y a los gráficos que permiten ilustrar la tendencia de los datos y entender de una mejor manera lo que ha ido ocurriendo en el tiempo y lo que es posible que suceda en el futuro, **llegamos a la conclusión de que es posible la extinción de los seres humanos.** Si bien hay muchos factores que pueden influir en esta hipótesis, si se tiene en cuenta lo ocurrido con la esperanza de vida y la tasa de natalidad en el tiempo y su tendencia hacia el futuro, hay una gran posibilidad de afirmar lo que nos cuestionamos.

Figura 3. Parte de la conclusión elaborada por el grupo de estudiantes.

CONCLUSIONES

Los estudiantes no solo aplicaron los conocimientos estadísticos, sino que pusieron en juego habilidades críticas a lo largo del desarrollo de toda la actividad. La interpretación, evaluación y reflexión crítica de los análisis estadísticos que realizaron, requirió del conocimiento del contexto. A decir de Gal (2004), el contexto es el origen del significado y constituye la base para la interpretación de los resultados obtenidos.

Creemos que esta experiencia didáctica permitió que los estudiantes se involucrasen en el estudio de un tema controvertido, como es la posibilidad de extinción humana, desde el uso de evidencia basada en datos. Como afirma Engel (2019), para ayudar a los jóvenes a participar de manera competente e informada en debates públicos sobre temas de relevancia social e involucrarlos en la resolución de problemas actuales, la enseñanza de la estadística debe promover discusiones sobre temas vinculados a los diferentes ámbitos del desarrollo de nuestra sociedad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M., y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números*, 83, 7-18. http://funes.uniandes.edu.co/3651/1/Batanero2013ElNumeros83.pdf.

Berensztein, S. (12 de marzo de 2021). ¿Estamos frente a una crisis demográfica global sin precedente? *La Nación*. https://www.lanacion.com.ar/opinion/estamos-frente-a-una-crisis-demografica-global-sin-precedente-nid12032021/.

Engel, J. (2019). Cultura estadística y sociedad. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística.* https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/55028/engel_esp.pdf?sequence=1&isAllowed=y.

Gal, I. (2004). Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities. En: D. Ben-Zvi y J. Garfield (eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking,* pp. 47 – 78.

Tauber, L. (2021). Facetas de la Estadística Cívica Implícitas en una Experiencia de Enseñanza centrada en el Estudio de Indicadores Sociales. *Paradigma, 41*(e1), 89-117. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2021.p89-117.id1019.

Zapata Cardona, L. (2011), ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística? *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (33), 234-247.

REFLEXIONES EN TORNO A UN ESCENARIO DE INVESTIGACIÓN BASADO EN DESAFÍOS Y TECNOLOGÍAS DIGITALES PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

(1)***Fabiana Kiener,*** (1)***Natalia Martinez,*** (2)***Patricia Ramírez y*** (1)***María Amelia Vignatti***

Contacto: avignatti@fhuc.unl.edu.ar

(1)Universidad Nacional del Litoral – (2)Universidad Católica de Santa Fe

https://www.youtube.com/watch?v=715PGmaaLfg

RESUMEN

El *significado* en educación matemática desde la Educación Matemática Crítica (EMC) implica interpretar al aprendizaje como un *tipo de acción*, basada en las intenciones de la persona. Desde esta perspectiva se sostiene que el planteo de un *escenario de investigación* en el aula de matemática supone una invitación para explorar una situación determinada. Este tipo de ambiente de aprendizaje se puede vincular con el modelo de Aprendizaje Basado en Retos (ABR) para proponer un desafío que contemple el uso de las tecnologías digitales (TD).

La tarea propuesta se fundamenta en los aportes teóricos anteriores y habilita un espacio para la indagación, toma de decisiones, intercambios y reflexiones en torno a posibles resoluciones que favorezcan el uso de diferentes herramientas digitales, no necesariamente creadas con fines educativos, y la utilización de diversas nociones matemáticas.

En esta comunicación presentaremos una tarea diseñada e implementada con profesores y futuros profesores de matemática de distintas regiones de Argentina asistentes a un taller, bajo la modalidad virtual. El objetivo es generar un espacio para la reflexión en torno a posibles resoluciones de las consignas y al uso de TD, con la intención de contribuir a la formación de docentes y futuros docentes, haciéndolos protagonistas de un escenario de investigación.

INTRODUCCIÓN

La introducción de cambios en el aula de los distintos niveles educativos supone desafíos para profesores, directivos y formadores de docentes (Villarreal, 2012). De acuerdo con esta autora, se trata de plantear propuestas que contemplen las características de la sociedad actual y la inminente presencia de las TD, favoreciendo la producción de significados.

En el marco de Educación Matemática Crítica (EMC), la noción de *significado* implica interpretar al aprendizaje como un *tipo de acción*, basada en las intenciones de la persona. Desde esta perspectiva se sostiene que el planteo de un *escenario de investigación* en el aula de matemática supone una invitación para explorar una situación determinada y volver explícitas las matemáticas involucradas en ella (Skovsmose, 2000). Este tipo de actividades promueve que el estudiante tenga la posibilidad de tomar decisiones y realizar elecciones, considerando cuál es la meta u objetivo que se quiere alcanzar.

Otro aspecto que hemos tenido en cuenta es la utilización de tecnologías digitales en el aula, cuestionando el supuesto de que su mera incorporación en las escuelas es naturalmente beneficiosa independientemente de cómo se utilicen (Buckingham, 2005). Las experiencias de los niños y adolescentes con los equipos multimedia fuera del ámbito escolar son muy ricas: pueden leer, acceder, modificar, opinar, informarse, jugar y expresarse de otras maneras, diferentes a los modelos convencionales utilizados en la educación obligatoria (Ramírez, 2019). Esto significa que, mediante la utilización de las TD, los estudiantes tienen un rol activo (con características de autogestión y autonomía) frente a su propio aprendizaje y adquisición de conocimiento, que se diferencia de las propuestas de incorporación de tecnologías al ámbito escolar mediante un aprendizaje pasivo dirigido por el profesor (Ramírez, 2019; Buckingham, 2005).

Rodríguez (2017) nos invita a repensar las tareas propuestas al momento de utilizar las TD en la clase de matemática, en donde el desafío sea *ir por más*. Se trata de plantear buenas preguntas y adentrarnos en una "zona de riesgo" (Villarreal, 2012, p.91), habilitando que los estudiantes utilicen lo que necesiten para su resolución. De esta manera, los preparamos para una mejor inserción en nuestra sociedad (Rodríguez, 2017). En este sentido, consideramos apropiado el modelo ABR (Aprendizaje Basado en Retos) que, como estrategia del que enseña, es una metodología que busca desarrollar habilidades para una resolución y evaluación crítica de problemas reales, relevantes y vinculados con el entorno, construyendo competencias facilitadoras para un aprendizaje permanente a lo largo de toda la vida (Observatorio de Innovación Educativa, 2016).

Atendiendo a los aportes teóricos mencionados, diseñamos e implementamos una tarea, propuesta a veinticuatro asistentes (profesores y futuros profesores de matemática) de distintas regiones de Argentina en el Taller MATEMATIC llevado a cabo en el marco de las VII Jornadas de Educación Matemática y IV Jornadas de Investigación en Educación Matemática (FHUC, UNL). El objetivo de la tarea es generar un espacio para la reflexión en torno a resoluciones y al uso de TD, con la intención de contribuir a la formación de docentes y futuros docentes, haciéndolos protagonistas de un escenario de investigación.

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE LA TAREA

Describimos a continuación la tarea propuesta: *La directora de escuela Nº4 Sargento Cabral solicita colaboración al docente de matemática mediante el siguiente mensaje:*

Estimado docente: Me comunico por este medio para solicitar su colaboración en la planificación de un proyecto que involucre el dictado de clases en espacios verdes, teniendo en cuenta los protocolos vigentes en relación con la pandemia COVID-19. En particular, la tarea que le propongo se relaciona con poder prever aspectos que posibiliten el desarrollo de la actividad. Los principales puntos a tener en cuenta son los siguientes: identificar los espacios verdes más próximos al establecimiento, averiguar el tiempo de traslado a pie en cada caso, identificar la cantidad de niños que podrían concurrir a desarrollar sus clases en cada espacio teniendo en cuenta el protocolo, determinar la cantidad de adultos necesarios para desarrollar la actividad. Se desea cercar el espacio verde que ocupa cada burbuja utilizando conos (1 cada 2 metros), por lo tanto se debe averiguar cuántos conos se necesitarán. Muchas gracias por su buena predisposición y colaboración. Saludos cordiales.

Caracterizamos la tarea como *escenario de investigación*, con referencia a una *semirrealidad*, utilizando la terminología de Skovsmose (2000), ya que se plantea una situación ficticia, que considera aspectos de la realidad y las características de los destinatarios. Se trata de una invitación a que asuman el rol del profesor al que está dirigida la carta y que exploren lo necesario para tomar las decisiones que posibiliten planificar el proyecto solicitado.

En la puesta en común de la tarea, tuvo lugar una discusión en torno a los aspectos a tener en cuenta para su resolución y surgieron, de parte de los participantes, interrogantes del siguiente tipo: ¿se deben mantener las mismas burbujas con las que se trabaja en la escuela?, ¿se puede reproducir las dimensiones del aula en el espacio verde?, ¿hay que considerar que otras personas (ajenas al establecimiento) podrían ocupar parte del espacio verde?, ¿hay que tener en cuenta los canteros, senderos peatonales, juegos, árboles, etc. para los cálculos? ¿Nos pueden ayudar las imágenes satelitales? En relación con el tiempo que demora a pie ¿es lo mismo si el recorrido se realiza con los niños? ¿Hay que tener en cuenta el tipo de terreno y el clima (y cómo afecta al terreno)? Manifestaron que se precisan datos reales para resolver la tarea (ubicar la escuela, hallar los espacios verdes más cercanos, tener en cuenta el protocolo vigente, normativas escolares respecto a salidas, etc.). Algunas de las propuestas que surgieron por parte de los docentes y futuros docentes tuvieron que ver con obtener fotos reales del lugar o utilizar las imágenes de *Google Earth* para conocer las características del lugar, usar herramientas de *Google Maps* para realizar algunos cálculos (como el tiempo que se demora en llegar de la escuela a la plaza). Para organizar a los estudiantes en los espacios verdes, los asistentes al taller propusieron distribuciones cuadradas, circulares y con polígonos regulares de distinta cantidad de lados. Las expositoras planteamos la opción de usar *Google My Maps* para realizar los cálculos de área y perímetros solicitados y mostramos una posible resolución utilizando *GeoGebra* seleccionando como espacio verde al Parque Federal (ciudad de Santa Fe, Argentina), próximo a la escuela mencionada en la tarea. El espacio verde elegido tiene forma irregular, que puede delimitarse mediante segmentos y arcos de circunferencias insertando una captura de *Google Maps* en *GeoGebra*. Para lograr esta resolución (con diferentes niveles de aproximación), se precisa por ejemplo determinar el centro una circunferencia y averiguar el ángulo que corresponde a cada sector circular.

REFLEXIONES FINALES

Consideramos que la tarea propuesta plantea diversos desafíos atendiendo al modelo ABR (como por ejemplo, de qué modo cercar el espacio verde que ocupa determinada burbuja o hallar la cantidad de niños que pueden ocupar determinado espacio respetando el protocolo), habilita la toma de decisiones sobre las variables a considerar (teniendo en cuenta los interrogantes que plantearon los asistentes al taller) y podrían dar lugar a nuevos problemas en las instancias de puesta en común (ej: ¿de qué manera se puede utilizar la mínima cantidad de conos y ocupar la mayor superficie posible?). Esto implica asumir que se trata de adentrarse en una “zona de riesgo” (Villarreal, 2012, p. 91), favoreciendo el protagonismo de los participantes y la utilización de diversas TD para su resolución. Por tal motivo, creemos que el planteo de una situación con las características descritas, a docentes y futuros docentes y la generación de un espacio de intercambios en torno a diversas maneras de abordar la misma constituye un aporte a la formación de los asistentes.

La tarea pretende enriquecer la experiencia de los docentes en torno a la conformación de espacios desafiantes, haciéndolos protagonistas de un escenario de investigación. En relación con el uso de las TD, se favorece la indagación y selección de la/s herramienta/s para dar una respuesta a la situación planteada, evidenciando la posibilidad de utilizar diversas aplicaciones -no todas creadas con fines educativos- y nociones matemáticas (ej: formas geométricas, áreas, perímetros, ángulos, error de aproximación) para la resolución. No se trata de llevar las TD al aula con una función cosmética sino que se propone implementarlas para enriquecer y diversificar el entorno personal de aprendizaje.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Buckingham, D. (2005). *Educación en medios. Alfabetización, aprendizaje y cultura contemporánea*. Paidós Ibérica Ediciones S A.

Observatorio de Innovación Educativa Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. (Febrero de 2016). *Aprendizaje basado en retos*. https://observatorio.tec.mx/edutrendsabr.

Ramírez, P. (2019). La catáfora de un mundo en ciernes. *Novedades Educativas, 341*, 8-14.

Rodríguez, M. (coord.) (2017). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática*. Ediciones UNGS.

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA 6(1)*, 3-26. https://www.researchgate.net/publication/277738267.

Villarreal, M. (2012). Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *Innovación y Experiencias 3*(5), 73-94. https://www.researchgate.net/publication/263654463.

RECURSOS DIDÁCTICOS INTERACTIVOS PARA LA PERSONALIZACIÓN DE LOS AMBIENTES DE APRENDIZAJE

Silvia Vrancken y Daniela Müller

Contacto: svrancke@fca.unl.edu.ar
Universidad Nacional del Litoral

https://youtu.be/jRBAIoGaooc

RESUMEN

La necesidad de favorecer un uso más personalizado del aula virtual y de ayudar a los estudiantes a evolucionar hacia un aprendizaje autorregulado y autónomo, nos llevó a la búsqueda de herramientas que permitan incorporar contenidos interactivos y atractivos, posibilitando el seguimiento, la retroalimentación de las tareas y la autodirección del proceso de aprendizaje.

Con la finalidad de desarrollar contenidos correspondientes a funciones y sus principales características, creamos una presentación con la actividad H5P de Moodle. Desde la misma, los estudiantes pueden acceder a recursos en distintos formatos (texto, audios, videos), responder a preguntas y resolver actividades con respuesta y retroalimentación inmediata.

Además de ser un aporte significativo para aumentar el nivel de motivación e interés de los alumnos, su utilización permitió generar un espacio en el que cada estudiante pudo interactuar con los contenidos matemáticos, según sus propios ritmos y necesidades.

INTRODUCCIÓN

Si bien las prácticas de formación presencial con apoyo del aula virtual están ya muy difundidas en las universidades, la situación excepcional que nos enfrentó al desafío de utilizar el aula virtual como soporte principal, nos obligó a revisar nuestras concepciones acerca de los aprendizajes que se pretenden desarrollar y del uso que se hace de las herramientas tecnológicas.

Desde una posición constructivista y sociocultural, consideramos el aprendizaje como un proceso activo con el que, a partir de la relación con sus conocimientos y experiencias previas, la persona interpreta los nuevos conocimientos. Son las interacciones sociales y los conocimientos funcionales, es decir las herramientas matemáticas importantes por sí mismas y que le permiten interactuar con el entorno, las que estimulan la construcción de significados por parte del sujeto.

Ahora, si bien el aprendizaje parte de una construcción social, en última instancia es un proceso personal. Se trata de "una construcción propia que se va integrando e incorporando a la vida del sujeto en un proceso cíclico y dinámico, que -a su vez- involucra un cambio relativamente permanente en la capacidad de las personas, su disposición o su conducta" (Crispín et al.; 2011; p.12). Los alumnos no son simples receptores de información ni se limitan a saber un contenido específico. Cada uno aprende a su ritmo y se espera que estén abiertos a la experiencia, al descubrimiento y a la comprensión.

En relación a la formación virtual, Gros (2018) expresa que el éxito del aprendizaje depende en gran medida de la capacidad del estudiante para dirigir y gestionar su proceso de aprendizaje, estableciendo sus propios objetivos y las estrategias adecuadas para alcanzarlos.

Esto nos llevó a la necesidad de incorporar al aula virtual, herramientas que posibiliten adaptar el aprendizaje de manera de favorecer un uso más personalizado y ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades que les permitan evolucionar hacia un aprendizaje autorregulado y autónomo. En este sentido, distintos investigadores coinciden en que uno de los requisitos más importantes es el desarrollo de cursos bien diseñados, que incorporen contenidos interactivos y atractivos, que posibiliten el seguimiento, la retroalimentación de las tareas, criterios para evaluar los resultados y la correcta autodirección del proceso de aprendizaje (Gros, 2018).

Entendiendo los recursos didácticos interactivos como el "conjunto de elementos auditivos, visuales, gráficos, con un contexto educativo determinado" (Chancusig et al., 2017, p. 119), consideramos que la incorporación de este tipo de recursos al aula virtual, permite el desarrollo de actividades formativas que potencian el aprendizaje.

RECURSOS DIDÁCTICOS INTERACTIVOS PARA EL APRENDIZAJE

El diseño de recursos de aprendizaje para la formación virtual supone la utilización de diferentes medios y lenguajes, que lleven a la creación de un entorno de trabajo que permita al alumno la interacción con los recursos y facilite la comprensión. De acuerdo con Cabero (2014), los recursos para el aula virtual deben permitir al estudiante construir nuevo conocimiento, profundizar y establecer relaciones entre los contenidos; promover la motivación y guiar acciones de aprendizaje; favorecer la autoevaluación y el control del proceso de aprendizaje; facilitar la aplicación y la transferencia de lo aprendido; y, aprender a aprender.

Su selección requiere de una seria reflexión sobre la pertinencia según los objetivos planteados, la factibilidad de abordarlos en los tiempos previstos, y el valor que pueden aportar al aprendizaje.

Una herramienta destacada por la cantidad de recursos que ofrece para la creación de materiales didácticos interactivos es H5P (https://h5p.org/). Se trata de un portal de desarrollo comunitario diseñado para fines educativos, totalmente libre y de código abierto. Está basado en javascript y enfocado a la creación de contenido interactivo HTML5. Proporciona numerosas herramientas compatibles con navegadores web y dispositivos móviles, que permiten crear, de manera sencilla, videos, presentaciones, juegos, evaluaciones, entre otros contenidos.

NUESTRA PROPUESTA

Con la finalidad de desarrollar contenidos correspondientes a funciones y sus principales características, creamos una presentación para la plataforma Moodle, utilizando el contenido *Course Presentation* de H5P, para el aula virtual de Matemática I, asignatura que se dicta en primer año de la carrera Ingeniería Agronómica de la Universidad Nacional del Litoral.

El propósito fue generar un escenario de aprendizaje a través del ambiente virtual que permita:

- Favorecer la construcción de conocimiento sobre funciones.
- Despertar interés por el estudio de los contenidos propuestos.
- Posibilitar el acceso, desde un único recurso, a material educativo supervisado por el docente, en diferentes formatos: documentos, audios, videos, páginas web, etc.
- Proponer diversidad de tareas y actividades que faciliten el aprendizaje.
- Propiciar la autogestión del aprendizaje.

Desde un enfoque centrado en el estudiante, como actor principal y activo del proceso de aprendizaje, la propuesta se basa en las actividades que el alumno desarrolla. Se busca fomentar la capacidad de autocontrol y regulación de su aprendizaje, sin olvidar el apoyo externo al alumno, proporcionando revisiones y retroalimentaciones inmediatas. Así, como expresa Gros (2018), las tecnologías “pueden facilitar los procesos de adaptación y autorregulación ya que permiten ejercer una doble función: proporcionar información en tiempo real a los aprendices y facilitar estrategias de andamiaje durante el proceso de aprendizaje” (p. 69).

En el diseño se respetaron los momentos propuestos para un ambiente de aprendizaje: motivación, relación con conocimientos previos, desarrollo y consolidación de contenidos, evaluación. Al visualizar la presentación, los alumnos pueden interactuar con el material y optar por el recorrido a seguir, accediendo a los recursos propuestos, respondiendo preguntas, resolviendo actividades.

Teniendo en cuenta la importancia de la evaluación de los aprendizajes como un proceso continuo con el que los estudiantes y docentes deben tener la posibilidad de identificar logros y dificultades, así como de reorientar la marcha del proceso, la herramienta H5P se destaca por permitir la incorporación de actividades de autoevaluación con un alto nivel de interacción. En este sentido, se agregaron a la propuesta diversas actividades en las que los estudiantes reciben inmediatamente el resultado obtenido y comentarios de retroalimentación.

A modo de ejemplo, en la Figura 1 se presentan capturas de pantallas de una de las diapositivas propuestas para el desarrollo de contenidos y otra de evaluación, con una actividad de tipo arrastre.

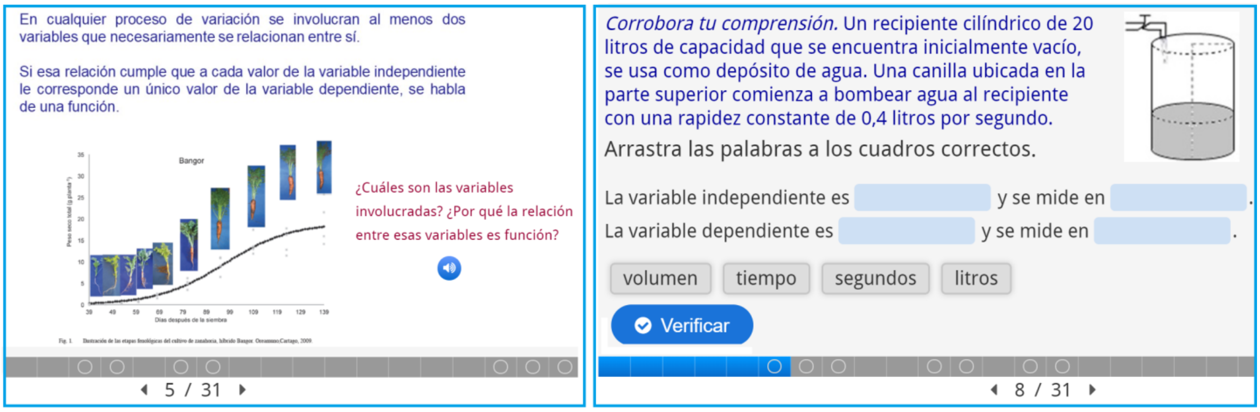


Figura 1. Capturas de diapositivas que incorporan diferentes posibilidades de la herramienta H5P.

RESULTADOS Y CONSIDERACIONES FINALES

La utilización de la herramienta H5P permitió generar un espacio en el que cada estudiante pudo interactuar con los contenidos matemáticos, según sus ritmos y necesidades. La presentación fue un aporte significativo para aumentar el nivel de motivación e interés de los alumnos.

Al finalizar el cursado de la asignatura se realizó una encuesta. Los alumnos manifestaron un alto grado de satisfacción con esta actividad. Destacaron la inclusión de videos y audios para visualizar y comprender mejor los temas. También, las actividades y las respuestas inmediatas, que les permitieron aumentar la atención, detectar sus errores y reforzar los contenidos con más dificultades. Consideraron positiva la posibilidad de poder recorrerla varias veces.

Si bien la incorporación de este tipo de recursos supone mucho tiempo de dedicación del docente, consideramos que vale la pena el esfuerzo, al ver cómo el alumno comienza un camino de aprendizaje autónomo, asumiendo un rol independiente y comprometido con su propio proceso.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cabero Almenara, J. (2014). Manual para el desarrollo de la formación virtual.

Chancusig, J., Flores, G, Venegas, G., Cadena, J., Guaypatin, O., y Izurieta, E. (2017). Utilización de recursos didácticos interactivos a través de las tic´s en el proceso de enseñanza aprendizaje en el área de matemática. *Boletín Virtual*, *6*(4), 112-134. https://docplayer.es/61601544-Utilizacion-de-recursos-didacticos-interactivos-a-traves-de-las-tic-s-en-el-proceso-de-ensenanza-aprendizaje-en-el-area-de- matematica.html.

Crispín, M., Esquivel, M., Loyola, M., y Fregoso, A. (2011) ¿Qué es el aprendizaje y cómo aprendemos? En M. Crispín (Comp.). Aprendizaje autónomo: orientaciones para la docencia (pp. 10-28). Universidad Iberoamericana, AC.

Gros, B. (2018). La evolución del e-learning: del aula virtual a la red. *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, *21*(2), 69-82.

FLUJO DE UN CAMPO VECTORIAL. CONTEXTUALIZACIÓN DE SABERES

Laura Oliva, Ansisé Chirino, María Rosa Castro y Hugo Mercado

Contacto: loliva@unsj.edu.ar
Universidad Nacional de San Juan

https://youtu.be/0PYg7YMN9Hc

RESUMEN

En este trabajo se presenta una experiencia de cátedra en un curso de cálculo multivariado para estudiantes de ingeniería electrónica, eléctrica y bioingeniería. Se vincularon saberes previos de los estudiantes tales como campo conservativo, campo eléctrico, teorema de Gauss y ley de Gauss a través de la formulación y resolución de problemas de cálculo multivariado contextualizados en el área de la física. El docente de matemática en carreras donde el fin no es la matemática, debe tender a que el alumno aprenda a formular modelos matemáticos que aplicará en otros campos disciplinares durante su carrera. Se reflexiona en este trabajo, acerca del hecho de que la matemática no es un fin en sí misma en el estudio de las ciencias aplicadas, por lo tanto la formulación de trabajos integradores facilita al alumno la vinculación de saberes y hace los mismos reutilizables. La matemática se convierte así en un medio eficaz para modelar y dar solución a situaciones contextualizadas en diversos ámbitos, lo cual revaloriza el estudio de la matemática en carreras de ciencias aplicadas.

INTRODUCCIÓN

Algunos conceptos de cálculo vectorial como es la noción de flujo de un campo vectorial son de difícil comprensión y aplicación por parte de los estudiantes de la mayoría de los cursos de cálculo multivariado en especialidades como ingeniería. Se introdujo este concepto utilizando saberes significativos del alumno, según la teoría de Ausubel. Los teoremas integrales del cálculo vectorial se vinculan de forma inmediata en las especialidades de ingeniería electrónica o ingeniería eléctrica con la teoría de electromagnetismo de la física. La identificación de nociones previas y su reutilización en el ámbito de la enseñanza de la matemática colabora con el aprendizaje por parte del alumno pues permite revisar y ver desde otro contexto un mismo concepto. (Ausubel et al., 1998)

Es importante en la enseñanza de la matemática, en carreras donde el fin no es la matemática, que el alumno aprenda a formular modelos matemáticos que aplicará en otros campos disciplinares durante su carrera. El docente debe reflexionar sobre el hecho de que la matemática no es un fin en sí misma en el estudio de las ciencias aplicadas. Para ello es un reto para el docente de matemática colaborar desde su rol de formador con la vinculación de los conceptos de su asignatura con otras disciplinas. La formulación de trabajos integradores facilita al alumno la vinculación de saberes y hace los mismos reutilizables. La matemática se convierte así en un medio eficaz para modelar y dar solución a situaciones contextualizadas en diversos ámbitos, lo cual revaloriza el estudio de la matemática en carreras de ciencias aplicadas.

DESARROLLO

La experiencia que aquí se muestra es parte del trabajo que se viene desarrollando en el marco del proyecto: "Propuesta y desarrollo de técnicas pedagógicas de articulación de Matemática y Física en el ciclo básico". El objetivo de la misma fue implementar espacios de trabajo interdisplinarios en las clases prácticas de cálculo multivariado.

Este trabajo quiere compartir la experiencia realizada en un curso de Cálculo II para alumnos de las especialidades de Ingeniería Electrónica, Eléctrica y Bioingeniería. La misma consistió en que luego del estudio formal del concepto de flujo y de los teoremas del cálculo integral para campos vectoriales, se realizaron prácticas articuladas con Física que es una asignatura que los alumnos cursan simultáneamente en el mismo semestre. A estas prácticas de articulación asisten los docentes de ambas asignaturas por la complejidad de capacidades que se ponen en juego en la solución de problemas contextualizados.

Se realizaron acuerdos previos entre los docentes de ambos espacios para unificar notación al abordar el concepto de flujo. Desde cálculo se incluyeron en las prácticas algunos ejercicios contextualizados en la física para trabajarlo con los alumnos aplicando lo aprendido en ambas asignaturas.

Un ejemplo está dado por el siguiente ejercicio:

El potencial electrostático (en Voltios) en una zona del espacio viene dado por

$$V(x, y, z) = -a^2z^2 + y^2$$

a) Halle la expresión del campo eléctrico
b) Si en el seno de este campo eléctrico se considera un cubo de arista r, colocado con un vértice en el origen. Halle el flujo neto a través de sus caras. Interprete el resultado de acuerdo con su signo.
c) Determine la carga eléctrica total en el interior del cubo antes descripto.

Este tipo de ejercitación es de una gran riqueza pues permite vincular conceptos de la física y resultados matemáticos con los cuales los cálculos se hacen más eficientes.
Se sabe que el campo eléctrico de una carga Q se define como $\bar{E}(x, y) = \frac{1}{q}\bar{F}(\bar{r})$. (Sears et al., 2013)
Con él se puede reafirmar el concepto de campo conservativo, ya que $q\bar{E}(x, y)$ es un campo conservativo, lo cual se puede comprobar desde la matemática.
Otro de los aportes de la física es la de permitir vincular el campo eléctrico con el concepto de gradiente del potencial electrostático dándole una contextualización física al concepto de gradiente ya trabajado durante el desarrollo del curso de cálculo multivariado. Así los conceptos de ambas disciplinas se contextualizan para el alumno y se convierten estos espacios de integración en la reutilización de saberes previos tendiente a hacer propio un concepto.
La posibilidad de graficar el campo eléctrico con la ayuda de un programa matemático hace que el alumno se pueda anticipar a la solución del cálculo de flujo neto sobre el cuerpo dado.
Ya que se sabe desde ambas disciplinas que el flujo de un campo, en particular el flujo eléctrico es $\phi = \oint_S \vec{E} \,.\, \overrightarrow{dS}$, el aporte dado por el uso de TICs hace que el alumno pueda ver sobre qué laterales del cuerpo el flujo es no nulo. Desde la representación gráfica es posible inferir, como se deduce de la observación de la figura 1, en qué laterales del cuerpo el flujo del campo vectorial será nulo y se podrá anticipar el signo del resultado para deducir si en este cuerpo hay fuentes de campo o sumideros según sea positivo o negativo respectivamente el resultado.

Pero es aquí donde el cálculo da sus mayores aportes pues en lugar de calcular el flujo sobre cada una de los laterales del cuerpo, es posible utilizando el Teorema de Gauss para hacer el cálculo más rápidamente. (Zill, 2016)

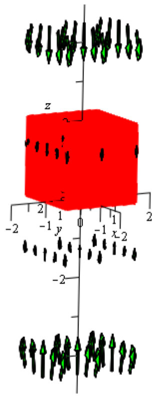


Figure 1: representación de vectores de campo

Finalmente con la ayuda de la Ley de Gauss la física permite desde la relación $\oint_S \vec{E} . \overrightarrow{dS} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ donde Q es la carga total que encierra la superficie y ε_0 es la permitividad eléctrica del vacío.

REFLEXIONES

Al integrar dos asignaturas que el estudiante está cursando en forma paralela, él se hace consciente de sus propios saberes y se convierte en administrador de los conceptos que necesita para dar solución a un problema que no depende de una única disciplina. Con las actividades planteadas se aporta al desarrollo de habilidades de pensamiento tales como la modelación, asociación, comparación, síntesis. (Devece et al., 2015)

AVANCES

Esta metodología de integración de saberes ha requerido de un trabajo conjunto de docentes de disciplinas que se imparten para una misma especialidad. El docente debe investigar sobre las formas adecuadas de integración de contenidos. Se profundizará esta metodología de trabajo interdisciplinaria continuando con la búsqueda y estudio de conceptos comunes a diferentes asignaturas.

CONCLUSIONES

El trabajo presentado muestra una actividad de articulación planteada entre Cálculo y Física relativa a conceptos de electrostática. Podemos concluir que ha sido de gran interés en los alumnos destinatarios de la experiencia ya que manifestaron que les ayudó a relacionar sus saberes haciendo su estudio independiente y seguro. Reconocieron la importancia de la formulación de modelos matemáticos para la resolución de problemas de otras disciplinas, esto revalorizó el estudio de la matemática en el ciclo básico. La incorporación de nuevos espacios de articulación propicia la interacción entre estudiantes y docentes, reforzándose los conceptos aprendidos en las distintas asignaturas y alimentando la curiosidad académica propia de un estudiante universitario.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ausubel, D. P., Novak, J. D., y Hanesian, H. (1998). *Psicología educativa, un punto de vista cognoscitivo*. Trillas.

Devece, E., Di Domenicantonio, R., Torroba, P., y Trípoli, M. (2015). Experiencia de Articulación entre Matemática A y Física I. *IV Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación*. La Plata, Argentina.

Sears, F. W., Zemansky, M., Young, H. D., y Freedman, R. A. (2013). *Física Universitaria con Física Moderna*. Pearson.

Zill, D. G. (2016). *Advanced Ingineering Mathematics*. Jones and Bartlett Learning.

EL DESAFÍO DE LA REPRESENTACIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS TRIDIMENSIONALES

María Victoria Bonzi, Fernanda Renzulli y Marcela Götte

Contacto: mavictoria104@gmail.com
Universidad Nacional del Litoral

https://youtu.be/hF4CqYAycAk

RESUMEN

En el marco de una adscripción en docencia desarrollada en la cátedra Geometría Euclídea Espacial del Profesorado en Matemática de la UNL, diseñamos dos tareas para el cálculo del volumen de figuras poliédricas. Las consignas presentadas en este trabajo involucran la representación mediada por el uso del software de geometría dinámica, *GeoGebra* y el plegado de papel. Las mismas fueron implementadas en una clase permitiendo poner en juego lo diseñado. Las actividades realizadas previo a la implementación, como la exploración y aprendizaje de las construcciones por medio del plegado de papel y el software, el acercamiento al diseño y producción de tareas, son instancias que favorecieron la elaboración de las tareas en el marco de la adscripción.

El uso de una herramienta de tecnología digital favorece el desempeño del profesor en matemática y la formación disciplinar y pedagógica de los/as estudiantes en el nivel superior. La utilización de *GeoGebra* como recurso de enseñanza y de aprendizaje, permite reproducir, conjeturar y demostrar construcciones realizadas con otros recursos, como por ejemplo, en lápiz y papel y plegado de papel.

INTRODUCCIÓN

En este escrito presentamos parte de las actividades planificadas y realizadas en una adscripción en docencia llevada a cabo en la cátedra de Geometría Euclídea Espacial. Nos focalizamos en el desarrollo de dos consignas diseñadas donde su resolución está mediada por el uso de software *GeoGebra*. Los/as estudiantes de dicha cátedra en la última parte del cuatrimestre trabajaron con *área y propiedades métricas de figuras poliédricas*, *la existencia de poliedros regulares convexos* y, *el volumen de los poliedros*. Por lo que, las consignas tienen como objetivo que los/as estudiantes recurran a recursos y acciones constructivas que permitan la resolución y reflexión de consignas de geometría que apelan a integrar la teoría con la práctica.

MARCO DE REFERENCIA

Notamos que las actividades que involucran volumen, generalmente, implican resoluciones vinculadas a la aplicación de fórmulas, es decir, encontramos consignas cuya resolución son propias del quehacer matemático, las cuales son denominadas por Rodríguez (2017), como consignas *matemáticas*, mientras que las consignas que invitan a una instancia de reflexión son denominadas consignas *metacognitivas*. De manera que, nuestra intención es elaborar consignas *metacognitivas matemáticas*, cuya resolución sea propia del quehacer matemático y que invite a instancias de reflexión y metacognición en relación al propio contenido y a las estrategias involucradas en los procesos de aprendizajes

Además, apelamos a que las consignas propuestas se caractericen por tener potencial matemático rico, habilitando las posibilidades de exploración y argumentación para la resolución y/o respuesta. Es decir, que el/la estudiante se involucre activamente de manera autónoma y tome decisiones, promoviendo en palabras de Rodríguez (2017) una actividad matemática valiosa. Las actividades en el aula, teniendo en cuenta los aportes de Wolman y Quaranta (2006), deben apelar a que los/as estudiantes se apropien de los saberes y de sus modos de producción. En tanto nosotros/as como docentes debemos propiciar instancias de reconstrucción y comprometerlos/as en un proceso de producción matemática.

También consideramos importante recuperar qué noción utilizamos al hablar de representación. En términos de Bogisic et al. (2000): “las representaciones externas en matemática son una escritura, un símbolo, un trazo, un dibujo, una construcción, con los cuales se puede dar idea de un concepto o de una imagen interna relacionada con la matemática (figura, número, vector, función, etc.)”. (p. 41).

Arcavi y Hadas (2003) plantean que “la existencia del computador plantea a los educadores matemáticos el desafío de diseñar actividades (...) con el potencial de apoyar nuevas maneras de enseñanza” (p. 42). A su vez, teniendo en cuenta los aportes de Maggio (2012), los recursos tecnológicos en los ambientes de enseñanza deben poseer un sentido pedagógico y didáctico, y considera que la tecnología potencia diversos escenarios de enseñanza y aprendizaje. Por lo tanto, la inclusión del software *GeoGebra* en las tareas se debe a que es un recurso que permite estudiar las propiedades de los objetos por medio de la representación visual dinámica. Sin embargo, las nuevas tecnologías no deben sustituir la experiencia directa con objetos materiales, debemos seguir fomentando el trabajo de situaciones en contexto manipulativo, por medio del uso de lápiz y papel, instrumentos de geometría (regla, compás, escuadra, transportador) y plegado de papel.

DESARROLLO DE LA PROPUESTA

Nuestra propuesta involucra realizar un acercamiento sucesivo a los contenidos volumen de figuras poliédricas mediadas por el uso de *GeoGebra* y el plegado de papel.

CONSIGNA 1

Construiremos un cubo recurriendo al plegado del papel, para ello necesitaremos 6 hojas cuadradas iguales una por cada cara del cubo, siguiendo los pasos detallados a continuación:

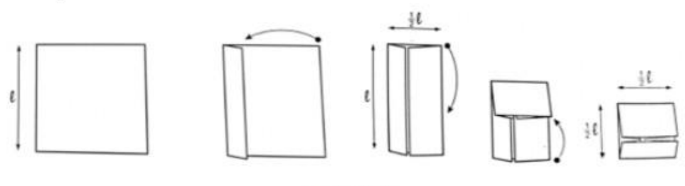


Ilustración 1

Una vez construidas las seis piezas, debemos ensamblar las mismas haciendo uso de las aletas o solapas que tenemos, para ensamblar nos guiaremos de las siguientes ilustraciones:

Ilustración 2

Si consideramos que la arista del cubo mide una unidad:

- ¿Cuántos cubos crees que serán necesarios para rellenar un ortoedro completamente? Analiza diferentes casos.
- ¿Qué relación se puede establecer entre la cantidad de cubos y el volumen del ortoedro?

Para la primera consigna los/as estudiantes trabajaron con el recurso del plegado de papel para conjeturar, analizar y plantear el volumen del ortoedro teniendo en cuenta los cubos de lado unidad construidos. Luego, mostramos la representación visual de la situación en *GeoGebra*, ya que consideramos que la relevancia no se encuentra en la construcción sino en observar las ventajas del uso de un software de geometría dinámica para abordar el teorema sobre el volumen de un ortoedro, que todavía no había sido trabajado en clase.

CONSIGNA 2

Parte 1: Te proponemos que realices la construcción del cubo en el software GeoGebra.

- ¿Crees que es posible particionar/cortar al mismo de modo que se obtengan tres pirámides de igual volumen? De ser posible, realiza la construcción justificando la respuesta y la clasificación de la/s pirámides. De lo contrario, explicar por qué.
- ¿Qué relación encuentran entre el volumen del cubo y el de cada una de las pirámides en relación a la longitud de las aristas?
- ¿Es posible determinar dos valores de área distintos para cada pirámide? ¿Por qué?
- Para seguir reflexionado, ¿crees que es posible particionar/cortar al mismo de modo que se obtengan seis pirámides de igual volumen? ¿Qué características tendrán las pirámides?

Parte 2: Continuamos con la descomposición del cubo en tres pirámides.

Te proponemos que realices dos piezas iguales siguiendo los pasos presentes en el siguiente video: https://www.youtube.com/watch?v=ufbdF4QaYJs. Además, a partir de la observación y análisis de las tres pirámides construidas en Geogebra, construye tres pirámides de papel teniendo en cuenta el desarrollo plano.

Ayuda: si no visualizan cuál es el desarrollo plano de la pirámide, pueden utilizar la herramienta *Desarrollo plano* presente en la casilla de cuerpos geométricos (novena opción de la barra de herramientas).

En la segunda consigna, retomamos el volumen del cubo pero los/as estudiantes establecieron relaciones entre el volumen del mismo y el de las pirámides (de igual volumen entre sí) contenidas en él, y la relación existente entre el área de cada pirámide. Para la primera parte de esta, experimentaron las situaciones planteadas mediante la construcción en *GeoGebra* e identificaron el teorema involucrado presente en el módulo de la cátedra “El volumen de una pirámide es igual a la tercera parte del producto del área de la base por la altura” (Götte y Mántica, 2020, p.97). Mientras que para la segunda parte, los/as estudiantes reflexionaron cómo representar lo obtenido en el mundo físico por medio del plegado de papel, estableciendo relaciones entre los lados del cubo y la pirámide conociendo la naturaleza de la misma, entre otras.

ALGUNAS REFLEXIONES

Si tenemos en cuenta que algunas construcciones geométricas, como lo plantea Bogisic et al. (2000), abordadas a partir de recursos tecnológicos poseen mayor complejidad constructivas que otras, consideramos que es valioso para nuestra formación docente experimentar, vivenciar estas propuestas que involucren diferentes recursos manipulativos y dinámicos, como el plegado de papel y *GeoGebra*. El diseño de estas consignas metacognitivas matemáticas implica procesos previos de indagación, exploración y validación de las construcciones en relación a la bibliografía y los recursos de representación. Consideramos que elaborar estas consignas favorecen las habilidades de representación, reflexión de los/as estudiantes en torno al aprendizaje de los conceptos relacionados a las figuras poliédricas. Como docentes y futuros/as docentes, esto nos permite continuar enriqueciendo nuestra formación y los aprendizajes de los/as estudiantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arcavi, A., y Hadas, N. (2003). *El computador como medio de aprendizaje: Ejemplo de un enfoque*. Universidad del Valle. Área de Educación Matemática, Instituto de Educación y Pedagogía.

Bogisic, B., Bressan, A., y Crego, K. (2000). Habilidades de dibujo y construcción en *Razones para enseñar geometría en la educación básica. Mirar, construir, decir y pensar…* Ediciones Novedades Educativas.

Götte, M., y Mántica, A. M. (2020). *Geometría Euclídea Espacial. Módulo 2020.* Universidad Nacional del Litoral. Facultad de Humanidades y Ciencias.

Maggio, M. (2012). *Enriquecer la enseñanza. Los ambientes con alta disposición tecnológica como oportunidad.* Paidós.

Rodríguez, M. (2017). *Perspectivas Metodológicas en la Enseñanza y en la Investigación en Educación Matemática*. Ediciones Universidad Nacional de General Sarmiento.

Wolman, S., y Quaranta, M. (2006). Una Perspectiva Didáctica. En L. Kurzrok (Coord.), *Enseñar Matemática en la Escuela Primaria* (pp. 5-14). Tinta Fresca.

ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE PRIMARIA: APORTES DESDE LAS NEUROCIENCIAS

Inés Abdala y Patricia Galdeano

Contacto: ines.abdala@gmail.com
Universidad Nacional de San Luis

https://youtu.be/K6Rq_EGz65g

RESUMEN

El presente trabajo tiene por objetivo resignificar y fundamentar desde las neurociencias, una experiencia de aula realizada en el año 2017 con 25 estudiantes de la asignatura Matemática y su Didáctica I en el marco del Profesorado de Enseñanza Primaria del IFDC-SL. Se procura indagar acerca de las experiencias previas de los estudiantes respecto a la enseñanza y aprendizaje de la Geometría, particularmente el desarrollo de habilidades visuales, intentando evidenciar mediante la producción personal pre y post estímulo visual cambios cognitivos observables en las producciones. También, visibilizar lo que resulta motivador y desafiante en la actividad propuesta (interesados, creativos, frustrados, aburridos, divertidos, etc.). Finalmente, se pretende realizar un breve aporte que sustente propuestas áulicas viables que promuevan la enseñanza y aprendizaje de la Geometría mediante el desarrollo de clases que gestionen la metacognición.

INTRODUCCIÓN A LA PROBLEMÁTICA DE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Una de las principales preocupaciones que surgen en la enseñanza y aprendizaje de la geometría en primer ciclo es el escaso y deficiente desarrollo de habilidades visuales. Uno de los problemas detectados es que no se logra reconocer y diferenciar características de las formas básicas bidimensionales si se representan "rotadas" en el plano. Otro problema es que la escuela, desde nivel inicial, sigue reproduciendo una representación estática de las figuras o, en el mejor de los casos, las dota de cierto "realismo" (ver figura 1). Estas actividades, si bien tienen la intención de trabajar con figuras geométricas desde una perspectiva más amplia y en nivel inicial pueden resultar "adecuadas", en primer ciclo de primaria no solo resultan insuficientes, sino que no dotan de sentido el aprendizaje, promueven el aprendizaje repetitivo y no desarrollan el espíritu creativo.

Figura 1. Actividad preponderante en nivel inicial y primer ciclo de primaria

PENSAMIENTO GEOMÉTRICO Y HABILIDADES VISUALES: UNA MIRADA DESDE LAS NEUROCIENCIAS

Desde la perspectiva de Piaget, la representación del espacio se debe a las actividades individuales realizadas por un sujeto durante varios años. Cuando este solo posee una colección de imágenes estáticas le es imposible alcanzar un pensamiento geométrico superior. Afirma que los conceptos espaciales resultan de la interiorización de las acciones o también de las imágenes resultantes de esas acciones y no de imágenes de cosas o acontecimientos. Sostiene que todo pensamiento surge de acciones y los conceptos matemáticos tienen su origen en los actos que el niño lleva a cabo con los objetos y no en los objetos mismos (Lovell, 1982).

Bressan et al. (2006) expresa que la enseñanza de la geometría en la educación básica debe tener como meta crear las condiciones para que el estudiante pueda, desde un nivel intuitivo, experiencial, de búsqueda, descubrimiento y comprensión, avanzar en la profundización de la naturaleza deductiva y rigurosa de la geometría. Para ello, retoman lo planteado por Hoffer (1981) respecto a desarrollar en geometría habilidades visuales, verbales, de dibujo, lógicas y de aplicación. En particular, y por el interés del presente trabajo, se hará foco en las habilidades visuales; a saber: coordinación visomotora, percepción figura-fondo, constancia de forma tamaño y posición, percepción de la posición en el espacio, percepción de las relaciones espaciales entre objetos y discriminación visual.

Mora (2011) afirma desde las neurociencias que el cerebro percibe el mundo al ser traducido por los órganos de los sentidos mediante la estimulación de sus respectivos receptores. En particular, los receptores complejos como es la retina en el ojo no sólo traducen, sino que analizan lo que el cerebro reconstruye luego de un largo y laborioso proceso de síntesis. “Es decir, las neuronas de la retina no copian nada del mundo externo, sino que detectan cosas que son las que enviará luego al cerebro para su posterior procesamiento” (p. 59).

Por otro lado, complementando la estimulación visual con los estímulos emotivos en el contexto educativo, se destaca lo planteado por Ruiz Martín (2020) al referir que los estímulos emotivos tienen un efecto directo sobre la memoria. Explica que “diversos investigadores han argumentado que la causa de este fenómeno podría ser que la emoción suscitada por el estímulo emocional provoca que le prestemos mucha atención, por lo que, en consecuencia, lo recordamos mejor” (p.156).

EXPERIENCIA PEDAGÓGICA

Para la actividad en la que se indaga se distinguen cinco momentos; a saber:

<u>Primer momento</u>: consistió en abordar los recuerdos de los estudiantes respecto a sus experiencias en torno al aprendizaje de la Geometría en sus trayectorias escolares. Las respuestas fueron coincidentes en la escasez de buenos recuerdos y ausencia de actividades en las que les era permitido explorar y jugar. El denominador común en los comentarios de sus recuerdos se reduce a una enseñanza basada en la presentación y clasificación de figuras e identificación de elementos.

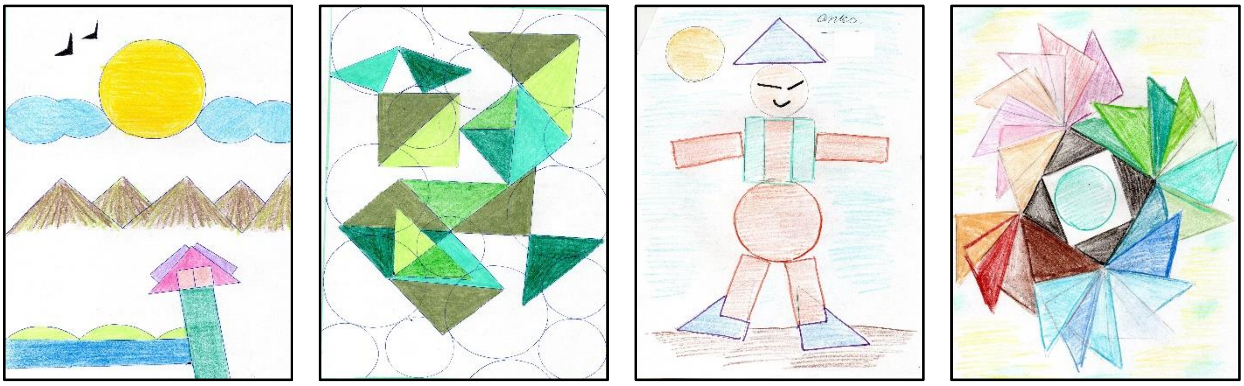
<u>Segundo momento</u>: se les solicitó a los estudiantes realizar en 15´ una producción personal libre con figuras geométricas básicas de distintos tamaños y colores (cuadrados, círculos, rectángulos y triángulos) que se les proporcionaron. En esta instancia, la expresión generalizada de los estudiantes se reduce a: “profe, no sé qué hacer, no se me ocurre nada”. En las figuras 2a y 2c, pueden observarse las producciones de dos estudiantes.

<u>Tercer momento</u>: El estímulo presentado consistió en mirar 2 videos (10 minutos entre ambos). En el primero (Dance square: https://www.youtube.com/watch?v=yXL4DP_3dJI) pueden observarse composiciones y descomposiciones de figuras en 2 dimensiones y en el segundo

(Perspectrum: https://www.youtube.com/watch?v=M1f2D14TiDo), rotaciones, traslaciones, simetrías, giros respecto de un vértice, proporciones, superposiciones de figuras y perspectiva.

Cuarto momento: Posterior a la visualización de los videos se solicitó a los estudiantes realizar nuevamente en 15´ una producción personal libre con las figuras geométricas proporcionadas inicialmente. En esta ocasión la manifestación de la mayoría de los estudiantes se reduce a la expresión "profe, no sé qué hacer, tengo muchas ideas en la cabeza". En las figuras 2b y 2d respectivamente, pueden observarse las producciones a posteriori de los mismos estudiantes.

Quinto momento: se dio lugar a la muestra de producciones realizadas y reflexión en torno a la experiencia. Del intercambio de opiniones se destacó el asombro que manifestaron los estudiantes al observar los cambios en sus producciones. Mencionaron que les pareció un estímulo importante para ellos poder mirar videos con esas imágenes y realizar una producción personal después de verlos. También destacaron sentirse creativos e inspirados y consideraron muy enriquecedor trabajar con este tipo de actividades porque la disfrutaron mucho y les dio ideas para trabajar como futuros docentes en sus clases de matemáticas.



(a) (b) (c) (d)

Figura 2. Algunas producciones pre y post estímulo

CONCLUSIONES

En el ámbito educativo, conocer y comprender la importancia de cómo el cerebro percibe y traduce la información y cómo se vivencia emocionalmente una actividad, hace una gran diferencia a la hora de repensar y resignificar el diseño de una experiencia de enseñanza y aprendizaje.

Los aportes de las neurociencias a la educación evidencian la necesidad de ofrecer al estudiante experiencias estimulantes, habilitando reglas para jugar y habitando espacios donde la creatividad tenga un tiempo y un lugar. Entonces, proponer situaciones de enseñanza donde el estudiante trabaje con cierto grado de libertad y realice aprendizajes en contextos multisensitivos y experienciales. Así, permitir el acceso al aula a formas diferentes de enseñar, abren nuevos caminos a formas diferentes de aprender una disciplina y también la posibilidad de disfrutar al aprender.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bressan, A., Bigisic, B., y Crego K. (2006). *Razones para enseñar geometría en la educación básica: Mirar, construir, decir y pensar…* Novedades Educativas.

Hoffer, A. (1981). Geometry is more than Proof. *The mathematics Teachers, Vol74, N°1.*

Lovell, K. (1982). *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*. Cuarta edición. Ediciones Morata S. A.

Mora, F. (2009). *Cómo aprende el cerebro.* Alianza Editorial.

Ruiz Martín, H. (2020). *¿Cómo aprendemos? Una aproximación científica al aprendizaje y la enseñanza*. Graó.

Propuesta de enseñanza de la Matemática para el plurigrado a partir de un relato docente

Olivia Ajata Marca y María Marta Rodríguez

Contacto: oliviaajata@gmail.com
Instituto de Formación Docente Continua Villa Mercedes

https://youtu.be/P5xnqW81vLg

Resumen

La experiencia de capacitación presentada, de modalidad virtual, se encontró bajo el marco de la Actualización Académica en Didáctica del Plurigrado y Educación Rural y estuvo dirigida a docentes de todos los niveles educativos de la provincia de San Luis. En la misma se elaboró una propuesta de enseñanza para el plurigrado a partir de un relato docente de un referente rural. La experiencia abordó la enseñanza de la matemática para escuelas rurales de acuerdo al enfoque de Educación Matemática denominado Educación Matemática Realista.

Introducción

En el primer cuatrimestre del 2021 se implementó en el Instituto de Formación Docente de Villa Mercedes, San Luis, una capacitación con modalidad virtual dentro del marco de la "Actualización Académica en Didáctica del Plurigrado y Educación Rural" dirigido a docentes de todos los niveles educativos de la provincia de San Luis.

Sintéticamente este postítulo buscó profundizar nuevos enfoques didácticos, proponer actividades centradas en los intereses de los estudiantes y aportar a los docentes estrategias didácticas específicas para el plurigrado. El eje fue "El ambiente y sus transformaciones" a partir del cual, disciplinas como Ciencias Naturales, Sociales, Tecnología, Matemática, Lengua y Literatura y sus didácticas se integraron. Al referirse al aula de plurigrado, Escobar (2021) sostiene que "son aquellas en las que un maestro está al frente de un grupo de alumnos que cursan diferentes grados de la escolaridad. Este formato es característico de las escuelas rurales, principalmente de aquellas que están a cargo de un solo maestro" (p.98).

Esta propuesta de experiencia busca hacer visible el trabajo que se realizó en las clases de Matemática del Módulo 2 de dicho postítulo. Aquí se introdujo el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR) para luego construir una propuesta de enseñanza para el plurigrado a partir de un relato docente de un referente rural.

Desarrollo

Actualmente existen diversos enfoques en Educación Matemática, en esta capacitación se centró en EMR el cual permitió fundamentar propuestas para abordar la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar en aulas de plurigrado. Desde este punto de vista, la matemática es una creación humana que ha acompañado y contribuido al desarrollo de la sociedad a partir de la resolución de problemas en contextos extramatemáticos o intramatemáticos. Freudenthal, según

Zolkower y Bressan (2011), sostiene que “La matemática es una actividad de resolución de problemas, de búsqueda de problemas, pero también organización de un objeto de estudio” (p.177).

La EMR señala como puntos de partida en el proceso de enseñanza- aprendizaje el empleo de contextos reales (en el sentido de significativos, razonables e imaginables) y situaciones significativas que permita a los estudiantes situarse, razonar, permitir diferentes estrategias de resolución y actuar comprendiendo lo que están haciendo. Al respecto se solicitó a una referente de la educación rural de nuestra provincia, la querida “Tatá” Cristina Evangelista[5] quien relató una situación de trabajo matemático áulico desde el plurigrado. A partir de ello se construyó una propuesta de enseñanza de contenidos matemáticos con el fin de analizarla con los docentes del módulo (ver Figura 1). Así surgió la “Huerta geométrica con sabor a matemática”. Los objetivos principales fueron situarse en el proyecto de una huerta y trabajar de forma colaborativa; diseñar instrumentos para recolectar y representar la información necesaria en el diseño de una huerta y construir nociones geométricas y de medida.

6) Vamos al terreno a medir.
Retomamos los diseños de las huertas realizadas y comenzamos a diagramar en el terreno las parcelas. Para ello es necesario realizar preguntas tales como:
¿Cómo podemos representar en el terreno las diferentes parcelas? Por ejemplo, tomamos en la representación gráfica lo analizado y señalado para el cultivo de tomate.
¿Qué elementos o materiales necesitamos para delimitar el terreno o contorno de la huerta? ¿Cómo lo saben? ¿Qué debemos tener en cuenta?
Al medir, si utilizamos pasos, ¿Son todos iguales? ¿Por qué?
¿Cómo hacemos para pedirle al señor ferretero la cantidad de material (alambre) que debemos comprar? etc.

Se aborda el trabajo de la medida y la magnitud a partir del uso de medidas convencionales o no convencionales según sea el ciclo. Por ejemplo, un niño de nivel inicial podría usar sus pies o sus manos para medir y estimar. Mientras que un alumno de primaria podría usar un elemento “un palito” como unidad de medida (es más, si recordamos el relato de Tatá, verán que no contaban con cinta métrica ¿cómo hizo para salvar eso?) Aquí también se puede abordar la noción de medidas de longitud y de peso (múltiplos y submúltiplos) para primaria. (La magnitud peso se aborda ya que el alambre se compra por peso)
En el nivel secundario se puede trabajar la relación entre el perímetro y área de una misma figura o de figuras que tienen igual perímetro y diferente área, entre otras.

En cuanto a las preguntas, también se atiende al contexto en el cual está inmerso, los animales propios del lugar. Por ejemplo, delimitar el terreno con palos y alambre para que no ingresen animales al lugar como caballos.

Figura 1. Fragmento de consigna construida dentro de la huerta geométrica

La propuesta señalada en el módulo de capacitación contó con actividades para trabajar en el nivel inicial, unidad pedagógica y segundo ciclo. Además, en el apartado de observaciones se hizo referencia a: formas de trabajo, consideraciones matemáticas, didácticas y vinculaciones con otras áreas o ejes del conocimiento. Es necesario aclarar que la misma fue una “construcción tentativa” a partir de lo señalado y no lo que gestionó nuestra referente rural. Además, fue un punto de partida para abordar los conocimientos matemáticos en relación a un contexto real y significativo para los estudiantes. A continuación, se presenta la consigna para los docentes cursantes:

> *Estimados docentes, a partir de lo trabajado en el módulo, en grupos de no más de 4 integrantes, elaborar una propuesta donde se señale: contenido/s a enseñar de acuerdo al Diseño curricular provincial (DCP), actividades o descripción de las mismas para trabajar*

[5] El video completo está disponible en https://drive.google.com/file/d/1hULSeCRxLWZMxoVngGiWjqZ2X08JrRV9/view?usp=sharing

> *con su grupo de estudiantes, indicar el nivel escolar para el cual realizar la propuesta y un texto argumentativo sobre la relación de su propuesta bajo el marco de la EMR. Saludos. Equipo de Matemática*

Con esta consigna se promovió que los docentes tengan en cuenta contextos significativos a la hora de planificar, donde se diseñen problemas reales y relevantes para los estudiantes. En este apartado se buscó trabajar con los contenidos correspondientes a diferentes grados en forma simultánea, cuestión no sencilla y por ello fue la primera consigna que debían realizar por ser aulas de plurigrado. Para la realización de esta actividad los cursantes tuvieron disponible material de lectura con las características principales del enfoque que según Zolkower et al. (2006).

Al respecto en la Figura 2 se puede observar una producción docente, que según el Diseño Curricular Jurisdiccional de Educación Primaria, abordó el eje la Probabilidad y Estadística cuya finalidad es recolectar y organizar información que responda a preguntas estadísticas; a leer e interpretar información presentada en diferentes portadores (pictogramas, tablas de doble entrada) y comunicar conclusiones.

Segundo ciclo: cuarto, quinto y sexto.

Eje 2: Probabilidad y estadística.

- Se realizan encuestas cuyas respuestas se expresan con dos o más posibilidades. Se recogen datos de diferentes contextos, utilizando diferentes técnicas elementales de encuesta, observación y entrevista. Se organiza y se describe de forma verbal y escrita la información obtenida en esquemas, tablas de doble entrada, dibujos, etc.

En 2do ciclo se trabajarán estos contenidos complejizando la recolección de datos mediante la entrevista y la encuesta escrita. Cada alumno deberá entrevistar a 10 personas de su círculo cercano, esta entrevista estará basada en la recolección de datos sobre el consumo de frutas y verduras.

Una vez recolectada dicha información, se realizarán las estadísticas correspondientes y se representarán en un gráfico de barras. En base a la información obtenida los alumnos elaborarán un informe final, incluyendo en él los beneficios de mantener una alimentación rica en frutas y verduras.

Figura 2.

Además, en algunas producciones de los docentes (Figura 3) aparecieron algunas dificultades para determinar el contenido a abordar según los Lineamientos Curriculares Jurisdiccionales de Educación Secundaria para el Ciclo Básico.

Conjunto de números racionales: fracciones y porcentaje.	Tercer año del ciclo básico	En las diferentes formas de las parcelas de la huerta, de la mano del concepto de área, se puede trabajar con representación gráfica de fracciones (al saber qué fracción del terreno se usará para cada verdura). Además, se puede trabajar a la fracción como operador; así del terreno total se puede saber qué área se debe destinar si se quiere sembrar determinada fracción del terreno con determinada verdura. Junto a esto se puede abordar la relación entre fracciones y porcentaje. También se puede abordar el porcentaje relacionándolo con el contenido de las encuestas.

Figura 3.

CONCLUSIÓN Y REFLEXIONES

Al reflexionar sobre esta experiencia afirmamos que nuestra práctica docente ha sido enriquecida a partir de las distintas producciones e intercambios de los cursantes, permitiéndonos visibilizar propuestas no pensadas sobre un mismo relato, como así también escuchar a los cursantes quienes reconocen un contexto fértil para proponer interacciones entre alumnos que cursan distintos grados por ejemplo. También nos permitió detectar dificultades en la gestión del módulo, por ejemplo el escaso tiempo que poseían los docentes para realizar las producciones, el cual estaba impuesto en la modalidad del postítulo. Consideramos que el enfoque es muy potente para abordarse en pocas clases, por ello se continuó en el módulo 4 con una posible gestión, esta vez interdisciplinaria con el área de Lengua y Literatura.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Escobar, M. (2021). Matemática en aulas plurigrado: atender a la diversidad desde la planificación. En: Castedo, C., Broitman, E., y Siede, I. (Comps.). *Enseñar en la diversidad: Una investigación en escuelas plurigrado primarias*. La Plata: UNLP.

Zolkower, B., Bressan, A., y Gallego F. (2006) La corriente realista de didáctica de la matemática. Experiencias de un grupo de docentes y capacitadores. *Yupana 6*, 11-30.

Zolkower, B., y Bressan, A. (2011) Educación Matemática Realista. En: Pochulu, M., y Rodríguez, M. (Comps.). *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Ediciones UNGS y EDUVIM.

UNA PROPUESTA PARA EL DESARROLLO DE UNA HABILIDAD MATEMÁTICA SOBRE NÚMEROS COMPLEJOS

Adriana Favieri

Contacto: afavieri@frh.utn.edu.ar
Universidad Tecnológica Nacional

https://youtu.be/impQ8PQBgdk

RESUMEN

Presentamos el diseño de una serie de actividades que promueven el desarrollo de la habilidad matemática: *manipular expresiones con números complejos*. Para ello, enmarcando el trabajo en el Enfoque Cognitivo de Educación Matemática, proponemos un desglose de la habilidad en desempeños que contribuyen a su desarrollo y diseñamos actividades que permiten ponerlos en juego. El trabajo se desarrolla en la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Aeronáutica de la Universidad Tecnológica Nacional, Regional Haedo y lo hemos implementado utilizando el software de la plataforma Wolfram Alpha.

INTRODUCCIÓN Y ENCUADRE TEÓRICO

La asignatura Matemáticas Aplicadas a la Aeronáutica, de la carrera de Ingeniería Aeronáutica de la Facultad Regional Haedo de la Universidad Tecnológica Nacional, comienza la enseñanza de números complejos. El contenido es fundamental para los alumnos de esta carrera dado que constituye la base que les permitirá desempeñarse adecuadamente con funciones de variable compleja analíticas, y aplicarlo al estudio de flujos potenciales, que luego vincularán con flujos reales en asignaturas posteriores. Asimismo, el uso de software resulta imprescindible para la visualización de dichos flujos potenciales, dado que el gráfico en papel resulta engorroso, extenso y se diluye el foco en los conceptos y características de dichas funciones. La propuesta en la materia, enmarcada en un enfoque constructivista, promueve el desarrollo de habilidades matemáticas y digitales. Hemos planteado como objetivo que el alumno *alcance una manipulación flexible y controlada de expresiones con números complejos*. A continuación, explicitamos el marco teórico en el que enmarcamos una serie de actividades para el fin propuesto. Este incluye la noción de *habilidades matemáticas*, que permite entender la idea del control, recién mencionada; un desarrollo propio de la habilidad *manipular expresiones con números complejos*, que la desagrega en desempeños que operan como requerimientos previos y, finalmente, incluimos un posicionamiento respecto al uso de la plataforma Wolfram Alpha (WA).

Rodríguez (2016) considera que una *habilidad matemática* es un desempeño, una acción, apropiadamente realizado para resolver correctamente alguna problemática matemática planteada. Esta acción es deliberada, pues el ejecutante tiene el control sobre sobre ella. Este aspecto será clave para la propuesta de actividades dado que, como docentes, debemos asegurarnos de que las acciones de los estudiantes sean intencionales. Las habilidades matemáticas nacen sujetas a contenidos específicos, están estrechamente vinculadas a ellos (Falsetti et al., 2009; Rodríguez, 2016). Entre ellas, consideramos aquí: *manipular expresiones con números complejos*. Como hemos mencionado, uno de los temas troncales de la asignatura es la aplicación de funciones analíticas de variable compleja al estudio de flujos potenciales, flujos ideales. Para ello es preciso conocer las funciones de variable compleja y decidir si son analíticas, lo que implica conocer apropiadamente los números complejos y tener habilidades operatorias vinculadas a ellos. De allí la necesidad de que la *manipulación de expresiones con números complejos*, como habilidad, considere estudiar formas alternativas de escritura de estos números, su representación gráfica, las posibilidades de representar regiones del plano como ecuaciones de variable compleja, la flexibilidad en la decisión de cuál forma de representación asumir y del pasaje entre ellas, así como la conciencia de la equivalencia entre ellas. Para abordar su tratamiento, identificamos algunos desempeños que consideramos favorecen su desarrollo, que trascienden la operatoria. Sin pretensión de exhaustividad, mencionamos:

- *Relacionar la parte real e imaginaria de un complejo con su módulo y argumento.*
- *Relacionar la forma binómica de un complejo con la trigonométrica y la exponencial.*
- *Operar, de manera general entre las formas binómica y trigonométrica.*

Para finalizar el encuadre teórico, mencionamos que la plataforma WA (https://www.wolframalpha.com/) es un buscador online que responde a preguntas y realiza cálculos de manera inmediata. Sus respuestas son detalladas y específicas a los conceptos buscados.

Desde las referencias teóricas expuestas, mostramos parcialmente a continuación, el diseño de una serie actividades sobre números complejos enfocadas en el desarrollo de la habilidad matemática mencionada e incluimos algunos aspectos del uso de la plataforma WA.

PRESENTACIÓN DE LAS ACTIVIDADES

Por cuestión de espacio, mostramos partes de algunas actividades (ampliamos en la ponencia).

Partimos de que WA ofrece las distintas representaciones de un número complejo ingresado (forma binómica, trigonométrica y exponencial, que agrupa en la categoría “”), su módulo, el argumento y su representación gráfica, entre otra información (la Figura 1 muestra salidas del WA al ingresar el complejo z = 2 + 3i). Esto le permite al alumno disponer de esta información, sin ningún trabajo y es, a partir de allí que diseñamos la serie de actividades para trabajar sobre el control que el estudiante debe adquirir para la manipulación con estos números.

La serie completa incluye actividades con las partes real e imaginaria de expresiones con números complejos, las diferentes formas de escritura y la representación gráfica, potenciación, radicación y fórmula de De Moivre.

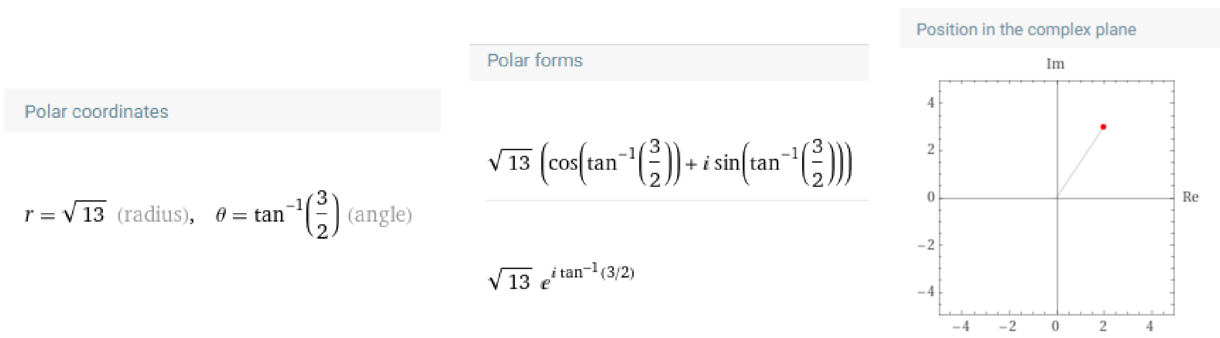


Figura 1. algunas salidas que ofrece el WA

DESCRIPCIÓN DE UNA ACTIVIDAD Y RELACIÓN CON LA HABILIDAD

Mostramos aquí la primera actividad de la serie que persigue la finalidad de que los alumnos encuentren relaciones entre las formas de escritura y las partes (real e imaginaria) de un complejo.

Se habilita el uso de WA y se solicita a los estudiantes que ingresen distintos números complejos en forma binómica. A partir de allí, se pide identificar distintos elementos, para lo que se sugiere el uso de una tabla como la siguiente, para sistematizar la información (Figura 2).

Complejo en forma binómica					
Radio					
Angulo que forma con eje x (θ)					
Complejo en forma trigonométrica					
Complejo en forma exponencial					
Gráfico					

Figura 2. Tabla para sistematizar datos

Lo central del trabajo se da a continuación de esta primera consigna, y es cuando los alumnos deben responder las preguntas que se indican debajo. Entre paréntesis indicamos con qué rasgo de la habilidad matemática están relacionadas.

- ¿Podés advertir alguna relación entre la parte real e imaginaria de cada complejo y su radio? ¿Y entre la parte real e imaginaria y el ángulo θ? (Vinculada con el rasgo: *relacionar la parte real e imaginaria de un complejo con su módulo y argumento*)
- A partir de eso, ¿cómo relacionarías cada complejo en forma binómica con el complejo en forma trigonométrica? ¿Y con la forma exponencial? (relacionada con: *relacionar la forma binómica con la forma trigonométrica y exponencial para los complejos dados*)
- ¿Podrías generalizar estas dos relaciones para cualquier número complejo de la forma $z = x + y\,i$? Si fuera el caso, escribí las ecuaciones que consideres necesarias. (En relación con: *Operar, de manera general entre las formas binómica y trigonométrica*).

El tipo de actividad permite poner el foco en comprender la información que brinda el WA para enfatizar en la búsqueda de relaciones y generalizaciones que permitan que los estudiantes sean conscientes de los desempeños que conlleva la manipulación de expresiones con números complejos.

Otras actividades les permiten abordar relaciones entre los módulos y argumentos de un complejo, el cálculo de potencias enteras y raíces de la unidad. Sumaremos detalles en la ponencia.

A MODO DE CIERRE

Consideramos que la propuesta nos permite focalizar el trabajo en el control de los desempeños, asunto clave para el desarrollo de cualquier habilidad matemática. El uso de la plataforma WA nos permitió acceder a datos iniciales que son un punto de partida para el trabajo alrededor de este control.

Dado que las actividades se desarrollarán durante la clase, se prevén espacios de puesta en común de lo realizado y de consolidación de conceptos y propiedades por parte del docente.

Desde una perspectiva teórica, entendemos que resulta interesante considerar una propuesta de rasgos que, en algún sentido, podrían considerarse como un subsistema de requerimientos de la habilidad mencionada. Probablemente ahondar teóricamente en esta dirección, nos dé claridad respecto de tipos de desempeños que podrían resultar clave para favorecer el desarrollo de habilidades matemáticas sujetas a contenidos. Asimismo, resaltamos que la inclusión de software en las clases ha resultado un elemento facilitador para el desarrollo de la habilidad matemática abordada en esta experiencia.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barrios Villarreal, B., y Camacho Hernández, E. (2021). Aprendizaje por descubrimiento aplicado a la multiplicación de números naturales. *Wasirata Revista de Educación*, *2*(7), 40 - 52. doi:https://doi.org/10.33996/warisata.v3i7.257.

Falsetti, M., Favieri, A., Scorzo, R., y Williner, B. (2009). Estudio sobre habilidades matemáticas para el Cálculo Diferencial en estudiantes de Ingeniería. 10mo Simposio de Educación Matemática. Chivilcoy: Edumat.

Rodríguez, M. (2016). Habilidades matemáticas: una aproximación teórica. *Educação Matemática Pesquisa*, *18*(2), 809-824.

DEFINICIÓN DE RECTÁNGULO EN UN PROBLEMA CON GEOGEBRA

Magali Freyre, Marcela Götte y Ana María Mántica

Contacto: magali.freyre@gmail.com
Universidad Nacional del Litoral

https://youtu.be/1eLOER0Hgt8

RESUMEN

Se analizan las definiciones de rectángulo presentadas por dos grupos de estudiantes avanzados del profesorado en matemática de la Universidad Nacional del Litoral en la resolución de un problema con GeoGebra. Se estudian las características de las definiciones de acuerdo a la información que brindan. La recolección de datos se realiza a través de archivos entregados y a partir del empleo de un grabador de pantalla que registra audio y acciones de cada grupo en la computadora. Las definiciones analizadas son correctas. Uno de los grupos recurre al trabajo con GeoGebra realizado previamente para establecer la definición que presenta, la cual es no económica y opera como descripción del rectángulo. Por otra parte, en las dos definiciones se evidencia circularidad al nombrar lados opuestos paralelos. Se consideran características convencionales del rectángulo, por lo que las definiciones analizadas no cumplen con el criterio de riqueza. El estudio de relaciones en figuras construidas en GeoGebra permite identificar (en algunos casos) propiedades geométricas involucradas, teniendo en cuenta la definición explicitada.

INTRODUCCIÓN

Se presenta el avance de una investigación correspondiente a una tesis de maestría en el que se pretende estudiar la vinculación de la construcción de una figura geométrica empleando *GeoGebra* con la identificación de las propiedades empleadas en la misma y su definición. En este trabajo se analizan particularmente las definiciones de rectángulo dadas por dos grupos de estudiantes avanzados de profesorado en matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias (Universidad Nacional del Litoral) en la resolución de un problema con *GeoGebra.*

La enseñanza y el aprendizaje de las definiciones representan temas abordados en múltiples investigaciones (Sinclair et al., 2016). De Villiers et al. (2009) resaltan la importancia de las definiciones en matemática en cuanto herramientas para reorganizar conocimientos disponibles y para construir conocimientos nuevos a partir del desarrollo de pruebas. Las definiciones matemáticas son concisas, contienen términos técnicos y requieren que se realice una síntesis inmediata hacia una firme imagen conceptual. En futuros profesores, estos aspectos son particularmente relevantes. De Villiers (2004), en su estudio, cita a Linchevski et al. (1992) quienes sostienen que muchos estudiantes de profesorado no comprenden que las definiciones son arbitrarias y que deben ser económicas. De esta manera, resulta importante que se reflexione acerca de las características de las definiciones matemáticas y acerca de las maneras de enseñarlas. Considerando las posibilidades que brinda *GeoGebra* como software de geometría dinámica (SGD) en cuanto a la visualización y experimentación (Novembre et al., 2015), resulta significativo estudiar qué aportes brinda dicho SGD al empleo e identificación de propiedades geométricas, y cómo se vinculan éstos procesos con las definiciones de los objetos matemáticos involucrados.

MARCO CONCEPTUAL

Itzcovich y Murúa (2016) se preguntan al respecto de las construcciones con GeoGebra si las herramientas de este software, al ser portadoras de conocimiento geométrico favorecen "el paso del control de las propiedades a través de la percepción y los instrumentos a un control por medio de las definiciones, propiedades y deducciones" (p.75). Asumen que la actividad de construir en dicho entorno dinámico posibilitaría a los alumnos bajo ciertas condiciones realizar un estudio de las figuras en cuanto al conjunto de las relaciones que las caracterizan.

Govender (2002) caracteriza a las definiciones matemáticas como correctas (tienen condiciones suficientes), incorrectas (tienen alguna propiedad incorrecta o tienen propiedades insuficientes), incompletas (tienen propiedades necesarias, pero no suficientes), económicas (tienen solo propiedades necesarias y suficientes) y no económicas (tienen propiedades suficientes, pero algunas no necesarias). Por otra parte, Tall (1992) sostiene que algunas definiciones operan como descripciones y es en esos casos que las pruebas se entienden como relaciones coherentes entre definiciones que funcionan tanto para describir los objetos como para definirlos. Zazkin y Leikin (2008) establecen una diferencia entre definiciones apropiadas e inapropiadas a partir de criterios de corrección y riqueza. La condición de corrección refiere al uso de propiedades necesarias y suficientes que están mediadas por el rigor. La riqueza está relacionada con el uso de elementos no tradicionales.

METODOLOGÍA

El trabajo corresponde a una investigación cualitativa interactiva, con empleo de técnicas cara a cara para la recolección de datos y estudios en profundidad en un escenario natural (McMillan y Schumacher, 2005). Los sujetos de estudio son cuatro alumnos avanzados de profesorado en matemática que cursan la asignatura Didáctica de la Matemática durante el año 2019. Estos estudiantes tienen aprobadas tres asignaturas referidas a geometría en las que se trabaja con *GeoGebra* en la formulación y validación de conjeturas. Se presenta un problema para ser resuelto en grupos de dos estudiantes (Figura 1)

a) Construye con *GeoGebra* de tres maneras distintas un rectángulo.

b) En cada caso explicita las propiedades empleadas en la construcción.

c) Escribe la definición de rectángulo que utilizaron para construir.

Figura 1. Problema propuesto

Se utiliza para la recolección de datos, además de los archivos de texto y *GeoGebra* de cada grupo, un grabador de pantalla. Este recurso genera un video que permite recuperar el audio de las interacciones y las acciones que realizan paso a paso las estudiantes de cada grupo en la computadora. En este trabajo solo se presenta lo que refiere a la consigna c).

DISCUSIÓN Y RESULTADOS

Las estudiantes del grupo A no recurren a lo realizado con *GeoGebra* en las consignas b) y c) para determinar la siguiente definición (Figura 2):

> Un rectángulo es un cuadrilátero que tiene dos pares de lados opuestos paralelos y al menos uno de sus ángulos mide 90°.

Figura 2. Definición textual del grupo A

Contiene condiciones suficientes para definir rectángulo, por lo que se puede decir que es correcta. Es también económica ya que no contiene información redundante (Govender, 2002).

> Un rectángulo es un cuadrilátero que tiene todos sus ángulos rectos y dos pares de lados opuestos paralelos e iguales.

Figura 3. Definición textual del grupo B

Las estudiantes del grupo B, recurren a las construcciones realizadas en *GeoGebra* en la consigna a), en función de esto debaten en torno a las propiedades empleadas, identificadas en la consigna b) y presentan la definición de la Figura 3.

Esta definición se considera correcta por poseer condiciones suficientes para determinar un rectángulo. Sin embargo, posee además condiciones que no son necesarias, por lo que se trata de una definición no económica. Sin realizar un análisis exhaustivo, la palabra “todos” en la condición "todos sus ángulos son rectos" resulta redundante ya que al tratarse de un cuadrilátero alcanza con tres ángulos rectos para asegurar que el cuarto ángulo también es recto. Asimismo, si se consideran las dos primeras condiciones (es cuadrilátero y tiene todos los ángulos rectos) las otras dos no son necesarias ya que resultan redundantes.

REFLEXIONES

Las dos definiciones analizadas comienzan de la misma manera: "un rectángulo es un cuadrilátero...". Esto evidencia cierta jerarquía al asociar al rectángulo a un concepto más general. Sin embargo, aunque las estudiantes conocen la clasificación jerárquica de cuadriláteros, no definen rectángulo como paralelogramo con un ángulo recto, definición que incluye explícitamente al rectángulo como un caso particular de paralelogramo. Esta última definición, además, permite deducir fácilmente otras propiedades del concepto rectángulo, como las ya enunciadas para el paralelogramo.

La definición del grupo B opera como una descripción del rectángulo (Tall, 1992). Esto puede deberse a que estas estudiantes se basan en las construcciones con *GeoGebra* para escribir la definición que presentan, dado que las herramientas utilizadas son portadoras de conocimientos geométricos (Itzcovich y Murúa, 2016). Esto se evidencia en el debate generado para la escritura de la definición presentada.

En ambas definiciones se menciona “lados paralelos opuestos”. Esto involucra circularidad (el paralelismo solo es posible en lados opuestos). Respecto al criterio de riqueza (Zazkin y Leikin, 2008), ambas definiciones utilizan características convencionales para definir al rectángulo (paralelismo e igualdad de lados y ángulos), por lo que no constituyen definiciones ricas.
De esta manera, el hecho de estudiar relaciones que caracterizan a figuras construidas en *GeoGebra* posibilita que se identifiquen propiedades geométricas involucradas, teniendo en cuenta especialmente la definición considerada del objeto geométrico construido.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

De Villiers, M. (2004). Using dynamic geometry to expand mathematics teachers' understanding of proof. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 35*(5), 703-724.

De Villiers, M., Govender, R., y Patterson, N. (2009). Defining in Geometry. En: Craine, T., & Rubenstein, R. (2009). *Understanding Geometry for a Changing World: NCTM's 71st Yearbook*. National Council of Teachers of Mathematics.

Govender, R. (2002, julio). *Constructive Evaluation Of Definitions In A Sketchpad Context* [Presentación de un trabajo]. AMESA, Durban, South Africa.

Itzcovich, H., y Murúa, R. (2016). GeoGebra: nuevas preguntas sobre viejas tareas. *Yupana*, *10*, 71-85.

McMillan, J., & Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa* (5.ª ed.). Pearson Wesley.

Novembre, A., Nicodemo, M., y Coll, P. (2015). *Matemática y TIC - Orientaciones para la enseñanza*. Administración Nacional de la Seguridad Social.

Sinclair, N., Bartolini, M., De Villiers, M., Jones, K., Kortenkamp, U., Leng, A., & Owens, K. (2016). Recent research on geometry education: an ICME-13 survey team report. *ZDM Mathematics Education*, *48,* 691–719.

Tall, D. (1992). Construction of objects through definition and proof. *PME Working Group on Advanced Mathematical Thinking*. https://pdfs.semanticscholar.org/e357/4fca27a0f4d5353aefffbeb4fada9ced82db.pdf.

Zazkis, R., y Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square. *Educational Studies in Mathematics, 69*(2), 131-148.

MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN UNA CLASE DE MATEMÁTICA PARA NO MATEMÁTICOS

Cintia Negrette y Gabriel Soto

Contacto: cintianegrette@gmail.com
Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco

https://youtu.be/3v8U88_IxDU

RESUMEN

En este trabajo describimos la implementación de la modelización matemática como estrategia de enseñanza en un curso de Matemática de Ciencias Naturales a través de la realización de un problema enmarcado en un contexto real.

INTRODUCCIÓN

Una de las preguntas más frecuentes en los cursos de matemática es *Profe, yo hago los ejercicios, me salen las cuentas, pero ¿para qué me sirve?* La respuesta más común que ofrecemos es *¡No te preocupes, en algún momento te va a servir!* La mayoría de las veces, esta respuesta nos interpela a buscar otros argumentos a esa pregunta. Es necesario entonces, reflexionar respecto a los objetivos y propósitos que tiene la matemática como espacio curricular en carreras que utilizan a la matemática como herramienta (Soto, 2021).

La modelización matemática (MM) como estrategia de enseñanza y aprendizaje resulta adecuada para orientar esta reflexión, por sus valores formativos, y de promoción autogestionada de la matemática, de la alfabetización matemática y de competencias cívicas. En este trabajo describimos la implementación de MM en cursos de Matemática de primer año de carreras asociadas a las ciencias naturales, y algunos resultados de interacciones entre estudiantes surgidos de la implementación de un problema de modelización, en un contexto de enseñanza remota.

FUNDAMENTACIÓN DE LA PROPUESTA

El proceso de MM se puede pensar como "una terna compuesta por el mundo real, el mundo matemático y una relación (modelo) que sirve para describir, explicar y predecir el mundo real" (Blum, 2015, p. 77). Este proceso comienza en el mundo real, y preguntas tales como cuál es el problema/qué preguntas queremos responder, nos permiten seleccionar qué matemática/conceptos matemáticos nos pueden ayudar a resolverlo. Si bien la resolución de problemas tiene un papel importante en la modelización matemática, la estructura de los mismos debe ser determinada por los modeladores (Stillman, 2015). La conceptualización que utilizamos de la MM consiste en las siguientes etapas (Díaz et al, 2020): experimentación y obtención de datos, abstracción o matematización del problema (construcción del modelo, identificación de parámetros, variables, hipótesis), resolución (uso de herramientas matemáticas dependiente de la experticia de los modeladores), validación (confrontación de resultados obtenidos con los datos e hipótesis del problema) y posible modificación del modelo (ningún modelo es definitivo). Para que los estudiantes puedan transitar las diferentes etapas del proceso de modelización, la elección del problema o tarea es fundamental. Borromeo Ferri (2018) define que una tarea/problema de modelización debe ser abierta, compleja, promover aprendizajes holísticos y nuevas preguntas, realista y auténtica, adecuada para los grupos que la resolverán, y ser resoluble a través del proceso de modelización. Además, estos problemas de MM promueven el uso de herramientas digitales para la recolección y sistematización de datos de las variables que intervienen en el problema, como así también para la simulación de los procesos que intervienen en el mismo (Greefrath y Siller, 2018).

ALGUNOS RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE UNA TAREA DE MODELIZACIÓN

A continuación, se transcriben algunas interacciones entre estudiantes surgidas a partir de la siguiente tarea de modelización.

> *Una medida para potabilizar el agua es hervirla durante cinco minutos. Esta práctica es común en hogares con niños que toman leche maternizada en polvo. A partir del momento que retiramos el agua del fuego, ¿cuánto tiempo debemos esperar para preparar una mamadera y que el niño no se queme?*

Los estudiantes realizan la experiencia en sus hogares y a partir de ella, recolectan datos de temperatura y tiempo (variables del problema), los tabulan en una hoja de cálculo en GeoGebra (matematización del problema). Utilizan la herramienta *Análisis de regresión* para identificar qué tipo de función se *ajusta mejor* a los datos experimentales.

A partir de la observación de los datos, los estudiantes reconocen la temperatura ambiente como parámetro del problema

> *E: Si esperamos más de dos horas, la temperatura del agua no cambia… y es la temperatura ambiente…*

Los alumnos empiezan a buscar la función que mejor se ajusta contrastando los modelos con los datos.

> *E1: La parábola tiene el R^2 (coeficiente de determinación de la regresión) más grande, pero no sirve porque la temperatura empieza a subir otra vez.*
>
> *E4: Podríamos tomar más datos para que GeoGebra entienda que después de un tiempo la temperatura no puede volver a subir…*
>
> *E1: No creo que sirva, pues por más que tengamos más datos, la naturaleza de la parábola es que después del vértice vuelva a subir!*
>
> *E4: Podríamos cortar la función en el vértice y después dejar una recta horizontal a 23,1°C (la temperatura ambiente del experimento en discusión)...*
>
> *D: Buena idea, ¿podríamos usar una sola fórmula?*

Eligen una función exponencial de la forma $T(t) = T_0\, e^{-rt}$ como modelo para el enfriamiento del agua.

> *E5: La función exponencial tiende a cero… y nosotros no hicimos el experimento en el congelador…*
>
> *E4: hay que cambiar la asíntota… hay que trasladarla verticalmente… hay que sumarle la temperatura ambiente…*

Observan que la función modificada no ajusta bien los datos, en particular que la temperatura inicial es notablemente mayor que en el experimento. Vuelven a la etapa de validación del modelo.

> *E1: para que la ordenada al origen de bien, hay que cambiar el T0…*

E4: No, tenemos que trasladarla para la derecha… pero igual no queda bien…

En la interacción con el docente se sugiere hacer el ajuste con los datos trasladados por la temperatura ambiente, esto es transitamos la etapa de la modificación del modelo.

E1: ¡Ah! ¡Ahora ajusta re lindo!...

En esta discusión se observan dos tipos de análisis para elegir cuál de los modelos ajustaba mejor los datos experimentales. Uno es inherentemente matemático, basado en el coeficiente de determinación de la regresión y las características de las funciones obtenidas. Por otro lado, los estudiantes basaron su análisis en la comparación de las predicciones de los modelos con los datos obtenidos a partir del experimento y la naturaleza del problema real.

Una vez que se obtuvo el modelo adecuado, los estudiantes se disponen a dar respuesta a la pregunta (etapa de resolución)

E1: Tenemos que reemplazar el valor de la temperatura por la y…

E2: Entonces usamos 32°C, lo busqué en Internet…

E3: Yo soy mamá y el pediatra me dijo que la leche tiene que estar a 36°C…

E4: Esa es la temperatura corporal. Así que podríamos usar 36°C...

Finalmente, los estudiantes vuelven a contrastar la resolución matemática con los datos obtenidos

E1: A mí me da 78,13 minutos… tomando dos cifras decimales… Pero si miramos en la gráfica y en la tabla debería dar aproximadamente 65…

E5: ¿Entonces el modelo está mal? Seguro que hicimos mal la cuenta…

E4: Si usamos dos decimales (en la fórmula del modelo) me da 78,13 minutos, pero si uso cuatro decimales me da 65,38 minutos… O sea hay que redondear al final!

COMENTARIOS FINALES

Los diálogos transcritos en este trabajo muestran la implementación de una tarea de modelización matemática en un curso de matemática para no matemáticos, donde es posible observar que la necesidad de resolver un problema real condiciona la búsqueda y uso de la matemática para encontrar una posible solución, en contraposición de lo que comúnmente se conoce como aplicaciones de la matemática, en la que se buscan situaciones reales en las cuales se pueda aplicar un concepto matemático dado. La modelización matemática pone a los estudiantes en un rol activo, con la posibilidad de *(des)hacer* el problema real y el matemático. Nuestra experiencia nos ha demostrado que vale la pena el esfuerzo pues la modelización matemática tiene un doble beneficio, nos ayuda a repensar nuestra propia práctica y a la vez dota de significado a la matemática que enseñamos para no matemáticos. Para finalizar incluimos reflexiones de estudiantes que participaron en la resolución de esta tarea.

...la experimentación nos ayudó para ponernos de acuerdo en cómo encarar el problema…

Es increíble pensar cómo las matemáticas parecen ser tan complicadas, pero nos ayuda a explicar cosas sencillas de la vida cotidiana... como el enfriamiento del agua, algo tan sencillo, te da un modelo matemático, el cual puede variar en muchas perspectivas, desde la temperatura de la habitación, la dimensión del recipiente, entre otras cosas…

...recorrimos todos los pasos de la modelización, como nos mostraron en clase...

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? En S.J. Cho (ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*.

Borromeo, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modelling in school and teacher education*. Springer International Publishing.

Díaz, A., González, M., Negrette, C., y Soto, G. (2020). Una experiencia de modelización en una clase de matemática para las ciencias naturales. *Revista de Educación Matemática*, *35*(1), 41-53.

Greefrath, G., & Siller, H. S. (2018). GeoGebra as a Tool in Modelling Processes. En L. Ball et al. (eds.) *Uses of Technology in Primary and Secondary Mathematics Education*, ICME-13 Monographs.

Stillman, G. (2015). *Application and modelling research in secondary classrooms: what have we learnt?* En S. Chu (Ed.) *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 791-806). Springer International Publishing.

Soto, G. (2021). Aciertos y desafíos de la modelización matemática como estrategia de enseñanza de la matemática para no matemáticos [Grupo de Trabajo y Discusión]. La modelización matemática y la resolución de problemas en diálogo, Luján, Argentina. https://youtu.be/1PX1WC3WjQI?t=8458.

UNA TAREA DE MODELIZACIÓN EN UNA CLASE DE MATEMÁTICA PARA NO MATEMÁTICOS. EL CASO DEL TANQUE DE AGUA

Gabriel Soto y Mónica González

Contacto: gsoto@unpata.edu.ar
Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco

https://youtu.be/3mo2i3zRjOk

RESUMEN

En este trabajo describimos la implementación de la modelización matemática como estrategia de enseñanza en un curso de Matemática de Ciencias Naturales a través de la realización de un problema enmarcado en un contexto real.

INTRODUCCIÓN

La respuesta *¡No te preocupes, en algún momento te va a servir!*, a la pregunta *esto, ¿para qué me sirve?*, generalmente nos deja con un sinsabor a quienes enseñamos matemática a no matemáticos. La mayoría de las veces, esta respuesta nos interpela a buscar otros argumentos a esa pregunta. Es necesario entonces, reflexionar respecto a los objetivos y propósitos que tiene la matemática como espacio curricular en carreras que utilizan a la matemática como herramienta (Soto, 2021). La *modelización matemática* (MM) resulta una alternativa metodológica que nos permite encontrar respuestas satisfactorias respecto al uso de la matemática como herramienta para resolver problemas extramatemáticos. En este trabajo describimos la implementación de MM en cursos de Matemática de primer año de carreras asociadas a las ciencias naturales, algunos resultados de interacciones entre estudiantes y algunas intervenciones docentes surgidas de la implementación de un problema de modelización, en un contexto de enseñanza remota.

FUNDAMENTACIÓN DE LA PROPUESTA

Blum (2015) describe a la modelización matemática como un proceso dinámico en el cual se pone de relieve la idea de un modelo matemático cuya finalidad es establecer una posible relación entre el resto del mundo y el mundo matemático. Si bien la resolución de problemas tiene un papel importante en la MM, la estructura de los mismos debe ser determinada por los modeladores (Stillman, 2015). La conceptualización que utilizamos de la MM consiste en las siguientes etapas (Díaz et al, 2020): experimentación y obtención de datos, abstracción o matematización del problema (construcción del modelo, identificación de parámetros, variables, hipótesis), resolución (uso de herramientas matemáticas dependiente de la experticia de los modeladores), validación (confrontación de resultados obtenidos con los datos e hipótesis del problema) y posible modificación del modelo (ningún modelo es definitivo). Esta conceptualización se encuadra dentro de la perspectiva pragmática de la MM en el contexto de educación matemática (Keizer y Sriraman, 2006).

Para que los estudiantes puedan transitar las diferentes etapas del proceso de modelización, la elección del problema o la tarea de modelización es fundamental. Frente a una tarea de MM, los modeladores pueden encontrar y elaborar sus propios problemas, transitando desde una situación confusa, amorfa y caótica de la realidad a un enunciado bien formulado que admita tratamiento matemático (Mina et al., 2019). Una tarea de modelización debe ser abierta, compleja, promover preguntas, realista y auténtica, resoluble a través del proceso de modelización (Borromero Ferri, 2018), y debe propiciar el uso de herramientas digitales para la recolección y sistematización de datos, como así también para la simulación de los procesos que intervienen en el problema (Greefrath y Siller, 2018).

ALGUNOS RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE UNA TAREA DE MODELIZACIÓN

Inspirados en la problemática que en cada temporada estival tenemos que afrontar en nuestra ciudad, presentamos la siguiente tarea de MM

> *Con los cortes de agua que convivimos en nuestra ciudad, a veces surge la pregunta a partir del momento que cortan el agua, ¿qué tan rápido se vacía el tanque de tu casa?*

Esta tarea satisface las características de una tarea de MM, pues es abierta en vista de la variedad de formas, tamaños de tanques domiciliarios, es compleja por la imposibilidad de obtener la respuesta experimentalmente, es un problema auténtico que forma parte de la vida cotidiana de los estudiantes, es resoluble a través del proceso de modelización y promueve el uso de GeoGebra para la obtención de posibles modelos matemáticos (funciones) que representen el problema.

Primeramente, los estudiantes, mediante la búsqueda de información respecto a las características de los tanques domiciliarios:

> *...El flotante siempre está en la parte de arriba del tanque, así que el agua siempre queda en la parte cilíndrica del tanque.*

> *...El tiempo de vaciado va a depender del tamaño del orificio de salida, cuanto más grande más rápido se vacía.*

Dado que la experimentación directa con tanques domiciliarios entraría en conflicto con el cuidado del agua en nuestra ciudad, se sugiere experimentar con modelos a escala. De esta manera se obtienen datos de la altura de la columna de agua en función del tiempo, para tabularlos y poder usar la herramienta Análisis de Regresión de GeoGebra para determinar qué modelo mejor ajusta los datos. En ese proceso, los estudiantes deben decidir cuál es el mejor modelo

> *… La función exponencial ajusta mejor los datos pues tiene el R2 (coeficiente de determinación de la regresión) más grande. Pero no sirve, pues el tanque no se vaciaría nunca!*

> *… Nos quedamos entonces con una parábola, que tiene que tener el vértice en el eje x! Entonces la función puede ser $h(t) = a(t-b)^2$ hasta t=b. Después es cero.*

> *… Con todos los experimentos, el término independiente de las parábolas corresponden a la altura inicial de la columna de agua.*

En vista que la expresión *típica* de una parábola que tiene su vértice en el eje *x* no permite hacer visible el hecho que el término independiente sólo depende de la altura inicial de la columna de agua, la intervención del docente puede ser necesaria para poder explicitar esta relación entre los parámetros del problema y los parámetros de la función.

El docente entonces, reescribe la parábola como $h(t) = (-rt + \sqrt{h_0})^2$. Así $t_v = \frac{\sqrt{h_0}}{r}$ corresponde al tiempo en que $h(t_v) = 0$, esto es el tiempo en que se vacía el tanque. De este modo queda explícita la relación entre h_0 y el término independiente de la parábola. Sin embargo, no queda claro cuál es la relación entre el parámetro r y, por ejemplo, el tamaño del orificio de salida. Y es recién en este momento se presenta la necesidad de introducir el modelo teórico expresado por la ecuación de Torricelli, como una herramienta que permite escalar el problema, esto es pasar de los experimentos al tanque domiciliario. En el problema de referencia, tal ecuación está expresada por $\frac{dh}{dt} = -\frac{a}{A}\sqrt{2gh}$ donde h es la altura de la columna de agua en el tanque cilíndrico, a es el área del orificio de salida del agua, A es el área de la base del tanque cilíndrico y g es la aceleración de la gravedad.

COMENTARIOS FINALES

Los diálogos transcritos en este trabajo muestran la implementación de una tarea de modelización matemática en un curso de matemática para no matemáticos, donde es posible observar que la necesidad de resolver un problema real condiciona la búsqueda y uso de la matemática para encontrar una posible solución, en contraposición de lo que comúnmente se conoce como aplicaciones de la matemática, en la que se buscan situaciones reales en las cuales se pueda aplicar un concepto matemático dado. La MM pone a los los estudiantes en un rol activo, con la posibilidad de *(des)hacer* el problema real y el matemático. Las intervenciones docentes descritas resultaron adecuadas para orientar el trabajo de modelización de los estudiantes. Nuestra experiencia nos ha demostrado que vale la pena el esfuerzo pues la modelización matemática tiene un doble beneficio, nos ayuda a repensar nuestra propia práctica y a la vez dota de significado a la matemática que enseñamos para no matemáticos. Para finalizar incluimos reflexiones de estudiantes que participaron en la resolución de esta tarea:

> *... este proyecto da información de un tema muy importante sobre el agua que hay que tener muy en cuenta, ya que es una problemática muy "común" y no se suele ver el impacto o problemas que genera en la ciudad.*
>
> *...este proyecto me resultó más importante para la vida cotidiana. ...en mi localidad (Esquel), los cortes de agua son muy frecuentes y poder comprender el cómo se produce y en cuanto tiempo es el vaciado del tanque me pareció súper enriquecedor*
>
> *...los experimentos se pudieron realizar en nuestras casas con objetos que tenemos...*
>
> *Creo que es fabuloso para comprender las aplicaciones de la matemática y las herramientas que nos ofrece. Me impactó el hecho de poder resolver y justificar teoremas matemáticos como el teorema de Torricelli, el hecho de llegar con la experiencia y práctica hasta la teoría, me entusiasmó a seguir investigando.*

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? En S.J. Cho (ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*, 10.1007/978-3-319-12688-3_9.

Borromeo, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modelling in school and teacher education.* Springer International Publishing.

Díaz, A., González, M., Negrette, C., y Soto, G. (2020). *Una experiencia de modelización en una clase de matemática para las ciencias naturales. Revista de Educación Matemática, 35*(1), 41-53.

Greefrath, G., & Siller, H. S. (2018). *GeoGebra as a Tool in Modelling Processes.* En L. Ball et al. (Eds.) *Uses of Technology in Primary and Secondary Mathematics Education*, ICME-13 Monographs, https://doi.org/10.1007/978-3-319-76575-4_21.

Mina, M., Esteley, C., y Alterman, N. (2019). Sobre la Modelización Matemática en Diseños Curriculares. El caso del Ciclo Básico de la Educación Secundaria de la Provincia de Córdoba. *XI Jornadas de Investigación en Educación*, Córdoba: Ciffyh, FFyH, Universidad Nacional de Córdoba.

Keizer, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM, 38*(3), 302-310.

Stillman, G. (2015). *Application and modelling research in secondary classrooms: what have we learnt?* En S. Chu (Ed.) *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education*, (pp. 791-806). Springer International Publishing.

Soto, G. (2021). Aciertos y desafíos de la modelización matemática como estrategia de enseñanza de la matemática para no matemáticos [Grupo de Trabajo y Discusión]. La modelización matemática y la resolución de problemas en diálogo, Luján, Argentina. https://youtu.be/1PX1WC3WjQI?t=8458.

EL JUEGO Y LA PROGRAMACIÓN, DOS ALIADOS DE LA MATEMÁTICA

Paola Muggiani, Delfina Femenia, Alicia Giménez y Liliana Ríos

Contacto: paolamuggiani@gmail.com
Universidad Nacional de San Juan

https://youtu.be/DiKs2vKh7Iw

RESUMEN

Proponemos en esta comunicación, aplicar una de las ramas de la Matemática más nueva como es la Teoría de Juegos. Desarrollaremos algunos conceptos básicos de esta teoría y mostraremos algunos ejemplos desde su desarrollo numérico, algebraico y haciendo uso de un software de programación. También expondremos algunas ideas sobre los beneficios a nivel social con la adquisición de tales conocimientos, ya que aporta conceptos sobre la importancia de la cooperación, la capacidad de colocarse en el lugar del otro, el pensamiento estratégico, y tiene una amplia aplicación interdisciplinar. Se mostrará la experiencia llevada al aula trabajando en forma articulada con las áreas de Proyecto Tecnológico. Apoyándonos en lo que instituye el Marco nacional para la mejora del aprendizaje en Matemática, donde se establece que el pensamiento matemático es uno de los modos que los individuos tienen para analizar, describir y comprender el mundo que los rodea, creemos que conocer, entender y aplicar el Equilibrio de Nash, resultaría sumamente importante en el desarrollo del pensamiento estratégico y para la resolución de conflictos, mostrando que la cooperación beneficia más que el interés individual. Se muestran en esta comunicación, ejemplos concretos de cómo realizar la programación para encontrar este Equilibrio.

INTRODUCCIÓN

Este trabajo tiene como propósito mostrar, en forma articulada con otras áreas, cómo la Matemática resulta apropiada a la hora de resolver conflictos de distinta índole. Se mostrará el uso de la Teoría de Juegos que, juntamente con la tecnología, nos permite programar diferentes situaciones donde el estudiante podrá aplicar principios y conceptos básicos de Teoría de Juegos para resolver conflictos sociales, políticos, económicos; permitiendo así desarrollar el pensamiento estratégico. Además, el alumno podrá apreciar las ventajas que ofrece el uso y la programación del software Octave.

DESARROLLO

La Teoría de Juegos es una rama de la Matemática que se ocupa de la toma de decisiones dentro de un conflicto. Su nombre procede de las diferentes situaciones que se pueden resolver con esta teoría y pueden ser modelizadas como un juego. Es decir, hay jugadores o contrincantes, hay toma de decisiones para no perder, o minimizar la pérdida, o para ganar, cooperación, etc. Un equilibrio de Nash es una situación en la cual todos los jugadores han puesto en práctica, y saben que lo han hecho, una estrategia que maximiza sus ganancias dadas las estrategias de los otros.

La argumentación, la validación, la construcción de conceptos, la modelización de este tipo de situaciones, el análisis crítico de resultados y errores, etc., promueven el desarrollo del pensamiento matemático que, según Cantoral et al. (2005) "este pensamiento no encuentra sus raíces en las tareas propias y exclusivas de los matemáticos profesionales, sino que están incluidas todas las formas posibles de construcción de ideas matemáticas en una gran variedad de tareas" (p.19). Desde la presentación de los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (2011), en el Marco nacional para la mejora del aprendizaje en Matemática (2018), se insiste en la necesidad de preparar a los jóvenes como ciudadanos del siglo XXI, desarrollando capacidades lógicas, de resolución de problemas y de ciudadanía digital entre otras. Desde la disciplina Matemática, que forma parte fundamental del curriculum de la educación obligatoria, los docentes tenemos la responsabilidad de fortalecer y desarrollar estas capacidades en nuestros estudiantes, promoviendo la definición autónoma de un proyecto de vida tal como lo establece el artículo 8 de la Ley 26.206 de Educación Nacional. Suscitamos la competencia ciudadana, desde la Matemática cuando enseñamos a través de prácticas reflexivas que desarrollan el pensamiento crítico y el ser responsables del papel ético que involucra hacer Matemática. Es por ello por lo que, si bien, el equilibrio de Nash no forma parte del diseño curricular como contenido matemático, nos resulta de gran interés desarrollarlo, ya que es esencial para encontrar un punto de equilibrio en diferentes conflictos ya sea en el ámbito económico, social, entre otros. La elección del programa Octave fue decisión del área de Proyecto tecnológico atendiendo a los objetivos propios de la orientación de la escuela donde se realiza la experiencia. La integración de este programa permitió, hacer uso de la programación que incluye conceptos matemáticos.

EXPERIENCIA ÁULICA

Esta propuesta áulica tiene como objetivo desarrollar en el alumno capacidades fundamentales para su posterior inserción en la sociedad a la cual pertenece, como: (1)En teoría de juegos no tenemos que preguntarnos qué vamos a hacer, tenemos que preguntarnos qué vamos a hacer teniendo en cuenta lo que pensamos que harán los demás, por esto está teoría ha sido utilizada en muchas decisiones empresariales, económicas, políticas y consideramos importante comenzar a desarrollar este pensamiento en los alumnos de la escuela secundaria que los llevará a adquirir aptitudes útiles para tomar decisiones acertadas en beneficio del propio sujeto y del contexto social al que pertenecen. (2) En los últimos años se ha promovido la incorporación de las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) sin embargo los planteos de trabajo, en su mayoría se reducían a *enseñar tecnología*, es decir *enseñar sobre el uso de una aplicación*, en esta propuesta pretendemos, que el alumno desarrolle el pensamiento computacional a través de la programación.

La experiencia fue llevada a cabo en una escuela de educación secundaria, en 5to año del ciclo orientado en Informática. Los estudiantes realizaron la experiencia en el laboratorio de computación que están habituales a usarlo; aplicaron conceptos matemáticos, la noción de matrices y la lectura de tablas de doble entrada. En el espacio de Matemática se realizó el uso del programa analizando los resultados que arroja, además se trabajó sobre la noción del equilibrio de Nash y de manera tangible se explicó por qué se encuentra o no dicho equilibrio y la significancia critica que esto refiere dependiendo de la situación. En el área de Proyecto tecnológico los alumnos se encargaron de la programación en especial de matrices cuadradas (3x3, 4x4) fuera de un contexto.

Supongamos la siguiente situación: uno de los temas que ha priorizado el debate en cierto país es la cancelación de la deuda externa. Existen dos posibilidades que la deuda externa sea pagada en cuotas mínimas (P), o suspender el pago (NP). Los dos principales políticos del país, A y B, en el momento de redactar sus propuestas electorales, deben decidir si están a favor de pagar la deuda o a favor de no hacerlo. Pueden también decidir no tratar el tema en esta propuesta (E). Ambos partidos saben que sus militantes los apoyaran, sea cual sea la decisión que tomen, pero el resto de la población empatizará por una u otra opción. Mediante encuestas previas, se ha calculado que los resultados para el partido A vendrán dados por la siguiente matriz:

		Propuesta partido B		
		P	NP	E
Propuesta partido A	P	40%	45%	35%
	NP	55%	50%	45%
	E	40%	50%	35%

Tabla 1. Estrategias puras – Matriz de pago – Propuestas Electorales

¿Qué opción debe elegir el partido A en su campaña, para tener la mínima pérdida de votos?

Luego de una lectura grupal de la situación, los estudiantes debieron identificar qué programa del realizado en Proyecto tecnológico debían usar considerando la tabla que se les presenta. Mostramos a continuación imágenes del trabajo realizado por los alumnos a través del software Octave.

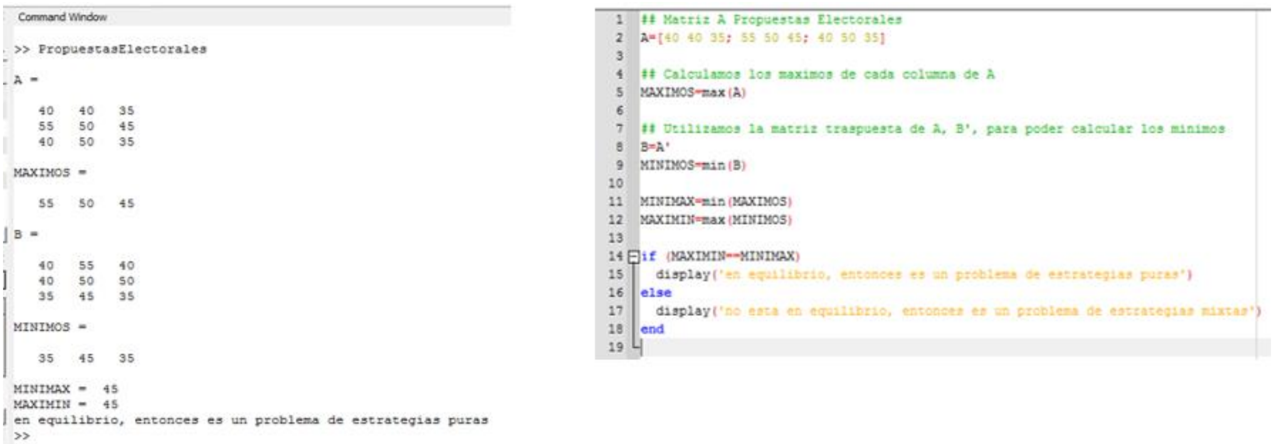


Figura 1. OCTAVE – Propuestas Electorales

Luego de ver los resultados que arroja el programa, los alumnos concluyeron que esta situación tiene un punto de equilibrio que es 45. Ante esta respuesta el docente, preguntó ¿Qué significa ese valor en la situación? Los alumnos luego de realizar nuevamente la lectura del problema respondieron que A elige proponer no pagar la deuda, mientras que B elige eludir el tema en su propuesta. Así el partido A obtendrá el 45% de los votos. Este es uno de los ejemplos que se trabajan y muestran *cuán* necesario es este saber para analizar, en este caso, situaciones de índole político-social.

CONCLUSIÓN

Si bien los conceptos de esta teoría tienen su desarrollo formal y para ello se utiliza una estructura y un lenguaje específico y riguroso, se tuvo en consideración el trabajo con adolescentes por lo que la mayoría de ellos fueron desarrollados mediante ejemplos concretos. Finalmente, luego de realizar y programar diferentes situaciones como la expuesta, analizadas en forma crítica, podemos concluir que la articulación entre diferentes espacios curriculares incentiva al alumnado y genera interés en las propuestas. Además, al incluir contenidos, en este caso Teoría de Juegos, aunque en forma intuitiva es posible ampliar el sentido matemático en la escolaridad secundaria.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R., y Garza, A. (2021). *Desarrollo Del Pensamiento Matemático* (1.ª ed.). Editorial Trillas.

Callejo M., Goñi J., Alsina C., Civil M., Giménez J., Gómez-Chacón I., … Vanegas, Y. (2010). *Educación matemática y ciudadanía.* Graó.

Ministerio de Educación de la Nación. (2011). *Núcleo de Aprendizajes Prioritarios*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Consejo Federal de Educación.

Ministerio de Educación de la Nación. (2018). *Marco nacional para la mejora del aprendizaje en Matemática*. Cultura, Ciencia y Tecnología. Secretaría de Innovación y Calidad Educativa.

Femenia, D. (2019). *EstratégicaMente todos ganan: teoría de juegos.* Autores de Argentina.

RESÚMENES DE CONFERENCIAS

MATEMÁTICA EN INGENIERÍA: ENSEÑANZA POR INVESTIGACIÓN Y ENFOQUE STEM

Viviana Angélica Costa

Universidad Nacional de La Plata, Argentina
vivianaangelicacosta@gmail.com

https://youtu.be/9WddY8nUWEM

RESUMEN

En esta conferencia se presentarán aspectos básicos de la enseñanza por investigación en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), que propone instalar una nueva pedagogía denominada Pedagogía de la Investigación y del Cuestionamiento del Mundo. Su objetivo es dar respuesta al problema de la desarticulación, del monumentalismo de los saberes y de la falta de sentido de los contenidos a estudiar. Además, se citará el enfoque educativo STEM (anacrónico de ciencia, tecnología, ingeniería y matemática). Este se entrelaza con la pedagogía propuesta por la TAD y junto con las nuevas tecnologías educativas, propone eliminar las barreras tradicionales entre disciplinas. Se centra en la innovación, en el proceso aplicado al diseño de soluciones para problemas contextuales utilizando herramientas y tecnologías actuales, además de ayudar a desarrollar habilidades de pensamiento crítico. Finalmente, se compartirán ejemplos de actividades en estas líneas de investigación que fueron experimentadas para el estudio de la matemática en carreras de ingeniería. Algunas de ellas, además, incorporan el uso de dispositivos móviles y del software GeoGebra con fines educativos. El objetivo es motivar a los participantes en considerar implementar en la enseñanza de la matemática algunos de los aspectos mencionados, que logren provocar cambios en el trabajo de los estudiantes, con la misión social de una educación como vía para una ciudadanía competente y crítica.

EL PAPEL DE LA VARIACIÓN ACOTADA EN EL SIGNIFICADO DE LA SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL ORDINARIA DE PRIMER ORDEN EN UN ESCENARIO DE MODELACIÓN

Rodolfo David Fallas Soto

Universidad de Costa Rica, Costa Rica
rodolfo.fallas@ucr.ac.cr

https://youtu.be/ewg952i4xOA?t=13

RESUMEN

En esta presentación se muestra el rol de la variación acotada, como un estudio particular del cambio en el establecimiento de condiciones para obtener o explicar un comportamiento de la solución de la ecuación diferencial que se modela ante el estudio del vaciado de recipientes. Se explica el rol que jugaron los problemas inversos, así como los trabajos relacionados con la didáctica de las ecuaciones diferenciales. Desde el enfoque socioepistemológico y la ingeniería didáctica cooperativa como metodología se muestran resultados de llevar a cabo una situación de modelación en el significado de la solución de la ecuación diferencial en estudiantes de ingeniería y educación matemática.

COMPETENCIAS DIDÁCTICO-MATEMÁTICAS DEL PROFESORADO: UNA PROPUESTA DE NIVELES DE DESARROLLO

Luis Pino-Fan

Universidad de Los Lagos, Chile
luis.pino@ulagos.cl

https://youtu.be/MHcGAsUi2As?t=11

RESUMEN

En esta conferencia se presenta el modelo del conocimiento didáctico-matemático (CDM) basado en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la instrucción Matemáticos, como una “macro-herramienta” teórico-metodológica que ha permitido caracterizar competencias clave de la práctica profesional del profesor de matemáticas. Con base en dicho modelo y en los trabajos empíricos desarrollados, se identifican dos competencias, la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica, cada una de ellas con una serie de sub-competencias para las cuales se han propuesto distintos niveles de desarrollo.

ARPA, UNA EXPERIENCIA DE DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE

Patricio Felmer Aichele

Universidad Nacional de Chile, Chile
pfelmer@dim.uchile.cl

https://youtu.be/jvZwYgarTyw?t=49

RESUMEN

Una actividad de resolución de problemas en el aula (45-90 minutos): los estudiantes se organizan en grupos aleatorios, reciben un problema y comienzan a trabajar. Los estudiantes activan sus habilidades y comienzan a generar ideas sobre cómo resolver el problema. Mientras tanto, el profesor o profesora interactúa con los estudiantes, respondiendo preguntas con otra pregunta, dándoles la responsabilidad de seguir adelante. En algunos casos, se presenta un problema simplificado y después de que el grupo haya tenido éxito con la versión simplificada, los estudiantes vuelven al problema original. Si un grupo no comprende el problema, el profesor o profesora hace una pregunta; si un grupo se atasca, el profesor o profesora hace una pregunta o si un grupo comete un error, el profesor o profesora hace una pregunta. Cuando un grupo resuelve el problema, entonces el profesor o profesora hace preguntas a los miembros del grupo hasta que es evidente que uno de ellos no sabe cómo resolver el problema, entonces se va. Si el profesor o profesora está convencido de que todos los miembros saben cómo resolver el problema, entonces le da una extensión, una versión más sofisticada y desafiante del problema. Una vez que todos los grupos han resuelto el problema (o la versión simplificada), toda la clase participa en una discusión plenaria que ocurre unos 10-15 minutos antes del final de la actividad, donde el profesor o profesora deja que algunos estudiantes presenten sus soluciones, comenzando por la más simple y promueve la discusión entre los estudiantes sobre estrategias, conceptos y relaciones entre ellos. ¿Hay algo nuevo en esta actividad? No, hay mucha investigación sobre este tipo de actividades, pero la cuestión es: ¿cómo hacer que suceda en aulas reales, con un número importante de profesores reales? En esta conferencia presentamos experiencias de la Iniciativa ARPA en Chile, que está ejecutando un programa de desarrollo profesional para docentes de matemáticas.

EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES DE MATEMÁTICA EN LA ESCUELA PRIMARIA

Liliana Patricia Ospina Marulanda

Universidad del Quindío, Colombia
lpospina@uniquindio.edu.co

https://youtu.be/maMw0WJcx1U?t=12

RESUMEN

En la conferencia se abordará lo relacionado con la evaluación del aprendizaje en el área de la Educación Matemática, la cual tradicionalmente se concibe como un proceso técnico e instrumental, de medir, clasificar, certificar y cuya función es proveer información sobre los resultados de aprendizaje acorde con objetivos predeterminados y generar un veredicto. Sin embargo, esta visión tradicional además de no atender las necesidades individuales de los estudiantes vigilando y retroalimentando sus acciones orientadas al logro de los aprendizajes, tampoco permite al profesor evaluar sus acciones en función de las acciones de los estudiantes cuando están construyendo significados en el aula de los objetos disciplinares. Este tipo de evaluación presenta efectos colaterales involuntarios y no deseados. Por consiguiente, en el marco de la conferencia se abordarán aspectos que confluyen en los procesos evaluativos, algunos de ellos bastante explícitos y otros menos advertidos, dado que están implícitos; es así como en la conferencia se presentará lo relacionado con la evolución del concepto de evaluación, haciendo referencia a las cuatro generaciones que Egon Guba e Yvonna Lincoln (1989) caracterizan e identifican como: medición, descripción, juicio y proceso constructivo. Así también, se analizarán las funciones y los invariantes de la evaluación a lo largo de la historia, en lo que se ha encontrado que lo dominante es la medición, cuyo propósito es proveer información sobre los resultados de aprendizaje acorde con objetivos predeterminados y generar un veredicto; además, ella se concibe al margen de las actividades de enseñanza y de estudio. De otro lado, se hará referencia de las problemáticas de la evaluación en el área de la Educación Matemática, entre ellas las concepciones que tienen los profesores sobre la evaluación, las cuales influyen en sus prácticas, la evaluación entendida como calificación o examen, la cual se ha concebido como un instrumento de medición de aprendizajes hacia el final del proceso de enseñanza y aprendizaje, en la que en muchos casos se utiliza la prueba como un único modelo de evaluación que muestra lo que memorizan los estudiantes o bien lo que no saben; no evalúa la evolución de sus aprendizajes. De otro lado, se ahondará sobre algunos tipos e instrumentos de evaluación que ponen en tensión la evaluación tradicional y que se constituyen en nuevas alternativas que propenden por la evaluación como emergencia del sujeto y la subjetividad. En este sentido, se hace referencia a una nueva generación de la evaluación, denominada la evaluación de procesos inferenciales y de mediación de la interactividad en la construcción de conocimiento (EPIMICM), cuya función consistiría en la mediación entre la actividad de enseñanza y la actividad de estudio, para que se alcancen aprendizajes más operativos.

RESÚMENES DE CURSOS

MODELIZACIONES EN PROYECTOS POR MEDIO DE GEOGEBRA

Pablo Carranza

Universidad Nacional de Río Negro
pfcarranza@gmail.com

https://youtu.be/bHxCUiTfRC4

https://youtu.be/t67mppR8K2A?t=9

RESUMEN

En este curso abordaremos, a nivel introductorio, cuestiones referidas a las modelizaciones en el aprendizaje de matemática, tanto a nivel secundario como universitario mediante GeoGebra. Algunos de los tópicos propuestos son: Modelizaciones como facilitadoras para la atribución de sentido al aprendizaje. Contextos reales, evocados y simulados Modelizaciones como objeto de aprendizaje y como medio para el aprendizaje de conceptos disciplinares. Modelizaciones descriptivas y prescriptivas. Construcción de argumentos racionales para la toma de decisiones Modelizaciones analógicas y analíticas.

PROCESOS INVERSOS DE FUNCIONES NO INYECTIVAS: UNA DISCUSIÓN ACERCA DE SU ENSEÑANZA Y DE SU APRENDIZAJE

Gustavo Carnelli y Martín Chacón

Universidad Nacional de General Sarmiento
gcarnelli@campus.ungs.edu.ar

https://youtu.be/x-QoTUMdWq4?t=22

https://youtu.be/vbrKA6Gsdkg

RESUMEN

Ecuaciones de apariencia sencilla como x^2=16 encierran complejidades que son de interés didáctico – matemático. Desde el punto de vista matemático, enmarcamos el asunto en la problemática más general de los procesos inversos de las funciones no inyectivas. Esto nos permite incluir también el caso de ecuaciones como sen x= 1/2. Desde el punto de vista didáctico, tomamos perspectivas de la Educación Matemática que aportan a la comprensión de los errores típicos que suelen verse.

Discutiremos en el curso actividades que permiten abordar estos asuntos en la clase de matemática, por lo que la propuesta está destinada a estudiantes de formación docente en matemática y a docentes del nivel secundario y de cursos introductorios e iniciales del nivel superior.

RESÚMENES DE TALLERES

POTENCIALIDADES DE LOS PROBLEMAS EN LA FORMACIÓN DE INGENIEROS

Mariano Ferreyro y María Beatriz Bouciguez

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires
ferreyromariano@gmail.com

https://youtu.be/Ye5yIoluf_M?t=5

https://youtu.be/QN9WddMU5Gw

RESUMEN

Proponemos el abordaje de situaciones problemáticas, considerando los descriptores de conocimiento que propone CONFEDI, en los que debatiremos acerca de la manera de abordarlos, de la incidencia que puedan tener en el campo profesional, de la vinculación con las distintas materias que conforman los planes de estudio, de la potencialidad que puedan tener la utilización de distintos recursos tecnológicos, de alternativas de evaluación y su aporte al desarrollo de alguna/as competencia/s.

A lo largo del taller se vincularán tres conceptos fundamentales, la resolución de problemas en contextos del campo profesional, el desarrollo de competencias y la modelización matemática, con el foco en debatir acerca de la formación matemática en carreras de ingeniería, atendiendo a las demandas políticas, sociales, económicas y tecnológicas, sujetas a una sociedad en permanente cambio. Los objetivos buscados son:

- Conformar un espacio de trabajo colaborativo.
- Promover instancias de debate sobre la formación matemática en carreras de ingeniería.
- Discutir sobre la potencialidad de los problemas propuestos a partir de un análisis de la o las resoluciones expertas y su aporte al desarrollo de competencias en la formación de ingenieros.
- Debatir sobre el uso de las tecnologías en la resolución de problemas

PI, EL NÚMERO MÁS ALLÁ DE LA RAZÓN

Anahí Luciana Díaz y Cintia Negrette

Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco
anahilucianadiaz@gmail.com

https://youtu.be/l3WTVihA7VE

RESUMEN

¿Qué sabemos de Pi? Este famoso número hasta tiene un día para rendirle homenaje. En la escuela aprendimos que expresa la relación entre la longitud de una circunferencia y diámetro pero, ¿hay más?, ¿cuánto valen los puntos suspensivos detrás de 3.1416?

Propondremos la realización de algunos experimentos con el objetivo de estimar decimales de Pi. A medida que avancemos en las experiencias, intentaremos hacer visibles cuáles son sus cimientos, que incluyen nociones geométricas, probabilísticas y de análisis. Luego, reflexionaremos sobre las limitaciones y ventajas para la estimación de los decimales de pi de cada uno de estos métodos.

En este taller, destinado a docentes de primaria, secundaria y estudiantes de profesorado, aspiramos formar un espacio de reflexión y construcción colaborativa donde podamos discutir sobre la inclusión de este tipo de actividades en el aula y sus potencialidades, tanto desde lo motivacional, lo matemático y lo pedagógico.

AGRUPANDO Y CANJEANDO, NO COMETO ERRORES AL REPRESENTAR Y OPERAR CON CUALQUIER NÚMERO, EN CUALQUIER BASE

Paola Donoso Riquelme

Universidad de Magallanes, Chile
paola.donoso@umag.cl

https://www.youtube.com/watch?v=jS4rPig2Xvo&t=6s

RESUMEN

Comprender los principios del sistema de numeración posicional, es uno de los aprendizajes necesarios para representar números y operar con ellos, sin dificultad. Utilizando diversos materiales y con una didáctica adecuada, se pueden lograr resultados óptimos en la enseñanza de dichos principios.

El objetivo del taller es representar números en diferentes bases, ejecutando las acciones de agrupar, desagrupar, y canjear, utilizando material concreto. Para luego, realizar operaciones en base diez.

UNA PAREJA INDISOLUBLE: IDEAS ESTOCÁSTICAS FUNDAMENTALES Y RESÚMENES ESTADÍSTICOS

Liliana Mabel Tauber

Universidad Nacional del Litoral
estadisticamatematicafhuc@gmail.com

https://youtu.be/k7NvJejnUdE

RESUMEN

El desarrollo del sentido estadístico debería darse de modo progresivo a través de la escolaridad. De hecho, en Argentina, las ideas estocásticas aparecen desde hace tres décadas en el currículo pero, los estudiantes llegan a la universidad con escasa o nula formación en lo que a razonamiento y pensamiento estadístico se refiere. Frente a esta situación y con el objetivo de fomentar la reflexión metacognitiva del profesorado, en este Taller se proponen actividades que pueden servir como disparadores para el trabajo con proyectos o con situaciones que propicien el sentido estadístico crítico. Además, se propone valorar dichas actividades a través de un sistema de descriptores que permiten identificar la trama de ideas estocásticas fundamentales que se ponen en relación al realizar tales actividades.

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LA BIMODALIDAD. DESAFÍOS PARA EL NIVEL INICIAL

Patricia Barreiro y Cristina Auroux

Instituto Superior de Formación Docente Nº 831 – IFDC El Bolsón
patrisimplemente@gmail.com

RESUMEN

En este taller nos proponemos reflexionar, a partir de las experiencias vividas durante este tiempo de pandemia, sobre algunos constructos teóricos que nos ayuden a repensar nuestras prácticas en matemática tanto en la formación de profesores en el nivel inicial como en las salas.

Para esto nos proponemos:

i) Facilitar instancias de reflexión y análisis de las experiencias en la práctica docente a partir de experiencias que desarrollamos en la formación docente del profesorado de inicial durante el año pasado.

ii) Estimular el diseño y desarrollo de propuestas didácticas fundamentadas y contextualizadas; que promuevan rupturas y prácticas de enseñanza innovadoras; y que utilicen variados recursos de las tecnologías de la información y la comunicación, en sentido de favorecer experiencias de aprendizaje significativas y valiosas en los estudiantes.

CONVERSATORIO

INTERCAMBIO DE EXPERIENCIAS EN LA EXCEPCIONALIDAD

[(1)]***Viviana César y Alejandra Orona,*** [(2)]***Laura Carrasco,*** [(3)]***Paula Leonian y*** [(4)]***Marcel Pochulu***

[(1)]Centro Integral Educativo M.E.D.E.A (C.I.E.M.), Córdoba – [(2)]Escuela Nº 126, Chubut – [(3)]Colegio Thomas Jefferson, Buenos Aires y [(4)]Universidad Nacional de Villa María, Córdoba

Moderadores: Mabel Rodríguez y Gabriel Soto

https://youtu.be/KbwfFELYlDU

El Conversatorio ofrece un espacio para compartir vivencias, decisiones, experiencias y reflexiones en torno a la enseñanza de la matemática en tiempos de excepcionalidad. El foco está puesto en el trabajo desarrollado en 2021 que encontró a los docentes de los distintos niveles educativos en una situación diferente a 2020. Así como en 2020 se atinó a dar continuidad pedagógica, se aprendieron y compartieron ideas y recursos, el 2021 inició en la virtualidad con docentes más preparados, pero a la vez en un retorno paulatino, incierto y cambiante a las aulas.

Como docentes de nivel inicial, primario, secundario y superior presentamos rasgos que nos han parecido clave, señalando aciertos, desaciertos y cuestiones pendientes. Asimismo, esperamos generar un espacio de intercambio con los participantes.