Noticiero de la Unión Matemática Argentina

Volumen 58, No. 1

Resúmenes de Comunicaciones y actividades
UMA 2023 - Salta

2023

Índice

Editorial

Este año 2023, la Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina se realizó entre los días 19 y 22 de septiembre en la Universidad Nacional de Salta. La Reunión albergó a casi 700 personas que disfrutaron de un ambiente cálido y propicio para el intercambio de conicimientos matemáticos. Durante el evento, se impartieron 11 conferencias plenarias, se ofrecieron 7 cursos y 8 talleres, además de presentarse más de 200 comunicaciones científicas, de educación y de divulgación, entre otras actividades.

En este nuevo número del Noticiero se presenta la recopilación de todos los resúmenes de los trabajos expuestos durante la Reunión Anual UMA 2023 - Salta. Además, se incluye la publicación de los trabajos completos y aceptados para tal fin, de la Reunión de Educación Matemática.

El congreso comprendió las siguientes actividades:

- LXXII Reunión de Comunicaciones Científicas.
- XLVI Reunión de Educación Matemática.
- XXXIV Encuentro de Estudiantes de Matemática.
- Actividades de Divulgación.
- XV Festival de la Matemática.
- Actividades de género, ciencia y diversidad.

Victoria Paternostro
Diciembre de 2023

Generalidades de la Reunión Anual UMA 2023 - Salta.

Página web del evento: www.union-matematica.org.ar/reunion2023/

Comité Organizador General

- Irene Drelichman (Universidad Nacional de La Plata)
- Daniel galicer (Universidad de Buenos Aires)
- Ursula Molter (Universidad de Buenos Aires)
- Victoria Paternostro (Universidad de Buenos Aires)
- Ezequiel Rela (Universidad de Buenos Aires)
- Andrea Solotar (Universidad de Buenos Aires)

Comité Científico REM

- Fernando Bifano (Universidad de Buenos Aires)
- Betina Duarte (Universidad Pedagógica)
- Esther Galina (Universidad Nacional de Córdoba)
- Virginia Montoro (Universidad Nacional del Comahue)
- Mónica Ester Villareal (Universidad Nacional de Córdoba)

Comité Organizador Local - Universidad Nacional de Salta

- Gabriel Ignacio Avellaneda
- Silvina Mabel Campos
- Blanca Azucena Formeliano
- José Ignacio García
- Camilo Alberto Jadur
- Jorge Fernando Yazlle

LXXII Reunión de Comunicaciones Científicas

Conferencias Plenarias

Conferencia Inaugural en honor al Dr. Luis Caffarelli premio Abel 2023

Noemí Wolanski
Universidad de Buenos Aires

Conferencia Plenaria

Conferencia Rey Pastor

Claudia Sagastizábal
Universidad Estadual de Campinas

Título: Dividir para conquistar: métodos de descomposición de operadores

Resumen: Los métodos de descomposición de operadores son empleados en una gran cantidad de áreas de la matemática. La técnica se revela particularmente útil para resolver problemas de gran porte relacionados con la optimización, el análisis numérico, la mecánica computacional y el procesamiento de imágenes. La idea de base sigue el adagio "dividir para conquistar", substituyendo el problema original por una sucesión de problemas más simples, resueltos en paralelo, que son luego coordinados por un paso de tipo proximal.

Discutiremos en detalle una familia de métodos de descomposición, denominada de Douglas- Rachford, que incluye el algoritmo ADMM (alternating direction method of multipliers),

popular en aplicaciones de aprendizaje estadístico y optimización distribuida. Gracias a un enfoque primal-dual adoptado para el análisis, usando herramientas de Análisis Variacional y Análisis Convexo, extendemos la teoría y aplicabilidad para estos métodos. Para ilustrar el interés de la propuesta, presentamos una variante de tipo "bundle" para el algoritmo de"progressive hedging" en programación estocástica. Se dará crédito a los coautores durante la charla.

Conferencia Plenaria

Conferencia Santaló

Claudia Chaio
Universidad Nacional de Mar del Plata

Título: Sobre la Teoría de Auslander-Reiten

Resumen: Desde los finales de la década de 1960, el estudio de las representaciones de álgebras de artin comenzó a crecer rapidamente con la introducción de la denominada Teoría de Auslander- Reiten.

Esta teoría fue introducida por Maurice Auslander e Idun Reiten, los cuales definieron entre otros conceptos la nociones de sucesiones que casi se parten y de morfismos irreducibles. También este crecimiento se

vio favorecido por el aporte de Pierre Gabriel y su escuela, en la introdución de los métodos diagramáticos a través de carcajes y sus representaciones.

El estudio de la categoría de módulos sobre un álgebra es fundamental para inferir resultados del álgebra.

Aproximadamente en el año 1980, se comenzó a extender la teoría de Auslander-Reiten a otras categorías. Esto motivó que esta teoría siguiera creciendo para resolver diferentes tipos de problemas.

El objetivo de esta charla es presentar algunos conceptos básicos de la teoría de Auslander- Reiten, algunos problemas resueltos utilizando dicha teoría y otros a resolver todos ellos relacionados con la categoría de módulos sobre un álgebra.

Por otro lado, también comentaremos como se extendió el estudio de la teoría de Auslander- Reiten a otras categorías tales como la categoría de complejos de ancho fijo, la categoría homotópica y la categoría derivada acotada mostrando la linea de investigación de los problemas que nos interesan estudiar.

Referencias: -M. Auslander, I. Reiten, S. O. Smalo. Representation theory of artin algebras. Cambridge Studies in Advanced Mathematics 36, Cambridge University Press, (1995).

-R. Bautista, M. J. Souto Salorio, R. Zuazua. Almost split sequences for complexes of fixed size. Journal of Algebra 287, (2005), 140-168.

-C. Chaio, S. Trepode. The composite of irreducible morphisms in standard Components. Journal of Algebra 323, (4), (2010), 1000-1011.

Conferencia Plenaria

Conferencia Calderón

Iván Angiono
Universidad Nacional de Córdoba

Título: Álgebras de Lie en las categorías de Verlinde

Resumen: Una buena forma de comprender la estructura de un grupo finito es a través de sus representaciones. La familia de representaciones de un grupo sobre un cuerpo fijo tiene diversas propiedades: es cerrada por sumas directas finitas, por productos tensoriales, contiene al espacio dual y el producto tensorial de dos representaciones es (naturalmente) isomorfo al producto tensorial de las mismas representaciones en el orden contrario. Estas propiedades se abstraen para dar con la noción de categoría tensorial simétrica. Cuando la característica del cuerpo sobre el que se consideran las representaciones no divide al orden del grupo, la categoría de representaciones es semisimple: toda representación se escribe como suma directa de representaciones simples. El ejemplo más chico en que esto no ocurre es de un grupo cíclico de orden primo sobre un cuerpo cuya característica es exactamente ese primo. A través de un proceso de semisimplificación se obtiene una categoría cociente que es semisimple, y sigue siendo tensorial simétrica, que se denomina la categoría de Verlinde Verp. Al ser simétrica, se pueden considerar objetos provenientes de la teoría de Lie, que dan lugar a nuevas categorías tensoriales vía sus representaciones. Nos interesan en especial las álgebras de Lie en Verp. En la presente charla comenzaremos por recordar el camino descrito antes sobre categorías tensoriales simétricas, partiendo desde el ejemplo de representaciones de grupos finitos, para llegar a describir una familia interesante de álgebras de Lie en la categoráa de Verlinde, las álgebras contragradientes, que forman parte de un trabajo en preparación con Julia Plavnik y Guillermo Sanmarco.

Conferencia Plenaria

Conferencia González Domínguez

Daniel Carando
Universidad de Buenos Aires

Título: Espacios de Hardy de series de Dirichlet

Resumen: En esta charla, exploraremos diversas ideas y resultados relacionados con la convergencia de series de Dirichlet. Analizaremos las conexiones entre el estudio de la convergencia de estas series y disciplinas como el análisis de Fourier, el análisis complejo y el análisis funcional. Sin embargo, no todo será análisis: al centrarnos en el problema de convergencia para espacios de Hardy de series de Dirichlet generales, veremos cómo distintas propiedades aritméticas de las frecuencias (similares a la energía aditiva) nos brindan información valiosa sobre las regiones de convergencia. De yapa, mencionaremos al pasar un resulado de Helson que suele interpretarse como que la conjetura de Riemann es casi seguramente cierta. Aclaración: el resultado de Helson no dice eso y nada de esta charla va a ayudarnos a demostrar la conjetura.

Conferencia Científica

Conferencia en honor al Dr. Roberto Macías

María Silvina Riveros
Universidad Nacional de Córdoba

Título: Recordando a Roberto Macías, Teoremas de extrapolación desde infinito

Resumen: En esta charla haré mención de los teoremas de extrapolación para clases de pesos de Muckenhoupt desde“infinito”, realizados a fines de los 80 por Eleonora Harboure, Roberto Macías y Carlos Segovia. Estos dieron pie diversas aplicaciones y reversiones en distintos espacios. Alguna de esas versiones derivó en mi tesis de doctorado dirigida por Roberto. Hablaré de Roberto desde mi vínculo como alumna e hija matemática.

Resúmenes de las Comunicaciones Científicas

Sesión 1: Álgebra y Geometría

Álgebra y Geometría - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 8:40 $\sim$ 9:00

Pares de Gelfand generalizados asociados a grupos de Lie m-pasos nilpotente

José Ignacio García
Universidad Nacional de Salta - Facultad de Ciencias Exactas , Argentina
joseigarcia@exa.unsa.edu.ar

Sea N un grupo de Lie y K un subgrupo compacto de $Aut(N)$ (grupo de automorfismos de N), uno de los resultados más importantes de Benson, Jenkins y Ratcliff establece que, si (K, N) es un par de Gelfand entonces N es a lo sumo 2-pasos nilpotente. La noción de pares de Gelfand ha sido generalizada para el caso de subgrupos K de $Aut(N)$ no compactos. En [2] se exhiben ejemplos de pares de Gelfand generalizados (K_m, N_m) donde K_m es abeliano y N_m es $(m+2)$-pasos nilpotente (con $m \in \mathbb{N}$). En esta charla, caracterizaremos el grupo de automorfismos del álgebra de Lie graduada filiforme $\mathfrak{n}_m = Lie(N_m)$ y mostraremos nuevos subgrupos no compactos H_m de $Aut(N_m)$ tales que H_m es isomorfo al grupo de Heisenberg tridimensional y (H_m, N_m) es un par de Gelfand generalizado.

Referencias

[1] Benson, C., Jenkins, J., Ratcliff, G. "The orbit method and Gelfand pairs associated with nilpotent Lie groups", J. Geom. Anal. 9, (1999) 569-582.

[2] Campos, S., García, J. and Saal, L. "Generalized Gelfand pairs associated to m-step nilpotent Lie groups", J. Geom. Anal. 33, Article number: 54 (2023).

[3] Van Dijk, G."Introduction to harmonic analysis and generalized Gelfand pairs", Series De Gruyter Studies in Mathematics 36, (2009).

[4] Gallo, A. and Saal, L., .A generalized Gelfand pair attached to a 3-step nilpotent Lie group", J. of Fourier Analysis and Appl. Vol 26, 62, (2020).

[5] Mokni, K., Thomas, E.G.F. "Paires de Guelfand généralisées associées au groupe dâ€™Heisenberg", J. Lie Theory 8, (1998) 325-334.

Álgebra y Geometría - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 9:00 $\sim$ 9:20

Análisis esférico sobre el grupo de Heisenberg

Silvina Mabel Campos
Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de Salta., Argentina
silvinacampos@exa.unsa.edu.ar

Sea $\mathfrak{n}_m$ el álgebra de Lie introducida en [1]: espacio vectorial con base $\mathcal{B} := \{e_m, e_{m-1}, \ldots, e_1, e_x, e_y, e_t\}$ y corchete de Lie definido por:

$$[e_j, e_x]\& = e\_j - 1, \qquad j \geq 2,$$
$$[e_1, e_x]\& = e\_y,$$
$$[e_x, e_y]\& = e\_t,$$

y cero en los otros casos. Así, $\mathfrak{n}_m$ es $m+2$-pasos nilpotente y tiene centro unidimensional $\mathfrak{z}(\mathfrak{n}_m) = \mathbb{R}e_t$.

Sea N_m el grupo de Lie siplemente conexo de dimensión $(m+3)$ con álgebra de Lie $\mathfrak{n}_m$.

Sea $K_m = \{(a,b,c) \in Aut_1(\mathfrak{n}_m) : a,b,c \in \mathbb{R}\}$ un subgrupo de automorfismo de N_m isomorfo al grupo de Heisenberg tridimensional

$$H_3 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} : a \in \mathbb{R} \right\} \ltimes \mathbb{R}^2.$$

Campos, García y Saal han probado que (K_m, N_m) es un par de Gelfand generalizado.

En esta comunicación, mostraremos el análisis esférico mediante el cálculo de las distribuciones esféricas y algunos resultados obtenidos sobre el álgebra de los operadores K_m-invariantes a izquierda sobre N_m.

Referencias

[1] Campos, S., García, J. and Saal, L. Generalized Gelfand pairs associated to m-step nilpotent Lie groups, J. Geom. Anal, Vol 33 (54), 2022..

Álgebra y Geometría - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 9:20 ∼ 9:40

Polinomios Ortogonales y Biespectralidad

Ignacio Nicolás Bono Parisi
Universidad Nacional de Córdoba, FAMAF, Argentina
ignacio.bono@unc.edu.ar

Dado un peso matricial W de tamaño N tenemos asociado con él un producto interno, una sucesión de polinomios matriciales ortogonales mónicos $(P_n(x))$ y un álgebra $\mathcal{D}(W)$ de todos los operadores diferenciales D que tienen a $(P_n(x))$ como autofunción, $P_n(x)D = \Lambda_n P_n(x)$. La sucesión de polinomios ortogonales satisface una relación de recurrencia de tres términos

$$P_n(x)x = P_{n+1}(x) + B_n P_n(x) + C_n P_{n-1}(x).$$

Cuando el álgebra $\mathcal{D}(W)$ es no trivial, es decir, admite algún operador diferencial de orden mayor a 0, tenemos que la sucesión de polinomios $(P_n(x))$ es una familia biespectral. En esta charla veremos cómo partiendo de una familia biespectral de polinomios ortogonales respecto de un peso W podemos mediante la transformación de Darboux obtener una nueva familia biespectral de polinomios ortogonales respecto a otro peso $\widetilde{W}$. Además, veremos cómo se relacionan las álgebras $\mathcal{D}(W)$ con $\mathcal{D}(\widetilde{W})$.

Trabajo en conjunto con Inés Pacharoni (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina).

Álgebra y Geometría - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 9:40 ∼ 10:00

On S-expansions and other transformations of Lie algebras

María Alejandra Alvarez
Universidad de Antofagasta, Chile
maalvarez3@gmail.com

The aim of this work is to study the relation between S-expansions and other transformations of Lie algebras. In particular, we prove that contractions, deformations and central extensions of Lie algebras are preserved by S-expansions. We also provide several examples and give conditions so transformations of reduced subalgebras of S-expanded algebras are preserved by the S-expansion procedure.

Trabajo en conjunto con Javier Rosales-Gómez (Universidad de Antofagasta, Chile).

Referencias

[1] M. A. Alvarez, J. Rosales-Gómez, On S-expansions and other transformations of Lie algebras, J. Phys. A: Math. Theor. 56, (2023), 235204

Álgebra y Geometría - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 10:30 $\sim$ 10:50

Álgebras de Lie truncadas y su (Co)Homología

Nadina Rojas
Universidad Naiconal de Córdoba, FaMAF-FaCEFyN, Argentina
nadina.rojas@unc.edu.ar

Sea $\mathfrak{g}$ un álgebra de Lie compleja, y sea $\mathfrak{g}_k$ el producto tensorial de $\mathfrak{g}$ con el anillo de polinomios truncados $\mathbb{C}[t]/(t^{k+1})$. El álgebra de Lie $\mathfrak{g}_k$ es llamada el álgebra de Lie truncada.

En [1], P.Hanlon conjetura que si $\mathfrak{g}$ pertenece a cierta familia de álgebras de Lie la homología del álgebra de Lie $\mathfrak{g}_k$ está relacionada con la homología del álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ de la siguiente forma $H_*(\mathfrak{g}_k) \cong H_*(\mathfrak{g})^{\otimes(k+1)}$

Si bien la conjetura no es cierta, resulta interesante estudiar para que álgebras de Lie se verifica. En esta dirección, la conjetura para el álgebra de Hisenberg de dimensión 3, $\mathfrak{h}_1$, aún permanece abierta y para el álgebra de Lie $\mathfrak{r}_{3,\lambda} : \{[e_1, e_3] = e_1 \ \ [e_2, e_3] = \lambda e_2, \ \ \lambda \in \mathbb{C}$ es parcialemnte cierta.

En esta charla daremos más detalles sobre la conjetura, en particular mostraremos los avances cuando $\mathfrak{g}$ es $\mathfrak{h}_1$ y $\mathfrak{r}_{3,\lambda}$.

Referencias

[1] Hanlon P., *Some conjectures and results concerning the homology of nilpotent Lie algebras*, Adv. in Math. Vol. **84**, (1990), 91–134.

Álgebra y Geometría - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 11:10 $\sim$ 11:30

Familia de Variedades que son CR isospectrales y no CR equivalentes

Gerson Gutierrez
Facutad de Matemática, Astronomia, Física y Computacion - Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
gerson.gutierrez@unc.edu.ar

En Geometría Espectral es importante el problema inverso, es decir, saber cuánta información geométrica se puede determinar a partir del espectro del Laplaciano. En particular, Mark Kac planteó la famosa pregunta Â¿puede uno escuchar la forma de un tambor?, la cual, en términos matemáticos, se puede traducir a si existen variedades riemannianas isospectrales (i.e., con el mismo el espectro del Laplaciano) que no sean isométricas. A lo largo del último medio siglo aparecieron varios ejemplos de este tipo.

Aquí vamos a considerar un problema análogo, que es cambiando el Laplaciano por otro operador, de interés en matemática y en física, el llamado laplaciano de Kohn, actuando ahora en las llamadas CR variedades, compactas. En [1] se probó la rigidez de los espacios lentes de dimensión 3 con grupo fundamental de orden primo. En esta presentación, estudiamos el problema para los espacios lentes en todas las dimensiones y obtenemos ejemplos de espacios lentes CR isospectrales y no CR equivalentes. También presentamos una familia infinita de pares de lentes que son CR isospectrales, no CR equivalentes y con la propiedad que para cada dimensión n impar, $n \geq 5$, hay infinitos pares CR isospectrales en la familia.

Trabajo en conjunto con Juan Pablo Rossetti (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina) y Emilio Lauret (Universidad Nacional del Sur, Argentina).

Referencias

[1] Fan, C.,Kim, E., Plzak, Z., Shors, I., Sottile, S., Zeytuncu, Y.E.: Spectral Analysis of the Kohn Laplacian on Lens Spaces. The Journal of Geometric Analysis 33, Article number: 116 (2023)

Álgebra y Geometría - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 11:30 $\sim$ 11:50

Álgebras de Lie complejas unimodulares de dimensión ≤ 5 y sus degeneraciones

NAYLA AGOSTINA CHABEN
UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMAN, Argentina
naylachaben@gmail.com

Sea $n \in \mathbb{N}$, la variedad de corchetes de álgebras de Lie complejas de dimensión n, $\mathfrak{L}(n,\mathbb{C})$, es el subconjunto algebraico formado por todos aquellos mapeos bilineales antisimétricos μ que dotan a $\mathbb{C}^n$ de estructura de álgebra de Lie. El grupo $\mathrm{GL}(n,\mathbb{C})$, actúa sobre $\mathfrak{L}(n,\mathbb{C})$ por cambio de base y el conjunto de órbitas $\mathfrak{L}(n,\mathbb{C})/\,\mathrm{GL}(n,\mathbb{C})$ parametriza las álgebras de Lie complejas de dimensión n (salvo isomorfismo).

Definición. Sean $\mu, \lambda \in \mathfrak{L}(n,\mathbb{C})$. Decimos que μ se degenera en λ (con respecto a $\mathrm{GL}(n,\mathbb{C})$), denotamos $\mu \xrightarrow{\text{deg}} \lambda$, si λ pertenece a la clausura de la $\mathrm{GL}(n,\mathbb{C})$-órbita de μ. Aquí, la topología que estamos considerando sobre $\mathfrak{L}(n,\mathbb{C})$ es su topología usual de espacio vectorial.

Se dice que una degeneración $\mu \xrightarrow{\text{deg}} \lambda$ es propia, si λ está en la frontera de la órbita de μ.

Basándonos en la clasificación de las álgebras de Lie complejas de dimensión 5 que figura en [1], en esta charla mostraremos los resultados obtenidos hasta ahora sobre las degeneraciones las álgebras de Lie complejas unimodulares de dimensión 5.

Trabajo en conjunto con Nadina Rojas (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina).

Referencias

[1] L. Snobl, P. Winternitz, Classification and Identification of Lie Algebras, CRM Monograph Series, American Mathematical Society, 2014.

Álgebra y Geometría - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 15:20 $\sim$ 15:40

Conexiones y geometría de Finsler del grupo de estructura de una JB-álgebra

José Alejandro Luna
Instituto Argentino de Matemática, Argentina
jaleluna@gmail.com

En una JB-álgebra infinito dimensional podemos estudiar el cono de elementos de espectro positivo Ω. A partir de la representación cuadrática del álgebra de Jordan se puede definir el grupo de estructura $Str(V)$, que contiene en particular al grupo de transformaciones $G(\Omega)$ que fija el cono, entre ellas dos grupos importantes, el grupo interno de estructura y el grupo de automorfismos del álgebra. Estudiamos estos grupos como sugbrupos de Lie de $GL(V)$ y a sus respectivas álgebras de Lie.

Dotamos al grupo de estructura con una conexión invariante a la izquierda y una métrica de Finsler, y calculamos todas los elementos de su conexión. Mostramos cómo esta conexión se reduce a $G(\Omega)$ y al grupo de automorfismos de Jordan. Presentamos al cono Ω como un espacio homogéneo para la acción de $G(\Omega)$, induciendo así una métrica y distancia de Finsler. Con las técnicas presentadas, probamos la minimalidad de los grupos de un parámetro en Ω para cualquier norma de calibre simétrico en V. Establecemos que las dos presentaciones de la métrica de Finsler en Ω dan la misma distancia allí, lo que nos ayuda a probar la minimalidad de ciertos caminos en $G(\Omega)$ para su métrica de Finsler invariante por la izquierda.

Trabajo en conjunto con Gabriel Larotonda (Instituto Argentino de Matemática).

Referencias

[1] G. Larotonda, J. Luna, Finsler geometry of the positive cone of a JB-algebra and of its structure group (2022). 34 pages, preprint.

[2] Larotonda, Gabriel; Luna, José; On the structure group of an infinite dimensional JB-algebra. J. Algebra 622 (2023), 366-403.

Álgebra y Geometría - Charla invitada - Miércoles 20 de septiembre, 15:40 $\sim$ 16:20

Álgebras de Exel-Pardo torcidas

Guillermo Cortiñas
Instituto de investigaciones matemáticas Luis Santaló (IMAS) y Departamento de matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires., Argentina
gcorti@dm.uba.ar

Una tupla de Exel-Pardo [1], o EP-tupla (G, E, ϕ) consiste de un grupo G, un grafo dirigido E equipado con una acción de G por automorfismos de grafos, y un 1-cociclo $\phi : G \times E^1 \to G$. Exel y Pardo asocian a (G, E, ϕ) una acción autosimilar de G en el conjunto $P(E)$ de caminos finitos en E; dado además un cuerpo ℓ, asocian también una ℓ-álgebra $L(G, E, \phi)$, el álgebra de Exel-Pardo de la EP-tupla. Para el caso en que $\ell = \mathbb{C}$ es el cuerpo de los números complejos, completando $L(G, E, \phi)$ se obtiene la C^*- álgebra $C^*(G, E, \phi)$. Estas álgebras incluyen como caso particular, a las C^*-álgebras de Katsura [2], que juegan un rol importante en la clasificación de C^*-álgebras simples puramente infinitas debida a Kirchberg y Phillips [3]. Una EP-tupla torcida (G, E, ϕ_c) consiste de una EP-tupla (G, E, ϕ) junto con un 1-cociclo $c : G \times E^1 \to \mathcal{U}(\ell)$ con valores en el grupo multiplicativo de ℓ. En la charla introduciremos el álgebra $L(G, E, \phi_c)$ de la EP-tupla torcida. Discutiremos algunas propiedades de estas álgebras, y daremos criterios para garantizar que $L(G, E, \phi_c)$ sea simple, simple puramente infinita, regular y regular supercoherente. Haremos particular énfasis en el caso de álgebras de Katsura torcidas. y explicaremos el rol de estas últimas en el problema de Kirchberg-Phillips algebraico.

Referencias

[1] Ruy Exel, Enrique Pardo. Self-similar graphs, a unified treatment of Katsura and Nekrashevych C*-algebras. Adv. Math. 306, (2017) 1046–1129.

[2] Katsura, Takeshi. A construction of actions on Kirchberg algebras which induce given actions on their K-groups. J. Reine Angew. Math. 617 (2008), 27–65.

[3] Phillips, N. Christopher. A classification theorem for nuclear purely infinite simple C^*-algebras. Doc. Math. 5 (2000), 49–114.

Álgebra y Geometría - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 16:50 $\sim$ 17:10

Hacia una clasificación graduada de álgebras de Leavitt

Guido Arnone
IMAS UBA-CONICET, Argentina
garnone@dm.uba.ar

En esta charla daremos una introducción a la conjetura de clasificación graduada para álgebras de Leavitt. Veremos cómo herramientas homológicas (más concretamente, la K-teoría algebraica bivariante graduada) dan información sobre este problema, comentando resultados recientes y futuras direcciones de investigación.

Referencias

[1] P. Ara, E. Pardo, Towards a K-theoretic characterization of graded isomorphisms between Leavitt path algebras, J. K-Theory (2014).

[2] G. Arnone, Lifting morphisms between graded Grothendieck groups of Leavitt path algebras, J. Algebra (2023).

[3] G. Arnone, G. Cortiñas, Graded K-theory and Leavitt path algebras, J Algebr Comb (2022).

[4] G. Arnone, G. Cortiñas, Non-existence of graded unital homomorphisms between Leavitt algebras and their Cuntz splices, J. Algebra Appl (2022).

[5] R. Hazrat, The graded Grothendieck group and the classification of Leavitt path algebras, Math. Ann. (2013)

Álgebra y Geometría - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 17:10 ∼ 17:30

Morfismos irreducibles en la categoría homotopica vía la categoría de complejos de ancho fijo

Alfredo Gonzalez Chaio
Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina
agonzalezchaio@gmail.com

Sea A un algebra de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado. Denotaremos por $\mathrm{mod}\,\mathrm{A}$ la categoría de los A-módulos a derecha finitamente generados y por $\mathrm{proj}\,\mathrm{A}$ la subcategoría plena de $\mathrm{mod}\,\mathrm{A}$ de los A-módulos proyectivos finitamente generados.

En [1], los autores definieron las categorías $\mathbf{C_n}(\mathrm{proj}\,\mathrm{A})$ de complejos de ancho fijo. Uno de los objetivos principales del estudio de estas categorías es inferir información sobre la categoría homotópica $\mathbf{K^b}(\mathrm{proj}\,\mathrm{A})$ del algebra A.

En esta charla, discutiremos condiciones necesarias y suficientes para que un morfismo irreducible en $\mathbf{C_n}(\mathrm{proj}\,\mathrm{A})$ sea también irreducible en la categoría $\mathbf{K^b}(\mathrm{proj}\,\mathrm{A})$. Para esto introduciremos los alargamientos de complejos como objetos indescomponibles de las categorías $\mathbf{C_{[0,n]}}(\mathrm{proj}\,\mathrm{A})$ and $\mathbf{C_{n+1}}(\mathrm{proj}\,\mathrm{A})$.

Trabajo en conjunto con Claudia Chaio (Universidad Nacional de Mar del Plata) y Isabel Pratti (Universidad Nacional de Mar del Plata).

Referencias

[1] R. Bautista, M.J. Souto Salorio, R. Zuazua. Almost split sequences for complexes of fixed size. J. Algebra 287, 140-168, (2005).

[2] C. Chaio, A. González Chaio, I. Pratti, Irreducible morphisms in the bounded derived category via the category of complexes of fixed size, Journal of Algebra, 632, 724-750, (2023).

Álgebra y Geometría - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 17:30 ∼ 17:50

Álgebras gorenstein y extensiones escindidas por un ideal nilpotente

Pamela Suarez

Universidad Nacional de Mar del Plata , Argentina
pamelaysuarez@gmail.com

La teoria de álgebras gorenstein ha sido intensamente estudiada en los últimos años y tiene un rol central dentro de la teoría de representaciones de álgebras. Esta familia de álgebras contiene a las álgebras de dimensión global finita, las álgebras gentiles, las álgebras inclinadas de conglomerado, entre otras. Asociado a estas álgebras surge el concepto de módulo gorenstein-proyectivo. Así se puede afirmar que un álgebra es n-gorenstein si todas las sizigias de orden n son módulos gorenstein-proyectivos. En general, decidir si un álgebra dada es gorenstein o, más aún, si un módulo es gorenstein-proyectivo no resulta ser una tarea sencilla.

Sea A una k-algebra de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado k y sea R la extensión escindida de A por un ideal nilpotente. En esta charla estudiaremos la relación entre los módulos gorenstein-proyectivos de A y los de R. Más precisamente, daremos condiciones para garantizar cuando un módulo gorenstein-proyectivo sobre A induce un módulo gorenstein-proyectivo sobre R y viceversa. Por otra parte, estudiaremos bajo que condiciones la hipótesis de que A sea un álgebra gorenstein nos asegura que R también lo es. Los resultados mencionados se encuentran en [1].

Referencias

[1] Suarez, P. Gorenstein properties of Split-by-nilpotent extension algebras. Aceptado para su publicación en la Revista de la Unión Matemática Argentina. https://doi.org/10.33044/revuma.3303, 2022.

Álgebra y Geometría - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 17:50 $\sim$ 18:10

Simplicidad de las L^p álgebras asociadas a grafos

Eugenia Rodriguez
Universidad de Buenos Aires, Argentina
merodrig@dm.uba.ar

Dados $1 \leq p < \infty$ y E un grafo dirigido y contable, consideramos la $\mathbb{C}-$álgebra de caminos de Leavitt $L(E)$ y la L^p-álgebra de operadores del grafo E, la $\mathcal{O}^p(E)$ introducida en [1]. El álgebra $\mathcal{O}^p(E)$ es universal para representaciones espaciales de $L(E)$ en L^p-espacios; cuando $p = 2$ esto coincide con la C^*-álgebra del grafo, la $C^*(E)$. Un álgebra de Banach $\mathfrak{A}$ es simple si tiene exactamente dos ideales biláteros cerrados y es simple puramente infinito (SPI) si $0 \neq \mathfrak{A} \neq \mathbb{C}$, y para todo $a, b \in \mathfrak{A}$ con $a \neq 0$ existen sucesiones $(x_n), (y_n)$ de elementos en $\mathfrak{A}$ tales que $x_n a y_n \to b$. Decimos que un anillo A es simple si tiene exactamente dos ideales biláteros, y es SPI si no es 0 o no es un anillo de división y para todo $a, b \in A$ con $a \neq 0$ existen $x, y \in A$ tales que $xay = b$.

Mostramos que que $\mathcal{O}^p(E)$ sea (puramente infinita) simple como álgebra de Banach equivale a que $L(E)$ sea (puramente infinita) simple como anillo. Mostramos también que si $\mathcal{O}^p(E)$ es simple, entonces o es puramente infinita o es casi finita en el sentido de [2].

Trabajo en conjunto con Guillermo Cortiñas (UBA-IMAS, Argentina).

Referencias

[1] Cortiñas, Guillermo, Rodriguez, María Eugenia, L^p operator algebras associated with oriented graphs, J. Operator Theory, 81:(1), 101–130, DOI 10.7900/jot.2018jan19.2184.

[2] Phillips, N. Christopher, Viola, Maria Grazia, Classification of spatial L^p AF algebras, Internat. J. Math. 31 (2020), no.13, 2050088, 41, DOI = 10.1142/S0129167X20500883.

Álgebra y Geometría - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 8:40 $\sim$ 9:00

Estructuras producto localmente conformes en solvariedades

Adrián Andrada
Universidad Nacional de Córdoba - CIEM, Argentina
adrian.andrada@unc.edu.ar

Una estructura producto localmente conforme (LCP, por sus siglas en inglés) en una variedad compacta conexa M es una métrica riemanniana h no plana con holonomía reducible en el cubrimiento universal $\tilde{M}$ tal que $\pi_1(M)$ actúa por homotecias con respecto a h, y no todas son isometrías. En particular, la métrica h en $\tilde{M}$ no puede ser completa y $\pi_1(M)$ es infinito. Las estructuras LCP no son fáciles de construir; de hecho, Belgun y Moroianu conjeturaron en [1] que no existen. Sin embargo, poco tiempo después Matveev y Nikolayevsky produjeron un ejemplo de dimensión 3 en [2]. Este ejemplo es una solvariedad, es decir, un cociente compacto de un grupo de Lie soluble simplemente conexo por un subgrupo discreto co-compacto. Motivados por este ejemplo, en este trabajo estudiamos sistemáticamente estructuras LCP en solvariedades. Concretamente, damos una definición de estructuras LCP en álgebras de Lie y mostramos que dan origen a estructuras LCP en los cocientes compactos por subgrupos discretos del grupo de Lie simplemente conexo correspondiente. Más aún, damos una descripción completa de las estructuras LCP en el caso de álgebras de Lie solubles unimodulares. En particular, obtenemos la clasificación completa de las álgebras de Lie solubles unimodulares de dimensión a lo sumo 5 que poseen estructuras LCP, y estudiamos la existencia de subgrupos discretos co-compactos en los grupos de Lie simplemente conexos correspondientes.

Trabajo en conjunto con Viviana del Barco (UNICAMP, Brasil) y Andrei Moroianu (Université Paris-Saclay, Francia).

Referencias

[1] F. Belgun, A. Moroianu: On the irreducibility of locally metric connections. J. Reine Angew. Math. 714 (2016), 123â€“150.

[2] V. Matveev, Y. Nikolayevsky: A counterexample to Belgun-Moroianu conjecture. C. R. Math. Acad. Sci. Paris 353 (2015), 455â€“457.

Álgebra y Geometría - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 9:00 ∼ 9:20

Estructuras complejas en álgebras de Lie 2-pasos nilpotentes

María Laura Barberis
CIEM (CONICET) - FaMAF (Univ. Nac. Cba.), Argentina
mlbarberis@gmail.com

El concepto de estructuras complejas nilpotentes fue introducido por Cordero-Fernández-Gray-Ugarte (2000). No toda estructura compleja en un álgebra de Lie nilpotente es nilpotente, pero si $\mathfrak{n}$ es 2-pasos nilpotente toda estructura compleja en $\mathfrak{n}$ es nilpotente de paso 2 o 3. La clase de estructuras complejas nilpotentes de paso 2 contiene como casos particulares al espacio de estructuras complejas abelianas y bi-invariantes.

En este trabajo caracterizamos las álgebras de Lie 2-pasos nilpotentes que admiten una estructura compleja. Estudiamos por separado los casos en que la estructura compleja es nilpotente de paso 2 o 3.

Obtenemos aplicaciones de nuestros resultados a la geometría Hermitiana: probamos que las álgebras de Lie 2-pasos nilpotentes construidas por Tamaru a partir de espacios simétricos Hermitianos admiten métricas pluricerradas (o SKT). También caracterizamos las nilvariedades naturalmente reductivas que admiten estructura compleja abeliana, mientras que en estos espacios se sabe que no existen estructuras complejas bi-invariantes ortogonales.

Álgebra y Geometría - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 9:20 ∼ 9:40

El flujo de curvatura media en solvariedades

Gabriela Ovando
Universidad Nacional de Rosario y CONICET, Argentina
gabriela@fceia.unr.edu.ar

El propósito es el estudio del flujo de curvatura media en solvariedades de dimensión tres. Tomamos el conjunto de 3-uplas ordenadas reales y consideramos una acción a izquierda transitiva de un grupo de Lie soluble de dimensión tres. De este modo introducimos una métrica en el espacio, diferente de la usual. Con esta métrica estudiamos el flujo de curvatura media en sus superficies. Empezamos clasificando sus subgrupos y determinando los solitones entre ellos. Luego presentaremos casos más generales de superficies y las ecuaciones asociadas.

Este proyecto es resultado del Taller Latinoamericano y del Caribe de Matemáticas y Género, realizado en Oaxaca, del 15 al 20 de mayo de 2022. Y continua en expansión.

Trabajo en conjunto con Romina Arroyo (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina), Raquel Perales (Instituto de Matemáticas de la Universidad Autónoma de México, Oaxaca) y Mariel Sáez, (P. Universidad Católica de Chile).

Referencias

[1] R. Arroyo, G. Ovando, R. Perales y M. Sáez, The mean curvature flow on solvmanifolds, arXiv:2305.02378.

Álgebra y Geometría - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 9:40 ∼ 10:00

Trayectorias magnéticas periódicas en el grupo de Heisenberg de dimensión 3 y sus nilvariedades asociadas

Mauro Subils
Dpto.de Matemática, FCEIA, Universidad Nacional de Rosario, Argentina
subils@fceia.unr.edu.ar

Una trayectoria magnética es una curva γ en una variedad riemanniana (M, g) que satisface la ecuación

$$\nabla_{\gamma'}\gamma' = F\gamma'$$

donde ∇ es la conexión de Levi-Civita y F es un tensor de tipo (1,1) anti-simétrico tal que su 2-forma asociada es cerrada, llamado fuerza de Lorentz.

En esta charla nos centraremos en el caso que M es el grupo de Heisenberg de dimensión 3 con una métrica invariante a izquierda. Describiremos todas las trayectorias magnéticas para cualquier fuerza de Lorentz invariante. Luego, mostraremos la existencia de trayectorias magnéticas periódicas tanto en el grupo como en las nilvariedades asociadas, analizando su longitud y nivel de energía, y comparando los casos en que la fuerza F es exacta o no.

Trabajo en conjunto con Gabriela Ovando (Dpto.de Matemática, FCEIA, Universidad Nacional de Rosario, Argentina).

Álgebra y Geometría - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 10:30 ∼ 10:50

Fibrado canónico de solvariedades complejas

Alejandro Tolcachier
Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
aletolcachier@gmail.com

El fibrado canónico de una variedad compleja (M, J), con $\dim_{\mathbb{C}} M = n$, se define como la n-ésima potencia exterior de su fibrado cotangente holomorfo, y resulta un fibrado de líneas holomorfo sobre M. Las variedades complejas con fibrado canónico holomórficamente trivial son importantes en geometría diferencial, compleja, algebraica, así como en otras áreas como física teórica. Se sabe que toda nilvariedad $\Gamma\backslash G$ equipada con una estructura compleja invariante posee fibrado canónico trivial, debido a la existencia de una sección trivializante invariante. En el caso de solvariedades complejas, una tal sección podría o no existir. Más aún, en esta charla veremos que para solvariedades también existen secciones que no son invariantes. Esto obliga a estudiar la existencia de secciones trivializantes en dos etapas. En el caso invariante caracterizamos dicha existencia en términos de la 1-forma ψ naturalmente definida en términos del álgebra de Lie de G y J por $\psi(x) = \operatorname{Tr}(J \operatorname{ad} x) - \operatorname{Tr} \operatorname{ad}(Jx)$. Para el caso no invariante, damos una obstrucción algebraica para que una solvariedad posea fibrado canónico trivial y construimos explícitamente en ciertos ejemplos una sección trivializante del fibrado canónico que es no invariante.

Trabajo en conjunto con Adrián Andrada (Universidad Nacional de Córdoba).

Álgebra y Geometría - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 10:50 $\sim$ 11:10

Estructura de espacios homogéneos Riemannianos con Nulidad

FRANCISCO VITTONE
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO, Argentina
franvittone@gmail.com

En este trabajo, presentaremos condiciones que la existencia de nulidad del tensor de curvatura de un espacio homogéneo Riemanniano irreducible $M = G/H$ impone en el álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ de G y en el álgebra de Lie $\tilde{\mathfrak{g}}$ de grupo total de isometrías de M. Se presentarán además ejemplos de espacios homogéneos Riemannianos con nulidad donde G es un grupo no soluble, lo que responde a una pregunta abierta (cf. [1], [3]). Este trabajo es realizado en conjunto con Carlos Olmos y Antonio Di Scala ([1], [2])

Referencias

[1] Di Scala, A.; Olmos, C., Vittone, F. "Homogeneous Riemannian manifolds with non-trivial nullity", Transform. Groups 17, (2022), 31-72

[2] Di Scala, A.; Olmos, C., Vittone, F. "The structure of homogeneous Riemannian manifolds with nullity", to appear in Ann. Sc. Norm. Super. Pisa, (2023).

[3] Gorodski, C. and Guimaraes, F. "The k-nullity of Riemannian manifolds and their splitting tensors", to appear in Ann. Mat. Pura Appl. (2023)

Álgebra y Geometría - Charla invitada - Jueves 21 de septiembre, 11:10 $\sim$ 11:50

Polinomios ortogonales y operadores de time and band limiting

Inés Pacharoni
CIEM-FaMAF, Argentina
inespacharoni@gmail.com

En primer lugar introduciremos las nociones básicas de polinomios ortogonales matriciales y de su conexión con el Problema Biespectral matricial. Los operadores de "time and band limiting", son ciertos operadores globales naturalmente asociados a ellos y que aparecen clásicamente en el procesamiento de señales. La solución efectiva de un problema planteado por C. Shannon (A mathematical theory of communication, 1948) depende de un milagro algebraico: el operador integral cuyas autofunciones describen la solución conmuta con un operador diferencial. Esto permite calcular estas funciones de un modo numéricamente estable. En el contexto de polinomios ortogonales matriciales exhibimos, de manera constructiva y simple, un operador local que conmuta con estos operadores de time and band limiting.

Trabajo en conjunto con I. Zurrián (CIEM, Argentina) y F.A. GrÃ¼nbaum (University of California, Berkeley).

Álgebra y Geometría - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 15:00 ∼ 15:20

Cociclos de Hopf asociados a deformaciones punteadas y copunteadas sobre S_3

José Ignacio Sánchez
FAMAF - CIEM, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
jose.ignacio.sanchez@mi.unc.edu.ar

El estudio de las deformaciones de álgebras de Hopf ha tomado impulso en las últimas décadas debido a un programa de clasificación de las mismas. Los estudios más recientes dan evidencia de que la clasificación está íntimamente relacionada con deformaciones de dichas álgebras por medio de cociclos de Hopf. En particular, siguiendo la estrategia en [1], las álgebras de Hopf punteadas y copunteadas de dimensión finita sobre el grupo simétrico S_3 están clasificadas en términos de deformaciones por cociclos. Sin embargo, la prueba de este hecho no pasa por dar los cociclos sino que solo garantiza su existencia.

En esta charla presentamos una descripción explícita de los 2-cociclos de Hopf involucrados en dicho resultado de clasificación, determinando además cuáles de éstos son puros y cuáles se obtienen mediante exponenciales de 2-cociclos de Hochschild. Estos resultados se encuentran en [2].

Trabajo en conjunto con Agustín García Iglesias (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina).

Referencias

[1] Andruskiewitsch, N., Angiono, I., García Iglesias, A., Masuoka, A., Vay, C., Lifting via cocycle deformation. J. Pure Appl. Alg. 218 (4), 684â€“703 (2014).

[2] García Iglesias, A., Sánchez, J., Hopf cocycles associated to pointed and copointed deformations over S3, Submitted, arXiv:2203.16342.

Álgebra y Geometría - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 15:20 ∼ 15:40

Posets de álgebras de Pre-Nichols de tipo diagonal de dimensión de Gelfand-Kirillov finita.

Emiliano Campagnolo
FAMAF-UNC. CIEM-CONICET, Argentina
emicampagnolo@gmail.com

El método de levante propone una receta para clasificar álgebras de Hopf punteadas fijando el coradical y la trenza infinitesimal. En el contexto de dimensión de Gelfand-Kirillov finita uno de los pasos a realizar por dicho método es encontrar los posets de álgebras de pre-Nichols de las álgebras de Nichols de los módulos de Yetter-Drinfeld previamente clasificados (en un paso anterior del método).

En esta charla desarrollaremos los resultados obtenidos para la resolución de encontrar los posets de pre-Nichols cuando la tenza es de tipo diagonal: -En primer lugar el problema fue reducido a encontrar los cocientes de dimensión de Gelfand-Kirillov finita de cierta álgebra. Ã‰sto fue desarrollado en una serie de trabajos [1,2,3] -Posteriormente, gracias la reducción anterior, se parametrizó en cada caso el poset de álgebras de pre-Nichols graduadas y de dimensión de Gelfand-Kirillov finita por cierto tipo posets de subconjuntos de sistemas de raíces [4].

Trabajo en conjunto con Nicolás Andruskiewitsch (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina)., Iván Angiono (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina). y Guillermo Sanmarco (Iowa State University, Ames, USA)..

Referencias

[1] N. Andruskiewitsch and G. Sanmarco. Finite GK-dimensional pre-Nichols algebras of quantum linear spaces and of Cartan type. Trans. Amer. Math. Soc. Ser. B 8 (2021), 296â€“329.

[2] I. Angiono, E. Campagnolo and G. Sanmarco. Finite GK-dimensional pre-Nichols algebras of super and standard type, Journal of Pure and Applied Algebra, por aparecer.

[3] I. Angiono, E. Campagnolo and G. Sanmarco. Finite GK-dimensional pre-Nichols algebras of (super)modular and unidentified type. J. Noncommutative Geom. 17 (2023), no. 2, pp. 499â€“525.

[4] I. Angiono and E. Campagnolo. Posets of finite GK-dimensional graded pre-Nichols algebras of diagonal type. Trabajo en desarrollo.

Álgebra y Geometría - Charla invitada - Jueves 21 de septiembre, 15:40 ∼ 16:20

Grupos cuánticos formales: deformaciones, cuantizaciones y especializaciones.

Gaston Garcia
UNLP, Argentina
ggarcia@mate.unlp.edu.ar

Basándonos en la idea de Kac de realización de una matriz generalizada de Cartan, se introduce la noción de álgebra envolvente cuántica multiparamétrica (FoMpQUEA – por sus siglas en inglés) como una generalización natural de los grupos cuánticos introducidos por Drinfeld. Dada la similitud con la definición de álgebras de Kac-Moody, esta presentación sería más apropiada para el estudio de representaciones a través de teorías de peso máximo.

Mostraremos además que esta clase de grupos cuánticos es estable por cierto tipo de deformaciones, y que a través de éstas se obtienen todos las álgebras envolventes cuantizadas consideradas hasta el momento por distintos autores. Con respecto a su relación con la teoría clásica, el límite semiclásico de cada FoMpQUEA es una biálgebra de Lie multiparamétrica (MpLbA), y recíprocamente, cada MpLbA se puede cuantizar a través de una FoMpQUEA. Dependiendo del tiempo disponible, daremos algunos resultados estructurales que relacionan los objetos cuánticos y clásicos.

Trabajo en conjunto con Fabio Gavarini (University of Rome "Tor Vergata").

Álgebra y Geometría - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 16:50 ∼ 17:10

Representaciones de una familia de álgebras de Hopf

Alfio Antonio Rodriguez

Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
alfio.antonio.rodriguez@gmail.com

En esta charla daremos una descripción de las representaciones simples de una familia 2-paramétrica de álgebras de Hopf punteadas. También calcularemos sus cubiertas proyectivas y su tipo de representación. Estos cálculos extienden el trabajo [1].

Estas álgebras aparecen como deformaciones por cociclo de una misma álgebra graduada (asociada al álgebra de Fomin-Kirillov de rango 3). En nuestros cómputos, se refleja el tipo de cociclo involucrado, es decir si proviene de la cohomología Hochschild o es "puro", según [2].

Trabajo en conjunto con Agustín García Iglesias (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina).

Referencias

[1] García Iglesias, A. Representations of pointed Hopf algebras over S3. Revista de la Unión Matemática Argentina 51 (1) (2010) pp. 51–78.

[2] García Iglesias, A., Sánchez, J.I. Hopf cocycles associated to pointed and copointed deformations over S3. Submitted, ver arXiv:2203.16342.

Álgebra y Geometría - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:10 ∼ 17:30

Waring numbers over finite commutative local rings

Ricardo A. Podestá
Universidad Nacional de Córdoba (FaMAF, CIEM-CONICET), Argentina
richarpodesta@gmail.com

In this talk, based on the joint work [1], we study Waring numbers $g_R(k)$ for $(R, \mathfrak{m})$ a finite commutative local ring with identity and $k \in \mathbf{N}$ with $(k, |R|) = 1$. We first relate the Waring number $g_R(k)$ with the diameter of the Cayley graphs $G_R(k) = Cay(R, U_R(k))$ and $W_R(k) = Cay(R, S_R(k))$ with $U_R(k) = \{x^k : x \in R^*\}$ and $S_R(k) = \{x^k : x \in R^\times\}$, distinguishing the cases where the graphs are directed or undirected. We show that in both cases (directed or undirected), the graph $G_R(k)$ can be obtained by blowing-up the vertices of $G_{\mathbf{F}_q}(k)$ a number $|\mathfrak{m}|$ of times, with independence sets the cosets of $\mathfrak{m}$, where q is the size of the residue field $R/\mathfrak{m}$.

Then, by using the above blowing-up, we reduce the study of the Waring number $g_R(k)$ over the local ring R to the computation of the Waring number $g(k, q)$ over the finite residue field $R/\mathfrak{m} \simeq \mathbf{F}_q$. In this way, using known results for Waring numbers over finite fields, we obtain several explicit results for Waring numbers over finite commutative local rings with identity.

Trabajo en conjunto con Denis E. Videla (Universidad Nacional de Córdoba, FaMAF, CIEM-CONICET).

Referencias

[1] Ricardo A. Podestá, Denis E. Videla. *Waring numbers over finite commutative local rings*, Discrete Mathematics **346:10**, 10/2023, Art ID 113567, 22 págs., https://doi.org/10.1016/j.disc.2023.113567, (arXiv:2212.1239, 12/2022).

Álgebra y Geometría - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:30 ∼ 17:50

Ejemplos de códigos LRC en torres de cuerpos de funciones de característica 2

Francisco Galluccio
Universidad Nacional del Litoral, Argentina
frangallu996@gmail.com

Los códigos correctores de errores, son usados para asegurar la confiabilidad en la transmisión de información, y así en el caso en que se produzcan errores en el canal a través del cuál se envía el mensaje, será posible recuperar la información enviada originalmente. Dependiendo del problema que se quiera solucionar, tendremos diferentes tipos de códigos que podremos usar. Uno de los problemas de gran interés en la actualidad es el correspondiente al almacenamiento seguro de la información: supongamos que se quiere almacenar gran cantidad de información, con la seguridad de tener respaldo de la misma en caso de que algún percance ocurriera con el método de almacenamiento utilizado. La idea más sencilla sería guardar varias copias de la misma información, pero cuando la cantidad de información aumenta, guardar varias copias hace que esto sea muy costoso o inadecuado. Los códigos LRC permiten almacenar menor cantidad de información asegurando que si se pierde alguna porción se podrá recuperar la misma.

En un trabajo previo con M. Chara y Edgar Martinez-Moro damos un método general para construir sucesiones de códigos LRC utilizando los cuerpos de funciones de una torre asintóticamente buena y mostramos cómo funciona esa construcción utilizando una torre sobre un cuerpo finito de característica impar.

Considerando que las construcciones sobre característica par requieren un estudio propio, en este trabajo mostraremos tres construcciones de códigos LRC sobre torres cuerpos de funciones $F/\mathbb{F}_{2^\ell}$. Estudiaremos códigos sobre la torre de García-Stichtenoth definida por $y^2+y=\frac{x^2}{x+1}$ y sobre la torre de van der Geer-van der Vlugt definida por $y^2+y=x+1+\frac{1}{x}$. Compararemos los valores de la dimensión y distancia mínima con otros valores obtenidos previamente para característica impar, y también con construcciones de otros autores en característica 2.

Trabajo en conjunto con Gustavo Cabaña (Universidad Nacional del Litoral) y María Chara (Universidad Nacional del Litoral).

Referencias

[1] Alexander Barg, Itzhak Tamo, and Serge Vladut. Locally recoverable codes on algebraic curves. IEEE Transactions on Information Theory, 63(8):4928â€“4939, 2017.

[2] Daniele Bartoli, Maria Montanucci, and Luciane Quoos. Locally Recoverable Codes From Automorphism Group of Function Fields of Genus g â‰¥ 1. IEEE Transactions on Information Theory, 66(11):6799-6808, 2020.

[3] M. Chara, F. Galluccio, E. Martínez-Moro. Locally recoverable codes from towers of function fields. arXiv:2209.07136, 2022 (submitted)

Álgebra y Geometría - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:50 $\sim$ 18:10

Álgebra y geometría de la robustez de concentración absoluta

Mercedes Pérez Millán
UBA - CONICET, Argentina
mpmillan@dm.uba.ar

La evolución en el tiempo de las especies de una red bioquímica modelada bajo cinética de acción de masas se describe a través de un sistema de ecuaciones diferenciales autónomo, $\frac{d\mathbf{x}}{dt}=f(\mathbf{x})$, donde cada función coordenada f_i es un polinomio en las concentraciones de las especies. Se dice que una red bioquímica posee robustez de concentración absoluta (absolute concentration robustness o ACR) en una determinada especie cuando el valor que esta alcanza en cualquier estado estacionario positivo es siempre el mismo, sin importar el estado inicial del sistema [1]. Es decir, el sistema tiene ACR en la i-ésima especie si y solo si x_i-a está en el ideal de la variedad positiva del ideal de estados estacionarios, para algún valor de $a>0$. En este trabajo buscamos poder decidir si una red de reacciones bioquímicas presenta o no ACR en alguna especie. Mostramos que para algunas clases de redes comunes en las aplicaciones este problema es sencillo y que varios enfoques usuales son incompletos [2,3,4]. Finalmente desarrollamos nuevos procedimientos, usando álgebra computacional, para abordar este problema.

Trabajo en conjunto con Luis D. García Puente (Colorado College, EEUU), Elizabeth Gross (University of Hawaii at Manoa, EEUU), Heather A. Harrington (University of Oxford, Reino Unido), Matthew Johnston (Lawrence Technological University, EEUU), Nicolette Meshkat (Santa Clara University, EEUU) y Anne Shiu (Texas A&M University, EEUU).

Referencias

[1] Shinar G., Feinberg M., (2010), Structural sources of robustness in biochemical reaction networks, Science 327(5971), 1389-1391.

[2] Karp R., Pérez Millán M., Dasgupta T., Dickenstein A., Gunawardena J., (2012), Complex-linear invariants of biochemical networks, J. Theoret. Biol., 311, 130-138.

[3] Johnston M., MÃ¼ller S., Pantea C., (2018), A deficiency-based approach to parametrizing positive equilibria of biochemical reaction systems, Bull. Math. Biol., 81(4), 1143-1172.

[4] Pascual-Escudero B., Feliu E., (2022), Local and global robustness in systems of polynomial equations Math. Models Methods Appl. Sci., 45(1), 359-382.

Álgebra y Geometría - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 8:40 ∼ 9:00

Una calibración lagrangiana especial asociada a la vorticidad de marcos

Marcos Salvai
FAMAF (Universidad Nacional de Córdoba) y CIEM (Conicet), Argentina
marcos.salvai@unc.edu.ar

Sea M una variedad riemanniana orientada de dimensión tres. Definimos la noción de vorticidad de secciones locales del fibrado $SO(M) \to M$ de todos sus marcos tangentes ortonormales positivamente orientados. Cuando M es una forma espacial, relacionamos el concepto con una métrica pseudoriemanniana invariante split adecuada en $\mathrm{Iso}_o(M) \cong SO(M)$: Una sección local tiene vorticidad positiva si y solo si determina una subvariedad espacial.

En el caso euclídeo encontramos explícitamente secciones que maximizan el volumen homológicamente, usando una calibración lagrangiana especial split. Introducimos el concepto de vorticidad de marcos óptima y presentamos una sección óptimamente roscada para la esfera de dimensión tres. Probamos que también maximiza volumen homológicamente (ahora usando una calibración común de un punto). Además, mostramos que no pueden existir secciones óptimas en los casos euclídeo e hiperbólico.

Referencias

[1] M. Salvai, A split special Lagrangian calibration associated with frame vorticity, aceptado para su publicación en Advances in Calculus of Variations, 2023.

Álgebra y Geometría - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 9:00 ∼ 9:20

Sobre el grado del fibrado tangente de una variedad algebraica

Leonardo Lanciano
UBA, FCEyN, Departamento de Matemática, Argentina
llanciano51@gmail.com

La dimensión y el grado de una variedad algebraica V (de manera abreviada $\dim(V)$ y $\deg(V)$) son los invariantes asociados a variedades más elementales en geometría algebraica y ambas nociones pueden considerarse como medidas de la dificultad en el tratamiento (global, no local) de una variedad V. Geométricamente, la dimensión mide la cantidad de grados de libertad para moverse dentro de V y de manera más precisa la dimensión máxima de una variedad lineal que sea proyección de V. Desde un punto de vista algebraico es simplemente el grado de trascendencia del anillo de la variedad sobre el cuerpo de base (que para nosotros será siempre $\mathbb{C}$ o más generalmente, un cuerpo algebraicamente cerrado de característica 0). Por su parte, la noción de grado intenta generalizar el grado de una ecuación, interesándose por la "sinuosidad" de la variedad V, partiendo de las variedades lineales (que tienen grado 1). Así una posible definición de $\deg(V)$ es el número de puntos que resulta al intersecar V con una variedad lineal general de dimensión complementaria a la de V.

Parece natural entonces que, en general, el grado suela ser más difícil de estimar que la dimensión. La principal herramienta conocida y desarrollada es el Teorema de Bézout (1779) que establece que en condiciones generales el grado de una variedad definida por ecuaciones polinomiales $f_1 = 0, \ldots, f_s = 0$ es igual al producto $\deg(f_1) \ldots \deg(f_s)$. Este teorema ha sido largamente generalizado y ampliado.

En esta comunicación nos ocupamos de estudiar el grado del fibrado tangente TV asociado a una variedad algebraica suave V.

Al intentar estudiar este problema, nos hemos encontrado con que, más allá de las herramientas usuales provenientes del Teorema de Bézout y que dan lugar a estimaciones demasiado gruesas, la obtención de resultados generales parece bastante difícil, si es que estos resultados existen. De todos modos hemos desarrollado familias de ejemplos (principalemente para el caso de curvas y variedades que admiten cierto tipo de parametrizaciones) en las que el grado del fibrado tangente se puede estimar de manera más precisa o al menos diferente de la estimación directa por Bézout. Estos ejemplos nos han permitido incluso proponer algunos resultados conjeturales que no aparecían tan claramente expuestos cuando comenzamos a desarrollar este trabajo. En particular, nos preguntamos si la desigualdad $\deg(TV) \leq \deg(V)^2$ es una estimación general posible.

A continuación describimos brevemente la presentación de la comunicación y sus resultados principales:

• Exhibimos una cota intrínseca general $\deg(TV) \leq (\deg(V))^{n+d+1}$, donde $V \subseteq \mathbb{A}^n$ es una variedad suave y d es la dimensión de V. Demostramos además una desigualdad más precisa $\deg(TV) \leq \deg(V)^2$ para hipersuperficies y para familias infinitas de variedades. Más aún, obtenemos familias infinitas para las que vale la igualdad, es decir $\deg(TV) = \deg(V)^2$.

• Consideramos el caso de curvas paramétricas. Se demuestra que en este caso vale la igualdad $\deg(TV) = 2\deg(V) - 1$. Cuando la parametrización es racional (no polinomial) se obtiene una cota $\deg(TV) \leq 3\deg(V) - 1$. Observar que para estas curvas las cotas son lineales en $\deg(V)$ en lugar de cuadráticas.

• Finalmente, consideramos 2 familias clásicas de variedades: las cuádricas y las curvas planas . En el caso de las cuádricas calculamos exactamente $\deg(TV)$ de acuerdo a su forma normal. Para las curvas planas, aplicando Bernstein-Kushnirenko, damos una estimación de $\deg(TV)$ en términos del volumen mixto de los polítopos generados por los soportes de la ecuación de V y de su derivada total y en particular observamos que para curvas elípticas genéricas se tiene que $\deg(TV) = 7$.

Trabajo en conjunto con Gabriela Jeronimo (Universidad de Buenos Aires, CONICET, Argentina) y Pablo Solernó (Universidad de Buenos Aires, CONICET, Argentina).

Álgebra y Geometría - Charla invitada - Viernes 22 de septiembre, 9:20 ∼ 10:00

The moduli space of singular principal bundles over the moduli space of stable curves

Alexander Schmitt

Freie Universität Berlin, Alemania
alexander.schmitt@fu-berlin.de

In the study of moduli spaces of vector or principal bundles over smooth projective curves and their properties, one may use degenerations to singular curves. Motivated by this, Bhosle [3] and the speaker [9] constructed moduli spaces of singular principal bundles over irreducible curves with only nodes as singularities. The analog for reducible curves has been considered in the thesis of Ángel Muñoz Castañeda [5].

For a given semisimple structure group G and genus $g \geq 2$, there is a universal moduli space $\mathcal{M}_{g,G}$ of semistable principal G-bundles over the moduli space $\mathcal{M}_g$ of smooth curves of genus g. Using the aforementioned results, Muñoz Castañeda and the speaker [6, 7] constructed a moduli space of singular principal G-bundles on stable curves which compactifies $\mathcal{M}_{g,G}$ relative to the moduli space $\overline{\mathcal{M}}_g$ of stable curves, generalizing Pandharipande's [8] construction for the structure group GL_n. Compactifications of $\mathcal{M}_{g,G}$ which are flat over $\mathcal{M}_g$, but do not have a modular interpretation were obtained by Manon [4] and Belkale/Gibney [2] for the structure group $G = \mathrm{SL}_n$, and by Wilson [10] for simple and simply connected Lie groups of type A or C, using vector bundles of conformal blocks. Anderson, Esole, Fredrickson, and Schaposnik [1] have raised similar questions for Higgs bundles in view of possible applications to string theory.

In this talk, I will present the joint work with Muñoz Castañeda and briefly discuss Wilson's work on the relation of our moduli space and conformal blocks.

Trabajo en conjunto con Ángel L. Muñoz Castañeda (Universidad de León, España).

Referencias

[1] L.B. Anderson, M. Esole, L. Fredrickson, L. Schaposnik, Singular geometry and Higgs bundles in string theory, SIGMA Symmetry Integrability Geom. Methods Appl. 14 (2018), paper no. 037, 27 pp.

[2] P. Belkale, A. Gibney, On finite generation of the section ring of the determinant of cohomology line bundle, Trans. Amer. Math. Soc. 371 (2019), no. 10, 7199-242.

[3] U.N. Bhosle, Tensor fields and singular principal bundles, Int. Math. Res. Not. 2004, no. 57, 3057-77.

[4] Ch. Manon, Coordinate rings for the moduli stack of $\mathrm{SL}_2(C) quasi-parabolicprincipalbundlesonacurveandtoricfib$
83.

[5] A.L. Muñoz Castañeda, On the moduli spaces of singular principal bundles on stable curves, Adv. Geom. 20 (2020), no. 4, 573-84.

[6] A.L. Muñoz Castañeda, A compactification of the universal moduli space of principal G-bundles, Mediterr. J. Math. 19 (2022), no. 2, paper no. 54, 23 pp.

[7] A.L. Muñoz Castañeda, A.H.W. Schmitt, Singular principal bundles on reducible nodal curves, Trans. Amer. Math. Soc. 374 (2021), no. 12, 8639-660.

[8] R. Pandharipande, A compactification over $\overline{M}_g$ of the universal moduli space of slope-semistable vector bundles, J. Amer. Math. Soc. 9 (1996), no. 2, 425-71.

[9] A.H.W. Schmitt, Moduli spaces for semistable honest singular principal bundles on a nodal curve which are compatible with degeneration. A remark on U.N. Bhosle's paper:

[10] A. Wilson, Compactifications of moduli of G-bundles and conformal blocks, arXiv:2104.07549, 25 pp.

Álgebra y Geometría - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 15:00 ∼ 15:20

Grupos localmente indicables que admiten presentaciones con la homología del círculo

Agustín Nicolás Barreto

Universidad de Buenos Aires, Argentina
agustin.nbarreto@gmail.com

Un grupo se dice localmente indicable si todos sus subgrupos finitamente generados no triviales admiten un epimorfismo a $\mathbb{Z}$. En las últimas décadas, el estudio de los grupos localmente indicables ha adquirido una gran relevancia en áreas como dinámica de grupos, por su relación con los grupos ordenables a izquierda, y en topología, por su relación con problemas de asfericidad [1].

En esta charla, voy a introducir algunos de los problemas relacionados con estos grupos y nuevos resultados, obtenidos en colaboración con Gabriel Minian, sobre la indicabilidad local de grupos que admiten presentaciones con la homología del círculo.

Trabajo en conjunto con Gabriel Minian (Universidad de Buenos Aires).

Referencias

[1] James Howie, On the asphericity of ribbon disc complements. Trans. Amer. Math. Soc. 289 (1985), no.1, 281â€“302.

[2] James Howie, On locally indicable groups. Math. Z. 180 (1982), no.4, 445â€“461.

[3] Jonathan Ariel Barmak, Elias Gabriel Minian, A new test for asphericity and diagrammatic reducibility of group presentations. Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A 150 (2020), no.2, 871â€“895.

Álgebra y Geometría - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 15:20 $\sim$ 15:40

Sobre el subretículo subresiduado libremente generado por una un álgebra de sub-Hilbert

Valentín Andrada
Universidad Nacional de La Plata, Departamento de Matemática, Argentina
valentin.math.prog@hotmail.com

Sea K una (cuasi)variedad en un lenguaje L_K, y L un sublenguaje de L_K. Asumamos que la clase de L-subreductos de los elementos de K forman una variedad M. Llamamos nuevamente K y M a las categorías de álgebras cuyas clases de objetos son los miembros de las (cuasi)variedades K y M respectivamente. La asignación que a cada miembro de K asocia su L-reducto induce un functor de olvido $U : K \longrightarrow M$. Por razones generales, se sabe que este functor tiene un adjunto a izquierda $F : M \longrightarrow K$. Sin embargo, aunque tenemos garantizada la existencia de este adjunto de U, en general, la descripción de dicho adjunto es poco práctica.

En [2] (ver también [3]) se da una descripción más o menos explícita para el adjunto a izquierda del olvido, en el caso en que K y M son la variedad de las álgebras de Hilbert (Hil) y la de semiretículos implicativos (IS), respectivamente.

La variedad de retículos subresiduados (SRL) fue introducida por Epstein y Horn en [4] como semántica algebraica del cálculo de Lewis. Un retículo subresiduado es un álgebra $(A, \wedge, \vee, \rightarrow, 0, 1)$ de tipo $(2, 2, 2, 0, 0)$ tal que $(A, \wedge, \vee, 0, 1)$ es un retículo distributivo acotado y tal que su implicación cumple algunas ecuaciones satisfechas por la implicación de Heyting. Es así que la variedad Hey, de las álgebras de Heyting, es una subvariedad propia de SRL.

La variedad SRL, algunas cuasivariedades formadas por subreductos y variantes de las mismas fueron estudiadas más recientemente en [2]. En particular la variedad de **subretículos subresiduados** (SRS) formada por los $\{\wedge, \rightarrow\}$-subreductos de SRL y la cuasivariedad de las **álgebras de sub-Hilbert** (sHA) que tiene como elementos a los $\{\rightarrow\}$-subreductos de SRL (y por lo tanto de SRS).

Motivados por los resultados de [1, 3] y basados en construcciones introducidas en [2], en esta charla daremos una descripción más o menos explícita del adjunto a izquierda del olvido U : SRS $\to$ sHA y mostraremos que el mismo extiende al del olvido U : IS $\to$ Hil presentado en [1].

Referencias

[1] Castiglioni J.L. and San Martín H.J., Variations of the free implicative semilattice extension of a Hilbert algebra. Soft Comput 23, 4633â€"4641 (2019).

[2] Castiglioni J.L. and Fernandez V., Mallea H. F. San Martín H. J., On subreducts of subresiduated lattices and some related logics. Journal of Logic and Computation, exad042, https://doi.org/10.1093/logcom/exad042 (2023).

[3] Celani S. and Jansana R., On the free implicative semilattice extension of a Hilbert algebra. Mathematical Logic Quarterly, Vol. 58:3, 188–207 (2012).

[4] Epstein G. and Horn A., Logics which are characterized by subresiduated lattices. Z. Math. Logik Grundlagen Math. 22, 199–210 (1976).

Álgebra y Geometría - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 15:40 ∼ 16:00

Operador de tipo confluente asociado a un peso

Victoria Torres
CIEM, Argentina
victoria.torres.999@unc.edu.ar

En la teoría clásica de polinomios, Bochner demostró que las únicas familias de polinomios ortogonales que son autofunción de un operador diferencial de segundo orden son las familias clásicas de Hermite, Laguerre y Jacobi.

Para el caso general en que los polinomios y el peso son funciones a valores matriciales, esta clasificación aún no está resuelta.

En esta charla intentaremos generalizar el operador asociado a la familia de Laguerre, que es de tipo confluente. Para lo cual, partiremos de operadores diferenciales de segundo orden de la forma

$$D = t\partial^2 + (C - tU)\partial - V$$

y veremos qué condiciones deben cumplir sus coeficientes para que sus autofunciones sean polinomios matriciales mónicos ortogonales respecto a algún peso matricial.

Trabajo en conjunto con Yanina González (Universidad Nacional de Cuyo, Argentina).

Sesión 2: Análisis

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 8:20 ∼ 9:00

Criterio de acotación para estimaciones endpoint en el contexto de expansiones polinomiales de Laguerre

Estefanía Dafne Dalmasso
IMAL (CONICET-UNL) - FCE/FIQ (UNL), Argentina
dafnedalm@gmail.com

En esta charla daremos un criterio que nos permite obtener resultados de acotación para diferentes operadores del análisis armónico en los casos extremos H^1–L^1 y L^∞–BMO, sobre el espacio de probabilidad $((0,\infty),\gamma_\alpha)$, siendo $d\gamma_\alpha(x) = \frac{2}{\Gamma(\alpha+1)} x^{2\alpha+1} e^{-x^2} dx$, $x \in (0,\infty)$ y $\alpha > -\frac{1}{2}$. Mostraremos su aplicación para conseguir las estimaciones correspondientes para una amplia gama de operadores en el contexto de Laguerre, tales como transformadas de Riesz, operadores maximales, funciones de Littlewood-Paley, multiplicadores de tipo Laplace, integrales fraccionarias, entre otros.

Trabajo en conjunto con Jorge Betancor (Universidad de La Laguna, España), Pablo Quijano (IMAL (CONICET-UNL) - FIQ (UNL), Argentina) y Roberto Scotto (FIQ (UNL), Argentina).

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 9:00 $\sim$ 9:20

Espacios BLO asociados al operador de Laguerre

Pablo Quijano
IMAL (UNL - CONICET), Argentina
pabloquijanoar@gmail.com

Introducimos espacios de tipo BLO asociados a expansiones en polinomios de Laguerre. Consideramos en $(0,\infty)$ la medida $d\gamma_\alpha = e^{-x^2} x^{2\alpha+1} dx$, con $\alpha > -1/2$ y una familia de bolas admisibles denominada $\mathcal{B}_a$ para $a > 0$. El espacio $\mathrm{BLO}_a((0,\infty), d\gamma_\alpha)$ consiste en aquellas funciones medibles definidas en la semirrecta con oscilación inferior acotada sobre las bolas de $\mathcal{B}_a$ y respecto a $d\gamma_\alpha$.

Probamos que el operador maximal y los operadores de variación y oscilación assocciados a truncaciones locales de las transformadas de Riesz en el contexto Laguerre son acotados de $L^\infty((0,\infty), d\gamma_\alpha)$ en $\mathrm{BLO}_a((0,\infty), d\gamma_\alpha)$. Además, obtenemos un resultado similar para el operador maximal asociado a truncaciones locales de multiplicadores de tipo transformada de Laplace espectral.

Trabajo en conjunto con Jorge J. Betancor (Universidad de La Laguna, España) y Estefanía Dalmasso (IMAL (UNL - CONICET)).

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 9:20 $\sim$ 9:40

Operadores multilineales con oscilación acotada

Gonzalo Hugo Ibañez Firnkorn
Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina, Argentina
gonzaibafirn@gmail.com

En esta charla extendemos la definición de operadores con oscilación acotada, dada por Karagulyan en [1], al contexto de operadores multilineales a valores en un espacio de Banach. Esta definición de operadores abarca diversos operadores conocimos, por ejemplo: el operador Maximal multilineal, los operadores ω-Calderón-Zygmund multilineales y los operadores integrales de Fourier multilineales.

Para los operadores multilineales con oscilación acotada y sus conmutadores se prueba una dominación sparse adecuada. Además, definiendo una clase de pesos adecuada se estudian la desigualdad de tipo débil y la desigualdad de tipo fuerte para estos operadores y sus conmutadores.

Trabajo en conjunto con Mingming Cao (Instituto de Ciencias Matemáticas, Madrid, España), Israel P. Rivera-Ríos (Universidad de Málaga, Málaga, España - Departamento de Matemática. Universidad

Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina), Qingying Xue (Beijing Normal University, Beijin, People's Republic of China) y Kôzô Yabuta (Kwansei Gakuin University, Sanda, Japan).

Referencias

[1] Karagulyan, Grigori A. An abstract theory of singular operators. Trans. Amer. Math. Soc. 372 (2019), no. 7, 4761–4803.

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 9:40 $\sim$ 10:00

Decaimientos de Fourier sobre el conjunto de Liouville

Iván Polasek
IMAS-CONICET, Argentina
ivanpolasek17@gmail.com

Nos interesa entender los posibles decaimientos de Fourier para medidas soportadas en conjuntos con dimensión de Fourier nula. Cuando la dimensión de Fourier de un conjunto es cero, sabemos que ninguna medida soportada en el conjunto puede decaer como el recíproco de una potencia, es decir, no existe $\alpha > 0$ tal que

$$\hat{\mu}(|\xi|) \lesssim |\xi|^{-\alpha}.$$

Sin embargo, podría ocurrir que aún así el conjunto soportase una medida de Rajchman, es decir, una medida cuya transformada de Fourier tiende a 0 en el infinito.

En el caso particular del conjunto $\mathbb{L}$ de números de Liouville, Bluhm probó que este conjunto soporta una medida de Rajchman. Tomando como punto de partida la construcción de Bluhm, nos preguntamos qué decaimientos pueden admitir las medidas soportadas en $\mathbb{L}$ y estudiamos condiciones que garantizan la existencia de medidas de Rajchman con decaimientos específicos.

Trabajo en conjunto con Ezequiel Rela (Universidad de Buenos Aires - CONICET, Argentina).

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 10:30 $\sim$ 10:50

Linealización de funciones holomorfas Lipschitz

Verónica Dimant
Universidad de San Andrés & CONICET, Argentina
vero@udesa.edu.ar

En esta charla estudiamos el espacio $\mathcal{H}L_0(B_X, Y)$ formado por funciones $f : B_X \to Y$ holomorfas y Lipschitz que satisfacen $f(0) = 0$, siendo X e Y espacios de Banach complejos y B_X la bola unidad abierta de X. Este espacio, munido de la norma Lipschitz, es un espacio de Banach. Gracias al Teorema de Dixmier-Ng puede verse que $\mathcal{H}L_0(B_X)$ es un dual, cuyo predual $\mathcal{G}_0(B_X)$ permite obtener propiedades de linealización similares a las del Espacio de Lipschitz-libre y a las del predual de $\mathcal{H}^\infty(B_X)$. Presentaremos diversas relaciones, similitudes y diferencias entre estos espacios, además del impacto de la propiedad de aproximación y la simétrica regularidad en las extensiones al bidual.

Trabajo en conjunto con Richard Aron (Kent State University), Luis Carlos García-Lirola (Universidad de Zaragoza) y Manuel Maestre (Universidad de Valencia).

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 10:50 $\sim$ 11:10

Multiplicadores en espacios de Hardy de series de Dirichlet

Tomás Fernández Vidal
IMAS-UBA-CONICET, Argentina
tfernandezvidal@yahoo.com.ar

En [1], Hedenmalm, Lindqvist y Seip definen el espacio de Hardy de series de Dirichlet

$$\mathcal{H}_2 := \{D = \sum a_n n^{-s} : \sum |a_n|^2 < \infty\}$$

y estudian los multiplicadores del mismo, es decir, aquellas series de Dirichlet D tales que $DE \in \mathcal{H}_2$ para toda $E \in \mathcal{H}_2$. El resultado que obtienen que es una serie D es un multiplicador si y solo si pertenece al espacio de Banach

$$\mathcal{H}_\infty := \{D = \sum a_n n^{-s} : \sup_{Re(s)>0} |D(s)| < \infty\}.$$

A partir de este resultado prueban que una función $\varphi(x) = \sum a_n \sqrt{2} \sin(n\pi x) \in L_2(0,1)$ verifica que $\{\varphi(nx)\}_n$ es una sucesión de Riesz de $L_2(0,1)$ si y solo si tanto la serie de Dirichlet $D_\varphi(s) = \sum a_n n^{-s}$ como $(D_\varphi)^{-1}$ son multiplicadores de $\mathcal{H}_2$.

En [2] Bayart extiende la definición de los espacios de Hardy de series de Dirichlet. En este artículo, define para cada $1 \leq p < \infty$ el espacio $\mathcal{H}_p$ y estudia los multiplicadores de los mismos, resultando en cada caso nuevamente el espacio $\mathcal{H}_\infty$.

En esta charla estudiaremos, dados $1 \leq p, q \leq \infty$, los multiplicadores entre los espacios $\mathcal{H}_p$ y $\mathcal{H}_q$. Esto es, aquellas funciones φ tales que $\varphi D \in \mathcal{H}_q$ para toda serie de Dirichlet $D \in \mathcal{H}_p$. A partir de la transformada de Bohr obtendremos resultados análogos para los espacios de Hardy de funciones definidas tanto en $\mathbb{T}^\infty$ como en $\ell_2 \cap \mathbb{D}^\infty$.

Trabajo en conjunto con Daniel Galicer (Universidad de Buenos Aires, Argentina) y Pablo Sevilla Peris (Univesitat Politècnica de València, España).

Referencias

[1] Hedenmalm H., Lindqvist P., Seip K.. A Hilbert space of Dirichlet series and systems of dilated functions in L2(0, 1). Duke Math. J., 86(1):1â€“37, 1997.

[2] Bayart F. Hardy spaces of Dirichlet series and their composition operators. Monatshefte fÃ¼r Mathematik, 136(3):203â€“236, 2002.

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 11:10 ∼ 11:30

Un Teorema $T1$ para Operadores Integrales Fraccionarios

Bruno Urrutia
IMAL (CONICET - UNL), Argentina
bruno_m77@hotmail.com

Una herramienta relevante en el marco del estudio de familias de operadores integrales son los teoremas $T1$. En [1] podemos encontrar resultados sin pesos para operadores integrales singulares y fraccionarios, mientras que en [2] se estudia el caso pesado para integrales singulares.

En nuestro trabajo, a través del estudio de operadores maximales, logramos un resultado de acotación de operadores fraccionarios entre espacios de Lebesgue, lo que nos permitió dar un teorema $T1$ con condiciones equivalentes para la acotación de estos operadores en espacios de tipo BMO con pesos.

Sea T un operador integral con núcleo K, esto es

$$Tf(x) = \int_{\mathbb{R}^d} K(x,y)f(y)dy, x \in \mathbb{R}^d.$$

Sea $0 < \nu < d$, $1 < \sigma < \infty$, $0 < \delta < 1$. Decimos que un núcleo K es un núcleo ρ-fraccionario de tipo (ν, σ, δ) si, para cada $N0$, existe una constante C_N tal que

$$\left(\frac{1}{R^d}\int_{R<|x_0-y|<2R} |K(x,y)|^\sigma dy\right)^{1/\sigma} \leq C_N R^{-d+\nu}\left(1+\frac{R}{\rho(x)}\right)^{-N},$$

para $|x - x_0|R/2$ y

$$\left(\frac{1}{R^d}\int_{R<|x_0-y|<2R} |K(x,y) - K(x_0,y)|^\sigma dy\right)^{1/\sigma} \leq C_N R^{-d+\nu}\left(\frac{r}{R}\right)^\delta \left(1+\frac{R}{\rho(x)}\right)^{-N},$$

para $|x - x_0|r\rho(x_0)$ y $rR/2$.

Teorema: Sea T un operador integral con núcleo K, ρ-fraccionario de tipo (ν, σ, δ) y de tipo débil $(1, d/(d-\nu))$. Sean β y μ números fijos tales que $0\nu d$, $0 \leq \beta\delta$ y $1 \leq \mu 1 + \frac{\delta-\nu-\beta}{d}$. Luego, las siguientes afirmaciones son equivalentes:

(a) Existe una constante C tal que la función $T1$ satisface

$$\frac{1}{|B|^{1+\nu/d}}\int_B |T1(y) - (T1)_B|dy \leq C\left(\frac{r}{\rho(x_0)}\right)^{\beta+d(\mu-1)},$$

para toda bola $B = B(x_0, r)$, $x_0 \in \mathbb{R}^d$ y $0r\rho(x_0)/2$, si $\beta 0$ o $\mu 1$, o

$$\frac{1}{|B|^{1+\nu/d}}\int_B |T1(y) - (T1)_B|dy \leq C\log^{-1}\left(\frac{\rho(x_0)}{r}\right),$$

para toda bola $B = B(x_0, r)$, $x_0 \in \mathbb{R}^d$ y $0r\rho(x_0)/2$, si $\beta = 0$ y $\mu = 1$.

(b) T es acotado de $BMO_\rho^\beta(w)$ en $BMO_\rho^{\beta+\nu}(w)$ for every $w \in F_\sigma^\rho \cap D_\mu^\rho$ con norma del operador dependiendo solo de w a través de las constantes de las clases F_σ^ρ y D_μ^ρ.

(c) T es acotado de $BMO_\rho^\beta(w)$ en $BMO_\rho^{\beta+\nu}(w)$ para pesos de la forma $w(x) = |x - x_0|^{d(\mu-1)}$, $x_0 \in \mathbb{R}^d$, con norma del operador independiente de x_0.

Trabajo en conjunto con Bruno Bongioanni (Universidad Nacional del Litoral, Argentina) y Marisa Toschi (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Referencias

[1] Tao Ma, Pablo Raúl Stinga, José L. Torrea, and Chao Zhang. Regularity estimates in Hölder spaces for Schrödinger operators via a T1 theorem. Ann. Mat. Pura Appl. (4), 193(2):561â€“589, 2014.

[2] Bruno Bongioanni, Eleonor Harboure, Pablo Quijano. Weighted inequalities for Schrödinger type singular integrals. J. Fourier Anal. Appl., 25(3):595â€“632, 2019.

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 11:30 $\sim$ 11:50

Desigualdades pesadas para operadores de tipo Schrödinger

Gabriela Rocío Lezama
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral Dra. Eleonor Harboure (UNL-CONICET), Argentina
lgabrielarocio@gmail.com

Sea μ una medida de Radón no negativa en $\mathbb{R}^d$, con $d \geq 3$ que satisface que existen constantes $\delta_\mu, C_\mu, D_\mu > 0$ tales que

$$\mu(B(x,r)) \leq C_\mu \left(\frac{r}{R}\right)^{d-2+\delta_\mu} \mu\left(B(x,R)\right) \quad \text{y} \quad \mu(B(x,2r)) \leq D_\mu \left(\mu(B(x,r)) + r^{d-2}\right),$$

para todo $x \in \mathbb{R}^d$ y $0 < r < R$ y la función de radio crítico definida por

$$\rho_{\mu(x)} = \sup \left\{ r > 0 : \frac{\mu(B(x,r))}{r^{d-2}} \leq 1 \right\}.$$

A través de ρ_μ podemos definir la correspondiente distancia Agmon

$$d_\mu(x,y) = inf_\gamma \int_0^1 \rho(\gamma(t))^{-1} |\gamma'(t)| dt,$$

donde el ínfimo se toma sobre todas las curvas $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^d$ que conectan los puntos $x, y \in \mathbb{R}^d$; y las bolas $B_\mu(x,r) = \{y \in \mathbb{R}^d : d_\mu(x,y) < r\}$.

En este trabajo consideramos operadores integrales lineales con núcleo asociado K, de la forma

$$Tf(x) = \int_{\mathbb{R}^d} K\left(x,y\right) f\left(y\right) dy,$$

con las siguientes condiciones de tamaño y suavidad

$$|K\left(x,y\right)| \leq \frac{e^{-\epsilon d_\mu(x,y)}}{|x-y|^{d-1}} \left(\int_{B\left(y,\frac{|x-y|}{2}\right)} \frac{d_\mu\left(z\right)}{|y-z|^{d-1}} + \frac{1}{|x-y|} \right) \qquad \text{para todo } x, y \in \mathbb{R}^d \text{ con } x \neq y$$

$$|K(x,y) - K(x,z)| + |K(x,y) - K(z,x)| \leq C \frac{|y-z|^\delta}{|x-y|^{d+\delta}} \qquad \text{cuando } |x-y| > 2\,|y-z|.$$

Un caso particular de estos operadores son las trasformadas de Riesz asociadas al operador de SchrÃ´dinger generalizado $\mathcal{L}_\mu = -\Delta + \mu$.

Se obtuvo un teorema de criterio $T1$ para establecer la continuidad de un operador T como antes en espacios $BMO^\alpha_\rho(w)$, donde w es un peso en la clase $\mathcal{H}^{\rho,m}_{p,c}$ definida en [2], la cual extiende a la familia de pesos A^ρ_p definida en [1].

Trabajo en conjunto con TOSCHI Marisa (IMAL (UNL-CONICET); FHUC (UNL) y VIVIANI Beatriz (IMAL (UNL-CONICET).

Referencias

[1] B. Bongioanni, E. Harboure, and P. Quijano, Weigthed inequalities for Schrödinger type singular integrals , J. Fourier. Anal. Appl., 25 (2019), no. 3, 595-632.

[2] Bailey, Julian. Weights of exponential growth and decay for Schrödinger-type operators. J. Funct. Anal. 281 (2021), no. 1, 108996, 93 pp. MR4234858

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 14:00 ∼ 14:20

Sobre la converencia al dato inicial para el problema del calor en el grupo de Heisenberg.

Isolda Eugenia Cardoso
Universidad Nacional de Rosario, Argentina
isolda@fceia.unr.edu.ar

El núcleo del calor $q_s(z,t)$ para el sublaplaciano $\mathcal{L}$ en el grupo de Heisenberg $\mathbb{H}_n = \mathbb{C}^n \times \mathbb{R}$ tiene una expresión integral

$$q_s(z,t) = \frac{1}{2(4\pi s)^{n+1}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\sinh \lambda}\right)^n e^{-\frac{|z|^2}{4s}\lambda \coth \lambda} e^{i\lambda \frac{t}{s}} d\lambda,$$

que a diferencia del núcleo del calor para el laplaciano euclídeo, en la variable central t no hay decaimiento gaussiano. En el presente trabajo hallamos condiciones de integrabilidad sobre el dato inicial f para la existencia de soluciones al PVI del calor asociado a $\mathcal{L}$ en $\mathbb{H}_n$:

$u_s(z,t,s) = -\mathcal{L}u(g,s), \qquad (z,t,s) \in \mathbb{H}_n \times (0,S),$

$u(z,t,0) = f(z,t), \qquad (z,t) \in \mathbb{H}_n.$

Para esto, utilizamos algunas estimaciones que involucran propiedades geométricas del espacio subyacente, en particular de la estructura subriemanniana de $\mathbb{H}_n$ que acarrea la distancia de Carnot-Caratheodory d, para la cual se tiene que $d(z,t)^2 \sim |z|^2 + |t|$. Así, tenemos una estimación bilateral de $q_s(x,t)$ por una función $\varphi_s(z,t)$ que depende de $d(z,t)$ y de $|z|$ (ver [1],[2])

$$\phi_s(z,t) = \frac{1}{s^{n-1}} e^{-\frac{d(z,t)^2}{4s}} \left(1 + \frac{d(z,t)^2}{s}\right)^{n-1} \left(1 + \frac{|z|d(z,t)}{s}\right)^{-n+\frac{1}{2}}.$$

A partir de dicha función obtenemos las condiciones buscadas y además logramos definir una clase de pesos $D_p(\mathcal{L})$ para los cuales las soluciones existan a.e. cuando el tiempo s se aproxima a cero. Exploramos además la pregunta natural acerca de la acotación del operador maximal local asociado. Este tipo de problemas para el caso euclídeo y diferentes operadores ha sido estudiado en [3],[4],[5],[6] y recientemente en espacios más generales: árboles homogéneos en [7] y en espacios simétricos de tipo no compacto en [8].

Referencias

[1] H-Q Li, Estimations asymptotiques du noyau de la chaleur sur les groupes de Heisenberg. Comptes Rendus Mathématique, 751(8):477-544 (2007).

[2] H-Q Li, Y. Zhang, Revisiting the heat kernel on isotropic and nonisotropic Heisenberg groups. Communications in Partial Differential Equations, 44(6):467-503, (2019).

[3] S. Hartzstein, J. L. Torrea, B. Viviani, A note on the convergence to initial data of heat and Poisson equations. Proc. Amer. Math. Soc. 141 (2013), no. 4, 1323â€“1333.

[4] Abu-Falahah, P. R. Stinga J. L. Torrea, A note on the almost everywhere convergence to initial data for some evolution equations, Potential Anal. 40 (2014), no. 2, 195â€“202.

[5] G. Garrigós, S. Hartzstein, T. Signes, J.L. Torrea, B. Viviani, Pointwise convergence to initial data of heat and Laplace equations, Trans. Amer. Math. Soc. 368 (2016), no. 9, 6575â€“6600.

[6] I. Cardoso, On the pointwise convergence to initial data of heat and Poisson problems for the Bessel operator, J. Evol. Equ. 17 (2017), no. 3, 953-977.

[7] I. Alvarez-Romero, B. Barrios, J. J. Betancor, Pointwise convergence of the heat and subordinates of the heat semigroups associated with the Laplace operator on homogeneous trees and two weighted Lp maximal inequalities, (Feb 2022) arXiv:2202.11210v1

[8] T. Bruno, E. Papageoriou, Pointwise convergence to initial data for some evolution equations on symmetric spaces, (July 2023), arXiv:2307.09281.

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 14:20 $\sim$ 14:40

Solución de Ecuaciones Diferenciales Fraccionarias Secuenciales Lineales con Relación de Recurrencia usando la función γ-α-n-Exponencial

Luciano L. Luque
Universidad Nacional del Nordeste, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura, Argentina
lluque@exa.unne.edu.ar

El papel de la función exponencial en la solución de las ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes tiene su analogía con el papel de la función de Mittag-Leffler y sus generalizaciones en la solución de las ecuaciones diferenciales de orden no entero. La función exponencial tiene la importante propiedad de ser invariante, salvo constante, por las operaciones de diferenciación e integración. En el cálculo fraccionario, la función que tiene esta propiedad se llama α-Exponencial y se define en términos de la función de Mittag-Leffler de dos parámetros (Ver, por ejemplo [1], [6]).

La dificultad de extender la función α-Exponencial a través de generalizaciones de la función Mittag-Leffler con tres o más parámetros y preservar la invariancia a través de operaciones de diferenciación e integración fraccionaria impulsó la introducción de la definición de una nueva función de tipo Mittag-Leffler, la función γ-α-n-Exponencial, que tiene una propiedad similar a la α-Exponencial pero implica una relación recurrencia cuando se aplican operadores de diferenciación secuencial de Miller-Ross (ver [2] y [6]). El comportamiento particular de las derivadas secuenciales hace que una ecuación diferencial secuencial sea una generalización intuitiva de las ecuaciones diferenciales ordinarias.

En [2] se introduce la teoría general básica para las Ecuaciones Diferenciales Fraccionarias Secuenciales Lineales con Relación de Recurrencia (EDFSLRR), que involucra el operador fraccionario de Riemann-Liouville; donde se estudian principalmente las soluciones en el caso de coeficientes constantes. Luego, en [4] se investiga las soluciones para las EDFSLRR, en algunos casos cuando sus coeficientes son variables.

En la presente comunicación, se presenta una solución diferente a la ya conocida, presentada en [2], para las EDFSLRR. Esta solución implica una función de tipo Mittag-Leffler, que verifica una propiedad de recurrencia compatible con el comportamiento de las EDFSLRR. Las soluciones presentadas se dan usando la función γ-α-n-Exponencial y también usando las funciones trigonométricas fraccionarias generalizadas definidas en [3].

Trabajo en conjunto con Gustavo A. Dorrego (Universidad Nacional del Nordeste, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura, Argentina).

Referencias

[1] Kilbas H, Srivastava H, Trujillo J. Theory and Application of Fractional Direrential Equations. USA, Elsevier, 2006.

[2] Luque LL. Linear Differential Equations of Fractional Order with Recurrence Relationship. Progress in Fractional Differentiation and Applications 2021; 7 (1): 1-21. http://dx.doi.org/10.18576/pfda/070101

[3] Luque LL. On a generalized Mittag-Leffler function. International Journal of Mathematical Analysis, 2019; 13(5), 223-234. https://doi.org/10.12988/ijma.2019.9321

[4] Luque LL, Cerutti RA, Dorrego GA. Some Linear Fractional Differential Equations with Recurrence Relationship and Variable Coefficients. International Journal of Mathematical Analysis, 2022; 16(3), 97-113. https://doi.org/10.12988/ijma.2022.912420

[5] Miller KS, Ross B. Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differntial Equation. Wiley, 1993.

[6] Podlubny I. Fractional Differntial Equation. London, Academic Press, 1999.

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 14:40 ∼ 15:00

La Derivada Fraccionaria de Marchaud y Riemann-Liouville.

Juan Anibal Morel

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UNCa., Argentina
juananibalmorel1995@gmail.com

Los tres enfoques más destacables de derivada fraccionaria corresponden a los de Riemann-Liouville, GrÃ¼nwald-Letnikov y de Caputo, cada uno de los cuales tiene su importancia, el primero se destaca por ser una forma general de la mayoría de las definiciones expuestas sobre derivadas fraccionarias, mientras que el segundo es útil para estudiar el comportamiento asintótico de las derivadas fraccionarias y el último se utiliza para una gran variedad de aplicaciones, pues es flexible al estudiar ecuaciones diferenciales fraccionarias. La derivada fraccionaria de Marchaud involucra diferencias finitas que coinciden con la definición de Liouville para funciones suficientemente buenas, la ventaja de esta definición es que es aplicable a funciones que se comportan mal en el infinito. El presente trabajo tiene por objeto abordar la derivada fraccionaria de Marchaud a partir de la derivada fraccionaria de Riemann-Liouville, enmarcado en el proyecto de investigación â€œEstudio de Funciones tipo Mittag-Leffler en el Cálculo Fraccionario. Veremos que esta definición de derivada fraccionaria tiene propiedades similares al caso de la derivada de Riemann-Liouville, presentando ventajas y desventajas, que se observaran a partir de ejemplos que expondremos.

Trabajo en conjunto con Emma Miryam Di Barbaro (Universidad Nacional de Catamarca, Argentina) y Alejandra del Carmen Acevedo (Universidad Nacional de Catamarca, Argentina).

Referencias

[1] Cerutti, R. A., Dorrego, G. A., y Luque, L. L. (2016). Cálculo Fraccionario y k-Funciones Especiales. Córdoba, Argentina: Editorial Científica Universitaria.

[2] Di Bárbaro, E. M., Acevedo, A. C. y Morel, J. A. (2020). Función tipo Mittag-Leffler y Transformada de Laplace. En Balocco, N. A. (Ed.), CTI Tomo I (pp. 202-220). Universidad Nacional de Catamarca. ISBN 978-987-661-411-5

[3] Morel, J. A. y Di Barbaro, E. M. (2020). Derivada Fraccionaria de Marchaud. En Balocco, N. A. (Ed.), CTI Tomo I (pp. 35-55). Catamarca: Editorial Científica Universitaria de la UNCA. ISBN 978-987-661-411-5

[4] Podlubny, I. Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications. Academic Press, USA, 1999.

[5] Samko, S. G., Kilbas, A. A., and Marichev, O. I. Fractional integrals and derivatives. Theory and applications. Translated from the 1987 Russian original, Gordon and Breach Science Publishers, Yverdon, 1993.

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 15:00 $\sim$ 15:20

New integral inequalities of the Hermite-Hadamard type for functions (h, m)-convex twice differentiable

Juan Eduardo Nápoles Valdés
UNNE-FaCENA, UTN-FRRE, Argentina
jnapoles@exa.unne.edu.ar

Convex functions have been generalized widely; highlighting the m-convex function, r-convex function, h-convex function, (h, m)-convex function, s-convex function and many others. Readers interested in going through many of these extensions and generalizations of the classical notion of convexity can consult [1].

For convex functions, the following inequality is known, undoubtedly one of the most famous in Mathematics, for its multiple connections and applications:

$$\phi\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \frac{1}{b-a}\int_a^b \phi(x)\,dx \leq \frac{\phi(a)+\phi(b)}{2},$$

this is called the Hermiteâ€“Hadamard inequality.

This inequality was published by Hermite in 1883 ([2]) and independently by Hadamard in 1893 ([3]). In the last 30 years especially, many researchers have focused their attention on this inequality and many results have appeared.

In [4] we presented the following definitions.

Let $h : [0,1] \to \mathbb{R}$ be a nonnegative function, $h \neq 0$ and $\psi : I = [0,+\infty) \to [0,+\infty)$. If inequality

$$\psi\left(\tau\xi + m(1-\tau)\varsigma\right) \leq h^s(\tau)\psi(\xi) + m(1-h^s(\tau))\psi\left(\varsigma\right)$$

is fulfilled for all $\xi, \varsigma \in I$ and $\tau \in [0,1]$, where $m \in [0,1]$, $s \in [-1,1]$. Then a function ψ is called a (h,m)-convex modified of the first type on I.

Let $h : [0,1] \to \mathbb{R}$ nonnegative functions, $h \neq 0$ and $\psi : I = [0,+\infty) \to [0,+\infty)$. If inequality

$$\psi\left(\tau\xi + m(1-\tau)\varsigma\right) \leq h^s(\tau)\psi(\xi) + m(1-h(\tau))^s\psi\left(\varsigma\right)$$

is fulfilled for all $\xi, \varsigma \in I$ and $\tau \in [0,1]$, where $m \in [0,1]$, $s \in [-1,1]$. Then a function ψ is called a (h,m)-convex modified of the second type on I.

Remark. The reader can verify, without much difficulty, that various functional classes are particular cases of these definitions, for the appropriate choice of h, m, s.

Next we present the weighted integral operators, which will be the basis of our work.

Let $\phi \in L\left([a,b]\right)$ and let w be a continuous and positive function, $w : [0,1] \to [0,+\infty)$, with second order derivatives integrable on I. Then the weighted fractional integrals are defined by (right and left respectively):

$$J^w_{a^+}\phi(r) = \int_a^b w''\left(\frac{\sigma-a}{b-a}\right)\phi(\sigma)d\sigma$$

and

$$J^w_{b^-}\phi(r) = \int_a^b w''\left(\frac{b-\sigma}{b-a}\right)\phi(\sigma)d\sigma.$$

In this work, we obtain different variants of the Hermite-Hadamard inequality, in the framework of the (h,m)-convex modified functions, via generalized operators of the Definitions presented before.

Referencias

[1] J. E. Nápoles Valdés, F. Rabossi, A. D. Samaniego, Convex functions: Ariadne's thread or Charlotte's spiderweb, Advanced Mathematical Models & Applications Vol.5, No.2, 2020, pp.176-191.

[2] C. Hermite, Sur deux limites d'une intégrale définie, Mathesis 3, 82 (1883).

[3] J. Hadamard, Ã‰tude sur les propriétés des fonctions entiéres et en particulier d'une fonction considerée par Riemann, J. Math. Pures Appl. 58, 171-215 (1893).

[4] B. Bayraktar, J. E. Nápoles V., A note on Hermite-Hadamard integral inequality for $(h,m)-$convex modified functions in a generalized framework, submited.

[5] S. Mubeen, G. M. Habibullah, k-fractional integrals and applications, Int. J. Contemp. Math. Sci. 7, 89-94 (2012).

[6] A. Akkurt, M. E. Yildirim, H. Yildirim, On some integral inequalities for (k,h)-Riemanna Liouville fractional integral, New Trends Math. Sci. 4(1), 138â€“146 (2016).

[7] F. Jarad, T. Abdeljawad, T. Shah, On the weighted fractional operators of a function with respect to another function, Fractals, Vol. 28, No. 8 (2020) 2040011 (12 pages) DOI: 10.1142/S0218348X20400113

[8] M. Z. Sarikaya, F. Ertugral, On the generalized Hermite-Hadamard inequalities, Annals of the University of Craiova, Mathematics and Computer Science Series Volume 47(1), 2020, Pages 193-213

[9] F. Jarad, E. Ugurlu, T. Abdeljawad, D. Baleanu, On a new class of fractional operators, Adv. Differ. Equ. 2017, 2017, 247.

[10] T. U. Khan, M. A. Khan, Generalized conformable fractional integral operators, J. Comput. Appl. Math. 2019, 346, 378-389.

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 15:20 ∼ 15:40

Politopos aleatorios y razón de volumen

Mariano Merzbacher
Universidad de Buenos Aires, Argentina
mmerzbacher@gmail.com

La *razón de volumen* del par de cuerpos convexos K y L de $\mathbb{R}^n$ se define como

$$\mathrm{vr}(K,L) := \text{ínf}\left\{\left(\frac{|K|}{|T(L)|}\right)^{\frac{1}{n}} : T(L) \text{ está contenido en } K\right\},$$

dónde el ínfimo (en realidad un mínimo) es tomado sobre todas las transformaciones afines T. Esta cantidad resulta un invariante afín que permite medir cuán bien puede aproximarse volumétricamente un cuerpo dado por una imagen afín de otro.

Definimos la *máxima razón de volumen* de un cuerpo convexo $K \subset \mathbb{R}^n$ como $\mathrm{lvr}(K) := \sup_{L\subset\mathbb{R}^n} \mathrm{vr}(K,L)$, donde el supremo se toma sobre todos los cuerpos convexos L. Mostraremos cómo aplicar el método probabilístico y algunas estimaciones de volumen de politopos para probar la siguiente cota que resulta ajustada en general: $c\sqrt{n} \leq \mathrm{lvr}(K)$, para *todo* cuerpo K (donde $c > 0$ es una constante absoluta). Este resultado mejora la cota anteriormente conocida que es del orden de $\sqrt{\frac{n}{\log\log(n)}}$. Problemas similares pueden plantearse considerando la razón de volumen entre proyecciones o secciones de dos cuerpos convexos. Contaremos algunos resultados recientes que obtuvimos al respecto.

Trabajo en conjunto con Daniel Galicer (Universidad de Buenos Aires, Argentina), Alexander Litvak (University of Alberta, Canada) y Damián Pinasco (Universidad T. Di Tella, Argentina).

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 16:00 ∼ 16:20

Nuevas desigualdades integrales para funciones diferenciables (h,m)-convexas a través de derivadas generalizadas tipo Caputo

Paulo Matias Guzmán
Universidad Nacional del Nordeste - Facultad de Ciencias Agrarias - Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura, Argentina
guzmanpaulomatias@gmail.com

En este trabajo obtenemos nuevas desigualdades integrales del tipo Hermite-Hadamard, utilizando derivadas generalizadas del tipo Caputo. A lo largo del trabajo, vemos que varios resultados reportados en la literatura son casos particulares de los presentados aquí.

En Matemática, la noción de función convexa juega un papel muy destacado, debido a sus múltiples aplicaciones y sus superposiciones teóricas con diversas otras áreas de la ciencia.

Una de las desigualdades más importantes, para funciones convexas, es la conocida desigualdad de Hermite-Hadamard:

$$\psi\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right) \leq \frac{1}{\nu_2-\nu_1}\int_{\nu_1}^{\nu_2}\psi(x)dx \leq \frac{\psi(\nu_1)+\psi(\nu_2)}{2}.$$

Esta desigualdad se cumple para cualquier función ψ convexa en el intervalo $[\nu_1,\nu_2]$. Da una estimación del valor medio de una función convexa.

En [2] se presentaron las siguientes definiciones:

Sea $h:[0,1]\to\mathbb{R}$ una función no negativa, $h\neq 0$ y $\psi: I=[0,+\infty)\to[0,+\infty)$. Si la desigualdad

$$\psi\left(\tau\xi+m(1-\tau)\varsigma\right) \leq h^s(\tau)\psi(\xi)+m(1-h^s(\tau))\psi\left(\frac{\varsigma}{m}\right)$$

se cumple para todo $\xi,\varsigma\in I$ y $\tau\in[0,1]$, donde $m\in[0,1]$, $s\in[-1,1]$, entonces la función ψ se llama (h,m)-convexa modificada del primer tipo en I.

Sea $h:[0,1]\to\mathbb{R}$ una función no negativa, $h\neq 0$ y $\psi: I=[0,+\infty)\to[0,+\infty)$. Si se cumple la desigualdad

$$\psi\left(\tau\xi+m(1-\tau)\varsigma\right) \leq h^s(\tau)\psi(\xi)+m(1-h(\tau))^s\psi\left(\frac{\varsigma}{m}\right)$$

para todo $\xi,\varsigma\in I$ y $\tau\in[0,1]$, donde $m\in[0,1]$, $s\in[-1,1]$, entonces la función ψ se llama (h,m)-convexa modificada del segundo tipo en I.

Los operadores diferenciales que utilizaremos en nuestro trabajo son los siguientes:

Sean $\alpha>0$, y $\alpha\neq 1,2,3,\ldots,n$, $n=[\alpha]+1$, $f\in AC^n[a,b]$, el espacio de funciones que tienen las n-ésimas derivadas absolutamente continuas. Las derivadas generalizadas de Caputo del lado derecho y del lado izquierdo de orden α se definen de la siguiente manera:

$$\left({}^{C}D^{w}_{\nu_1+}f\right)(x) = \int_{\nu_1}^{x} w(x-t)f^{(n)}(t)dt, x>\nu_1$$

$$\left({}^{C}D^{w}_{\nu_2-}f\right)(x) = \int_{x}^{\nu_2} w(t-x)f^{(n)}(t)dt, \nu_2>x.$$

En este trabajo obtenemos diferentes variantes de la desigualdad de Hermite-Hadamard, en el marco de las funciones modificadas (h,m)-convexas, mediante operadores generalizados de la Definición última.

Referencias

[1] A. Atangana, D. Baleanu, New fractional derivatives with non-local and non-singular kernel: theory and application to Heat transfer model. Therm. Sci. 20, 763â€“769 (2016).

[2] B. Bayraktar, J. E. Nápoles V., A note on Hermite-Hadamard integral inequality for (h,m)-convex modified functions in a generalized framework, submited.

[3] A. M. Bruckner, E. Ostrow, Some function classes related to the class of convex functions, Pacific J. Math. 12 (1962), 1203-1215.

[4] M. Caputo, Elasticità e Dissipazione, Bologna: Zanichelli, 1969.

[5] M. Caputo, M. Fabrizio, A new definition of fractional derivative without singular kernel, Prog. Fract. Differ. Appl. 1 (2) (2015) 73â€“85

[6] R. Díaz, E. Pariguan, On hypergeometric functions and Pochhammer k-symbol. Divulg. Mat. 15(2), 179-192 (2007).

[7] G. Farid, A. Javed, A. U. Rehman, M. I. Qureshi, On Hadamard-type inequalities for differentiable functions via Caputo k-fractional derivatives, Cogent Mathematics (2017), 4: 1355429 https://doi.org/10.1080/23311835.2

[8] P. M. Guzmán, J. E. Nápoles V., Y. Gasimov, Integral inequalities within the framework of generalized fractional integrals, Fractional Differential Calculus, Volume 11, Number 1 (2021), 69-84 doi:10.7153/fdc-2021-11-05

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 16:50 ∼ 17:10

Desigualdades con peso para conmutadores de operadores fraccionarios generalizados multilineales

Jorgelina Recchi
INMABB, Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina
jrecchi@gmail.com

Estudiamos acotaciones con pesos para conmutadores de orden superior asociados a operadores fraccionarios generalizados que resultan ser una extensión del operador integral fraccionario I^m_α en el contexto multilineal. Las acotaciones son entre un producto de espacios de Lebesgue pesados y ciertos espacios de tipo Lipschitz pesados. Este estudio incluye dos tipos diferentes de conmutadores y condiciones suficientes en los pesos involucrados para garantizar las acotaciones. Daremos el rango óptimo de los parámetros involucrados, que se entiende en el sentido de describir una región fuera de la cual los pesos son triviales. El análisis incluye también ejemplos de pesos que abarcan esta región de optimalidad.

Trabajo en conjunto con F. Berra (FIQ, Universidad Nacional del Litoral (UNL)-CONICET, Santa Fe) y G. Pradolini (FIQ, Universidad Nacional del Litoral (UNL)-CONICET, Santa Fe).

Referencias

[1] F. Berra, G. Pradolini and J. Recchi. ”Some extensions of classes involving pair of weights related to the boundedness of multilinear commutators associated to generalized fractional integral operators”, https://arxiv.org/abs/2209.14103.

[2] G. Pradolini, W. Ramos and J. Recchi. .ºn the optimal numerical parameters related with two weighted estimates for commutators of classical operators and extrapolation results”,Collectanea Mathematica, 72 (2) 229–259, 2021

[3] G. Pradolini and J.Recchi. .ºn optimal parameters involved with two-weighted estimates of commutators of singular and fractional operators with Lipschitz symbols”, Czechoslovak Mathematical Journal, 2023.

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 17:10 ∼ 17:30

Enfoque Sparse para la acotación de la Maximal Fraccionaria local con dos pesos.

Juan Manuel Sotto Ríos
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral , Argentina
JuanMSotto@gmail.com

Para un conjunto $\Omega \subsetneq \mathbb{R}^n$ abierto y no vacío y $\beta \in (0,1)$, consideramos la familia de cubos $\mathcal{F}_\beta = \{Q(x,l) : l < \beta\, d(x,\Omega^c)\}$, donde d es la métrica d_∞. En este trabajo estudiamos desigualdades con dos pesos de la Maximal fraccionaria local M^γ_β, con $0 \le \gamma < 1$, definido para $f \in L^1_{\text{loc}}(\Omega)$ como:

$$M^\gamma_\beta f(x) = \sup_{Q\in\mathcal{F}_\beta} |Q|^{\gamma-1} \int_Q |f(y)|dy\, \chi_Q(x)\,,$$

para cada $x \in \Omega$. Para esto, tomamos un par de pesos (u,v) en la clase $A^{\tau,\gamma}_{p,q,\varphi}$, con $1 < p \le q < \infty$, $\tau \in (0,1)$, definida por la condición:

$$\sup_{Q\in\mathcal{F}_\tau} |Q|^{\gamma+\frac{1}{q}-\frac{1}{p}} \left(\frac{1}{|Q|}\int_Q u\right)^q \left\|v^{-\frac{1}{p}}\right\|_{\varphi,Q} < \infty\,,$$

donde en uno de los pesos se considera una norma promedio de Luxemburgo con respecto a una función de Young φ, cuya conjugada, $\overline{\varphi}$, cumple la condición B_p, ver [1]. Con esto, pudimos probar el siguiente

Teorema. Sean $1 < p \le q < \infty$, $0 < \tau < 1$ y $0 \le \gamma < 1$. Para φ una función de Young tal que $\overline{\varphi} \in B_p$ consideremos un par de pesos $(u,v) \in A^{\tau,\gamma}_{p,q,\varphi}$. Entonces, para cada $\beta \in (0,\tau)$ se tiene:

$$M^\gamma_\beta : L^p(\Omega,v) \to L^q(\Omega,u)\,.$$

En la demostración del teorema se utiliza una técnica con operadores de tipo Sparse similares a las que aparecen en [1]. Por otro lado, mejora en cierto sentido el resultado análogo para el caso $\gamma = 0$ visto en [2].

Trabajo en conjunto con Mauricio Ramseyer (IMAL (UNL-CONICET); FIQ (UNL)) y Oscar Salinas (IMAL (UNL-CONICET); FIQ (UNL)).

Referencias

[1] David Cruz-Uribe. Two weight inequalities for fractional integral operators and commutators. In *Advanced courses of mathematical analysis VI*, pages 25–85. World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2017.

[2] Mauricio Ramseyer, Oscar Salinas, and Beatriz Viviani. Two-weight norm inequalities for the local maximal function. *J. Geom. Anal.*, 27(1):120–141, 2017.

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 17:30 ∼ 17:50

Espacios de Musielak-Orlicz y continuidad del operador integral fraccionaria.

René Morari
Universidad Nacional del Comahue, Argentina
rmorari1@gmail.com

En este trabajo, estudiamos el comportamiento del operador integral fraccionaria I_α, con $0 < \alpha < n$ actuando sobre espacios de Musielak-Orlicz, [1]. Estos espacios, denotados por $L^\Psi(\mathbb{R}^n)$ están definidos como el conjunto de todas las funciones f medibles para las cuales existe $\lambda > 0$ tal que

$$\int_{\mathbb{R}^n} \Psi(x, |f(x)|/\lambda)\, dx < \infty\,,$$

donde $\Psi : \mathbb{R}^n \times [0,\infty] \to [0,\infty]$ satisface que $\Psi(\cdot,t)$ es medible para todo $t \ge 0$ y para cada $x \in \mathbb{R}^n$ la función $\Psi(x,\cdot)$ es convexa, continua por izquierda y cumple que $\Psi(x,0) = 0$, $\lim_{t\to 0^+} \Psi(x,t) = 0$ y $\lim_{t\to\infty} \Psi(x,t) = \infty$.

El objetivo de este trabajo es analizar condiciones necesarias y suficientes para que una extensión del operador, $\tilde{I}_\alpha$ sea acotada del espacio $L^\Psi(\mathbb{R}^n)$ en espacios adecuados $\mathcal{L}_{\alpha,\Psi}(\mathbb{R}^n)$, definidos para cada $f \in L^1_{\text{loc}}(\mathbb{R}^n)$ a través de la siguiente desigualdad

$$\sup_{B\subset\mathbb{R}^n} \frac{1}{|B|^{\frac{\alpha}{n}}\|\chi_B\|_{\Psi^*}} \int_B |f(x) - f_B|\, dx < \infty\,,$$

donde f_B es el promedio de f sobre B. Estos espacios generalizan los vistos en [2]. Con esto, se obtuvo el siguiente resultado.

Dados $0 < \alpha < n$ y Ψ como antes con $\Psi(\cdot, t) \in L^1_{\text{loc}}(\mathbb{R}^n)$, son equivalentes

a. El operador I_α puede ser extendido a un operador $\tilde{I}_\alpha$, lineal y acotado desde $L^\Psi(\mathbb{R}^n)$ en $\mathcal{L}_{\alpha,\Psi}(\mathbb{R}^n)$.

b. Existe una constante $C > 0$ tal que para toda bola $B \subset \mathbb{R}^n$ con centro x_0 se cumple

$$\left\|\frac{\chi_{\mathbb{R}^n - B}}{|x_0 - \cdot|^{n-\alpha+1}}\right\|_{\Psi^*} \leq C|B|^{\frac{\alpha}{n}-\frac{1}{n}-1}\|\chi_B\|_{\Psi^*}\,,$$

donde Ψ^* es la función conjugada de Ψ.

Trabajo en conjunto con ALEJANDRA PERINI (UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE) y MAURICIO RAMSEYER (IMAL (UNL-CONICET)).

Referencias

[1] J. Musielak, Orlicz Spaces and Modular Spaces, Springer, Berlin, 1983.

[2] M. Ramseyer, O. Salinas and B. Viviani, Lipschitz type smoothness of the fractional integral on variable exponent spaces, Math. Analysis and Appl., 403 (2013), 95-106.

Análisis - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 17:50 $\sim$ 18:10

Un Criterio de Convergencia para Inecuaciones Variacionales Elípticas de Tipo II

Claudia M. Gariboldi
Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina
cgariboldi@exa.unrc.edu.ar

Se considera la siguiente inecuación variacional elíptica [2]:

$$\text{hallar} \quad u \in K, \quad (Au, v - u)\_X + j(v) - j(u) \geq (f, v - u)\_X \quad \forall\, v \in K, \tag{1}$$

con X un espacio de Hilbert real, $K \subset X$, $A : X \to X$, $j : X \to \mathbb{R}$ y $f \in X$.

Es conocido, que bajo hipótesis adecuadas sobre los datos, la inecuación variacional (1) tiene una única solución.

En la literatura se han obtenido una gran cantidad de resultados de convergencia para la desigualdad (1). Entre ellos, la dependencia continua de la solución con respecto a los datos, la convergencia de la solución en problemas penalizados, la convergencia de las soluciones de esquemas numéricos discretos, la convergencia de la solución de varios problemas perturbados. Además, el concepto de bien planteado (en el sentido de Tykhonov o Levitin-Polyak) para la desigualdad (1) también se basa en la convergencia a la solución u. Todos estos ejemplos, junto con varias aplicaciones relevantes en Teoría de Control Óptimo, Física y Mecánica, conducen a la siguiente pregunta: es posible describir la convergencia de una sucesión $\{u_n\} \subset X$ a la solución u de la inecuación variacional (1)?

A los efectos de dar respuesta a esta pregunta, se formula un criterio de convergencia a la solución u, es decir, se prueban condiciones necesarias y suficientes sobre una sucesión $\{u_n\} \subset X$, las cuales garantizan la convergencia de $\{u_n\}$ a u en el espacio X. Como consecuencia, se da una interpretación de este resultado en el contexto del $\mathcal{T}$-buen-planteo, introducido en [1, 5] y usado en varios papers incluidos [3, 4]. Además, se ilustra el uso de este criterio para recuperar resultados de convergencia conocidos, en el sentido de Tykhonov y Levitin-Polyak. Finalmente, se proporciona una aplicación de estos resultados, al estudio de un problema de transferencia del calor.

Trabajo en conjunto con Anna Ochal (Jagiellonian University, Poland), Mircea Sofonea (University of Perpignan Via Domitia, France) y Domingo A. Tarzia (Universidad Austral, Argentina).

Referencias

[1] M. Sofonea, Well-posed Nonlinear Problems. A Study of Mathematical Models of Contact, Springer, 2023, to appear.

[2] M. Sofonea and S. Migórski, Variational-Hemivariational Inequalities with Applications, Pure and Applied Mathematics, Chapman and Hall/CRC Press, Boca Raton-London, 2018.

[3] M. Sofonea and D.A. Tarzia, On the Tykhonov well-posedness of an antiplane shear problem, Mediterr. J. Math. 17 (2020), Paper No. 150, 21 pp.

[4] M. Sofonea and D.A. Tarzia, Tykhonov well-posedness of a heat transfer problem with unilateral constraints, Appl. Math. 67 (2022), 167-197.

[5] Y.B. Xiao and M. Sofonea, Tykhonov triples, well-posedness and convergence results, Carphatian J. Math. 37 (2021), 135-143.

Análisis - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 8:20 $\sim$ 9:00

Derivadas generalizadas en espacios de Hilbert

Fabián Eduardo Levis
Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina
flevis@exa.unrc.edu.ar

Las derivadas de diversos tipos han sido ampliamente estudiadas por numerosos autores desde finales del siglo XIX. Este concepto encuentra utilidad en muchas ramas de las matemáticas y en sus aplicaciones. Entre las derivadas, se destaca la derivada de Peano como una de las más conocidas. Peano [5] introdujo esta noción a partir de la aproximación de una función mediante polinomios. Otra derivada destacada es la derivada en el sentido L^p, definida por Calderón y Zygmund [1] en el contexto de las ecuaciones diferenciales. Macías y Zó [4] relacionaron el concepto de la derivada en el sentido L^p con el problema de la mejor aproximación local a un punto, centrándose en espacios L^p ponderados.

El problema de encontrar el "mejor" algoritmo para aproximar un conjunto de datos, provenientes de los valores de una función y de sus derivadas en puntos muestrales, se explora en la teoría de la Mejor Aproximación Local. Esta teoría investiga el comportamiento asintótico de la mejor aproximación en pequeñas regiones que rodean los puntos de muestra. Chui, Shisha y Smith [2] presentaron y estudiaron formalmente este problema, introduciendo el concepto de mejor aproximación local de una función en un punto de la recta real utilizando polinomios algebraicos generalizados (espacios de Haar) con respecto a la norma uniforme. Los autores proporcionaron condiciones necesarias y suficientes para la existencia de la mejor aproximación local para todas las funciones diferenciables en el sentido usual hasta un cierto orden.

Recientemente, Ferreyra, Levis y Roldán [3] definieron la derivada de Legendre para funciones reales en $L^2_{\mathrm{loc}}(\mathbb{R})$. Como consecuencia, proporcionaron una condición necesaria y suficiente para la existencia de la mejor aproximación local en L^2 utilizando este nuevo concepto de la derivada de Legendre. Además, demostraron que la mejor aproximación local es un polinomio de Taylor generalizado que involucra las derivadas de Legendre.

El objetivo principal de esta comunicación es mostrar una generalización a los espacios de Hilbert de algunos resultados dados en [3]. Precisamente, introducimos un nuevo concepto de derivadas de campos escalares en espacios de Hilbert, generalizando la noción de derivada en el sentido L^p y de derivada de Legendre para funciones reales en $L^2_{\text{loc}}(\mathbb{R})$. Estudiamos sus propiedades y caracterizaciones, y como consecuencia, proporcionamos una condición necesaria y suficiente para la existencia de la mejor aproximación local en espacios de Hilbert empleando estos nuevos conceptos de derivadas. Además, demostramos que la mejor aproximación local puede ser representada por un polinomio de Taylor generalizado que involucra las nuevas derivadas generalizadas.

Trabajo en conjunto con Federico D. Kovac (Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería, Argentina y Marina. V. Roldán (Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería, Argentina.

Referencias

[1] A. Calderón, A. Zygmund, Local properties of solutions of elliptical partial differential equations, Studia Math, 20 (1961) 171-225.

[2] C.K. Chui, O. Shisha, P.W.Smith, Best local approximation, J. Approx. Theory 15 (4) (1975) 371-381.

[3] D.E. Ferreyra, F.E. Levis, M.V. Roldán, New Approach to Derivatives in L^2-Spaces, Numer. Funct. Anal. Optim. 41 (10) (2020) 1272-1285.

[4] R. Macías, F. Zó, Weighted Best Local L^p Approximation, J. Approx. Theory 42 (1984) 181-192.

[5] G. Peano, Sulla formula di Taylor, Atti Accad. Sci. Torino 27 (1891) 40-46.

Análisis - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 9:00 ∼ 9:20

Unicidad de Mejores Aproximantes en Espacios de Orlicz

Juan Costa Ponce
IMASL-UNSL-CONICET, Argentina
costaponcejuan@gmail.com

Sea $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ un espacio de medida y sea $\mathcal{M} = \mathcal{M}(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ el conjunto de todas las clases μ-equivalentes de funciones $\mathcal{A}$-medibles en un conjunto cerrado y acotado $\Omega \subset \mathbb{R}$.

Sea $\Phi : [0, \infty) \to [0, \infty)$ una función convexa tal que $\Phi(0) = 0$, $\Phi(t) > 0$ si $t > 0$.

Adicionalmente, se supondrá que la función Φ cumple con la condición Δ_2, es decir que exista una constante K tal que para todo x en el dominio de Φ, vale $\Phi(2x) \leq K\Phi(x)$.

Entonces

$$L^\Phi(\Omega) := \left\{ f \in \mathcal{M} : \int_\Omega \Phi(|f|) d\mu < \infty \right\}$$

es un espacio de Orlicz.

Dado un conjunto $S \subset L^\Phi(\Omega)$, un elemento $s^* \in S$ es llamado una mejor Φ-aproximación de $f \in L^\Phi(\Omega)$ de la clase aproximante S, si y sólo si

$$\int_\Omega \Phi(|f - s^*|) d\mu = \inf_{s \in S} \int_\Omega \Phi(|f - s|) d\mu$$

En [1] se demostró que basta pedir que Φ sea continua por izquierda y que la clase aproximante $S \subset L^\infty(\Omega)$ sea un subespacio de dimensión finita, para que cualquier $f \in L^\Phi$ tenga al menos un mejor aproximante $s^* \in S$.

La unicidad del mejor aproximante es un problema que ha sido extensamente estudiado en [3],[4],[5] y particularmente en [2] se desarrolla un panorama general sobre el estado de la cuestión.

Se plantea un problema geométrico al considerar Φ convexa pero no estrictamente convexa. Luego se prueba la unicidad para clases aproximantes muy generales y se extienden resultados al espacio L^Φ algunos hechos conocidos en L^1 y presentados en [3] y [2].

Finalmente, se discuten algunos interrogantes abiertos.

Trabajo en conjunto con Dr. Sergio Favier (IMASL-UNSL-CONICET).

Referencias

[1] A. Benavente, S. Favier, F. Levis, Existence and Characterizations of best ϕ-Approximations by Linear Subspaces, De Gruyter Adv. Pure Appl. Math (2017).

[2] Cheney, E. W., and Wulbert, D. E. (1969). The Existence and Unicity of Best Approximations. MATHEMATICA SCANDINAVICA, 24, 113â€“140. https://doi.org/10.7146/math.scand.a-10925

[3] J. R. Rice, The Approximation of Functions, vol. I. Addison-Esley Pub. Co. (1964).

[4] L. L. Schumaker, Spline Functions, Basic Theory, Cambridge University Press (2007).

[5] A. Pinkus, On L^1 Approximation, Cambridge University Press (1989).

Análisis - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 9:20 $\sim$ 9:40

Propiedades del Mejor Aproximante Polinomial Extendido

Rosa Alejandra Lorenzo
Departamento de Matemática-Instituto de Matemática Aplicada San Luis (IMASL)-Universidad Nacional de San Luis, Argentina
rlorenzo77@gmail.com

Sea Φ la clase de todas las N-funciones $\varphi : [0,\infty) \to [0,\infty)$ y sea Ω un subconjunto medible y acotado de $\mathbb{R}^n$. Para cada $\varphi \in \Phi$, definimos el espacio de las funciones medibles Lebesgue f definidas sobre Ω.

$$L^\varphi(\Omega) = \{f \text{medibles} : \int_\Omega \varphi(\lambda|f(x)|)dx < \infty, \text{para algún } \lambda > 0\},$$

donde dx es la medida de Lebesgue sobre $\mathbb{R}^n$.

Dada una función $f \in L^\varphi(\Omega)$, se define a $\mu_\varphi(f)$, como el operador multivaluado de mejores aproximantes por polinomios a la función f. Es decir, un polinomio $P \in \mu_\varphi(f)$ si y sólo si, se cumple

$$\int_\Omega \varphi(|f(x) - P|)dx = \inf_{Q\in\Pi^m} \int_\Omega \varphi(|f(x) - Q|)dx$$

,

para todo $Q \in \Pi^m$, el espacio de los polinomios algebraicos, definidos sobre $\mathbb{R}^n$ de grado a lo sumo m.

A partir de la caracterización que se obtiene del operador de mejor aproximación, estudiamos su extensión a $L^{\psi^+}(\Omega)$, donde ψ^+ denota la derivada por derecha de la función φ.

En este trabajo se obtiene también la unicidad del mejor aproximante extendido si la función derivada por derecha ψ^+ es estrictamente creciente.

Para finalizar, se demuestra la convergencia puntual de los coeficientes del polinomio extendido a los coeficientes del polinomio de Taylor y se obtienen estimaciones para los coeficientes del operador extendido.

Los resultados mencionados son una extensión de los trabajos de Acinas, Favier y Zó [1] y de Acinas y Favier [2].

Trabajo en conjunto con Sergio Favier (Instituto de Matemática Aplicada San Luis-Universidad Nacional de San Luis) y Sonia Acinas (Universidad Nacional de La Pampa).

Referencias

[1] S. Acinas, S. Favier, F. Zó. Inequalities for extended best polinomial approximation operator in Orlicz Spaces. Acta Mathematica Sinica, 35: 185-203, 2019.

[2] S. Acinas, S. Favier. Multivalued extended best Phi polinomial approximation operator. Numerical Functional Analysis and Optimization, 37: 1339-1353, 2016.

Análisis - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 9:40 ∼ 10:00

Sucesiones de funciones cíclicas en espacios tipo Dirichlet y polinomios aproximantes óptimos

Alejandra Patricia Aguilera Aguilera
Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET, Argentina
alejandra1.aguilera@gmail.com

El problema de caracterizar todas las funciones cíclicas en un espacio de funciones analíticas $\mathcal{H}(\Omega)$ definidas en un subconjunto abierto Ω del plano complejo $\mathbb{C}$ se refiere a encontrar todas las funciones $f \in \mathcal{H}(\Omega)$ que son vectores cíclicos para el operador de multiplicación por la variable z. Este problema fue resuelto para el espacio de Hardy $H^2(\mathbb{D})$ por A. Beurling en 1949, quien probó que una función $f \in H^2(\mathbb{D})$ es cíclica si y solo si es exterior.

En esta charla, hablaremos sobre una familia de espacios de Hilbert de funciones analíticas llamados espacios tipo Dirichlet en los cuales ha sido estudiado el problema de ciclicidad. Mostraremos algunos resultados que obtuvimos relacionados con la convergencia de sucesiones de funciones cíclicas. Seguidamente hablaremos de la noción de polinomios aproximantes óptimos a través de los cuales es posible dar una definición equivalente de ciclicidad y de alguna manera medir qué tan cerca está una función de ser cíclica. Es este contexto obtuvimos algunas cotas óptimas para la distancia entre los polinomios aproximantes óptimos asociados a una sucesión convergente de funciones y el polinomio aproximante óptimo de su límite.

Trabajo en conjunto con Daniel Seco (Universidad de La Laguna, España).

Análisis - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 10:30 ∼ 10:50

Aspectos geométricos en espacios de sucesiones de Marcinkiewicz

Silvia Lassalle
Universidad de San Andrés, Argentina
slassalle@udesa.edu.ar

Los espacios de sucesiones de Marcinkiewicz m^0_Ψ y sus duales $(m^0_\Psi)'$ y m_Ψ, son espacios invariantes por reordernamientos, determinados por un símbolo Ψ (una sucesión no decreciente de números reales positivos). Para símbolos apropiados Ψ, estos espacios devienen en espacios de Lorentz (sus preduales y duales) $d_*(w,1), d(w,1)$ y $d^*(w,1)$.

El objetivo de esta charla es entender, para un símbolo general, la geometría de la bola unidad de $m^0_\Psi, (m^0_\Psi)'$ y m_Ψ a partir de la caracterización de sus puntos extremales (reales y complejos) y de sus puntos expuestos.

Trabajo en conjunto con Chris Boyd (University College Dublin).

Análisis - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 10:50 ∼ 11:10

Desigualdades para el operador extendido de mejor aproximación en espacios de Lorentz

Federico Darío Kovac
Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería, Argentina
kovacf@ing.unlpam.edu.ar

Las desigualdades que surgen de las mejores aproximaciones polinomiales y sus extensiones han sido estudiadas en numerosos contextos. Estas desigualdades juegan un papel importante en la generalización de las derivadas, así como en la recuperación del polinomio de Taylor como límite de las mejores aproximaciones polinomiales.

Cuenya [2], extendió el operador de mejor aproximación polinomial del espacio L^p al espacio L^{p-1}, $p \in (1, \infty)$. Más tarde, Acinas, Favier y Zó [1] estudiaron un problema análogo en los espacios de Orlicz L^ϕ generados por funciones de Orlicz ϕ. Precisamente, los autores extendieron el operador de mejor aproximación polinomial de L^ϕ a $L^{\phi'}$, donde ϕ' es la derivada de ϕ. Ferreyra, Gareis y Levis, y Gareis, Kovac y Levis [3,4] estudiaron la existencia y caracterización de la mejor aproximación polinomial en espacios de Orlicz-Lorentz $\Lambda_{w,\phi}$, donde w es una función de peso continua no negativa. Luego extendieron el operador de mejor aproximación polinomial de $\Lambda_{w,\phi}$ a $\Lambda_{w,\phi'}$. Recientemente, Kovac y Levis [5] estudiaron el problema de la existencia de polinomios casi-mejores aproximantes en los espacios de Lebesgue L^p.

El objetivo de esta comunicación es mostrar desigualdades para el operador extendido de mejor aproximación polinomial en los espacios de Lorentz. Precisamente, derivamos una desigualdad para polinomios en la bola unidad de L^∞. Como consecuencia, mostramos que el operador extendido de mejor aproximación polinomial está acotado sobre espacios de Lorentz pesados. Finalmente damos algunas aplicaciones. En primer lugar, mostramos la existencia de polinomios casi-mejores aproximantes en los espacios de Lorentz pesados. Luego, damos una aplicación al problema de la mejor aproximación local.

Trabajo en conjunto con María I. Gareis (Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería, Argentina y Fabián E. Levis (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina.

Referencias

[1] Acinas, S., Favier, S., Zó, F.: Extended Best Polynomial Approximation Operator in Orlicz Spaces. Numer. Funct. Anal. Optim. 36 (7), 817-829 (2015).

[2] Cuenya, H.H.: Extension of the operator of best polynomial approximation in $L^p(B)$. J. Math. Anal. Appl. 376 (2), 565-575 (2011).

[3] Ferreyra, D.E., Levis, F.E., Gareis, M.I.: Extended Best Polynomial Approximation Operator in Orlicz-Lorentz Spaces. Math. Nachr. 295 (7), 1292-1311 (2022).

[4] Gareis, M.I., Kovac, F.D., Levis F.E.: On a Generalization of the Extended Best Polynomial Approximation Operator in Orlicz-Lorentz Spaces. Math. Nachr. Available online 29 May 2023.

[5] Kovac F.D, Levis F.E.: Taylor's inequalities in Orlicz-Sobolev type spaces. Math. Nachr. 296 (3), 1190-1203 (2022).

Análisis - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 11:10 ∼ 11:30

Nuevos conceptos de ortogonalidad para matrices de índice 1

Ruth Paola Moas
Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina
pmoas@exa.unrc.edu.ar

En [2] Ferreyra y Malik introdujeron una propiedad en el conjunto de matrices de índice 1, llamada core-aditividad: $(A+B)^c = A^c + B^c$, donde c simboliza la inversa core de una matriz [1]. Mediante dicha propiedad se dieron nuevas caracterizaciones del orden parcial core [1] (denotado por $A \leq^c B$) y sus potencias $A^2 \leq^c B^2$. Entre otras cosas, se estableció que si se asume la core-aditividad de dos matrices A y B de índice 1, entonces $A \leq^c B \Longleftrightarrow (B - A) \leq^c B$.

Recientemente, en [3], los mismos autores introdujeron un nuevo concepto de ortogonalidad para matrices de índice 1 llamada core-ortogonalidad: $A \perp_c B$ si y solo si $A^c B = 0$ y $BA^c = 0$. Este concepto es una versión intermedia entre la clásica ortogonalidad usual para matrices cuadradas ($AB = 0$ y $BA = 0$) y la $*$-ortogonalidad de matrices rectangulares ($A^*B = 0$ y $BA^* = 0$). Los autores estudiaron fundamentalmente la interrelación de la core-ortogonalidad y la core-aditividad. Entre otras cosas, probaron que $A \perp_c B$ y $AB = 0$ implica que $(A+B)^c = A^c + B^c$. Sin embargo, la implicación recíproca se estableció como una conjetura. La misma fue resuelta en [4].

En este trabajo, se introduce una versión lateral de la core-ortogonalidad, a saber, la core-ortogonalidad a izquierda y la core-ortogonalidad a derecha. Mediante dichos conceptos es posible establecer nuevas condiciones necesarias y suficientes para que dos matrices A y B de índice 1, resulten core-aditivas.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C559), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 135/19) y CONICET (PIP 112-201501-00433CO y PIBAA 28720210100658CO).

Trabajo en conjunto con David E. Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina) y Fabián E. Levis (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina).

Referencias

[1] O.M. Baksalary, G. Trenkler, Core inverse of matrices, Linear Multilinear Algebra, 58 (6) (2010) 681-697.

[2] D.E. Ferreyra, S.B. Malik, Some new results on the core partial order, Linear Multilinear Algebra, 70 (18) (2022) 3449-3465.

[3] D.E. Ferreyra, S.B. Malik, Core and strongly core orthogonal matrices, Linear Multilinear Algebra, 70 (20) (2022) 5052-5067.

[4] X. Liu, C. Wang, H. Wang, Further results on strongly core orthogonal matrix, Linear Multilinear Algebra (2022). DOI: 10.1080/03081087.2022.2111544.

Análisis - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 11:30 ∼ 11:50

Nuevas caracterizaciones del orden parcial diamante

Valentina Orquera
Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina
vorquera@exa.unrc.edu.ar

En el año 1990, Baksalary y Hauke [1] definieron un orden parcial sobre el conjunto de matrices complejas rectangulares que resulta el clásico orden parcial estrella ($\overset{*}{\leq}$) sobre el conjunto de isometrías parciales. En [3], los autores retomaron dicho orden parcial en el contexto de anillos abstractos y lo renombraron como orden parcial diamante ($\overset{\diamond}{\leq}$). Recientemente, en [2,4] se estudiaron algunas nuevas propiedades y representaciones mediante ciertas descomposiciones matriciales.

En este trabajo se introduce una nueva relación binaria sobre $\mathbb{C}^{m\times n}$. Más precisamente, dadas $A, B \in \mathbb{C}^{m\times n}$, se dice que $A \preceq B$ si $\mathcal{R}(B^*) = \mathcal{R}(A^*) \oplus \mathcal{R}(B^\dagger - A^\dagger)$, donde † simboliza la inversa de Moore-Penrose de una matriz. Se prueba que la relación $\preceq$ es un orden parcial sobre $\mathbb{C}^{m\times n}$. Más aún, dicho orden resulta equivalente al orden parcial $\overset{\diamond}{\leq}$.

Por otro lado, es bien conocido que $\overset{*}{\leq}$ implica $\overset{\diamond}{\leq}$. En este sentido, se presenta una implicación análoga usando el orden parcial estrella a izquierda (resp. a derecha) en lugar de $\overset{*}{\leq}$.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C559), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 135/19) y CONICET (PIP 112-201501-00433CO y PIBAA 28720210100658CO).

Trabajo en conjunto con David E. Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina) y Fabián E. Levis (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina).

Referencias

[1] J.K. Baksalary, J. Hauke, A furher algebraic vesion of Cochran's theorem and matrix partial orderings, Linear Algebra Appl., 127 (1990) 157-169.

[2] D.E. Ferreyra, S.B. Malik, Some new results on the core partial order, Linear Multilinear Algebra, 70 (18) (2022) 3449-3465.

[3] L. Lebtahi, P. Patrício, N. Thome, The diamond partial order in ring, Linear Multilinear Algebra, 62 (3) (2014) 386-395.

[4] V. Hernández, M. Lattanzi, N. Thome, From projectors to 1MP and MP1 generalized inverses and their induced partial orders, Rev. Real Acad. Cienc. Exactas Fis. Nat. Ser. A-Mat., 115 (2021) Article 148.

Análisis - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 15:00 ∼ 15:40

Descomposición atómica para el espacio de Hajlasz de funciones con gradiente generalizado en L^1.

Ricardo Durán
UBA - CONICET, Argentina
rduran@dm.uba.ar

Dada $f \in L^p(\mathbb{R}^n)$, $1 \leq p \leq \infty$, consideramos la condición introducida por Hajlasz [1],

$$|f(x) - f(y)| \leq (g(x) + g(y))|x - y|$$

con $g \in L^p(\mathbb{R}^n)$, y llamamos $D(f)$ al conjunto de todas las funciones $g \in L^p(\mathbb{R}^n)$ que cumplen esta desigualdad. Siguiendo a Hajlasz definimos

$$M^{1,p} = \{f \in L^p(\mathbb{R}^n) \colon \exists g \in D(f)\}$$

el cual es un espacio de Banach con la norma dada por

$$\|f\|_p + \|f\|_{\dot{M}^{1,p}}$$

donde $\|f\|_{\dot{M}^{1,p}} := \operatorname{ínf}_{g\in D(f)} \|g\|_p$.

Es sabido que para $p > 1$ vale que $M^{1,p}$ coincide con el el espacio de Sobolev clásico $W^{1,p}$. La situación es diferente cuando $p = 1$. En este caso se sabe que $M^{1,1} = H^{1,1}$ siendo éste el espacio de Hardy-Sobolev de funciones de $L^1(\mathbb{R}^n)$ con derivadas primeras en el espacio de Hardy $H^1(\mathbb{R}^n)$.

El objetivo de esta charla es mostrar que las técnicas introducidas por Macías y Segovia en [2] pueden aplicarse para obtener una descomposición atómica para funciones de $M^{1,1}$.

Decimos que una función a es un átomo si tiene soporte contenido en una bola B y es Lipschitz con constante acotada por $1/|B|$.

Demostramos que si $f \in M^{1,1}$ existen una sucesión de átomos a_j y una sucesión numérica μ_j tales que

$$f = \sum_j \mu_j a_j$$

con convergencia en $\dot{M}^{1,1}$ y tal que

$$\sum_j |\mu_j| \leq C\|f\|_{\dot{M}^{1,1}}$$

De esta descomposición resultan inmediatamente demostraciones alternativas de la igualdad $M^{1,1} = H^{1,1}$ y de la equivalencia entre $\|f\|_{\dot{M}^{1,1}}$ y $\|Nf\|_1$ siendo Nf la maximal de Calderón.

Referencias

[1] P. Hajlasz, Sobolev spaces on an arbitrary metric space, Potential Anal. 5 (1996), 403-415.

[2] R. A. Macías and C. Segovia, A decomposition into atoms of distributions on spaces of homogeneous type, Advances in Math. 33 (1977), 271-309.

Análisis - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 15:40 ∼ 16:00

Desigualdades de Poincaré-Sobolev en espacios producto.

Carolina Alejandra Mosquera
Universidad de Buenos Aires e IMAS-CONICET, Argentina
caroalemosquera@gmail.com

En esta charla nos dedicaremos al estudio de desigualdades de Poincaré-Sobolev (p, q) en el contexto de ciertos espacios producto. Presentaremos una condición geométrica que garantiza la obtención de este tipo de desigualdades usando el método de automejora, partiendo de otras de Poincaré $(1, 1)$ generalizadas. Entre otros resultados, probaremos que para cada rectángulo R de la forma $R = I_1 \times I_2 \subset \mathbb{R}^n$ (con $I_1 \subset \mathbb{R}^{n_1}$ y $I_2 \subset \mathbb{R}^{n_2}$ cubos con lados paralelos a los ejes), tenemos

$$\left(\frac{1}{\omega(R)}\int_R |f - f_R|^{p^*_{\delta,\omega}}\, \omega dx\right)^{\frac{1}{p^*_{\delta,\omega}}} \leq c(1-\delta)^{\frac{1}{p}}[\omega]\_A\_1, \mathcal{R}^{\frac{1}{p}}(a\_1(R) + a\_2(R)),$$

donde $\delta \in (0, 1)$, $\omega \in A_{1,\mathcal{R}}$, $\frac{1}{p} - \frac{1}{p^*_{\delta,\omega}} = \frac{\delta}{n}\frac{1}{1+\log[\omega]_{A_{1,\mathcal{R}}}}$ y $a_i(R)$ son operadores bilineales similares a las seminormas $[u]_{W^{\delta,p}(Q)}$.

Los resultados que se mostrarán en esta charla son en colaboración con E. Cejas (UNLP), C. Pérez (BCAM, España) y E. Rela (UBA).

Análisis - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 16:00 ∼ 16:20

Desigualdades en norma con pesos para operadores de Schrödinger en espacios de Lebesgue variables

Adrián Cabral
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UNNE; IMIT - CONICET, Argentina
cabral.ea@gmail.com

Sea $\mathcal{L} = -\Delta + V$ el operador de Schrödinger con un potencial V, el cual es no negativo y satisface una desigualdad reverse-Hölder de orden q, con $q > n/2$, donde la dimensión $n \geq 3$.

Asociado al potencial V se define la función radio crítico

$$\rho(x) = \sup\left\{ r > 0 : \frac{1}{r^{n-2}} \int_{B(x,r)} V \ \leq 1 \right\}.$$

Si $p(\cdot)$ es una función exponente, el sustituto de las clases de pesos de Muckenhoupt A_p en este caso, son las clases $A^{\rho}_{p(\cdot)}$ introducidas en [1], formadas por los pesos w tales que para algún $\theta \geq 0$ y $C > 0$ se verifica que,

$$\|w\chi_B\|_{p(\cdot)} \|w^{-1}\chi_B\|_{p'(\cdot)} \leq C|B| \left(1 + \frac{r}{\rho(x)}\right)^{\theta},$$

para toda bola $B = B(x,r) \subset \mathbb{R}^n$.

Para estas clases hemos podido probar que poseen la propiedad de extrapolación de Rubio de Francia.

Esto lo hacemos en un contexto bastante general de modo que puede aplicarse para obtener desigualdades con pesos en espacios de Lebesgue variables para una amplia variedad de operadores asociados al semigrupo de Schrödinger, como ser el operador maximal del semigrupo, funciones de Littlewood-Paley, integrales singulares en este contexto y sus respectivos conmutadores, etc.

Referencias

[1] Cabral, A. Weighted norm inequalities for the maximal functions associated to a critical radius function on variable Lebesgue spaces. J. Math. Anal. Appl., 516 (2022), https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2022.126521.

Análisis - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 16:50 ∼ 17:10

Desigualdades de Marcinkiewicz-Zygmund en espacios de Lebesgue con exponente variable.

Marcos Bonich
IMAS-Universidad de Buenos Aires, CONICET, Argentina
bonichmarcos@gmail.com

Dados $1 \leq p, q, r \leq \infty$, se dice que la 3-upla (p, q, r) satisface una desigualdad de Marcinkiewicz-Zygmund si existe una constante $C \geq 1$ tal que para cualesquiera espacios de medida (U, μ) y (V, ν) y para todo operador lineal acotado $T : L^q(U, \mu) \to L^p(V, \nu)$ se tiene

$$\left\| \left(\sum_{k=1}^{n} |Tf_k|^r \right)^{1/r} \right\|_{L^p(V,\nu)} \leq C \,\|T\| \left\| \left(\sum_{k=1}^{n} |f_k|^r \right)^{1/r} \right\|_{L^q(U,\mu)},$$

para toda sucesión $f_1, f_2, \ldots, f_n \in L^q(U, \mu)$ y cada $n \in \mathbb{N}$. Este tipo de desigualdades vectoriales comenzaron a estudiarse en los años '30, a partir de trabajos de Bochner, Marcinkiewicz, Paley y Zygmund (ver, por ejemplo, [4]). En esta charla discutiremos la extensión de estas desigualdades al contexto de espacios de Lebesgue con exponente variable, una generalización de los espacios L^p clásicos que ha cobrado gran relevancia en los últimos años debido a sus aplicaciones en distintos campos (ver [2, 3]). Mostraremos que, bajo ciertas condiciones sobre los exponentes $p(\cdot)$ y $q(\cdot)$, podemos caracterizar los valores $1 \leq r \leq \infty$ tales que todo operador $T\colon L^{q(\cdot)}(V,\nu) \to L^{p(\cdot)}(U,\mu)$ verifica una desigualdad del tipo Marcinkiewicz-Zygmund. Presentaremos, además, algunas aplicaciones de estas desigualdades vectoriales. Estos resultados forman parte del trabajo [1], en colaboración con Daniel Carando y Martín Mazzitelli.

Trabajo en conjunto con Daniel Carando (Universidad de Buenos Aires, IMAS (UBA-CONICET)) y Martín Mazzitelli (Instituto Balseiro, CNEA-UNCUYO, CONICET).

Referencias

[1] Bonich M., Carando D. and Mazzitelli M.. Marcinkiewicz-Zygmund inequalities in variable Lebesgue spaces. (enviado para publicación)

[2] Cruz-Uribe D., Fiorenza A.. Variable Lebesgue spaces: Foundations and Harmonic Analysis. Birkhüser, Spinger, Basel, 2013.

[3] Diening L., Harjulehto P., Peter Hästö P. and Ruzika M.. Lebesgue and Sobolev spaces with variable exponents. Springer. 29-3-2011.

[4] Marcinkiewicz J. and Zygmund A.. Quelques inégalités pour les opérations linéaires. Fund. Math., 32: 113â€“121, 1939.

Análisis - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:10 $\sim$ 17:30

Generalized porosity and Muckenhoupt weights

Ignacio Javier Gómez Vargas
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (CONICET - UNL). Santa Fe, Argentina
igncogomez@gmail.com

In [2], the authors give a characterization of those sets E in the euclidean space $\mathbb{R}^n$ for which the nonnegative function $w(x) := \mathrm{dist}(x,E)^{-\alpha}$ belongs to the Muckenhoupt class $A_1(\mathbb{R}^n)$ (see [3]). The necessary geometrical property of these kind of sets is known as (weak) porosity and includes lower dimensional sets as those considered in [1]. Our search intends to extend and compare porosity as a property related to Muckenhoupt classes in more general geometric settings.

Our first approach, based on dyadic analysis, deals with the cases of parabolic metrics that generalize the basic planar case, where the space $\mathbb{R}^2$ is equipped with the translation invariant parabolic metric $d_p(x,y) = \sup\{|x_1-y_1|, \sqrt{|x_2-y_2|}\}$, with $x=(x_1,x_2)$ and $y=(y_1,y_2)$. The space $(\mathbb{R}^2, d_p, m)$, where m is the Lebesgue measure, is 3-Ahlfors regular. In fact, $m(B_p(x,r)) = 4r^3$ for every $x \in \mathbb{R}^2$ and every $r>0$. Our main results so far are, the extension of this notion of porosity to "parabolic porosity" and the proof of the equivalence of the parabolic porosity of E with the $A_1^p(\mathbb{R}^2)$ condition for $\mathrm{dist}_p(\cdot,E)^{-\alpha}$, i.e.,

$$\frac{1}{4r^3}\int_{B_p(x,r)} \frac{dy}{d_p(y,E)^{-\alpha}} \leq \frac{C}{d_p(x,E)^{-\alpha}},$$

for every $x \in \mathbb{R}^2$, every $r>0$ and some $C>0$. We also construct examples of parabolic porous sets that are not euclidean porous sets and conversely. We then extend the above results to more general parabolic metrics in $\mathbb{R}^n$ and finally, for the general setting in metric measure spaces, we are able to prove the following result.

Theorem. Let (X,d,μ) be a complete metric space with a complete doubling measure and let E be a non empty subset of X. We have that if there exists $\alpha>0$ such that $d(x,E)^{-\alpha}$ belongs to $A_1(X,d,\mu)$, then there exist constants $c,\delta \in (0,1)$ such that for every ball B in (X,d), there exist $x_1,\dots,x_N \in B$ as well as $r_1,\dots,r_N>0$ (for some $N=N(B)\in\mathbb{N}$) satisfying (i) $\gamma(x_j,B)>r_j>0$; (ii) the balls $B(x_j,r_j)$ are pairwise disjoint; (iii) $r_j \geq \delta\gamma(B)$ and (iv) $\sum_{j=1}^n \mu(B(x_j,r_j)) \geq c\mu(B)$, where, for $y\in B$, $\gamma(y,B) := \sup\{r>0 : B(y,r)\subset B\setminus E\}$ and $\gamma(B) := \sup_{y\in B}\gamma(y,B)$.

Let us mention that in the preprint [4], posted on Arxiv Math by the end of June 2023, a generalization of the result obtained in [2] is stated under some "annular decay property" assumption on the considered spaces.

Trabajo en conjunto con Ivana Gómez (IMAL) y Hugo Aimar (IMAL).

Referencias

[1] Aimar, H.; Carena, M.; Durán, R.; Toschi, M. Powers of distances to lower dimensional sets as Muckenhoupt weights. Acta Math. Hungar.143(2014), no.1, 119â€"137.

[2] Anderson, Theresa C.; LehrbÃ¤ck, Juha; Mudarra, Carlos; VÃ¤hÃ¤kangas, Antti V. Weakly porous sets and Muckenhoupt A_p distance functions, 2022. URL https://arxiv.org/abs/2209.06284

[3] García-Cuerva, José; Rubio de Francia, José L. Weighted norm inequalities and related topics. North-Holland Math. Stud., 116 Notas Mat., 104 [Mathematical Notes] North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1985. x+604 pp. ISBN:0-444-87804-1

[4] Mudarra, Carlos. Weak porosity on metric measure spaces, 2023. URL https://arxiv.org/abs/2306.11419

Análisis - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:30 $\sim$ 17:50

Pesos C_p locales y conjuntos homogéneos localmente

Federico Augusto Campos
IMAL, UNL-CONICET, Santa Fe, Argentina
raizdeacero@gmail.com

En esta presentación, consideraremos un espacio métrico (X, d) con la propiedad de homogeneidad débil y un abierto propio $\Omega \subset X$ tal que las bolas contenidas en él son conjuntos conexos. Para cada $\beta \in (0,1)$, se tomará la familia de bolas $\mathcal{F}_\beta = \{B(x,r) : x \in \Omega, r \in (0, \beta d(x, \Omega^c)]\}$. Además, Ω estará provisto de una medida de Borel μ que duplica sobre alguna familia $\mathcal{F}_\beta$. Ahora, si $f \in L^1_{loc}(\Omega)$, se define la función maximal β-local de f con respecto a μ como

$$\mathcal{M}_\beta f(x) = \sup_{B \in \mathcal{F}_\beta : x \in B} \frac{1}{\mu(B)} \int_B |f| d\mu.$$

Se dirá que $w \geq 0$ en c. t. p. de Ω es un peso $\mathcal{C}_p^\beta$, con $p \in (0, \infty)$, si existen constantes positivas C, θ tales que, para cualesquiera $B \in \mathcal{F}_\beta$ y $E \subset B$ medible, se tiene

$$\int_E w \, d\mu \leq C \left(\frac{\mu(E)}{\mu(B)} \right)^\theta \int_\Omega (\mathcal{M}_\beta \chi_B)^p \, w \, d\mu \ .$$

También, para $f \in L^1_{loc}(\Omega)$, definimos la función maximal sharp β-local de f con respecto a μ como

$$\mathcal{M}_\beta^{\#} f(x) = \sup_{B \in \mathcal{F}_{\beta/2} : x \in B} \frac{1}{\mu(B)} \int_B |f - f_B| d\mu + \sup_{B \in \mathcal{F} - \mathcal{F}_{\beta/2} : x \in B} \frac{1}{\mu(B)} \int_B |f| d\mu \ .$$

En reuniones anteriores de la UMA mostramos que, bajo la suposición de que el espacio métrico (X, d) tiene la propiedad de que para ciertas intersecciones de bolas hay una dilatación de una bola dentro de la intersección que contiene a una de ellas (lo cual $\mathbb{R}^n$ lo verifica) y que con la medida μ hay diferenciación de Lebesgue en Ω, dados $q \in (1, \infty)$, $p \in (1, q)$, $\beta \in (0,1)$, existen $\gamma \in (0, \beta)$ y $\gamma' \in (0, \gamma)$ tales que, si $w \in \mathcal{C}_q^\gamma$, hay una constante C tal que

$$\int_\Omega (\mathcal{M}_{\gamma'} f)^p \, w \, d\mu \leq C \int_\Omega \left(\mathcal{M}_\beta^{\#} f \right)^p w \, d\mu$$

para cualquier $f \in L^{\infty}(\Omega, \mu)$ con soporte en una bola de $\mathcal{F}_{\gamma'}$. También se ha mostrado en presentaciones previas que la desigualdad anterior es una condición suficiente para que un peso esté en la clase $\mathcal{C}_p^{\beta}$.

Como en [1] y [2], consideramos las siguientes clases de Muckenhoupt locales.

Definición 1: Sea $w \in L^1_{loc}(\Omega)$ no-negativo en c. t. p. de Ω y $p \in (1, \infty)$. Diremos que w es un peso en A_p^{β} si hay una constante C tal que, para toda $B \in \mathcal{F}_{\beta}$,

$$\left(\frac{1}{\mu(B)}\int_B w\ d\mu\right)\left(\frac{1}{\mu(B)}\int_B w^{\frac{-1}{p-1}} d\mu\right)^{p-1} \leq C\ .$$

Para $p = 1$, diremos que w es un peso en A_1^{β} si hay una constante C tal que, para toda $B \in \mathcal{F}_{\beta}$,

$$\left(\frac{1}{\mu(B)}\int_B w\ d\mu\right)\left(\inf_{x\in B} w\,(x)\right)^{-1} \leq C\ ,$$

donde el ínfimo se toma en c. t. p. de B. Para $p = \infty$, se definirá entonces

$$A_{\infty}^{\beta} = \bigcup_{q\in[1,\infty)} A_q^{\beta}.$$

Ahora, En [3], dado $A \subset \mathbb{R}$ medible (Lebesgue), se dice que A es homogéneo si hay una constante $\sigma \in (0, 1]$ tal que

$$|A \cap (x - r, x + r)| \geq \sigma r\ ,$$

para todo $r \in (0, \infty)$ y c. t. p. $x \in A$. En tal artíÂculo se ve que la condición $\mathcal{C}_p$ (en $\mathbb{R}$) caracteriza (en un cierto sentido) a los conjuntos homogéneos. Nuestro objetivo será obtener una caracterización análoga para la clase $\mathcal{C}_p^{\beta}$. Con este fin damos la siguiente definición.

Definición 2: Sea $A \subset \Omega$. Diremos que A es homogéneo localmente (con respecto a la medida μ) si, dado $\beta \in (0, 1)$, hay un $\sigma_{\beta} \in (0, 1]$ tal que

$$\mu\left(A \cap B\left(x, r\right)\right) \geq \sigma_{\beta}\mu\left(B\left(x, r\right)\right)\ ,$$

para c. t. p. $x \in A$ y todo $r \in (0, \beta\rho(x)]$.

Para obtener nuestros resultados, pedimos además que para la medida μ existan constantes positivas C, θ y θ' (que pueden depender de β) tales que, para todos $t \geq 1$ y $B \in \mathcal{F}_{\beta/t}$,

$$C^{-1}t^{\theta'}\mu(B) \leq \mu(tB) \leq Ct^{\theta}\mu(B). \tag{2}$$

Ahora, enunciamos nuestro primer resultado.

Teorema 1: Sean $w \in A_{\infty}^{\beta}$ y $A \subset \Omega$ para el cual hay un $\widetilde{A} \subset A$ tal que $\mu\left(\widetilde{A}\right) = 0$ y $A - \widetilde{A}$ es homogéneo localmente con respecto a μ. Entonces, $w\chi_A \in \mathcal{C}_p^{\beta}$ para todo $p \in (0, \infty)$.

También, por los resultados en [2] podemos deducir que, si $w \in A_{\infty}^{\beta}$ y ν es la medida inducida por w con respecto a μ ($d\nu = w\ d\mu$) entonces $w^{-1} \in A_{\infty}^{\beta}$ con respecto a la medida ν y existen constantes $C \geq 1$ y $\varepsilon \in (0, 1)$ tales que, para cualesquiera $B \in \mathcal{F}_{\beta}$ y $E \subset B$ medible, se tiene

$$\int_E w^{-1}\ d\nu \leq C\left(\frac{\nu\left(E\right)}{\nu\left(B\right)}\right)^{\varepsilon}\int_B w^{-1}\ d\nu\ .$$

Así, con esta observación obtendremos el siguiente recíÂproco parcial del Teorema 1.

Teorema 2: Sean $\beta \in (0, 1)$ y $w \in A_{\infty}^{\beta}$. Entonces, hay un $\beta' \in (0, \beta)$ tal que, para todo $\alpha \in (0, \beta']$, si θ_w y θ'_w son exponentes que verifican (2) sobre $\mathcal{F}_{\alpha}$ con la medida ν y $w\chi_A \in \mathcal{C}_p^{\alpha}$ para algún $p \in \left(\theta_w\left(\theta'_w\varepsilon\right)^{-1}, \infty\right)$, existe un $\widetilde{A} \subset A$ tal que $\mu\left(\widetilde{A}\right) = 0$ y $A - \widetilde{A}$ es homogéneo localmente con respecto a μ.

Finalmente, veremos también que cierta condición adicional sobre un peso en $\mathcal{C}_p^\beta$ implica que esté en A_∞^β.

Trabajo en conjunto con Oscar Salinas (IMAL, UNL-CONICET, Santa Fe, Argentina) y Beatriz Viviani (IMAL, UNL-CONICET, Santa Fe, Argentina).

Referencias

[1] Harboure, Eleonor, Oscar Salinas, and Beatriz Viviani. Local maximal function and weights in a general setting. Mathematische Annalen 358, 3-4 (2014): 609-628.

[2] Campos, Federico Augusto and Salinas, Oscar Mario and Viviani, Beatriz Eleonora. Characterizations of local A_∞ weights and applications to local singular integrals. To appear in in Revista de la Unión Matemática Argentina en Homenaje a Eleonor Harboure, (2023).

[3] KahanpÃ¤Ã¤, L., and L. Mejlbro. Some new results on the Muckenhoupt conjecture concerning weighted norm inequalities connecting the Hilbert transform with the maximal function. Danmarks Tekniske Hojskole. Matematisk Institut, 1983.

Análisis - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:50 $\sim$ 18:10

Algunas propiedades de los marcos de fusión duales oblicuos aproximados

Jorge Díaz
Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Agrarias, UNNE, Argentina
jpdiaz1179@gmail.com

En procesamiento distribuido de datos, surgen problemas en los que se tiene que implementar una combinación de datos locales. Estos problemas dieron origen a los marcos de fusión [1, 2] y sus duales [5, 6]. Hay casos en los que el análisis y la síntesis tienen que realizarse en subespacios diferentes [4, 3]. Los marcos de fusión duales oblicuos introducidos en [7] resultan una herramienta adecuada para dar una solución a estos dos problemas.

En la práctica, no se suele disponer de los marcos de fusión duales oblicuos en forma exacta debido a errores numéricos que surgen en su cómputo. Puede suceder además que sea necesario mejorar las propiedades del único dual que se tiene. Para abordar estas situaciones extendimos a marcos de fusión el concepto de dualidad oblicua aproximada para marcos clásicos introducido en [8]. En este trabajo expondremos algunas características de los marcos de fusión duales oblicuos aproximados, en particular una propiedad importante, que es la de obtener una reconstrucción de datos tan cerca como deseemos.

Trabajo en conjunto con Sigrid Heineken (IMAS, UBA-CONICET) y Patricia Morillas (IMASL, UNSL-CONICET).

Referencias

[1] P. G. Casazza, G. Kutyniok. Frames of subspaces. Contemp. Math. 345:87-113. (2004)

[2] P. G. Casazza, G. Kutyniok, S. Li. Fusion frames and distributed processing. Appl. Comput. Harmon. Anal. 25:114-132. (2008)

[3] O. Christensen, Y. C. Eldar. Oblique dual frames and shift-invariant spaces, Appl. Comput. Harmon. Anal. 17: 48-68. (2004)

[4] Y.C.Eldar. Sampling with arbitrary sampling and reconstruction spaces and oblique dual frame vectors, J. Fourier Anal. Appl. 9 (1) 77-96. (2003)

[5] S. B. Heineken, P. M. Morillas, A. M. Benavente, M. I. Zakowicz. Dual fusion frames. Arch. Math. 103: 355-365. (2014)

[6] S. B. Heineken, P. M. Morillas. Properties of finite dual fusion frames. Linear Algebra Appl. 453, 1-27. (2014)

[7] S. B. Heineken, P. M. Morillas. Oblique dual fusion frames. Numer. Funct. Anal. Optim. 39, 800-824. (2018)

[8] J. P. Díaz, S. B. Heineken, P. M. Morillas. Approximate oblique dual frames. Appl. Math. Comput. 253, 1 de Septiembre de 2023. En prensa.

Análisis - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 9:00 ∼ 9:20

Problemas de multi-aproximación simultánea

Noelia Belén Rios
CMaLP (UNLP) - IAM (CONICET), Argentina
noebelen83@gmail.com

En esta charla vamos a considerar un problema de multi aproximación dentro del conjunto de matrices semi definidas positivas, que proviene de la teoría de marcos en dimensión finita. Más explícitamente, si $\mathbf{d} = (d_1, \ldots, d_m) \in \mathbb{N}^m$, dada una sucesión finita de matrices $\Phi^0 = \{F_i^0\}_{i=1}^m$, para $F_i^0 \in \mathbb{C}^{d_i \times n}$ y una sucesión no creciente de números (pesos) positivos $\alpha = (\alpha_i)_{i=1}^n$, lo que buscamos es caracterizar a los mejores aproximantes de Φ^0 dentro del conjunto de los $(\alpha, \mathbf{d})$-diseños

$$D(\alpha, \mathbf{d}) := \{\Phi = \{F_i\}_{i=1}^m : F_i \in \mathbb{C}^{d_i \times n} \wedge \sum_{i=1}^m ||f_{ik}||^2 = \alpha_k,\ k = 1, \ldots n\}$$

donde f_{ik} es la k-ésima columna de la matriz F_i, con respecto a la función

$$\Theta(\Phi) = \sum_{i=1}^m ||F_i^0 (F_i^0)^* - F_i F_i^*||_2^2 .$$

Esta función $\Theta : D(\alpha, \mathbf{d}) \to \mathbb{R}_{\geq 0}$, es lo que se denomina (el cuadrado de) Â¨la distancia conjunta al operador de marcoÂ¨.

En el caso en que $m = 1$, este problema fue planteado por Strawn en 2012 y fue resuelto hace un años, considerando una traducción del mismo, a un problema de diseño de marcos con normas predeterminadas. Lo que vamos a contar en esta charla es como caracterizar espectralmente a los minimizadores locales de esta función, para $m \geq 1$, vía una traducción a un problema de multi-diseño. Veremos además que los minimizadores locales son globales.

Trabajo en conjunto con María José Benac (FCEyT UNSE - CONICET) y Mariano Ruiz (CMaLP UNLP - IAM CONICET).

Análisis - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 9:20 ∼ 9:40

Problemas de distancias entre G-marcos

María José Benac
Departamento Académico de Matemática - FCEyT- UNSE, CONICET, Argentina
mjbenac@gmail.com

Una familia $\mathcal{F} = \{T_i\}_{i \in I}$ de operadores lineales acotados $T_i : \mathbb{C}^d \to \mathbb{C}^n$ es un G-marco para $\mathbb{C}^d$ si existen constantes $a, b > 0$ tales que

$$a\|x\|^2 \leq \sum_{i \in I} \|T_i\, x\|^2 \leq b\|x\|^2,$$

para cada $x \in \mathbb{C}^d$. Si sólo se verifica la desigualdad superior, decimos que $\mathcal{F}$ es una sucesión G-Bessel para $\mathbb{C}^d$.

Dada una sucesión G-Bessel $\mathcal{F} = \{T_i\}_{i\in I}$, su operador de marco $S_\mathcal{F}$ se define como

$$S_\mathcal{F} = \sum_{i\in I} T_i^* T_i.$$

Sea $\alpha = (\alpha_i)_{i\in I_m}$ una sucesión finita de pesos positivos ordenada en forma no creciente. Consideramos el conjunto

$$\Lambda_\alpha = \{\mathcal{F} = \{T_i\}_{i\in I_m} : \mathcal{F} \text{ es una sucesión G-Bessel para } \mathcal{H}, \text{ con } \|T_i\|_2^2 = \alpha_i\},$$

donde $\mathcal{H}$ es un espacio de Hilbert de dimensión finita.

Sea A un operador semi definido positivo de $\mathcal{H}$. El objetivo de esta charla es calcular

$$\min_{\mathcal{F}\in\Lambda_\alpha} \|A - S_\mathcal{F}\|_2^2,$$

y caracterizar las sucesiones G- Bessel que alcanzan la distancia mínima.

Trabajo en conjunto con Noelia Belén Rios (Centro de Matemática de La Plata, FCE - UNLP, Argentina - IAM-CONICET, Argentina) y Mariano Ruiz (Centro de Matemática de La Plata, FCE - UNLP, Argentina - IAM-CONICET, Argentina).

Análisis - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 9:40 $\sim$ 10:00

Truncamiento de Sistemas Shift-Invariantes Generalizados

Pablo Garcia Alvarez
Instituto de Matemática Aplicada San Luis - UNSL - CONICET, Argentina
pjgarciaalvarez@gmail.com

En la teoría de marcos, los Sistemas Shift-invariantes Generalizados (Sistemas GSI, por sus siglas en inglés) comprenden, por su estructura, a los marcos de Gabor y los marcos de Wavelets, entre otros. Dicha estructura está formada por traslaciones de infinitas funciones generadoras. En aplicaciones, muchas veces es conveniente que dichas funciones generadoras tengan soporte compacto. En esta comunicación daremos condiciones bajo las cuales un Sistema GSI puede ser aproximado por otro cuyas funciones generadoras tengan soporte compacto en el dominio de la frecuencia. La calidad de la aproximación será medida en términos de la cota de Bessel de la diferencia de los dos sistemas. En particular, esto lleva a condiciones fácilmente verificables para que un sistema de esta forma preserve la propiedad de marco.

Trabajo en conjunto con Rae Young Kim (Yeungnam University, Republic of Korea) y Ole Christensen (Denmark Technical University, Denmark).

Análisis - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 14:00 $\sim$ 14:20

Programación cuadrática con una restricción cuadrática en espacios de Hilbert

Francisco Martínez Pería
CMaLP - UNLP e IAM - CONICET, Argentina
martinezperia@gmail.com

En esta charla analizaremos el siguiente problema de problema de programación cuadrática con una restricción cuadrática. Dados operadores A y B actuando en un espacio de Hilbert $(\mathcal{H}, \langle \cdot\, , \cdot \rangle)$, vectores $a, b \in \mathcal{H}$ y una constante $\beta \in \mathbb{R}$, nos interesa determinar la existencia de

$$\text{mín}\, \langle Ax\, , x\rangle + 2\text{Re}\langle a\, , x\rangle \qquad \text{sujeto a} \qquad \langle Bx\, , x\rangle + 2\text{Re}\langle b\, , x\rangle \leq \beta,$$

y en caso de que el mínimo exista, encontrar los argumentos en los cuales se alcanza dicho mínimo.

Nos enfocaremos en el caso en que los operadores A y B son indefinidos (es decir, ni definidos positivos ni definidos negativos). Esto impide utilizar las técnicas estándar de optimización, ya que tanto la función objetivo como la región determinada por la restricción no son convexas.

Mostraremos que resolver el problema con la desigualdad es equivalente a resolver el problema con la restricción $\langle Bx\, , x\rangle + 2\text{Re}\langle b\, , x\rangle = \beta$, y que tanto la existencia de soluciones como la geometría del conjunto de soluciones están intimamente ligados al haz de operadores asociado al problema.

Trabajo en conjunto con Santiago Gonzalez Zerbo (IAM-CONICET, Argentina) y Alejandra Maestripieri (IAM-CONICET, Argentina).

Análisis - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 14:20 ∼ 14:40

Aspectos geométricos de proyecciones con conmutador fijo.

Micaela Chaile
Instituto Argentino de Matemática Alberto Calderón (IAM), Argentina
emchaile@mate.unlp.edu.ar

Sea A un operador antihermitiano en un espacio de Hilbert $\mathcal{H}$ y $Gr(\mathcal{H})$ la variedad de Grassmann de $\mathcal{H}$. Consideremos el conjunto de todos los pares de proyecciones con conmutador A, i.e.

$$\mathcal{C}\_A = \{(P, Q) \in Gr(\mathcal{H}) \times Gr(\mathcal{H}) : A = PQ - QP\}$$

Los resultados vistos en [2] nos permitirán ver algunos resultados recientes sobre la estructura diferenciable y geometría de este espacio. En la parte genérica, el grupo unitario que actúa sobre $\mathcal{C}_A$ resulta ser un espacio homogeneo reductivo. Esto último nos permite definir una métrica de Finsler cociente. Asimismo, veremos que $\mathcal{C}_A$ posee una estructura de subvariedad del producto cartesiano del espacio de los operadores acotados.

Trabajo en conjunto con Eduardo Chiumiento (Univresidad Nacional de La Plata - IAM).

Referencias

[1] E. Andruchow, G. Corach, L. Recht, Projections with fixed difference: A Hopf-Rinow theorem, Diff. Geom. Appl. 66 (2019), 155–180.

[2] W. Shi, G. Ji, Anti-self-adjoint operators as commutators of projections, J. Math Anal. Appl. 478 (2019), 539–559.

[3] C. Durán, L. Mata-Lorenzo, L. Recht, Metric geometry in homogeneous spaces of the unitary group of a Câˆ—-algebra. Part I: minimal curves, Adv. Math. 184 (2) (2004) 342â€“366.

Análisis - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 14:40 ∼ 15:00

Mínimos locales para la distancia a flujos de mayorización

Mariano Ruiz
Centro de Matemática de La Plata - Facultad de Ciencias Exactas - Universidad Nacional de La Plata, Argentina
maruiz@gmail.com

Sea $\mathcal{D}(d)$ el conjunto convexo de matrices de tamaño $d \times d$ de densidad (i.e. definidas positivas de traza uno) y ρ, $\sigma \in \mathcal{D}(d)$ tales que $\rho \not\prec \sigma$, donde $\prec$ es el preorden dado por la mayorización espectral.

Consideremos además los conjuntos de flujos de mayorización (descendente y ascendente respectivamente): $\mathcal{L}(\sigma) = \{\mu \in \mathcal{D}(d) \ : \ \mu \prec \sigma\}$ y $\mathcal{U}(\rho) = \{\nu \in \mathcal{D}(d) \ : \ \rho \prec \nu\}$, dotados con la métrica inducida por la norma espectral.

En este contexto, y dada una norma unitariamente invariante estrictamente convexa $N(\cdot)$, se estudian los mínimos locales de las funciones de distancia: $\Phi_N(\mu) = N(\rho - \mu)$, con $\mu \in \mathcal{L}(\sigma)$ y $\Psi_N(\nu) = N(\sigma - \nu)$, para $\nu \in \mathcal{U}(\rho)$.

En esta charla, contaremos algunos resultados que caracterizan en forma espectral y geométrica a estos minimizadores locales. En particular, se mostrará que son globales y no dependen de la NUI $N(\cdot)$ elegida. Además, mostraremos cómo estos resultados nos permiten elaborar un algoritmo para construir el espectro de las matrices de densidad aproximantes.

Trabajo en conjunto con Maria José Benac (FCEyT-Universidad Nacional de Santiago del Estero), Pedro Massey (CMaLP -FCEx-UNLP & Instituto Argentino de Matemática-CONICET) y Noelia Rios (CMaLP -FCEx-UNLP & IAM-CONICET).

Análisis - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 15:20 ∼ 15:40

Teoremas de densidad en grupos LCA con automorfismo expansivo

Rocío Nores
Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET, Argentina
rocionores@gmail.com

Los sistemas de Gabor $\mathcal{S}(g, \Lambda) := \{M_\gamma T_x g : (x, \gamma) \in \Lambda\}$ dados por traslaciones y modulaciones de g donde Λ no tiene o tiene muy poca estructura surgen naturalmente. Por ejemplo, se sigue de la teoría de coorbitas de Feichtinger y Gröchenig [1,2] que si g pertenece al espacio de modulación $M^1(\mathbb{R})$ entonces $\mathcal{S}(g, \Lambda)$ será una secuencia de Bessel para cualquier conjunto de índices Λ “suficientemente denso”. Nuestro trabajo se ubica en el contexto de un grupo G abeliano localmente compacto que posee un subgrupo H abierto y compacto y, además, existe un automorfismo A de G que es expansivo con respecto a H. Esto es:

$$H \subsetneq AH$$

$$\bigcap_{n \leq 0} A^n H = \{0\}.$$

Con esta estructura podemos definir en G un análogo a las “bolas” de $\mathbb{R}^n$ y por lo tanto, definir una noción de densidad similar a la conocida densidad de Beurling.

Con todo esto, pudimos probar que si $\varphi \in M^1(G)$, $\varphi \neq 0$ y $\Lambda \subseteq G \times \widehat{G}$ es una sucesión con densidad finita, entonces $S(\varphi, \Lambda)$ es una sucesión de Bessel. Esto provee una versión válida en este ambiente del resultado análogo para $\mathbb{R}^n$ probado en [3, Teorema 12]. Por otro lado, también probamos que algunos resultados de densidad que son ciertos en $\mathbb{R}^n$ dejan de serlo en el contexto de grupos con automorfismos expansivos.

Trabajo en conjunto con Emily King (Colorado State University) y Victoria Paternostro (Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET).

Referencias

[1] H. Feichtinger and K. Gröchenig, Banach spaces related to integrable groups representatios and their atomic decompositions I, Journal of Functional analysis 86.2 (1989), 307-340.

[2] H. Feichtinger and K. Gröchenig, Banach spaces related to integrable groups representatios and their atomic decompositions part II, Monatshefe fÃ¼r Mathematik 108 (1989), 129-148.

[3] C. Heil, History and evolution of the density theorem for Gabor frames, Journal of Fourier Analysis and Applications 13 (2007), 113-166.

Análisis - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 15:40 ∼ 16:00

Homogeneidad y Principios de Incertidumbre Aditivos y Multiplicativos

Joaquín Toledo
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral- IMAL, CONICET, UNL, CCT CONICET Santa Fe,
Colectora Ruta Nac. N 168, Paraje El Pozo, Argentina
joaquintoledo789@gmail.com

El Principio de Incertidumbre de la Mecánica Cuántica que, una vez admitida la formulación por medio de la Teoría de Operadores, es un Teorema sobre la Transformada de Fourier, puede formularse para funciones f en $\mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$ en la forma multiplicativa

$$\|xf(x)\|\|\xi\widehat{f}(\xi)\| \geq \frac{1}{4\pi}\|f\|^2, \tag{3}$$

donde $\|.\|$ denota la norma $L^2(\mathbb{R}^n)$. En [3] Cowling y Price demuestran que la forma (1) del principio de incertidumbre es equivalente a la forma aditiva siguiente

$$\|xf(x)\|^2 + \|\xi\widehat{f}(\xi)\|^2 \geq \frac{1}{2\pi}\|f\|^2. \tag{4}$$

El hecho de que la desigualdad (1) implica la desigualdad (2) es inmediato. Que (2) implica (1) para toda $f \in L^2(\mathbb{R}^n)$, es en cambio más sutil y se basa en propiedades de homogeneidad de la tranformada de Fourier.

Cuando el principio de incertidumbre se explora con el análisis armónico generalizado en contextos geométricos no euclídeos, como los grafos métricos (ver [2]), la ausencia de homogeneidades naturales, impide una prueba de la equivalencia entre los análogos de (1) y (2) en estos contextos generales y la forma aditiva (2) resulta válida aunque en general (1) no pueda probarse.

Un caso particular que se plantea en un contexto continuo pero en el que hay una estructura discreta y un principio de incertidumbre naturales es el de análisis de Fourier generalizado para las wavelets de Haar.

En [1] (ver también [4]) se prueba que para $s \in (0,1)$ existe $c > 0$ tal que para toda $f \in L^2(\mathbb{R}^+)$ con $\|f\|_2 = 1$

$$\mathcal{E}_s(f)\mathcal{Q}_s(f) \geq c, \tag{3}$$

donde

$$\mathcal{Q}_s(f) = \int_{\mathbb{R}^+}\int_{\mathbb{R}^+} \left[\delta^{2s}(x,y)f(x)f(y)\right]\frac{dxdy}{\delta(x,y)},$$

$$\mathcal{E}_s(f) = \int_{\mathbb{R}^+}\int_{\mathbb{R}^+} \left|\frac{f(x)-f(y)}{\delta(x,y)^s}\right|^2 \frac{dxdy}{\delta(x,y)},$$

y $\delta(x,y)$ es la métrica diádica definida en $\mathbb{R}^+$ por

$$\delta(x,y) = \text{ínf}\{|I| : x, y \in I, I \in \mathcal{D}\},$$

siendo $\mathcal{D}$ la clase de los intervalos diádicos de $\mathbb{R}^+$.

En este trabajo demostramos que una homogeneidad diádica intrínseca al sistema de Haar nos permite probar el resultado siguiente

Teorema: Son equivalentes

(i) $\mathcal{E}_s^2(f) + \mathcal{Q}_s^2(f) \geq c$ para toda $f \in L^2(\mathbb{R}^+)$

(ii) $2\mathcal{E}_s(f)\mathcal{Q}_s(f) \geq c$ para toda $f \in L^2(\mathbb{R}^+)$

El Teorema precedente y (3) permiten probar el siguiente resultado.

Corolario: Existe $c > 0$ tal que la desigualdad

$$\int_{\mathbb{R}^+}\int_{\mathbb{R}^+} \left|\frac{f(x)-f(y)}{\delta(x,y)^s}\right|^2 \frac{dxdy}{\delta(x,y)} + \int_{\mathbb{R}^+}\int_{\mathbb{R}^+} \left[\delta^{2s}(x,y)f(x)f(y)\right] \frac{dxdy}{\delta(x,y)} \geq c$$

vale para toda $f \in L^2(\mathbb{R}^+)$ con $\|f\|_2 = 1$.

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (IMAL, CONICET, UNL, CCT CONICET Santa Fe, Argentina) y Ivana Gómez (IMAL, CONICET, UNL, CCT CONICET Santa Fe, Argentina).

Referencias

[1] Hugo Aimar, Pablo Bolcatto, and Ivana Gómez. On fractional uncertainty: a dyadic approach. Applicable Analysis, 100(5):975â€“991, 2021.

[2] John J. Benedetto and Paul J. Koprowski. Graph theoretic uncertainty principles. In 2015 International Conference on Sampling Theory and Applications (SampTA), pages 357â€“361, 2015.

[3] Michael G. Cowling and John F. Price. Bandwidth versus time concentration: The Heisenbergâ€“Pauliâ€“Weyl inequality. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 15(1):151â€“165, 1984.

[4] Joaquín Toledo. Mecánica Cuántica y Wavelets. 2020. Trabajo Final de Licenciatura UNL. https://nube.unl.edu.ar/index.php/s/3qoWxciBcixmxmQ

Análisis - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 16:00 ∼ 16:20

Entrelazado de bases y marcos

Felipe Negreira
UBA, Argentina
fnegreira@dm.uba.ar

En un espacio vectorial de dimensión finita dos bases ordenadas se dicen entrelazadas si al intercambiar elementos de una y otra que estén en el mismo lugar según el orden, entonces seguimos obteniendo una base. Este concepto puede extenderse para marcos o bases de Riesz en espacios de HIlbert. En esta charla veremos algunos resultados básicos para el caso finito dimensional y mencionaremos posibles extensiones a ciertos espacios de funciones.

Trabajo en conjunto con Carlos Cabrelli, Ursula Molter (UBA, Argentina).

Análisis - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 16:50 ∼ 17:10

IFS, subsistemas y conexidad

Mariano Andrés Ferrari
Facultad de Ingeniería, UNPSJB, Argentina
mferrari7@gmail.com

Consideremos un sistema de funciones iteradas (IFS) compuesto de similitudes en $\mathbb{R}^2$: $I^1 = \{1, 2, \ldots, d\}$, $\{\varphi_i : i \in I^1\}$, y sea K el conjunto autosemejante asociado:

$$K = \cup_{i \in I^1} \varphi_i(K)\,.$$

Denotamos por I^* al conjunto de secuencias finitas $\omega_1\omega_2\omega_3 \ldots \omega_n$, $\omega_j \in I^1$, y sea I el conjunto de sucesiones infinitas. Consideraremos un orden total dado por la longitud, $|\omega| < |\lambda|$, y el orden lexicográfico si $|\omega| = |\lambda|$. Definimos un subsistema $W \subset I$ eliminando las secuencias correspondientes a transformaciones idénticas:

$$W = \{\omega \in I : \varphi_{\omega_1\omega_2\ldots\omega_n} \neq \varphi_{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_m}\, \forall\, \lambda_1\lambda_2 \ldots \lambda_m < \omega_1\omega_2 \ldots \omega_n\}\,.$$

Diremos que W es separado, y que I es débilmente separado, si las imágenes $\varphi_{\omega_1\ldots\omega_k}(K)$ no se solapan para secuencias distintas de W. Diremos además que W es conexo si existe $T > 0$ tal que dados $\alpha, \beta \in W^*$ existe $|\lambda| \leq T$ tal que $\alpha\lambda\beta \in W^*$.

La dimensión de crecimiento de I se corresponde a la dimensión de similaridad de W y es el único s tal que $\lim\limits_{k\to\infty} \left(\sum r^s_{\omega_1\ldots\omega_k}\right)^{1/k} = 1$. Samebos que si W es separado entonces $\mathcal{H}^s(K) > 0$ y s es la dimensión de Hausdorff de K. Reciprocamente, si W es conexo y $\mathcal{H}^s(K) > 0$, entonces W es separado.

En esta presentación mostraremos algunos ejemplos de sistemas para los cuales el subsistema W no es conexo. Plantearemos entonces algunas preguntas sobre la existencia de tales subsistemas, sus características, y su relación con la dimensión y la medida de Hausdorff de K.

Análisis - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 17:10 $\sim$ 17:30

Distancia entre espacios métricos de probabilidad y aplicaciones

Carlos Exequiel Arias
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral - IMAL, CONICET, UNL, CCT CONICET Santa Fe, Colectora Ruta Nac. N 168, Paraje El Pozo, Argentina
exearias01@gmail.com

Las nociones fundamentales de distancia entre espacios métricos por una parte, y de distancia entre medidas por otra, están bien desarrolladas y han adquirido una relevancia reciente por los trabajos de Misha Gromov en Geometría y por la teoría del Transporte Óptimo. En este trabajo conjugamos estas ideas para definir conceptos de distancias entre espacios métricos con medidas de probabilidad y aplicarlos al análisis de datos de SUBE en AMBA. En particular consideramos la extensión de dos de los conceptos que Misha Gromov introduce en [4], el enfoque Gromov-Lipschitz y el enfoque Gromov-Hausdorff, combinados con varios de los conceptos de distancia entre medidas probabilísticas, en particular con la de Kantorovich - Rubinstein - Wasserstein (Ver[5]). Antecedentes de estas ideas pueden encontrarse en [2]. Para la aplicación al transporte público registrado por SUBE en AMBA usamos [1] y para las métricas difusivas mencionamos los trabajos pioneros de Coifman y Lafon [3].

Sean (X, d, μ) e (Y, δ, ν) dos espacios métricos con μ y ν probabilidades borelianas. Sea $\Lambda = \{f : (X, d) \to (Y, \delta)\ bi-Lipschitz\}$ y, si $\Lambda \neq \emptyset$, para cada $f \in \Lambda$ definimos las medidas probabilísticas $\tilde{\mu}_f = \nu \circ f$ y $\tilde{\nu}_f = \mu \circ f^{-1}$. Sea ρ_X una distancia entre medidas probabilísticas en X y ρ_Y una distancia entre medidas probabilísticas en Y. Definimos la distancia de **Gromov-Lipschitz** con ρ_X y ρ_Y entre (X,d,μ) e (Y,δ,ν) como

$$d_{GL}^{\rho_X\rho_Y}((X,d,\mu),(Y,\delta,\nu)) = \inf_{f\in\Lambda}\{|\log dil(f)| + |\log dil(f^{-1})| + \rho_X(\mu,\tilde{\mu}_f) + \rho_Y(\nu,\tilde{\nu}_f)\}$$

donde $dil(f) = \sup_{x_1\neq x_2}\frac{\delta(f(x_1),f(x_2))}{d(x_1,x_2)}$ es el coeficiente de dilatación de f.

Para el enfoque de **Gromov-Hausdorff** consideramos la familia $\mathcal{Z}$ de todos los espacios métricos (Z,∂) tales que (X,d) e (Y,δ) están inmersos isométricamente en (Z,∂). También consideramos las familias $\mathcal{I}(X,Z)$ e $\mathcal{I}(Y,Z)$ de todas estas inmersiones isométricas $\varphi : X \to Z$ y $\psi : Y \to Z$ respectivamente. Dadas $\varphi \in \mathcal{I}(X,Z)$ y $\psi \in \mathcal{I}(Y,Z)$ consideramos los respectivos "push forward" de μ y ν por φ y ψ para obtener dos medidas de Borel probabilísticas en (Z,∂) como $\mu_\varphi = \mu\circ\varphi^{-1}$ y $\nu_\psi = \nu\circ\psi^{-1}$. Entonces como μ_φ y ν_ψ son medidas de probabilidad en (Z,∂) podemos calcular, por ejemplo, su distancia de Kantorovich en (Z,∂) y así definir la distancia de Gromov-Hausdorff entre (X,d,μ) e (Y,δ,ν) como

$$d_{GH}^{K}((X,d,\mu),(Y,\delta,\nu)) = \inf_{\substack{(\mathcal{Z},\partial)\in\mathbb{Z}\\ \varphi\in\mathcal{I}(X,\mathcal{Z})\\ \psi\in\mathcal{I}(Y,\mathcal{Z})}} \text{máx}\{d_{H,\partial}(\varphi(X),\psi(Y)), d_{K,\partial}(\mu_\varphi,\nu_\psi)\}$$

donde $d_{H,\partial}$ denota la distancia de Hausdorff entre conjuntos de Z y $d_{K,\partial}$ la de Kantorovich (Wasserstein 1) en (Z,∂).

Para estas dos cantidades $d_{GL}^{\rho_X\rho_Y}$, d_{GH}^{K}, probamos propiedades métricas básicas y las aplicamos al análisis de datos provistos por el sistema SUBE en el AMBA, modelizado por grafos no dirigidos ponderados y con distintos atributos en los vértices, que son casos especiales de espacios métricos con medida probabilística.

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (IMAL, CONICET, UNL, CCT CONICET Santa Fe, Argentina) y Ivana Gómez (IMAL, CONICET, UNL, CCT CONICET Santa Fe, Argentina).

Referencias

[1] M. F. Acosta, H. Aimar, I. Gómez, and F. Morana, "Diffusive metrics induced by random affinities on graphs. An application to the transport systems related to the COVID-19 setting for Buenos Aires (AMBA)", Trends Comput. Appl. Math. 23 (2022), no. 4, 783â€"799.

[2] Hugo Aimar, Marilina Carena, Bibiana Iaffei. "Discrete approximation of spaces of homogeneous type". J. Geom. Anal.19(2009), no.1, 1â€"18.

[3] Ronald R Coifman and Stéphane Lafon, "Diffusion maps", Applied and Computational Harmonic Analysis 21 (2006), no. 1, 5â€"30.

[4] Misha Gromov, "Metric structures for Riemannian and non-Riemannian spaces", Progress in Mathematics, vol. 152, BirkhÃ¤user Boston, Inc., Boston, MA, 1999, Based on the 1981 French original.

[5] Cédric Villani. "Optimal transport. Old and new." Grundlehren Math. Wiss., 338[Fundamental Principles of Mathematical Sciences]. Springer-Verlag, Berlin, 2009.

Análisis - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 17:30 $\sim$ 17:50

Dilataciones en Espacios de Besicovitch

MELISA Scotti
IMAS - DM, UBA, Argentina
MELISCOTTI@GMAIL.COM

En esta comunicación, presentaré los resultados de una investigación conjunta llevada a cabo junto con Daniel Carando, Jorge Antezana y Tomás Fernandez Vidal enfocada en sistemas de dilataciones en el contexto del espacio $B^2(\mathbb{R})$ de funciones casi periódicas en el sentido de Besicovitch.

Nuestro estudio se centra en investigar bases y marcos de la forma

$$\Phi = \{\psi_j(n\,\cdot) : \; j \in J \; n \in \mathbb{N}\}$$

en subespacios de $B^2(\mathbb{R})$ espécificos que llamamos $\mathcal{L}_{\text{odd}}(\Lambda)$ (con Λ un conjunto de frecuencias $\mathbb{Q}$-linealmente independientes). Estos espacios son generados por las funciones $\sin(2\pi i \lambda n(\cdot))$ con $\lambda \in \Lambda$ y $n \in \mathbb{N}$. Nuestro objetivo principal es caracterizar aquellas familias Φ que forman marcos o bases de Riesz para estos subespacios. Inspirados por la teoría de subespacios invariantes por traslaciones en $L^2(\mathbb{R}^d)$, empleamos una técnica de reducción similar a los métodos de fibras. De manera interesante, surge de forma natural una estructura de holomorfía, la cual desempeña un papel fundamental en la comprensión y análisis de estas las familias de dilataciones.

Trabajo en conjunto con Daniel Carando (IMAS, UBA-CONICET), Tomás Fernandez Vidal (IMAS, UBA-CONICET) y Jorge Antezana ((UNLP - CONICET).

Sesión 3: Análisis Numérico y Optimización

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación- Jueves 21 de septiembre, 8:40 $\sim$ 9:00

Análisis de la convergencia del método VarPro para problemas inversos no lineales separables regularizados

Gabriela Jeronimo
Universidad de Buenos Aires & CONICET, Argentina
jeronimo@dm.uba.ar

Consideramos problemas inversos de la forma $\mathbf{A}(\mathbf{y})\mathbf{x} = \mathbf{b} = \mathbf{b}_{\text{true}} + \epsilon$ con $\mathbf{A}(\mathbf{y})\mathbf{x}_{\text{true}} = \mathbf{b}_{\text{true}}$, donde $\mathbf{b}_{\text{true}} \in \mathbb{R}^m$ denota un vector desconocido asociado a los datos y $\epsilon \in \mathbb{R}^m$ es un vector desconocido que representa ruido o errores. La matriz $\mathbf{A}(\mathbf{y}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ con $m \geq n$ es desconocida, pero suponemos que puede parametrizarse en forma no lineal por un vector $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^r$ con $r \ll n$. A estos problemas los llamamos problemas inversos no lineales separables. Dado un vector de datos $\mathbf{b}$ y una función matricial $\mathbf{A}(\mathbf{y})$, el objetivo es calcular buenas aproximaciones de $\mathbf{x}$ y de $\mathbf{y}$. Para esto, se busca resolver $\min_{\mathbf{x},\mathbf{y}} \|\mathbf{A}(\mathbf{y})\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2$.

Nos interesamos en problemas ill-posed, para lo cual planteamos una formulación regularizada:

$$\min_{\mathbf{x},\mathbf{y}} \|\mathbf{A}(\mathbf{y})\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2 + \lambda^2 \|\mathbf{x}\|_2^2,$$

donde $\lambda > 0$ es un parámetro de regularización. Nos enfocamos en el método de proyección de variables (VarPro) introducido en [1]. La idea fundamental consiste en eliminar la variable $\mathbf{x}$ (resolviendo un problema lineal de cuadrados mínimos para cada $\mathbf{y}$), reemplazar $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{y})$, y finalmente resolver un problema de minimización $\min_{\mathbf{y}} \|\mathbf{F}(\mathbf{y})\|^2$ sólo en las variables $\mathbf{y}$. Este problema no lineal puede resolverse por el método de Gauss-Newton, lo que requiere calcular el Jacobiano de $\mathbf{F}$. Como esto suele ser muy costoso, se han utilizado distintas aproximaciones de este Jacobiano que mostraron buenos resultados computacionales, entre las que se destacan las propuestas por Kaufman ([2]) y por Ruano, Jones y Flemming ([3]).

En esta comunicación describiremos y analizaremos la convergencia de una nueva generalización del método VarPro aplicable a problemas de gran tamaño. Esta generalización consiste en calcular, para cada $\mathbf{y}$, una aproximación suficientemente buena de la solución $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{y})$ del problema de minimización correspondiente por medio de un método iterativo. Presentaremos un análisis teórico de la convergencia del método utilizando las aproximaciones de los Jacobianos de [2] y [3] calculadas, a su vez, con soluciones $\mathbf{x}$ aproximadas. Finalmente, comentaremos sobre experimentos numéricos cuyos resultados reflejan nuestro análisis teórico.

Trabajo en conjunto con Malena I. Español (Arizona State University, Estados Unidos).

Referencias

[1] G.H. Golub, V. Pereyra, The differentiation of pseudo-inverses and nonlinear least squares problems whose variables separate. SIAM J. Numer. Anal. 10 (1973), 413-432.

[2] L. Kaufman, A variable projection method for solving separable nonlinear least squares problems, BIT 15 (1975) 49-57.

[3] A.E.B. Ruano, D.I. Jones, P.J. Fleming, A new formulation of the learning problem of a neural network controller, in Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control, 1991, 865-866.

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación- Jueves 21 de septiembre, 9:00 $\sim$ 9:20

Programación lineal semi infinita y programación cónica.

Andrea Beatriz Ridolfi
ICAI - Universidad Nacional de Cuyo - CONICET, Facultad de Ciencias Aplicadas a la Industria,
Facultad de Ciencias Económicas, Argentina
aridolfi@fcai.uncu.edu.ar

En el ámbito de programación lineal semiâ€“infinita se utilizan, con frecuencia, condiciones sobre la representación algebraica del conjunto factible, llamadas restricciones de calificación (constraint qualifications). Entre ellas son conocidas las condiciones de Farkas-Minkowski, de Slater y localmente Farkas-Minkowski. Estas están definidas por el comportamiento del sistema de restricciones, cuya representación dual es su cono característico. En este trabajo mostramos nuevas caracterizaciones de estas condiciones en términos de las caras expuestas de su cono característico o del cono de referencia. Por otro lado, se obtienen nuevos resultados aplicados a la programación lineal cónica donde se obtienen caracterizaciones de la existencia de soluciones factibles y condiciones que garantizan propiedades geométricas del conjunto factible, tales como la acotación y la dimensionalidad completa. También se desarrollan teoremas de optimalidad y dualidad.

Trabajo en conjunto con Virginia N. Vera de Serio (Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Cuyo, Argentina) y Miguel A. Goberna (Universidad de Alicante, España).

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación- Jueves 21 de septiembre, 9:20 $\sim$ 10:00

Two fixed point iteration methods for computing the matrix square root

Harry Oviedo
Universidad Adolfo Ibáñez, Chile
harry.oviedo@uai.cl

In this talk we consider the problem of computing a square root of a given symmetric positive definite matrix A. To deal with this problem, we develop two fixed point schemes, which are obtained by rearranging the nonlinear matrix equation $A - X^2 = 0$ and incorporating a scaling parameter. The proposed iterative methods only require to compute one matrix inversion and at most two matrix multiplications per iteration. The global convergence is established by the Banach contraction theorem under the Thompson metric. Finally, we carry out some numerical experiments in order to illustrate the effectiveness of the proposals.

Trabajo en conjunto con Hugo Lara (Universidade Federal de Santa Catarina, Brazil) y Oscar Dalmau (Centro de Investigación en Matemáticas A.C., Mexico).

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación- Jueves 21 de septiembre, 10:30 $\sim$ 10:50

Estimación dinámica de demanda de transporte mediante la solución de un problema binivel en dimensión infinita con solución única

Nicolás Jares
CIEM-CONICET FAMAF-UNC, Argentina
njares@unc.edu.ar

Si representamos una red de transporte como un grafo dirigido $G = (N, A)$ y consideramos un horizonte de planificación $T = [t_0, t_f] \subset \mathbb{R}$, podemos suponer que se conoce el volumen de tráfico y expresarlo como un conjunto de funciones $x_0^{(a)}(t) : T \to \mathbb{R}_{\geq 0}$, para cada $a \in A$. Luego podemos llamar $x_0 = (x_0^{(a)})_{a \in A}$ al vector que contiene todas esas funciones.

A partir de esa información, podemos escribir el problema de estimar la demanda dinámica de transporte como un problema binivel de la forma:

$$\begin{array}{cl} \underset{h \in H, d \in D}{\text{minimizar}} & \|x_0 - X(h)\|_2^2 + \|d\|_1 \\ \text{sujeto a} & (A(h), h - v)_H \leq 0, \ \forall v \in \Lambda_d \end{array}$$

Aquí $h = (h_r)_{r \in \mathcal{R}}$ es un vector de flujo por rutas, $d = (d_w)_{w \in W}$ es el vector de demandas, y H y D son espacios de Hilbert adecuados. El operador $X : H \to L^2([t_0, t_f])^{|A|}$ devuelve los flujos por arco a partir de los flujos por rutas y el operador $A : H \to H$ es el operador de retraso (el tiempo necesario para recorrer cada ruta). La restricción del problema es una desigualdad variacional con el producto interno usual de H, $(\cdot, \cdot)_H$ y el conjunto $\Lambda_d \subset H$ es el conjunto de flujos por ruta factibles, que satisfacen la demanda d. Esta desigualdad variacional resuelve el problema del equilibrio dinámico del usuario [1].

Bajo ciertas hipótesis podemos ver que este es un problema binivel simple, que su función objetivo es fuertemente convexa y que se pueden generalizar métodos del estado del arte para problemas binivel de dimensión finita [2] a este problema para obtener un algoritmo que converge a su solución.

Trabajo en conjunto con Damian Fernandez Ferreyra (CIEM-CONICET FAMAF-UNC) y Lisandro Parente (CIFASIS-CONICET FCEIA-UNR).

Referencias

[1] Daoli Zhu, Patrice Marcotte, On the Existence of Solutions to the Dynamic User Equilibrium Problem, Transportation Science, 2000, 34(4):402-414

[2] Yekini Shehu, Phan Tu Vuong and Alain Zemkoho, An inertial extrapolation method for convex simple bilevel optimization, Optimization Methods and Software, 2021, 36:1, 1-19

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación- Jueves 21 de septiembre, 10:50 $\sim$ 11:10

Un algoritmo basado en el lagrangiano aumentado no diferenciable inexacto

José Luis Romero
CIEM-CONICET, Argentina
joseluisromero@unc.edu.ar

Se presenta un nuevo algoritmo, basado en el Lagrangiano aumentado no diferenciable inexacto, para resolver problemas de optimización no lineal con restricciones de igualdad. Se realiza un análisis de convergencia global y se lo implementa en un conjunto de problemas test.

Trabajo en conjunto con Damián Fernández (CIEM-CONICET) y Germán Torres (IMIT-CONICET).

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación- Jueves 21 de septiembre, 11:10 ∼ 11:30

Un método de conjuntos activos para el problema de minimización multiobjetivo con restricciones de caja

María Daniela Sánchez
Centro de Matemática de La Plata, UNLP, Argentina
danumd@gmail.com

Presentaremos un método para resolver problemas de optimización multiobjetivo con restricciones de caja. La estrategia está inspirada en GENCAN [1], un método de restricciones activas para problemas de optimización escalares con restricciones de caja, en donde el algoritmo combina un método irrestricto, que incluye una nueva búsqueda lineal que tiene como objetivo agregar restricciones al conjunto activo de trabajo en una sola iteración, con la metodología de gradiente proyectado para eliminar restricciones del conjunto de trabajo. Para el caso de optimización multiobjetivo proponemos utilizar el algoritmo general de minimización sin restricciones con búsqueda lineal, definido en [3], que usa backtracking para la minimización en la cara interna y el método de gradiente proyectado definido en [2] para abandonar la cara. Se analiza la convergencia global.

Trabajo en conjunto con Nadia Fazzio (Centro de Matemática de La Plata, CONICET, UNLP, Argentina) y María Laura Schuverdt (Centro de Matemática de La Plata, CONICET, UNLP, Argentina).

Referencias

[1] E.G. Birgin and J.M.Martínez, A Box-constrained optimization algorithm with negative curvature directions and spectral projected gradients, Topics in Numerical Analysis. Computing Supplementa, 15 (2001), pp. 49-60.

[2] E.H. Fukuda and L.M. Graña Drummond, A survey on multiobjective descent methods. Pesquisa Operacional 34, 585-620, 2014.

[3] M.L.N. GoncÂ¸ Alves, F.S. Lima and L.F. Prudente , Globally convergent Newton-type methods for multiobjective optimization, Comput. Optim. Appl. 83 (2022), pp. 403â€“434.

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación- Jueves 21 de septiembre, 11:30 ∼ 11:50

Lagrangiano Aumentado con criterio de parada escalado

María Laura Schuverdt
Centro de Matemática de La Plata, UNLP, Argentina
mlschuverdt@gmail.com

El método de Lagrangiano Aumentado es una técnica importante y ampliamente utilizada para resolver problemas de optimización con restricciones. En su forma clásica, este método utiliza una sucesión iterativa de subproblemas que son considerablemente más fáciles de resolver que el problema original. Por su definición intrínseca, el análisis de convergencia del método está directamente relacionado con el estudio de las llamadas condiciones de optimalidad sucesivas. En los últimos años se ha dedicado especial atención en definir condiciones de optimalidad sucesivas más débiles.

ALGENCAN es una versión, con salvaguardas, del método de Lagrangiano Aumentado clásico que posee excelentes propiedades teóricas y presenta un comportamiento numérico robusto. Presentaremos una variante escalada del algoritmo ALGENCAN, la correspondiente teoría de la convergencia global y una comparación de la variante escalada versus la no escalada de ALGENCAN.

Trabajo en conjunto con Roberto Andreani (UNICAMP, Brasil), Gabriel Haeser (USP, Brasil), Leonardo D. Secchin (Universidad Federal de Espíritu Santo, Brasil) y Paulo J. S. Silva (UNICAMP, Brasil).

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación- Jueves 21 de septiembre, 15:00 $\sim$ 15:20

Algoritmos para coarsening en Espacios de Splines

Silvano Carlos Figueroa
Universidad Nacional del Litoral, Facultad de Ingeniería Química, Argentina
nano95figueroa@gmail.com

Sea $[a,b] \subset \mathbb{R}$ y $\Delta = \{a = \zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_N = b\}$ una partición de $[a,b]$. Sean n y p enteros positivos. Denotamos con $\mathcal{S}$ al espacio de dimensión n de funciones splines polinomiales de grado menor o igual que p definido sobre un vector de nodos $\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_{n+p+1}\}$ dado por

$$\Xi = \{\underbrace{\zeta_1, \dots, \zeta_1}_{m_1\text{-veces}}, \underbrace{\zeta_2, \dots, \zeta_2}_{m_2\text{-veces}}, \cdots \underbrace{\zeta_N, \dots, \zeta_N}_{m_N\text{-veces}}\}.$$

donde

$$a = \xi_1 = \dots \xi_{p+1} \leq \xi_{p+2} \leq \dots \leq \xi_n < \xi_{n+1} = \dots = \xi_{n+p+1} = b.$$

Dada $s \in \mathcal{S}$ y TOL> 0, se busca un spline $\hat{s} \in \hat{\mathcal{S}}$ tal que

$$\|s - \hat{s}\| < TOL$$

donde $\|\cdot\|$ es una norma en $\mathcal{S}$ y $\hat{\mathcal{S}} \subset \mathcal{S}$. Para ello desarrollamos tres algoritmos, los cuales reciben por entradas el spline s (con su respectivo vector de coeficientes $\mathbf{c}$), TOL> 0 y $\|\cdot\|_{L^2}$, $\|\cdot\|_{L^\infty}$, $\|\cdot\|_{H^1}$ para cada algoritmo, respectivamente.

La elección de un nodo ξ_* a remover se basa en calcular una serie de indicadores $\{\varepsilon_j\}$ y luego escoger j_* de tal manera que

$$\varepsilon_{j_*} = \min_j \{\varepsilon_j\}$$

El cálculo de los indicadores, en cada algoritmo, está fuertemente relacionado con la norma. Por ejemplo, en el caso de $\|\cdot\|_{L^2}$, tenemos que los indicadores se pueden calcular como

$$\varepsilon_j = \mathbb{E}_{\Xi,j}(s) = |\mathbf{r}_{loc}^T \mathbf{c}_{loc}|$$

donde $\mathbf{r}_{loc}$ se puede obtener facilmente a partir de unos pocos nodos y $\mathbf{c}_{loc}$ es un subvector de $\mathbf{c}$.

Así, cada algoritmo devuelve como salida un vector de nodos $\hat{\Xi}$ con menos nodos y un spline $\hat{s}$ que satisface $\|s - \hat{s}\| < TOL$.

Por último se presentan experimentos numéricos en los cuales se analizan diferentes problemas y se observa que la curva de error generada por los algoritmos propuestos se comporta mejor comparada con la de otros algoritmos ya existentes en la bibliografía y que además el gasto computacional de almacenamiento y tiempo es mucho menos costoso.

Trabajo en conjunto con Eduardo Garau (Universidad Nacional del Litoral, Argentina), Pedro Morin (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación- Jueves 21 de septiembre, 15:20 ∼ 15:40

Método tipo Newton para curvas óptimas

Fabián Marcos Hernán Gutiérrez
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (CONICET-UNL), Argentina
fmhgutierrez@gmail.com

En el artículo [1] los autores presentan un algoritmo numérico para obtener el mínimo de un funcional de forma definido sobre superficies. Para ello se utilizó un método de quasi-newton que involucra derivadas de forma de primer y segundo orden del funcional, obteniendo en cada iteración un sistema lineal en formulación débil, que se discretiza y se resuelve con métodos isogeométricos. De manera análoga, nos propusimos utilizar el mismo método para obtener curvas óptimas. Como prueba inicial consideramos el problema de la curva de menor tiempo de descenso o braquistócrona, utilizando derivadas variacionales y el método de elementos finitos.

Trabajo en conjunto con Aníbal Chicco Ruiz (Facultad de Ingeniería Química, Universidad Nacional del Litoral).

Referencias

[1] "The Shape derivative of the gaussian curvature" Aníbal Chicco Ruiz, Pedro Morin, M. Sebastian Pauletti. Revista de la UMA Vol. 59. No.2, 2018, Pages 311 - 337. Published Online May 15, 2018

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación- Jueves 21 de septiembre, 15:40 ∼ 16:00

Discretización de un problema fraccionario usando mallas graduadas

Cecilia Penessi
Universidad Nacional de Rosario - CONICET, Argentina
cecilia@fceia.unr.edu.ar

Consideramos la aproximación por elementos finitos del problema (P) de contorno para potencias fraccionarias de un operador elíptico

$$\mathcal{L}^s u = f \qquad \text{en } \Omega, \qquad u = 0 \qquad \text{en } \partial\Omega,$$

donde por simplicidad Ω es el cuadrado unitario $[0,1]^2$, $\mathcal{L}$ es un operador elíptico de la forma $\mathcal{L}v = -\Delta v + c(x)v$, con $c(x) \geq 0$, y $s \in (0,1)$. La dificultad para obtener esquemas eficientes radica en que $\mathcal{L}^s$ es un operador no local. Para lograr una discretización manejable computacionalmente, utilizamos una estrategia propuesta por Caffarelli y Silvestre [2], quienes mostraron que cualquier potencia fraccionaria del Laplaciano en $\mathbb{R}^n$ puede realizarse como una aplicación Dirichlet-to-Neumann de una extensión al semiespacio $\mathbb{R}^{n+1}_+$. El problema extendido se aproxima mediante una diagonalización a partir de una semidiscretización en la variable extendida, resultando en la solución de una sucesión de problemas de reacción–difusión singularmente perturbados.

En la literatura (por ejemplo [1]) se proponen estrategias para resolver adecuadamente estos problemas que requieren del uso de mallas anisotrópicas geométricamente refinadas hacia la frontera de Ω. Sin embargo, para obtener resultados adecuados, las mallas deben ser elegidas dependiendo del parámetro de perturbación singular de cada uno de los problemas obtenidos.

Para la discretización de tales problemas de reacción–difusión, proponemos utilizar elementos finitos sobre mallas graduadas (introducidas en [3]) que se definen independientemente del valor del parámetro de perturbación singular, para las cuales se tienen resultados de aproximación óptimos en la norma de la energía.

Combinando esta técnica con nuevos resultados de superconvergencia para los problemas de reacción–difusión, obtenemos convergencia óptima en el parámetro de discretización para la aproximación del problema (P).

Trabajo en conjunto con Melani Barrios (Universidad Nacional de Rosario - CONICET) y Ariel L. Lombardi (Universidad Nacional de Rosario - CONICET).

Referencias

[1] Lehel Banjai, Jens M. Melenk, Christoph Schwab. Exponential convergence of hp-fem for spectral fractional diffusion in polygons. Numerische Mathematik, 153(1):1â€“47, 2023.

[2] Luis Caffarelli, Luis Silvestre. An extension problem related to the fractional laplacian. Communications in partial differential equations, 32(8):1245â€“1260, 2007.

[3] Ricardo G. Durán, Ariel L. Lombardi. Error estimates on anisotropic Q1 elements for functions in weighted Sobolev spaces. Math. Comput., 74(252):1679â€“1706, 2005.

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación- Jueves 21 de septiembre, 16:00 $\sim$ 16:20

Método no lineal para problemas no estacionarios de convección dominante

Itatí Zocola
FIQ - UNL, Argentina
itazocola@gmail.com

Consideramos problemas de convección-reacción-difusión con condición de borde tipo Dirichlet. Es sabido que en los casos de convección dominante, los métodos numéricos usuales no generan soluciones adecuadas, ya que producen oscilaciones pronunciadas que no se corresponden con lo esperado. Con el fin de superar este problema, estudiamos métodos no lineales basados en los limitadores de flujo de Kuzmin.

En esta charla, mostraremos los resultados existentes, tanto numéricos como analíticos, para métodos no lineales en el caso estacionario. A partir de los mismos, introduciremos un método no lineal para el caso no estacionario. Demostraremos que, para una elección particular de limitadores, el problema tiene solución única y la validez del principio máximo discreto.

Trabajo en conjunto con Pedro Morin (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación- Jueves 21 de septiembre, 16:50 $\sim$ 17:30

Aproximación por elementos finitos de sistemas de reacción-difusión singularmente perturbados

María Gabriela Armentano
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA - IMAS, CONICET, Argentina
garmenta@dm.uba.ar

En este trabajo analizamos la aproximación, mediante elementos finitos, de un sistema singularmente perturbado de dos ecuaciones de reacción-difusión en una dimensión:

$$\begin{aligned} -\epsilon^2 u_1''(x) + a_{11}u_1(x) + a_{12}u_2(x) &= f_1(x) \qquad \text{en } I = (0,1) \\ -\mu^2 u_2''(x) + a_{21}u_1(x) + a_{22}u_2(x) &= f_2(x) \\ u_1(0) = u_1(1) = u_2(0) = u_2(1) &= 0 \end{aligned}$$

con $\epsilon, \mu \in (0,1)$, y con especial interés en los casos en que ϵ y μ poseen distintos órdenes de magnitud.

Para obtener aproximaciones de orden óptimo en normas balanceadas, al aproximar con funciones lineales a trozos, utilizamos mallas graduadas convenientemente acordes a la naturaleza de las capas límites que se presentan. Además de las estimaciones de error mostramos algunos ejemplos numéricos que reflejan la convergencia con orden óptimo del método propuesto.

Trabajo en conjunto con Ariel Lombardi (Universidad Nacional de Rosario, CONICET, Argentina) y Cecilia Penessi (Universidad Nacional de Rosario, CONICET, Argentina).

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación- Jueves 21 de septiembre, 17:30 $\sim$ 17:50

Aproximación de problemas singularmente perturbados en polígonos

Ariel Luis Lombardi
Universidad Nacional de Rosario - CONICET, Argentina
ariel@fceia.unr.edu.ar

Existe una extensa literatura sobre la aproximación por elementos finitos de problemas de reacción–difusión singularmente perturbados. Para obtener estimaciones teóricas del error de aproximación robustas respecto del parámetro de perturbación singular se requieren ciertas estrategias, siendo una de estas el uso de mallas adaptadas a las capas límites que presenta la solución. En particular, para el caso en que el dominio es un cuadrado, para el que existen estimaciones a priori puntuales muy precisas para la solución exacta, se obtuvieron resultados óptimos usando distintos tipos de mallas entre las que podemos encontrar las mallas de Shishkin, las de Bakhvalov y las graduadas.

Cuando el dominio es un polígono arbitrario, hasta nuestro conocimiento, no existen estimaciones a priori tan precisas para la solución demostradas en la literatura, pero sí es usual asumir cierto comportamiento de la solución que incluye las singularidades producidas por las capas límites (boundary layers) como así también, las generadas por la presencia de esquinas de ángulos $> \frac{\pi}{2}$ (corner layers) [1, Assumption 5.1]. Asumiendo tal comportamiento, en esta charla examinamos la posibilidad de diseñar mallas graduadas para obtener estimaciones de error robustas para problemas de reacción–difusión. La característica que distingue estas mallas de otras usadas en la literatura, es que para obtener estimaciones en la norma de la energía pueden definirse independientemente del parámetro de perturbación singular. Las singularidades en esquinas se tratan siguiendo las técnicas introducidas en [2, Section 8.4].

Referencias

[1] Thomas Apel. Anisotropic finite elements: Local estimates and applications. Series .^{A}dvances in Numerical Mathematics", Teubner, Stuttgart, 1999

[2] Pierre Grisvard. Elliptic problems in nonsmooth domains. Classics in Applied Mathematics 69. SIAM, Philadelphia, 2011

Sesión 4: Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 8:40 $\sim$ 9:00

Análisis del Número Básico de Descendencia en la Dinámica Poblacional del Mosquito Aedes aegypti

Betina Elizabet Abad
Universidad Nacional de Salta, Facultad de Ciencias Naturales, Facultad de Ingeniería, Argentina
betina_abad05@yahoo.com.ar

Los virus Zika, Dengue y Chikingunya son principalmente dispersados en regiones tropicales y subtropicales por mosquitos domésticos Aedes aegypti.

En la provincia de Salta el virus del Dengue irrumpe por primera vez en el año 1926 y el virus del Zika en el año 2017. Según los datos provenientes del Sistema Nacional de Vigilancia de la Salud, desde el año 2017 al 2022 los casos con sospecha de Dengue fueron bajos [1]. Del mismo modo, el Zika después de los primeros brotes históricos registrado en 2017 y 2018, parecería que ha ingresado en una fase de silencio, una característica de las enfermedades que se presentan por primera vez con baja intensidad en su dinámica de dispersión en nuevas regiones [2]. Sin embargo, en el año 2023 se ha informado brotes de Dengue [1], por lo que el estudio de la dinámica poblacional de los mosquitos resulta relevante debido a los antecedentes históricos y a las características tropicales de las regiones endémicas de Salta, ideales para el crecimiento de la población de mosquitos.

Para ello, se propone un modelo matemático simplificado que considera dos fases del desarrollo del ciclo del mosquito, la fase acuática (A) y la fase adulta como mosquito (M) y se plantea un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias para describir la relación o interacción entre las fases.

Así como el número R_0, se usa para determinar umbrales para medir la gravedad de la infección de una enfermedad en una comunidad; el número Q_0, proporciona el número medio de crías hembras viables producidas por un mosquito hembra durante todo su tiempo de supervivencia y, en consecuencia, establece un centinela para el brote de enfermedades distribuidas por este vector, debido a que este número está relacionado con el tamaño de su población.

Del modelo se obtiene la expresión para el número básico de descendencia Q_0 dependiente de parámetros entomológicos que presentan diferentes comportamientos respecto a la temperatura. Los valores para los parámetros entomológicos obtenidos por experimentos de temperatura controlada son extraídos de la literatura [3].

Se relacionan los puntos de equilibrio, el espacio de fase y la solución general obtenida con el nivel de infestación dado por Q_0 en una región libre de mosquitos.

Por último, se discute los efectos de la temperatura en el tamaño de la población de mosquitos y cómo afecta al número de descendencia, incorporar el control químico en el modelo.

Trabajo en conjunto con Juan Carlos Rosales (Universidad Nacional de Salta, Facultad de Ciencias Exactas, Argentina).

Referencias

[1] Ministerio de Salud de la Nación: Boletín Integrado de Vigilancia. Dirección nacional de Epidemiología y Análisis de Situación de Salud NÂ° 335, 447, 479, 410, 613, 561

[2] Rosales, J. C., Aparicio, J. P., Quintana, P., Herrera, C., and Abad, B. (2021). Modelling by Simulations Monte Carlo of First Historical Zika Outbreak in Salta, Argentina, Occurred in 2017. Asian Journal of Probability and Statistics, 15(4), 351-364.

[3] Yang, H., Macoris, M., Galvani, K., Andrighetti, M., and Wander ley, D. (2009). Assessing the effects of temperature on the population of aedes aegypti, the vector of dengue. Epidemiology and Infection, 137(8):1188 - 1202.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 9:00 ∼ 9:20

Modelo matematico para la poblacion de Aedes aegypti en la provincia de Buenos Aires incorporando nuevos factores adaptativos.

Lucas Ernesto Alonso
INENCO - UNSa, CONICET, Argentina
lucasalo28@gmail.com

Desde que se descubrió el rol del mosquito Aedes aegypti como vector transmisor de enfermedades en regiones tropicales, surge la pregunta sobre cómo el mosquito logra propagar las enfermedades en regiones con clima templado. Con el tiempo la evidencia mostró que el mosquito puede sobrevivir el invierno en dichas regiones en la forma de huevos. En Sud América, la isoterma de invierno de 15Âº C parecía ser un buen criterio para delimitar la supervivencia del mosquito. Trabajos recientes indican que Ae. ae. ha logrado establecerse en regiones más frías, al sur de la isoterma de 14.5Âº C. Las razones por las que el mosquito se está desplazando hacia el sur permanecen desconocidas. Dos hipótesis han sido planteadas: Cambio climático y Desarrollo adaptativo. La última década ha sido más calurosa y más seca que las anteriores. Mientras que el aumento en la temperatura favorece la expansión del mosquito, la disminución de las lluvias la desfavorece.

En el año 2019 se encontró que mosquitos Ae. ae. recolectados en la provincia de Buenos Aires poseen el mecanismo de diapausa: las hembras ponen huevos preparados para un largo periodo de inactividad cuando hay menos de 12 horas de luz solar diaria. Pareciera entonces que una estrategia para sobrevivir al invierno en regiones templadas es la de inhibir la eclosión de huevos durante el invierno.

Exploramos en este trabajo las preguntas Â¿Pueden estos factores biológicos explicar la expansión de Ae. ae.? Â¿Cuan al sur puede llegar? Abordamos este problema utilizando la última versión de un modelo poblacional detallado (estocástico y con espacialidad) para Ae. ae. que utiliza el clima y la dinámica de la producción de alimento. Incorporamos el mecanismo de diapausa y realizamos simulaciones para distintas ciudades de la provincia de Buenos Aires.

Trabajo en conjunto con Hernan Solari (IFIBA, UBA-CONICET; DF, FCEN-UBA)..

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 9:20 ∼ 9:40

Control óptimo para un modelo SIR con restricción en la capacidad hospitalaria.

Rocio Balderrama
Universidad de Buenos Aires - FCEyN, Argentina
rbalde@dm.uba.ar

La distancia social y la cuarentena estricta son intervenciones no farmacéuticas que han sido usadas para mitigar la propagación del COVID-19. Sin embargo, estas medidas resultan ser perjudiciales para las sociedades en términos de costos sociales y económicos. Utilizando herramientas de control óptimo y cálculos numéricos, investigamos las estrategias óptimas que minimizan el impacto social y económico de una epidemia al aplicar intervenciones no farmacéuticas. Para ello, estudiamos condiciones de primer orden para un control óptimo de un modelo SIR con una restricción para todo tiempo que modela la limitación en la capacidad hospitalaria y un funcional que modela el costo económico de imponer una cuarentena.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 9:40 ∼ 10:00

Modelos Matemáticos para Analizar Estrategias de Control de las poblaciones de *Aedes aegypti*

Fatima Elisabet Chauque
INENCO (UNSa-CONICET), Av. Bolivia 5150, CP A4400FVY, Salta, Argentina
elisabetchauque@gmail.com

Las enfermedades transmitidas por mosquitos se encuentran entre las amenazas infecciosas más desafiantes del mundo. El mosquito *Aedes aegypti* es el principal vector del dengue, Zika y chikungunya en Argentina, y por lo tanto el control de este vector es crucial para reducir la probabilidades de brotes de estas enfermedades. Una de las estrategias de control es el uso de insecticidas. El pyriproxyfen (PPF) es un regulador de crecimiento que actúa sobre el estadio acuático del mosquito evitando su emergencia a adulto. Una característica del mismo es su efectividad en ultra bajas dosis lo cual permite que sea diseminado a sitios de oviposición por las propias hembras de *Aedes aegypti*. En este trabajo proponemos modelos compartimentales basados en ecuaciones diferenciales y estocásticos que describen la evolución de las poblaciones del mosquito *Aedes aegypti* en estado acuático o inmaduros (huevos-pupas-larvas) a estado adulto. La población inmadura aumenta debido a la actividad de oviposición de mosquitos hembra adultos, y disminuye debido al desarrollo de éstos, la mortalidad y la capacidad de carga de los criaderos. La población adulta aumenta debido al ingreso de mosquitos inmaduros que alcanzaron la etapa adulta y disminuye debido a la mortalidad. Buscamos disminuir el tamaño de la población adulta mediante la presencia de estaciones diseminadoras tratadas con pyriproxyfen (recipientes con agua y con partículas de PPF). Incorporamos a los modelos los sitios de cría que se contaminaron con PPF. Finalmente realizamos simulaciones deterministas y estocásticas de los modelos.

Trabajo en conjunto con Lucas E. Alonso, Gonzalo M. Lopez y Juan P. Aparicio.

Referencias

[1] M. OTERO, H. G. SOLARI, AND N. SCHWEIGMANN, A stochastic population dynamics model for aedes aegypti: formulation and application to a city with temperate climate, Bulletin of mathematical biology, 68 (2006), pp. 1945â€“1974.

[2] F. ABAD-FRANCH, E. ZAMORA-PEREA, AND S. L. LUZ, Mosquito-disseminated insecticide for citywide vector control and its potential to block arbovirus epidemics: entomological observations and modeling results from amazonian brazil, PLoS medicine, 14 (2017), p. e1002213

[3] D. GOINDIN, C. DELANNAY, C. RAMDINI, J. GUSTAVE, AND F. FOUQUE, Parity and longevity of aedes aegypti according to temperatures in controlled conditions and consequences on dengue transmission risks, PloS one, 10 (2015), p. e0135489

[4] F. V. S. D. ABREU, M. M. MORAIS, S. P. RIBEIRO, AND A. E. EIRAS, Influence of breeding site availability on the oviposition behaviour of aedes aegypti, Memorias do Instituto Oswaldo Cruz, 110 (2015), pp. 669â€“676

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 10:30 ∼ 10:50

ANÁLISIS DE UN MODELO POBLACIONAL DE DOS SEXOS EN PENÍNSULA VALDÉS

Micaela Leonor Miño
Facultad de Ingeniería, sede Trelew-Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco, Argentina
micaelaleonormino@gmail.com

En este trabajo se analiza la dinámica de la población de Elefantes marinos del Sur, Mirounga leonina, ubicada en Península de Valdés, Argentina. Se cuenta con censos desde el año 1995 hasta el año 2015, que incluyen las características de la playa. Se desarrolla un modelo para analizar la relación entre el tipo de sustrato y la evolución de la población.

El elefante marino del sur es una especie poligínica, durante la temporada reproductiva los animales forman grupos llamados harenes con un macho dominante, un grupo de hembras que puede variar de dos a cien individuos y algunos machos periféricos. Durante los censos se registró la composición y ubicación de cada harén contando la cantidad de hembras adultas, crías destetadas, machos adultos y machos subadultos. Se determinó además el tipo de sustrato de cada playa que fue clasificado como de arena, canto rodado, restinga o mezcla.

Se trabajó con datos de la zona sur de Península Valdés, utilizando parámetros pobalcionales previamente estimados para este sector de la población que se encuentra en crecimiento. Se desarrolló un modelo que considera el movimiento de animales entre las distintas playas y se estimaron los factores de movimiento en función del sustrato de la playa.

Trabajo en conjunto con Paola Bonfili (Facultad de Ingeniería, sede Trelew Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco) y Mariano Ferrari (Facultad de Ingeniería, sede Trelew Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco y Centro para el Estudio de Sistemas Marinos, CESIMAR-CENPATCONICET)..

Referencias

[1] Un modelo de dos sexos con migración. Paola Bonfili, Elena Eder y Mariano A. Ferrari. MACI Vol. 7 2019

[2] Two-sex population models applied to polygynous species. Mariano A. Ferrari, Mirtha N. Lewis and Claudio Campagna. Actas de la Academia Nacional de Ciencias. (Córdoba, Argentina) 2008

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 10:50 ∼ 11:10

Modelado matemático y análisis de la dinámica de infección por geohelmintos

Leonardo Miguel Yanez
Departamento de Matemática (FCE-UNSa), Argentina
leonardoyanez011@gmail.com

En este trabajo presentamos un marco general para la modelización matemática de la dinámica de transmisión de macroparásitos que no se reproducen dentro del hospedador como Ascaris lumbricoides, Trichuris trichiura, Necator americanus y Ancylostoma duodenale. Los modelos básicos se derivan de modelos probabilísticos generales para la probabilidad de apareamiento dependiente de la densidad del parásito. Aquí consideramos el caso particular, y común, de una distribución binomial negativa para el número de parásitos en los hospedadores. Presentamos un modelo determinístico para la dinámica de la transmisión. Para este último, estudiamos el equilibrio endémico, libre de infección y el número reproductivo básico (R_0). Mostramos que el sistema exhibe una bifurcación de nodo silla en algún valor del número reproductivo básico y describimos la estabilidad de los puntos de equilibrio del sistema en función del R_0.

Trabajo en conjunto con Gonzalo Maximiliano López (INENCO-UNSa-CONICET), Fatima Elisabet Chauque (INENCO-UNSa-CONICET) y Juan Pablo Aparicio (INENCO-UNSa-CONICET).

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 15:00 ∼ 15:20

Continuación de soluciones de una ecuación discreta no lineal y no local de SchrÃ¶dinger

Roberto Ben
Instituto del Desarrollo Humano, Universidad Nacional de General Sarmiento., Argentina
benroberto@gmail.com

La ecuación discreta no lineal de SchrÃ¶dinger (DNLS) no local que aquí presentaremos describe la propagación de haces de luz láser en un sustrato de cristales líquidos nemáticos. Este modelo fue propuesto y estudiado por Gaetano Assanto [1]. En [2] y [3] se ha probado la existencia de distintos tipos de soluciones estacionarias, llamadas breathers. Estos breathers que son solución de la DNLS no local presentan diferencias respecto de las propiedades que presentan las soluciones para el caso local, este último ampliamente tratado en [4]. En [1] se prueba que para cada valor que toma el parámetro que determina la magnitud de la interacción no local existe una aplicación que establece que la solución de tipo breather depende en forma continua de la constante de acoplamiento entre nodos vecinos (asociada al laplaciano discreto). La aplicación se puede comprobar que está bien definida en un entorno alrededor de la solución explícita hallada en el límite anticontinuo (cuando la constante de acoplamiento entre nodos vecinos se anula). Aplicando métodos de Newton es posible hallar soluciones numéricas a la DNLS no local como continuaciones de la solución en el límite anticontinuo.

En esta presentación mostraremos resultados numéricos que brindan evidencia sólida de que, bajo determinadas condiciones, existe un valor crítico para el cual se pierde la existencia de esta dependencia continua de las soluciones. Además mostraremos que es posible establecer una relación entre este valor crítico y el parámetro de interacción no local.

Trabajo en conjunto con Juan Pablo Borgna, Universidad Nacional de San Martín.

Referencias

[1] G. Assanto, M. Peccianti., C. Conti. Neumaticos: Optical Spatial Solitons in Nematic Liquid Crystals. Opt. Photon. News. 14 (2): 44-48, (2003).

[2] R. I. Ben, L. Cisneros Ake, A.A. Minzoni, P. Panayotaros. Localized solutions for a nonlocal discrete NLS equation. Physics Letters A, Volume 379, Issues 30â€“31, 1705-1714, (2015).

[3] R. I. Ben, J. P. Borgna, Panayotis Panayotaros. Properties of some breather solutions of a nonlocal discrete NLS equation. Communications in Mathematical Sciences, Volume 15, Number 8, 2143 â€“ 2175, (2017).

[4] P. G. Kevrekidis. The Discrete Nonlinear SchrÃ¶dinger Equation, Mathematical Analysis, Numerical Computations and Physical Perspectives. STMP 232 Springer, (2009).

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 15:20 ∼ 15:40

Sobre sistemas Hamiltonianos discretos forzados

Matías Ignacio Caruso
CMaLP, Universidad Nacional de La Plata, Argentina
mcaruso@mate.unlp.edu.ar

Muchos sistemas de la Física y de la Ingeniería actual son modelados mediante la Mecánica Clásica, de la cual existen dos formulaciones: Lagrangiana y Hamiltoniana. En ambos casos, la evolución temporal de los sistemas descriptos se hace mediante sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Como la resolución analítica de dichas ecuaciones en casos concretos no es sencilla o deseable en la práctica, casi siempre se utilizan métodos numéricos para aproximar su solución. En el caso Lagrangiano, es bien sabido que esto puede hacerse usando sistemas Lagrangianos discretos, basados en una función Lagrangiana discreta, cuyas trayectorias se definen mediante un principio variacional, dando lugar a los llamados integradores variacionales [3]. En el caso Hamiltoniano, sin embargo, hay mucho menos trabajo realizado. En particular, hay una idea de sistema mecánico discreto basada en una función Hamiltoniana formulada por Leok y Zhang y de León et al [1,2]. El objetivo de esta comunicación es introducir una formulación alternativa que extienda dicha noción al caso de sistemas en presencia de fuerzas externas y estudiar algunas de sus propiedades.

Trabajo en conjunto con Javier Fernández (Instituto Balseiro, UNCU–CNEA, Argentina), Cora Tori (CMaLP, FI, Universidad Nacional de La Plata, Argentina) y Marcela Zuccalli (CMaLP, Universidad Nacional de La Plata, Argentina).

Referencias

[1] de León M., Lainz M. y López-Gordón A. (2022), Discrete Hamilton-Jacobi theory for systems with external forces, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 55, 205201.

[2] Leok, M. y Zhang, J. (2011), Discrete Hamiltonian Variational Integrators, Journal of Numerical Analysis 31, 1497-1532.

[3] Marsden J. E. y West M. (2001), Discrete mechanics and variational integrators, Acta Numerica 10, 357-514.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 15:40 $\sim$ 16:00

Sistemas Lagrangianos mecánicos para un sistema ASV-UAV basado en la formulación de espacio de Cluster

Maria Emma Eyrea Irazu
CMaLP, Departamento de Matemática, Universidad Nacional de La Plata, Argentina
emmitaeyrea@gmail.com

El estudio de tareas realizadas en conjunto por un grupo de robots es un tema que ha sido un área de gran interés durante las últimas décadas. Para describir como se comporta un grupo de robots se suele trabajar en un espacio de configuraciones específico donde se coordina el comportamiento de cada uno de los robots; este es el llamado espacio de Cluster.

Las estrategias de control por formación son una herramienta poderosa en los sistemas de múltiples robots. Algunos de los conceptos más usados se basan en campos potenciales virtuales que generan fuerzas de atracción o de repulsión entre ellos. Otra estrategia de control por formaciones en la coordinación de un grupo de robots es el espacio de cluster. Este método proporciona una simple especificación y un seguimiento del monitoreo del movimiento del sistema multi-robot que permite desarrollar algoritmos para el control por formaciones. Esta estrategia está basada en considerar al sistema multi-robot como una simple entidad, que llamaremos cluster, especificando sus movimientos con respecto a la posición, la orientación y la geometría. En particular, este enfoque nos permite mejorar el control del estado del sistema. Un operador supervisa y monitorea el movimiento del sistema de manera centralizada con respecto al espacio de variables del cluster.

Un primer paso en el diseño del control es conocer la dinámica del sistema. Para describir la dinámica de un sistema de cluster compuesto por ASV-UAV introducimos una función Lagrangiana y calculamos sus ecuaciones de movimiento. Además, utilizando las simetrías presentes en el sistema, se podrían reducir los grados de libertad del mismo aplicando un proceso de reducción como es usual en estos casos.

En esta comunicación recordaremos las nociones básicas tanto de los sistemas mecánicos como de un espacio de cluster para finalmente considerar el ejemplo de la formulación para un ASV-UAV. Este es un trabajo en conjunto con Leonardo Colombo (Centro de Automática y Robótica, CSIC), María Daniela Sánchez y Marcela Zuccalli (CMaLP, Departamento de Matemática, Universidad Nacional de La Plata).

Referencias

[1] Eyrea Irazú, M. E. Aspectos geométricos y numéricos de los sistemas mecánicos con términos magnéticos. PhD Tesis, Universidad Nacional de La Plata, 2019.

[2] Giribet, J. I., Colombo, L. J., Moreno, P., Mas, I., Dimarogonas, D. V. Dual Quaternion Cluster-Space Formation Control. IEEE Robotics and Automation Letters, 6(4), 6789-6796, 2021.

[3] Kitts, C and Mas, I.Cluster space specification and control of mobile multirobot systems. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 14(2), pp.207-218, 2009.

[4] Mas, I and Kitts, C. Dynamic control of mobile multirobot systems: The cluster space formulation. IEEE Access, 2, pp.558-570, 2014.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 16:00 ∼ 16:20

SOBRE REDUCCIÓN EN ETAPAS PARA SISTEMAS MECÁNICOS HÍBRIDOS CON SIMETRÍAS

María Eugenia García
Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, UNLP y CMaLP, Argentina
maru@mate.unlp.edu.ar

Muchos sistemas mecánicos presentan simetrías y su estudio es una herramienta sumamente útil para comprender el comportamiento del sistema. Cuando una simetría está dada por la acción de un grupo de Lie sobre el espacio de configuraciones, es bien sabido que se la puede eliminar con un proceso conocido como reducción. Así se obtiene un sistema llamado sistema reducido que puede resultar más sencillo de resolver y luego permite reconstruir la solución del sistema original. En muchos casos de interés este proceso de reducción puede realizarse en etapas y se conocen resultados tanto en el marco de los sistemas lagrangianos como hamiltonianos ([3],[5],[6]).

Otros sistemas que resultan sumamente interesantes por su aplicación en la robótica son los llamados sistemas mecánicos híbridos. Ellos permiten modelar fenómenos físicos tales como sistemas múltiples UAV, vehículos móviles subactuados y robots bípedos. Estos sistemas presentan en su dinámica, dos componentes de naturaleza diferente: una continua y otra discreta ([1],[2]). Ellos también suelen presentar simetrías y se estudiaron procesos de reducción en distintos contextos [4].

En esta comunicación discutimos un proceso de reducción por etapas para las simetrías de sistemas mecánicos híbridos tanto en marco lagrangiano como hamiltoniano.

Trabajo en conjunto con María Emma Eyrea Irazú (Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, UNLP y CMaLP) y Marcela Zuccalli (Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, UNLP y CMaLP).

Referencias

[1] A. Ames and S. Sastry. Hybrid cotangent bundle reduction of simple hybrid mechanical systems with symmetry. in Proceedings of the 25th American Control Conference Minneapolis MN 2006.

[2] A. Ames and S. Sastry. Hybrid Routhian reduction of Lagrangian hybrid systems. in Proceedings of the 25th American Control Conference Minneapolis MN 2006.

[3] H. Cendra, J. E. Marsden and T. S. Ratiu, Lagrangian Reduction by stages, Memoirs of the American

Mathematical Society 152, no. 722, July 2001, 108 pp. (Recieved by the AMS, April, 1999; Updated January 22, 2009).

[4] M. E. Eyrea Irazú, Aspectos Geométricos y Numéricos de los sistemas mecánicos con términos magnéticos. Tesis para acceder al Doctorado de la Facultad de Ciencias Exactas de la UNLP - Area Matemática (2019).

[5] B. Langerock, T. Mestdag and J. Vankerschaver, Routh Reduction by Stages. Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications SIGMA 7 (2011), 109, 31 pages.

[6] J. E. Marsden, G. Misiolek, J. P. Ortega, M. Perlmutter and T. S. Ratiu Hamiltonian Reduction by stages, Springer Lecture Notes in Mathematics, Volume 1913, 2007.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 16:50 $\sim$ 17:10

Entropic characterization of complex systems becoming out of control

Marcos Gaudiano
CIEM-CONICET, FaMAF-UNC, Argentina
marcosgaudiano@gmail.com

Hierarchically organized structures are ubiquitous in complex systems. An entropy-based methodology incorporates this fact and provides a natural way to classify the system components according to their degree of uncontrollability [1]. Self-similar properties of the entropy function developed in this theory may suggest potential applications in a non-neglible part of the whole universe of complex systems. Some real-world applications of this general theory will be overviewed here (urban sprawl [2], deforestation [3], public transport strikes [4]) as well as other applications in classical models found in Sociophysics (Sznajd's [5,6], Schelling's [7], Axelrod's, etc.)

Referencias

[1] An Entropical Characterization for Complex Systems Becoming out of Control. M. Gaudiano. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Elsevier, Vol. 440, 185-199 (2015).

[2] Fractal Cartography of Urban Areas. S. Encarnacao, M. Gaudiano, F. Santos, J. Tenedorio and J. Pacheco. Scientific Reports 2, 527. doi:10.1038/srep00527 (2012).

[3] Fractally Deforested Landscape: Pattern and Process in a Tri-National Amazon Frontier. J. Sun, Z. Huang, Q. Zhen, J. Southworth and S. Perz. Applied Geography 52, 204-211 (2014).

[4] Entropic Analysis of Public Transport System Strikes. M. Gaudiano, J. Revelli and C. Lucca. Advances in Complex Systems. Vol. 24, No. 06, 2250002 (2022).

[5] Spontaneous Emergence of a third position in an opinion formation model. M. Gaudiano and J. Revelli. Physica A: Statistical and Theoretical Physics. Vol. 521 p. 501-511 (2019).

[6] Entropical analysis of an opinion formation model presenting a spontaneous third position emergence. M. Gaudiano and J. Revelli. The European Physical Journal B, Vol. 94, p.89. https://doi.org/10.1140/epjb/s10051-021-00098-8 (2021).

[7] On the role of structured initial conditions in the Schelling model. M. Gaudiano and J. Revelli. Physica A: Statistical and Theoretical Physics. Vol. 587, 126476 (2021).

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:10 $\sim$ 17:30

Redes neuronales en mecánica no holónoma

Leandro Martin Salomone

Universidad Nacional de La Plata, Argentina
lemasalomone@gmail.com

La formulación lagrangiana de la mecánica es una de las teorías más utilizadas (junto con la formulación hamiltoniana) para describir un sistema físico clásico. El ingrediente fundamental de la misma es la función Lagrangiana $L : TQ \to Q$, donde Q es el espacio de configuraciones del sistema y TQ el espacio de las posibles velocidades, es decir, el fibrado tangente a Q. El principio variacional de Hamilton establece que una curva $q(t)$ en Q es una trayectoria del sistema físico si y solo si es extremal de la funcional acción $S[q(t)] = \int_{t_0}^{t_1} L\,(q(t), \dot{q}(t))\,\mathrm{d}t$. No es difícil ver que esto impone un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden sobre $q(t)$, llamadas ecuaciones de Euler-Lagrange del sistema:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\,(q(t), \dot{q}(t)) - \frac{\partial L}{\partial q}\,(q(t), \dot{q}(t)) = 0. \tag{5}$$

Estas ecuaciones describen satisfactoriamente la dinámica de las trayectorias de sistemas sin vínculos. Sin embargo, si sobre el sistema se impone un conjunto de vínculos cinemáticos no holónomos dados por $\Phi(q, \dot{q}) = 0$, las ecuaciones que describen adecuadamente la evolución del sistema se deducen del principio variacional de D'Alembert, que a su vez conduce a las ecuaciones de Lagrange-D'Alembert

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\,(q(t), \dot{q}(t)) - \frac{\partial L}{\partial q}\,(q(t), \dot{q}(t)) = \lambda(t)\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}}\,(q(t), \dot{q}(t))\,, \\ \Phi\,(q(t), \dot{q}(t)) = 0. \end{cases} \tag{6}$$

donde las funciones λ son los multiplicadores de Lagrange.

Por otra parte, las redes neuronales son modelos computacionales basados en el funcionamiento de un cerebro humano. Existe una gran variedad de arquitecturas y diseños posibles, dentro de las cuales destacan las feed-forward neural networks. Estas últimas constan de una capa inicial de m neuronas seguida de un número de capas intermedias dependientes de parámetros w llamados pesos y una capa final de k neuronas. El objetivo de la red es aproximar una función $f : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^k$ mediante el entrenamiento de los pesos w.

En los últimos años se han propuesto distintas versiones de redes para aprender el Lagrangiano y el Hamiltoniano de un sistema mecánico a partir de los datos $q, \dot{q}$ que determinan completamente $\ddot{q}$ a partir de las ecuaciones (1). A diferencia de las redes baseline diseñadas para aprender directamente el campo de aceleraciones del sistema, las trayectorias generadas a partir del Lagrangiano aprendido por estas redes neuronales Lagrangianas, exhiben mejoras en cuanto al comportamiento de la energía a lo largo del tiempo.

En este trabajo proponemos una red neuronal no holónoma, que utiliza como criterio de aprendizaje la Ec. (2), en lugar de la Ec. (1), que resulta ser más apropiada para aprender el Lagrangiano de un sistema con vínculos no holónomos, discutimos su aplicación en algunos ejemplos clásicos y comparamos los resultados con los de una red neuronal Lagrangiana sin vínculos.

Trabajo en conjunto con Viviana Díaz (Universidad Nacional del Sur) y Marcela Zuccalli (Universidad Nacional de La Plata).

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:30 $\sim$ 17:50

Un Marco Teórico General para Modelar Juegos Experimentales

Andres Barrea
Famaf - UNC, Argentina
andres.barrea@unc.edu.ar

En el proceso de toma de decisiones intervienen diversos factores, los cuales en general no son tenidos en cuenta por la teoría clásica de juegos. En las funciones de utilidad se considera generalmente lo que llamaremos la dimensión material, es decir la recompensa o el costo de tomar alguna de las decisiones posibles. En una gran variedad de juegos experimentales es claro que esta dimensión material no es suficiente para explicar el comportamiento exhibido por los participantes. Un marco formal que incorpore otros aspectos es la llamada Teoría de Juegos Psicológica, la cual no tiene en cuenta dos puntos claves, la multiplicidad de objetivos de los agentes, como que algunos de ellos revisten el carácter de inconscientes. Para ello proponemos un nuevo marco formal basado en juegos multicriterio, los cuales tienen un vector de utilidades para cada agente.

Definición 1: $G = \langle (A_i)_{i\in I}, (C_i)_{i\in I}, (u_i)_{i\in I}\rangle$ es un juego multicriterio, donde I es un conjunto finito de agentes y para cada $i \in I$:

1) A_i es el conjunto finito de acciones posibles del agente i. $A = \prod_{i\in I} A_i$ es el conjunto de perfiles de acciones.

2) C_i es un conjunto finito de criterios de decisión del agente i.

3) $u_i : A \to \mathbb{R}^{|C_i|}$ es el vector de funciones de utilidad.

Para todo $a \in A$, tenemos $u_i(a) = (u_i^c(a))_{c\in C_i}$ donde $c \in C_i$ y $u_i^c : A \to \mathbb{R}$.

Para un dado juego multicriterio permitimos inconsciencia de criterios, el conjunto de posibles visiones de criterios es dado por $\prod_{i\in I}(2^{C_i} - \{\emptyset\})$. Una visión describe la percepción que el agente tiene del juego, esto es qué criterio tiene cada agente. Dada una visión v los criterios que tiene el agente i son $v(i)$. Para dos visión v, v' decimos que están contenidas $v \subset v'$ si $v(i) \subset v'(i)$ para todo i.

Definición 2: $G^U = \langle G, (T_i)_{i\in I}, (v_i)_{i\in I}, (b_i)_{i\in I}\rangle$ es un juego multicriterio con inconsciencia, donde G es un juego multicriterio llamado juego base para cada $i \in I$:

1) T_i es el conjunto de tipos posibles del agente i.

2) $v_i : T_i \to V$ es la función visión del agente i.

3) $b_i : T_i \to \prod_{j\neq i} T_j$ es la función creencias del agente i.

Para todo $t_i \in T_i$ si $b_i(t_i) = (t_j)_{j\neq i}$ entonces para cualquier $j \neq i$, tenemos que $v_j(t_j)$ debe estar contenido en $v_i(t_i)$.

Denotamos el tipo del agente $j(\neq i)$ en $b_i(t_i)$ por $b_i(t_i)(j)$.

Por último la idea es definir un juego (G^U, f) con un marco, principalmente el marco que interesa es la narrativa del juego, esta f puede ser pensada como una función del conjunto de jugadores sobre las distribuciones de probabilidad sobre los criterios C_i. En esta comunicación se presentará una noción de equilibrio para este marco general como aplicaciones a juegos conocidos como el Juego del Ultimatum.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 9:00 $\sim$ 9:20

Una formulación probabilística de un pool de liquidez usando Mean Field Games - Parte I

Agustín Muñoz González
Universidad de Buenos Aires - FCEN, Argentina, Argentina
aguu.mg@gmail.com

En este trabajo presentamos una novedosa aplicación de la formulación probabilística débil de los juegos de campo medio (MFG) para modelar pooles de liquidez en Mercados Automatizados de Intercambio (AMM) con Producto Constante, dentro del contexto de las Finanzas Descentralizadas.

En esta primera parte, presentaremos conceptos necesarios para comprender la dinámica de un mercado descentralizado. Estos sistemas financieros descentralizados han surgido como una alternativa destacada a los intercambios tradicionales, asegurando liquidez en el sistema de forma eficiente y transparente para una amplia gama de activos digitales.

Nuestro estudio se enfoca en los pooles de liquidez que mantienen un producto constante de los saldos de activos, cuyo funcionamiento asegura un proceso de formación de precios de forma completamente descentralizada, permitiendo a los usuarios intercambiar criptomonedas sin la necesidad de ningún intermediario.

En la segunda parte, analizamos la dinámica de los traders y las estrategias de negociación dentro de un marco de juego de campo medio, que tiene en cuenta las interacciones entre una gran cantidad de agentes racionales en el sistema.

Trabajo en conjunto con Juan Ignacio Sequeira (Universidad de Buenos Aires, Argentina).

Referencias

[1] R. Carmona and D. Lacker. A probabilistic weak formulation of mean field games and applications. The Annals of Applied Probability, 25(3):1189â€“1231, 2015.

[2] Guillermo Angeris, Hsien-Tang Kao, Rei Chiang, Charlie Noyes, and Tarun Chitra. An analysis of uniswap markets. arXiv preprint arXiv:1911.03380, 2019.

[3] Lachapelle A. and Wolfram M.T. On a mean field game approach modeling congestion and aversion in pedestrian crowds. Transp. Res., Part B: Methodol., 45:1572â€“1589, 2011.

[4] J. Gartner. On the mckeanâ€“vlasov limit for interacting diffusions. Math. Nachr., 137:197â€“248, 1998.

[5] Malhamé R. P. Huang M. and Caines P. E. Large population stochastic dynamic games: Closed-loop mckeanâ€“vlasov systems and the nash certainty equivalence principle. Commun. Inf. Syst., 6:221â€“251, 2006

[6] Lasry J.M. and Lions P.L. Mean field games. Jpn. J. Math, 2:229â€“260, 2007

[7] Lasry J.M. Lions P.L. and Guéant O. Mean field games and applications. Parisâ€“Princeton Lectures on Mathematical Finance 2010. Lecture Notes in Math, 2003:205â€“266, 2011

[8] V. Mohan. Automated market maker and decentralized exchanges: a defi primer. RMIT Blockchain Innovation Hub, 2021

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 9:20 $\sim$ 9:40

Una formulación probabilística de un pool de liquidez usando Mean Field Games - Parte II

Juan Ignacio Sequeira
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES MATEMATICAS , Argentina
seqj94@gmail.com

En este trabajo presentamos una novedosa aplicación de la formulación probabilística débil de los juegos de campo medio (MFG) para modelar pooles de liquidez en Mercados Automatizados de Intercambio (AMM) con Producto Constante, dentro del contexto de las Finanzas Descentralizadas.

En la primera parte, presentamos algunos conceptos generales sobre criptomonedas y analizamos los pooles de liquidez regidos por un AMM de producto constante. En esta segunda parte, extendemos una aplicación existente en la teoría de juegos de campo medio MFG, originalmente diseñada para modelar el impacto del precio en libros de órdenes, al entorno de AMMs. Además, proporcionamos resultados rigurosos sobre la existencia de soluciones y la presencia de equilibrios de Nash aproximados en este contexto.

Nuestro trabajo contribuye al creciente campo de modelado matemático en las finanzas descentralizadas, arrojando luz sobre la dinámica de los pooles de liquidez en AMMs y estableciendo las bases para comprender el comportamiento de los agentes racionales dentro de dichos sistemas.

Trabajo en conjunto con Agustín Muñoz González (Universidad de Buenos Aires, Argentina).

Referencias

[1] Lachapelle A. and Wolfram M.T. On a mean field game approach modeling congestion and aversion in pedestrian crowds. Transp. Res., Part B: Methodol., 45:1572â€“1589, 2011.

[2] Guillermo Angeris, Hsien-Tang Kao, Rei Chiang, Charlie Noyes, and Tarun Chitra. An analysis of uniswap markets. arXiv preprint arXiv:1911.03380, 2019.

[3] R. Carmona and D. Lacker. A probabilistic weak formulation of mean field games and applications. The Annals of Applied Probability, 25(3):1189â€“1231, 2015.

[4] J. Gartner. On the mckeanâ€“vlasov limit for interacting diffusions. Math. Nachr., 137:197â€“248, 1998.

[5] Malhamé R. P. Huang M. and Caines P. E. Large population stochastic dy- namic games: Closed-loop mckeanâ€“vlasov systems and the nash certainty equivalence principle. Commun. Inf. Syst., 6:221â€“251, 2006.

[6] Lasry J.M. and Lions P.L. Mean field games. Jpn. J. Math, 2:229â€“260, 2007.

[7] Lasry J.M. Lions P.L. and Guéant O. Application of mean field games to growth theory. 2008.

[8] V. Mohan. Automated market maker and decentralized exchanges: a defi primer. RMIT Blockchain Innovation Hub, 2021.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 9:40 ∼ 10:00

Problemas de equilibrio de Nash generalizado con inconsciencia en las restricciones

Sara Vegetti
Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
saravegetti@mi.unc.edu.ar

Dada una situación de conflicto, ésta puede modelarse a través de un juego para encontrar el equilibrio de Nash que lo resuelva, o el equilibrio generalizado si las opciones de los participantes dependen de las elecciones de los demás.

Dado un juego $G = (A, u)$ de n jugadores, con $A = \prod_{i=1}^{n} A_i$ y $u = \prod_{i=1}^{n} u_i$, donde A_i es el conjunto de estrategias y u_i la función de utilidad del jugador i, se puede reflejar la falta de información de los jugadores (llamada inconsciencia en la literatura), que se da naturalmente en estas situaciones en la vida real, mediante la inclusión de los llamados juegos subjetivos, que representan las distintas percepciones de los jugadores sobre el juego y las percepciones de los demás. Además, se pueden relacionar los juegos subjetivos entre sí a través de funciones que representen las creencias de los participantes (llamadas correspondencias de conocimiento en la literatura).

Como este trabajo se enfoca en la inconsciencia en estrategias, una vez determinados los conjuntos de jugadores $\mathcal{N}$, de juegos subjetivos más el juego original, $\mathcal{G}$, y de correspondencias de conocimiento $\mathcal{F}$, se obtiene el juego con inconsciencia $\Gamma = (\mathcal{N}, \mathcal{G}, \mathcal{F})$ que será nuestro objeto de estudio. Para resolver este tipo de modelos se deben estudiar los equilibrios de Nash de cada juego individual y analizarlos a la luz del juego original teniendo en cuenta las correspondencias de conocimiento.

A través de una reformulación, para cada juego $G_j = (A^j, u^j) \in \mathcal{G}$, hallar su equilibrio de Nash supone la resolución un problema de optimización no lineal con restricciones por cada jugador $i = 1, ..., n$, dado por:

$$minimizar \quad u_i^j(a_i, a_{-i}) \quad s.a \quad a \in A(a_{-i})$$

donde $a = (a_i, a_{-i}) = (a_1, ..., a_n) \in A$, $a_{-i} = (a_j)_{\substack{j=1,...,n \\ j \neq i}}$ y $A(a_{-i})$ es el conjunto de estrategias disponibles para el jugador i dado que los demás participantes escogieron las estrategias en a_{-i}. Puede notarse entonces que las restricciones de cada problema dependen de la solución de los demás, ésto genera un sistema de problemas de optimización que se puede resolver mediante una segunda reformulación que lleva el planteo a un problema de optimización sin restricciones.

En esta charla tomaremos el juego de contaminación de la ribera de un río resuelto en [1] y añadiremos distintos grados de inconsciencia en las restricciones. Veremos un algoritmo para realizar las reformulaciones mencionadas y transformar nuestro problema de teoría de juegos en uno de optimización sin restricciones. También analizaremos la relación entre los resultados numéricos obtenidos y el equilibrio real del problema.

Referencias

[1] Relaxation algorithms to find nash equilibria with economic applications, J. B. Krawczyk y S. Uryasev, 1999.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 15:00 $\sim$ 15:20

Hipergrafos y aplicaciones.

Dalma Bilbao
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral - IMAL, CONICET, UNL,Santa Fe, Argentina
bilbaodalmaanahi@gmail.com

En el análisis de relaciones entre elementos de un sistema, se emplea la teoría de grafos para representar conexiones, pero esta se limita a relaciones entre pares de elementos. Sin embargo, en el mundo real, las relaciones pueden ser más complejas y no se limitan a conexiones simples entre dos elementos. La modelización usando grafos puede ocasionar una pérdida significativa de información del sistema. Por lo tanto, se requieren técnicas más sofisticadas de modelado y análisis para capturar la diversidad y complejidad de los datos. En 1960, Claude Berge propuso la teoría de hipergrafos como una extensión natural de la teoría de grafos para abordar esta problemática, [1,2,3]. Un hipergrafo se define como un par ordenado $H(V, E)$ donde V representa los vértices y E las hiperaristas. Las hiperaristas son subconjuntos de V que cubren V.

En este trabajo, presentamos un modelo para construir hipergrafos basado en la noción de relaciones entre grafos con vértices similares pero conexiones distintas. Un ejemplo práctico es la representación de relaciones de amistad entre un grupo específico de individuos en diferentes redes sociales, las diversas formas de transporte que conectan un conjunto de ciudades fijas, o las conexiones de diferentes áreas cerebrales en distintas bandas de frecuencias. Este enfoque permite capturar la complejidad de las relaciones en situaciones donde los elementos del sistema pueden estar conectados de maneras diversas en contextos distintos.

Sean $G_i = (W, \mathcal{E}_i)$, i=1,..,m; m grafos con el mismo conjunto de vértices W, con cardinal de $W = k$.

Sea $A_i = (a_i^{\lambda\mu} : \lambda, \mu = 1, .., k)$ la matriz de incidencia de G_i. Con estos m grafos de k vértices construimos un hipergrafo de $p = \frac{k(k-1)}{k}$ vértices de la siguiente manera. Sea $V = \{\{\lambda, \mu\} : \lambda, \mu = 1, .., k\}$.

En V costruimos m-hiperaristas $e_i : i = 1, .., m$ (en subconjuntos de V) de la siguiente manera $e_i = \Big\{\{\lambda, \mu\} \in V : a_i^{\lambda\mu} = 1\Big\}$.

La matriz de incidencia de este hipergrafo será la matriz de k filas por $p = \frac{k(k-1)}{k}$ columnas dada por $\mathcal{I}$, donde $\mathcal{I}_{i;\{\lambda,\mu\}} = a_i^{\lambda\mu}$; i=1,..,m ; $\{\lambda, \mu\} \in V$.

Una vez construida la matriz de incidencia $\mathcal{I}$, podemos aplicar diversos cuantificadores de hipergrafos mencionados en la bibliografía. En este trabajo, nos enfocaremos en dos : el análisis del espectro del laplaciano (incluyendo el cálculo de la entropía) y el análisis de la centralidad de los vértices del hipergrafo. Estas técnicas nos permitirán obtener información relevante sobre la estructura y las propiedades del hipergrafo. Finalmente, hemos aplicado el método propuesto a datos reales. En este caso, hemos estudiado la conectividad funcional en diferentes bandas de frecuencia utilizando registros de electroencefalografía intracraneal (iEEG) en ratas. El objetivo fue investigar los distintos estados de sueño (despierto, sueño REM, sueño noREM y vigilia tranquila). En este contexto, los vértices del grafo, son $k = 6$ y representan un canal de iEEG, cada grafo G_i $(i = 1, ..., 6)$ representa la conectividad para diferentes bandas de frecuencia: delta, theta, alfa, beta, y gamma. Utilizando este conjunto de grafos, hemos construido diferentes hipergrafos para cada estado de sueño, permitiéndonos analizar y comparar sus características.

Trabajo en conjunto con Dr. Diego Mateos y Dr Hugo Aimar Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL-CONICET-UNL)..

Referencias

[1] Berge C. Graphs and hypergraphs. North-Holland Pub. Co, 1973.

[2] Alain Bretto. Hypergraph Theory An Introduction. Springer International Publishing Switzerland, 2013.

[3] Qionghai Dai Yue Gao. Hypergraph Computation. Springer Nature Singapore Pte Ltd, 2023.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 15:20 ∼ 15:40

Análisis de la Encuesta de victimización de la provincia de Rio Negro del año 2019 desde la perspectiva de redes

Patricia Caro
Universidad Nacional del comahue, Argentina
patriciajanetcaro@gmail.com

La encuesta provincial de percepción y victimización de delito se llevó a cabo en el año 2019, en el marco del Programa de Asistencia Técnica al Plan de Prevención del Delito y la Violencia en Rio Negro. El objetivo de la misma es dar estimaciones de los indicadores más importantes para el dominio provincial y para las 6 divisiones políticas compuestas por las localidades: Viedma, San Carlos de Bariloche, Cipolletti, General Roca, San Antonio Oeste y El Bolsón de la Provincia. El eje principal de este trabajo es contrastar los resultados de las estadísticas descriptivas de las principales variables de la encuesta con el análisis por redes. Se utilizan grafos valuados para modelación de las redes propuestas y se calculas métricas asociadas a la centralidad. La muestra de la encuesta es de 2400 casos, de los cuales solamente 230 personas resultaron ser víctima de un delito, las variables seleccionadas para este recorte fueron: edad, género, localidad, si realizó o no la denuncia del delito ante autoridades correspondientes, tipo de delitos contra la persona y tipo de delitos contra la propiedad. Se utilizaron los paquetes Igraph de R y NetworkX de Python para contrastar los resultados de los índices de las redes propuestas, se utiliza el software Gephi para la representación gráfica de las redes. Se utilizaron los principales índices de centralidad como el grado, cercanía, intermediación y centralidad del autovalor entre otros de grafos ponderados y sin ponderar, como también se proponen métricas que nos permiten particionar en comunidades las redes. El análisis de las redes ha permitido visualizar y complementar los resultados obtenidos de la Encuesta provincial de percepción y victimización desde las estadísticas descriptivas mostrando concordancia con los resultados y dejando ver otras particularidades. También se proporciona una herramienta de análisis que puede ser replicada con un número mayor de variables y para cualquier otro tipo estudio dado que los datos no son aislados y es de gran importancia considerar la red que los atraviesa

Trabajo en conjunto con Gonzalo Pizarro (Universidad Nacional del Comahue), y Lorena Alfonso (Universidad Nacional del Comahue).

Referencias

[1] Csárdi G. (2018). Igraph Network Analysis and Visualization. R package. Igraph: el paquete de análisis de redes. https://igraph.org/

[2] Kansky Karl, Danscoine Pascal. (1989). Measures of network structure. In: Flux, numéro spécial, pp. 89-121

[3] Kolaczyk, E. (2009). Statistical Analysis of Network Data. Ed. Springer.

[4] Kolaczyk, E.; Csardi, G. (2014). Statistical Analysis of Network Data with R. Ed. Springer.

[5] Mohammed, Z., Seifedine K., (2017). Python for Graph and Network Analysis ISSN 1610-3947 ISSN 2197-8441 (electronic) .Advanced Information and Knowledge Processing ISBN 978-3-319-53003-1 ISBN 978-3-319-53004-8 (eBook) DOI 10.1007/978-3-319-53004 8. Springer International Publishing.

[6] Newman, M. E. J. (2010) Networks: An Introduction. University of Michigan and Santa Fe institute. Oxford University Press. ISBN 878-0-19-9206665-0.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 15:40 ∼ 16:00

Métodos Variacionales en la Segmentación de Imágenes

Fernando Chorny
Universidad Nacional de Moreno, Argentina
fchorny@docentes.unm.edu.ar

La segmentación de imágenes es el proceso que consiste en agrupar regiones o segmentos con características comunes. Este proceso sirve tanto para encontrar los bordes en una imagen, como para clasificar regiones dentro de la misma. Para tratar este tipo de problemas se propone utilizar técnicas de level set aplicados a una función u que resuelve el problema variacional

$$\mathcal{H}(u) = \int_{\Omega} (u - f)^2 dx + \lambda \int_{\Omega} \langle u, Lu \rangle dx$$

donde f es alguna característica de la imagen, como puede ser la intensidad, la entropía, el nivel de gris, entre otras.

Este problema es abordado en [1] con métodos de diferencias finitas. En este trabajo se propone utilizar métodos de descomposición temporal (TSM), como los desarrollados en [2].

Trabajo en conjunto con Casal, Pablo Martín (Universidad Nacional de Moreno), Cassetti, Julia Analía (Universidad Nacional de General Sarmiento-Universidad Nacional de Moreno), Dell'Arciprete, Leonardo (Universidad Nacional de Moreno), Malegarie, Daniela Analia (Universidad Nacional de Moreno) y Rial, Diego Fernando (Universidad de Buenos Aires-CONICET).

Referencias

[1] D. Lee and S. Lee. Image segmentation based on modified fractional Allen-Cahn equation. Mathematical Problems in Engineering, 2019:1-6, 01 2019.

[2] M. De Leo, D. Rial, and C. S. de la Vega. High-order time-splitting methods for irreversible equations. IMA Journal of Numerical Analysis, 36(4):1842-1866, 11 2015.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 16:00 ∼ 16:20

Aplicación de PageRank en el estudio de la comunicación interpersonal en el área de la Administración

Pamela Contreras
Universidad Nacional del comahue, Argentina
npamelacontrerasi@gmail.com

Las organizaciones pueden ser consideradas como el conjunto de relaciones que conectan a los empleados en el desarrollo de sus actividades, estas conexiones entre los miembros dan forma a distintas redes [5]. Es por ello que es primordial estudiar el clima laboral dado que es el medio ambiente humano y físico, donde convergen los comportamientos, metodología de trabajo, interacción con la empresa, con el liderazgo del directivo, herramientas de trabajo y con la propia actividad que desarrolla cada persona [2]. El objetivo de este trabajo es aplicar la métrica del Page Rank que es el algoritmo que utiliza Google que forma parte del motor de búsqueda encargado de hacer un ranking de las páginas web [4], para detectar lideres informales entre otros, con el estudio de la red informal de comunicación que se establecen una empresa frutícola del Alto Valle de Río Negro y Neuquén [7], dado que la red en estudio es un dígrafo [1]. Se formularon preguntas referidas a la comunicación a cada una de las personas que conforman esta red (47 personas). El análisis se realizó utilizando el paquete de NetworkX del Python, donde se obtuvieron otras métricas como la centralidad del autovalor y de Katz, obteniendo los mejores y adecuados índices con el algoritmo del PageRank, posteriormente se utilizó en forma complementaria el algoritmo de HITS para obtener los índices de Authority y Hub, que clasifica los diferentes nodos de acuerdo a dos criterios de importancia: Su poder como Hub y su poder como Authorities [4]. Se estableció una distinción entre los actores más destacados con el fin de detectar líderes informales y contrastar con su desempeño en el organigrama. Palabras clave: Comunicación interpersonal- Python â€“ Organizaciones- Organigrama- Líderes informales- Red Social, PageRank, Algoritmo HITS.

Trabajo en conjunto con Leandro Gastón Torres (Universidad Nacional del Comahue), Gonzalo Pizarro (Universidad Nacional del Comahue) y Patricia Caro (Universidad Nacional del Comahue).

Referencias

[1] Braicovich T., Caro P., Alfonso L., Oropeza M., Nayen Y. (2019). Índices de Grafos y Análisis de redes. Extraído de https://teoriadegrafosunco.blogspot.com/2019/10/seminario-taller.html

[2] Cummings T. G., Worley, C.G. (2005). Organization Development and Change. 8th ed. Mason Ohio: Thomson/South-Western.

[3] Al-Taie, Mohammed Zuhair, autor. (2017). Python for graph and network analysis. Cham, Switzerland :Springer

[4] Newman, M. E. J. (2010). Networks: An Introduction. University of Michigan and Santa Fe institute. Oxford University Press.

[5] Puentes Navia, L. (2020). Análisis de redes sociales, como método de diagnóstico organizacional. Caso grupo de Empresas Sergio Ruiz Tagle H. Pontificia Universidad Católica de Chile; Santiago, Chile. Extraído de Tesis Lorenzo Puentes.pdf

[6] Torres, L G. (2023). Comunicación interpersonal a través del análisis de redes sociales en las organizaciones. Estudio de Caso: Sector de producción primaria de una empresa frutícola de Río Negro y Neuquén. Argentina, 2022. Tesis de Grado de Licenciatura en administración. Facultad de Economía y Administración. Unco.

[7] Torres, L G. Caro, P. Rubeo R. Braicovich, T. Reyes C. (2022). Redes Sociales y Diagnóstico organizacional en el sector de producción primaria de una empresa frutícola del Alto Valle de Río Negro y Neuquén. Cuadernos de Investigación. Vol. Nro 3. Serie Administración. FAEA-UNCo. ISSN 2683-9652. https://revele.uncoma.edu.ar/index.php/administracion.

Sesión 5: Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 8:40 $\sim$ 9:20

El principio de compacidad por concentración para operadores no locales

Analía Silva
Departamento de Matemática, UNSL-IMASL, Argentina
analia.silva82@gmail.com

Los operadores no locales o fraccionarios han resultado objeto de estudio en novedosas aplicaciones tales como problemas de obstáculo, optimización , finanzas, transición de fases, materiales estratificados, dislocación de cristales, membranas semipermeables y propagación de llamas, superficies mínimas, problemas elípticos con datos de medida, y muchos otros problemas.

Al igual que en el caso local, se sabe que la inclusión de los espacios de Sobolev fraccionarios en los espacios de Lebesgue, es continua y compacta hasta un cierto valor crítico. Nuestro objetivo es abordar el problema cuando hay perdida de compacidad en la inclusión. Una de las principales metas trabajando en este caso, es entender la razón por la cual una sucesión converge débil pero no fuerte. En el caso de las inmersiones de Sobolev clásicas esto fue resuelto por P.L.Lions con el famoso "Principio de compacidad por concentración (CCP)".

En esta charla discutiremos la extensión de dicho resultado al contexto no local. Más precisamente, estudiaremos el caso del p-laplaciano fraccionario, del p-laplaciano fraccionario magnético y del g-Laplaciano fraccionario. Finalmente, mostraremos como aplicar estos resultados para demostrar la existencia de solución para diferentes ecuaciones críticas no locales.

Trabajo en conjunto con Julián Fernández Bonder (UBA-CONICET), Nicolas Saintier (UBA-CONICET) y Pablo Ochoa (UNCuyo-CONICET).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 9:20 $\sim$ 9:40

Trayectorias entre dos imágenes según la métrica de Fisher-Rao

Anibal Leonardo Chicco Ruiz
Facultad de Ingeniería Química - Universidad Nacional del Litoral , Argentina
anibalchicco@gmail.com

La información de Fisher (ver [1]) es una medida de la cantidad de información sobre un parámetro desconocido que se puede extraer de una muestra aleatoria. La métrica de Fisher-Rao se utiliza para medir la distancia entre dos distribuciones de probabilidad, y las geodésicas en esta métrica son las trayectorias que minimizan dicha distancia (ver [2]).

Podemos considerar una imagen como una función no negativa f definida en el cuadrado $Q = [0,1] \times [0,1]$ tal que $\iint_Q f = 1$ y un "pixelado" de f de nivel $j \in \mathbb{N}$ por la medida de probabilidad

$$\mu^j = \sum_{k \in \mathcal{K}(j)} \left(\int_{Q_k^j} f \right) \delta_{x_k^j},$$

donde $\{Q_k^j : k \in \mathcal{K}(j)\}$ es una partición diádica de Q y $\delta_{x_k^j}$ la Delta de Dirac en un punto del cuadrado Q_k^j.

Al interpretar la geodésica de Fisher-Rao entre dos imágenes, se puede observar cómo los patrones de la distribución de probabilidades de los píxeles en la imagen A evolucionan gradualmente hacia los de la imagen B a medida que nos movemos a lo largo de la trayectoria.

En esta comunicación introduciremos la métrica de Fisher-Rao-Riemann, determinaremos las ecuaciones diferenciales que determinan las geodésicas y mostraremos resultados obtenidos mediante métodos numéricos. Interpretaremos estos resultados en términos de transporte de imágenes y analizaremos las trayectorias obtenidas.

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, Santa Fe). y Ivana Gómez (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, Santa Fe)..

Referencias

[1] Cover, Thomas - Elements of Information Theory, (Wiley, 2006)

[2] Peter, Rangarajan - Information Geometry for Landmark Shape Analysis: Unifying Shape Representation and Deformation, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (2009).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 9:40 ∼ 10:00

Fórmulas asintóticas para los datos espectrales de los operadores de Stark en el semieje con condiciones de borde mixtas

Julio Hugo Toloza
Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS) - CONICET, Argentina
julio.toloza@uns.edu.ar

Esta comunicación versa sobre el análisis espectral de operadores de Sturm-Liouville de la forma

$$H_{q,b} = -\frac{d^2}{dx^2} + x + q(x), \quad x \in [0,\infty),$$

junto con la condición de borde $\varphi'(0) - b\varphi(0) = 0$, $b \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$, donde el término q es una función real perteneciente al espacio de Hilbert

$$\mathfrak{A}_r = \left\{ q \in L^2_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}_+, (1+x)^r dx) \cap \mathrm{AC}[0,\infty) : q' \in L^2_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}_+, (1+x)^r dx) \right\}, \quad r > 1.$$

Sea Ai la función de Airy del primer tipo y $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ la sucesión de sus ceros, ordenados según valores absolutos crecientes (recordemos que son todos negativos). En [1] se obtuvieron las expansiones

$$\lambda_n(q) = -a_n + \pi(-a_n)^{-1/2} \int_0^\infty \mathrm{Ai}^2(x+a_n) q(x) dx + O(n^{-1}),$$

$$\kappa_n(q) = -2\pi(-a_n)^{-1/2} \int_0^\infty \mathrm{Ai}(x+a_n)\mathrm{Ai}'(x+a_n) q(x) dx + O(n^{-1}),$$

para los autovalores y correspondientes constantes de normalización del problema de Dirichlet $b = \{\infty\}$ con $r \geq 2$ (por brevedad el caso $r \in (1, 2)$ se omite en este resumen), expansiones que son uniformes en subconjuntos acotados de $\mathfrak{A}_r$. En esta comunicación se anticiparán algunos resultados concernientes a las condiciones de borde mixtas $b \in \mathbb{R}$.

Trabajo en conjunto con Alfredo Uribe (Universidad Autónoma Metropolitana – Unidad Iztapalapa, México).

Referencias

[1] J. H. Toloza y A. Uribe, The Dirichlet problem for perturbed Stark operators in the half-line, Anal. Math. Phys. 13 (2023), 8 (40pp).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 10:30 ∼ 11:10

Existencia de soluciones positivas a un semipositone problem para el p-Laplaciano fraccionario

Raúl Emilio Vidal
FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba, CIEM., Argentina
raul.vidal@unc.edu.ar

En la charla se contará los resultados obtenidos en [1] junto con Emer Lopera y Camila López de la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales.

En este trabajo se prueba existencia de al menos una solución positiva para el siguiente semipositone problema no local

$$\begin{cases} (-\Delta)_p^s(u) &= \lambda f(u) \quad \text{in } \Omega \\ u &= 0 \quad \text{in } \mathbb{R}^N - \Omega, \end{cases}$$

donde $\lambda > 0$ es un parámetro suficientemente chico y por $(-\Delta)_p^s$ denotamos al operador p-Laplaciano fraccionario. Además $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función continua sublineal y subcrítica.

Se mostrara que tomando $\lambda > 0$ suficientemente chico el funcional de energía asociado al problema (1) tiene estructura de paso de montaña y por lo tanto un punto critico u_λ que es solución débil de (1). Luego logramos probar la existencia de al menos una solución positiva usando nuevos resultados de regularidad y un lema de Hopf para el operador p-Laplaciano fraccionario $(-\Delta)_p^s$.

Trabajo en conjunto con Emer Lopera (Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales) y Camila López (Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales).

Referencias

[1] E. Lopera, C. López y R. V. Existence of positive solutions for a parameter fractional p-Laplacian problem with semipositone nonlinearity. Journal of Mathematical Analysis and Applications, Volume 526, Issue 2, October 2023. doi: 10.1016/j.jmaa.2023.127350.

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 11:10 ∼ 11:30

Análisis de la existencia y naturaleza de soluciones periódicas para la ecuación de un péndulo no Newtoniano.

Stefania Demaria
Universidad Nacional Rio Cuarto, Argentina
stefidemaria@gmail.com

Consideramos resolver el problema

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(\phi'(x')) = f(t,x,e) - sen(x) \\ x(0) = x(T) \quad x'(0) = x'(T), \end{cases} \tag{7}$$

donde $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una N-función, y particularmente trabajaremos con una función $f : \mathbb{R}\times\mathbb{R}\times[0,\infty) \to \mathbb{R}$ la cual es medible, T-periódica y par respecto de la primera variable, y cumple $f(t,x,e)x \geq 0$ y $f(t,x,0) = 0$.

Para $e = 0$ obtenemos una ecuación del tipo del péndulo relativista, esta última ecuación ha sido estudiada en diversos artículos [1,3,4,5].

Se trabajó con la formulación hamiltoniana del problema y para el caso $e = 0$ se estudiaron condiciones donde hay existencia de soluciones pero no unicidad. Además para las condiciónes iniciales $x(0) = \xi$ donde encontramos existencia y unicidad se estudió el periodo como función de la amplitud inicial y utilizando el teorema de continuación global de Leray-Schauder [2], se mostró que ciertas soluciones T-periodicas se continuan para valores de e positivos.

Dado que el problema (1) tiene una estructura variacional lagrangiana, usando métodos numéricos para ciertas funciones f particulares, se buscaron soluciones T-periodicas y se analizó si ellas eran punto silla, máximos o mínimos del funcional integral asociado.

Trabajo en conjunto con Fernando Mazzone. (Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina).

Referencias

[1] [Brezis et al., 2010] Brezis, H., Mawhin, J., et al. (2010). Periodic solutions of the forced relativistic pendulum. Differential and Integral Equations, 23(9/10):801–810.

[2] Llibre and Ortega, 2008] Llibre, J. and Ortega, R. (2008). On the families of periodic orbits of the sitnikov problem. SIAM J. Applied Dynamical Systems, 7:561–576.

[3] [Maro, 2013] Maro, S. (2013). Periodic solutions of a forced relativistic pendulum via twist dynamics. Topological Methods in Nonlinear Analysis, 42(1):51–75.

[4] [Mawhin, 2010] Mawhin, J. (2010). Periodic solutions of the forced pendulum: Classical vs relativistic. Le Matematiche, 65.

[5] [Torres, 2008] Torres, P. J. (2008). Periodic oscillations of the relativistic pendulum with friction. Physics Letters A, 372(42):6386–6387.

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 11:30 ∼ 11:50

Algoritmos para la detección de comunidades

Nicolas Agote
Universidad de Buenos Aires, Argentina
agonico99@gmail.com

El modelo de bloques estocástico (Stochastic Block Model o SBM) [1] es un modelo de grafos aleatorios en el cual cada nodo cuenta con una etiqueta que determina sus conexiones. Más precisamente, se cuenta con una colección de nodos $V = \{1, \ldots, n\}$ donde cada nodo pertenece a una de k comunidades $\{1, \ldots, k\}$ y hay una arista entre nodos i y j de acuerdo a una distribución Bernoulli con parámetro que depende de las comunidades a las que i y j pertenecen, y cada arista se asigna de manera independiente. El objetivo de la detección de comunidades es dado un grafo aleatorio proviniendo de este modelo predecir cuáles nodos conforman las distintas comunidades con una probabilidad asintóticamente alta de tener una precisión adecuada.

En esta charla voy a presentar algunos algoritmos para realizar estas predicciones y relaciones entre ellos: algunos basados en paseos al azar en el grafo determinado por el modelo y grafos inducidos por él, y otros de la literatura como los que se pueden encontrar en [1], en [2] (basados en métodos espectrales) y en [3] (basados en encontrar una partición que realice una variante de corte mínimo para el grafo del modelo). En todo caso se estudia el modelo donde los parámetros de las distribuciones Bernoulli que determinan las aristas están en el orden $\frac{\log(n)}{n}$.

Este trabajo está siendo realizado para mi tesis de licenciatura, bajo la dirección de Inés Armendáriz (Universidad de Buenos Aires, Argentina).

Trabajo en conjunto con Inés Armendáriz (Universidad de Buenos Aires, Argentina), Pablo Ferrari (Universidad de Buenos Aires, Argentina), Florencia Leonardi (Universidade de SÃ£o Paulo, Brasil) y Julio Rossi (Universidad de Buenos Aires, Argentina).

Referencias

[1] Abbe, Emmanuel. (2017) "Community Detection and Stochastic Block Models". Disponible online en https://arxiv.org/abs/1703.10146

[2] Mossel, Elchanan y Neeman, Joe y Sly, Allan. (2016) "Consistency thresholds for the planted bisection model" Electronic Journal of Probability 21, no. 21, 1–24. Disponible online en https://arxiv.org/abs/1407.1591

[3] Hein, Matthias y BÃ¼hler, Thomas. (2010) "An Inverse Power Method for Nonlinear Eigenproblems with Applications in 1-Spectral Clustering and Sparse PCA". Disponible online en https://arxiv.org/abs/1012.0774

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 15:00 ∼ 15:20

Aplicación de espacios de interpolación al estudio de problemas de Stefan fraccionarios en el espacio

Lucas Venturato
Universidad Austral, Argentina
venturatolucas@gmail.com

En este trabajo analizaremos un problema de Stefan fraccionario en el espacio, cuya ecuación gobernante viene dada por

$$u_t - \frac{\partial}{\partial x} D^\alpha u = 0,$$

donde D^α representa la derivada de Caputo de orden α. Consideraremos en $x = 0$ condiciones de Dirichlet y de Neumann fraccionaria. Definiremos dominios adecuados para el operador $\frac{\partial}{\partial x} D^\alpha$, denotados por $\widetilde{\mathcal{D}}_\alpha$ para el caso Dirichlet y $\mathcal{D}_\alpha$ para el caso Neumann fraccionario. Presentaremos además una caracterización para el espacio de interpolación $[L^2(0,1), \mathcal{D}_\alpha]_\theta$, y una estimación de normas de la forma

$$||u||_{H^\delta(\varepsilon,\omega)} \leq c||u||_{[L^2(0,1),\widetilde{\mathcal{D}}_\alpha]_{\frac{\delta}{1+\alpha}}},$$

necesarias para la obtención de los resultados de existencia y unicidad de solución a los problemas considerados.

Trabajo en conjunto con Sabrina D. Roscani (Universidad Austral, Argentina) y Katarzyna Ryszewska (Warsaw University of Technology, Poland).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 15:20 ∼ 15:40

Método en el dominio de la frecuencia aplicado al estudio de centros isócronos

Cinthya Anabel Bares
Instituto de Inv. en Ing. Eléctrica IIIE (UNS-CONICET) - Depto. de Matemática, UNS, Argentina
cinthyabareshuici@gmail.com

Por medio de un método en frecuencia se tiene una herramienta valiosa para caracterizar la dinámica de los ciclos límites en un sistema dinámico de segundo orden. La metodología en el dominio frecuencia consiste en representar un sistema no lineal dado, en forma de lazo cerrado, que consta de una parte lineal con función de transferencia $G(s)$, con una realimentación no lineal. El objetivo es capturar la presencia de una oscilación suave, de una frecuencia dada, causada por una bifurcación de Hopf. Este fenómeno incluye la aparición de ciclos límites desde el punto de equilibrio, al variar algún parámetro del sistema. Es importante tener en cuenta que el abordaje del teorema de Bifurcación de Hopf en frecuencia requiere, muchas veces, un menor esfuerzo computacional que su versión en el dominio tiempo.

La estabilidad de la oscilación puede obtenerse mediante el signo de una expresión complicada, denominada coeficiente de curvatura o índice de Bautin. Este coeficiente involucra la contribución multilineal de las diferentes componentes vinculadas con los autovectores de los modos que ocasionan el cambio de estabilidad, esto es, cuando el punto de equilibrio pasa de foco estable a inestable o viceversa. Con estas mismas herramientas se puede calcular la aproximación (local) de la solución periódica. Además, de esta expansión también se analizará la variación de la frecuencia que tiene incidencia en el denominado fenómeno de isocronismo. En particular, puede ocurrir que la función período sea constante y todas las soluciones son órbitas cerradas con el mismo período, independientemente de su amplitud o energía. Para ilustrar este concepto, estudiaremos un péndulo simple, en el cual las oscilaciones de gran amplitud afectan el período de la oscilación. Sin embargo, existe otro tipo de péndulo que describe un arco de cicloide en el que se logra la sincronicidad, es decir, todas las oscilaciones tienen el mismo período.

Trabajo en conjunto con Jorge L. Moiola (Instituto de Inv. en Ing. Eléctrica IIIE (UNS-CONICET)- Depto. de Ing. Eléctrica y de Computadoras, UNS) y Guillermo L. Calandrini (Instituto de Inv. en Ing. Eléctrica IIIE (UNS-CONICET)- Depto. de Ing. Eléctrica y de Computadoras, UNS- Depto. de Matemática, UNS).

Referencias

[1] A. I. Mees and L. O. Chua, The Hopf bifurcation theorem and its applications to nonlinear oscillations in circuits and systems, IEEE Trans. on Circuits and Systems 4, pp. 235-254 (1979).

[2] J. L. Moiola and G. R. Chen, Hopf Bifurcation Analysis: A Frequency-Domain Approach, World Scientific, Singapore (1996).

[3] J. L. Moiola, F. S. Gentile y G. R. Itovich, Coeficientes de curvatura y coeficientes periódicos en la bifurcación de Hopf, Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control (RPIC, 2021), San Juan, pp. 295-300 (2021).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 15:40 ∼ 16:00

Resolución de una ecuación no lineal de Volterra en L^2 con técnicas de problema inverso de momentos

María Beatriz Pintarelli
Dep.de Matemática, Fac. de Ciencias Exactas, UNLP- Dep. Ciencias Básicas, Fac. Ingeniería, UNLP, Argentina
mariabpintarelli@gmail.com

El problema consiste en encontrar $y(x)$ en la ecuación

$$y(x) + \int_0^x \psi(x, s, y(s))ds = g(x)\; x \geq 0$$

donde $y(x)$ es la función desconocida y las funciones $g(x)$ y $\psi(x, s, y)$ son conocidas. Además $\psi \epsilon [0, \infty) \times [0, \infty) \times R$.

También y ,g , y ψ son 2 veces continuamente diferenciables con respecto a x.
El espacio subyacente es $L^2[0, \infty)$.

Es posible resolver numéricamente el problema usando las técnicas de problema inverso de momentos generalizados.
Se aproxima $y(x)$ en dos pasos:
Primero diferenciamos la ecuación integral con respecto a x y anotamos $h(t) = (t(T - t))^2$ con $0 \leq t \leq T$
Entonces

$$((y(x) - g(x))h(t))_x = -\left(\int_0^x \psi_x(x, s, y(s))ds + \psi(x, x, y(x)) \right) h(t) = G1(x, t)$$

Escribimos $w(x, t) = (y(x) - g(x))h(t)$ definida en $D = (x, t); 0 \leq x < \infty; 0 \leq t \leq T$.

Consideramos la ecuación

$$w_{xx}(x, t) - w_{tt}(x, t) = G1(x, t)_x - w_{tt}(x, t) = H(x, t)$$

y la llevamos a una ecuación integral la cual se resuelve numéricamente y se encuentra una solución $p_{1n}(x, t)$ para $H(x, t)$.

Finalmente consideramos $w_{xx}(x, t) - w_{tt}(x, t) = p_{1n}(x, t)$ y la llevamos a una ecuación integral

$$\iint_D (y(x) - g(x))e^{-mx} dA = \frac{1}{\int_0^T h(t)dt} \left(\frac{-G(m, 0) + \iint_D u p_{1n}(x, t)dA}{m^2} \right)$$

Esta ecuación integral se resuelve numéricamente y entonces $p_{2n}(x)$ es una solución aproximada para $y(x) - g(x)$. Es decir $y(x) \approx g(x) + p_{2n}(x)$.
Se encuentra una cota para el error de la solución estimada y se ilustra el método con ejemplos.

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 16:00 ∼ 16:20

Equivalencia y regularidad de soluciones débiles asociadas al operador p(x)-Laplaciano anisotrópico

Juan Federico Ramos Valverde
Universidad Nacional de San Juan, Argentina
federicorvalverde.ffha@gmail.com

Consideremos el problema no homogéneo

$$(1) \qquad -\Delta_{p(x)}\, u = f(x, u, Du)$$

en un dominio $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ ($N \geqslant 3$) donde $p : \Omega \to \mathbb{R}^N$ y $-\Delta_p$ es el operador $p(x)$ â€“ Laplaciano anisotrópico:

$$-\Delta_{p(x)}\, u := -\sum_{i=1}^{N} \partial_{x_i}(|\partial_{x_i} u|^{p_i(x)-2}\partial_{x_i} u)$$

Para esta comunicación nos enfocamos en establecer la equivalencia entre soluciones débiles y soluciones viscosas para problemas no homogéneos de la forma (1). La prueba de que las soluciones viscosas son soluciones débiles se realiza mediante la técnica de regularización mediante convoluciones. Para la implicación inversa, desarrollamos principios de comparación para soluciones débiles.

Finalmente, mostraremos que ciertas soluciones viscosas de (1) son localmente Lipschitz. Esto es una hipótesis crucial para probar que las soluciones viscosas son de hecho soluciones débiles.

Trabajo en conjunto con Pablo Ochoa (Universidad Nacional de Cuyo, Argentina).

Sesión 6: Estadística, Ciencia de Datos e Inteligencia Artificial

---

Estadística, Ciencia de Datos e Inteligencia Artificial - Charla invitada - Jueves 21 de septiembre, 15:00 ∼ 15:20

Reducción Suficiente de Dimensiones y Predicción no Paramétrica para Datos Espaciales: Métodos y Aplicaciones

Pamela Llop
UNL, Argentina
lloppamela@gmail.com

En el presente trabajo presentamos diferentes extensiones del método de reducción suficiente de dimensiones para datos espacialmente correlacionados. Más precisamente, en base al modelo de regresión inversa utilizado para encontrar la reducción del espacio de predictores, planteamos modelos del tipo SEM (errores correlacionados), SAR (covariables correlacionadas), SARAR (mezcla de SEM y SAR) y el modelo de Covarianza Separable (al que llamamos SSCM). De estos modelos se derivan los estimadores de máxima verosimilitud para la respectivas reducciones, con sus correspondientes propiedades asintóticas. Al mismo tiempo, se presentan dos predictores no paramétricos para datos espaciales que, en conjunción con las reducciones propuestas, constituyen una alternativa flexible y parsimoniosa para la predicción de una variable de interés espacial en un contexto de alta dimensión. La metodologías propuestas se evalúan por medio de simulaciones y aplicaciones con datos reales.

Estadística, Ciencia de Datos e Inteligencia Artificial - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 15:20 ∼ 15:40

Localización de fallas y ubicación de medidores en redes de distribución eléctricas

Iván Degano
Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina
ivandegano@mdp.edu.ar

Un problema de gran interés para las companías distribuidoras de energía eléctrica es garantizar un servicio ininterrumpido a sus usuarios, evitado fallas en los extensos sistemas de distribución que controlan. Por lo

tanto, el monitoreo de las redes y la identificación de las fallas en estos sistema se vuelven esenciales. Este trabajo se enfoca en identificar la ocurrencia de una falla a partir de un pequeño número de mediciones de bajo costo en un sistema de distribución de energía por medio de técnicas de aprendizaje automático.

La determinación de las ubicaciones de los sensores se basa en un novedoso método de selección de características denominado LassoNet, el cual consiste en seleccionar las características que dan más información al mismo tiempo que se entrena una red neuronal artificial. Con este método podemos determinar las mejores ubicaciones para tomar medidas de voltaje y corriente para hallar la sección donde se encuentra la falla. Esto se traduce además en un conjunto de datos más pequeño. Este nuevo conjunto se utiliza luego como entrada a una red neuronal profunda para estimar la locación de la falla dentro de la sección .Finalmente, para evaluar el rendimiento del modelo en términs de exactitud y precisión simulamos fallas varias redes de distribución de prueba.

Trabajo en conjunto con Leandro Fiaschetti (Universidad Nacional del Cetro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina) y Pablo Lotito (Universidad Nacional del Cetro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina).

Estadística, Ciencia de Datos e Inteligencia Artificial - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 15:40 ∼ 16:00

Una Profundidad para Retro-trayectorias

Lucas Fernández Piana
Universidad de San Andrés, Argentina
lucasfernandezpiana@gmail.com

Las trayectorias con origen común o retro-trayectorias aparecen frecuentemente en problemas de meteorología y ecología donde se involcra el origen o destino de particulas que son arrastradas por el viento. En la naturaleza, existen conjuntos de datos que exhiben estas características como por ejemplo: la propagación de ceniza volcánica después de una erupción, la propagación de un foco de incendio, el estudio de áreas que se verán afectadas por radiación en una tragedia nuclear, etc.

El objetivo de este trabajo es poder hacer una descripción precisa de estos datasets. Para ello, las medidas de profundidad son un candidato ideal, pues son técnicas no paramétricas que prácticamente no hacen suposiciones sobre la distribución de los datos y permiten caracterizarlos fielmente; permitiendo tener una caracterización de las trayectorias centrales así como de aquellas que son atípicas. Aunque las trayectorias que estamos estudiando son datos funcionales, las definiciones existentes no son apropiadas para este problema, dado que el principal interés radica en el recorrido de las partículas sin tener en cuenta el tiempo en que se encuentran. Por otra parte, el hecho de que converjan en el mismo punto final implica que sus caminos están muy entrecruzados en la última etapa del recorrido.

Nuestra propuesta se basa en construir una profundidad integrada que se ajuste a la geometría de los datos, donde la variable de integración es el radio de los círculos concéntricos alrededor del punto común de las trayectorias. Además, definimos una profundidad local para datos en el circunferencia unitaria que será el ingrediente principal de la versión integrada. Se prueban las propiedades teóricas clásicas para ambas profundidades. Finalmente, presentamos un algoritmo "data-driven" altamente eficiente para los cálculos que permite aplicarla ambas profundidades a grandes conjuntos de datos.

Trabajo en conjunto con Marcela Svarc (Universidad de San Andrés, Argentina).

Referencias

[1] Datos Funcionales

[2] Retro-trayectorias

[3] Profundidades

Estadística, Ciencia de Datos e Inteligencia Artificial - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 16:00 ~ 16:20

LASSO.FREC: un modelo de selección de variables basado en las soluciones de LASSO en toda la grilla

Verónica Moreno
Universidad Nacional de Tres de Febrero y Universidad de San Andrés, Argentina
veronicamoreno84@gmail.com

Lo más usual a la hora de descorrelacionar variables y reducir dimensión es usar el método LASSO, que consiste en minimizar

$$R(\beta_0, \beta) = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \beta_0 - X_i\beta^T)^2 + \lambda\sum_{j=1}^{p}|\beta_j|.$$

La solución de este problema es esparza por lo cual para seleccionar variables se seleccionan aquellas con un valor de β igual a cero. Este método fue planteado por primera vez por [3], pero una solución numérica escalable se presentó recién en [1]. Muchas variantes de este modelo surgieron cómo métodos de selección de variables, para un estudio completo sobre todas las variantes de LASSO ver [2]. Hay numerosos trabajos que estudian la elección del parámetro de penalización λ. Lo mas usual es considerar una grilla de valores de λ y quedarme con el que minimiza el error cuadrático medio al considerar los coeficientes de LASSO en un test data usando la técnica de cross validation (5 folds es lo mas usual). Esta técnica de selección de variables se conoce como LASSO.MIN y es conocida por tener mucho poder predictivo, pero es muy conservadora a la hora de seleccionar las variables ya que suele tomar las verdaderas y muchas otras que no. En este trabajo proponemos un algoritmo de selección de variables llamado LASSO.FREC basado en resolver LASSO en una grilla de valores de λ. Lo que proponemos es considerar la frecuencia con que se selecciona cada variable teniendo en cuenta las soluciones de todos los λ's. Vamos a seleccionar las variables que tienen mayor frecuencia.

El algoritmo LASSO.FREC tiene los siguientes pasos:

1- Elegir un threshold τ, este es un parámetro del algoritmo que tiene que ser elegido por el usuario.

2- Seleccionar una grilla de valores para λ.

3- Para cada valor de λ en la grilla considero los valores $(\beta_0, \beta)^\lambda$ que resuelven LASSO y armo el vector que me indica que variables selecciono con este λ de la siguiente manera: $S^\lambda \in \mathbb{R}^p$ tal que $S^\lambda_j = 1$ si seleccioné la variable j (o sea si β_j es distinto de cero) y $S^\lambda_j = 0$ en otro caso.

4- Armo un vector de frecuencias: Frec $\in \mathbb{R}^p$ con $\text{Frec}_j = \frac{1}{L}\sum_\lambda S^\lambda_j$, donde L es la cantidad de puntos que tiene la grilla.

5-Seleccionar las variables j que cumplan $\text{Frec}_j \geq \tau$.

Para un análisis de este algoritmo se seleccionaron los mismos tres escenarios que en [2] con el objetivo de poder comparar con otras variantes de LASSO. Para cada uno de estos tres escenarios, vamos a mostrar el gráfico de las frecuencias ordenadas de mayor a menor, con un color van a estar las verdaderas y con otros las falsas. Se puede observar que las verdaderas aparecen primeras y que las falsas al final, en algunos casos observando un salto entre estos dos grupos (verdaderas y falsas). En el escenario en que tenemos correlaciones muy marcadas, el algoritmo muy pocas veces confunde una variable verdadera con una de las falsas. Se realizó una simulación de monte carlo con 1000 simulaciones, promediando la cantidad de variables verdaderas y falsas que toma en cada selección. Se realizo una comparación de LASSO.FREC con diferentes thresholds (0.7, 0.8 y 0.9) y LASSO.MIN . Como resultado de esta comparación podemos ver que LASSO.MIN siempre selecciona las verdaderas pero selecciona muchas mas falsas que LASSO.FREC mientras que LASSO.FREC selecciona muy pocas de las falsas, y muy pocas veces pierde una variable verdadera. Realizamos esta comparación para diferentes tamaños de muestras, observando que LASSO.FREC mejora en muchos escenarios cuando el tamaño de la muestra es mas grande. Por último mostramos un ejemplo con datos reales, en donde comparamos las variables seleccionadas por LASSO.FREC y LASSO.MIN, y con estas variables miramos el mse en un test data. Como conclusión se ve que seleccionando un threshold τ adecuado se puede lograr muchas menos variables que LASSO.MIN y mayor poder predictivo.

Trabajo en conjunto con Lucas Fernández Piana (Universidad de San Andrés, Argentina)..

Referencias

[1] Friedman, J., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2010). Regularization paths for generalized linear models via coordinate descent. Journal of statistical software, 33(1), 1.

[2] Freijeiro González, L., Febrero Bande, M., & González Manteiga, W. (2022). A critical review of LASSO and its derivatives for variable selection under dependence among covariates. International Statistical Review, 90(1), 118-145.

[3] Tibshirani, R. (1996). Regression shrinkage & selection via the LASSO. J. R. Stat. Soc. B. Methodol., 58(1):267-288.

Estadística, Ciencia de Datos e Inteligencia Artificial - Charla invitada - Jueves 21 de septiembre, 16:50 ∼ 17:10

Aprendizaje de geodésicas en superficies desconocidas: teoría, métodos y aplicaciones

Pablo Groisman
UBA, Argentina
pgroisma@gmail.com

Sea $Q_n = \{x_1, \ldots, x_n\}$ un conjunto de puntos i.i.d. con densidad común f soportada en una superficie. Buscamos definir una distancia en Q_n que capture tanto la geometría intrínseca de la superficie como la función de densidad f. Propondremos una posible solución d_n y estudiaremos el comportamiento asintótico del espacio métrico (Q_n, d_n) cuando n tiende a infinito. La distancia d_n resulta valiosa en tareas como clustering, clasificación, reducción de dimensión, regresión no-paramétrica y en la determinación de la topología de la superficie, así como también en problemas de transporte óptimo en variedades y validación de modelos dados por sistemas dinámicos caóticos. Las demostraciones involucran el estudio de geodésicas en un modelo de percolación de primera pasada no-homogéneo.

Estadística, Ciencia de Datos e Inteligencia Artificial - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:10 ∼ 17:30

Estimación para el Modelo de Regresión ZIP Parcialmente Lineal: una Propuesta Robusta

María José Llop
Facultad de Ingeniería Química, Universidad Nacional del Litoral, Argentina
llopmariajose@gmail.com

En diversas áreas del conocimiento surgen datos de conteo que pueden ser modelados mediante distribuciones discretas como la Poisson o la Binomial Negativa, sin embargo, en determinadas situaciones es frecuente que los datos exhiban una gran proporción de ceros y, por lo tanto, no permitan suponer que la distribución subyacente sea alguna de las mencionadas. El modelo de regresión de Poisson inflado con ceros (ZIP, por sus siglas en inglés) es un caso particular de los modelos lineales generalizados (MLG). El mismo utiliza la distribución binomial para modelar el hecho de que una observación provenga del proceso de ceros estructurales (con probabilidad π), o bien, que provenga de una distribución de Poisson de parámetro λ (con probabilidad $1 - \pi$). La estimación de los parámetros de este modelo se puede realizar mediante el algoritmo EM, incluyendo variables auxiliares como si fueran observables y escribiendo la función de verosimilitud como la suma de componentes que se pueden optimizar por separado. Una desventaja de los estimadores basados en verosimilitud es que su función de influencia no es acotada y por consiguiente valores extremos tanto en la respuesta como en las covariables pueden afectar considerablemente a los estimadores. En ese contexto, estimadores robustos han sido desarrollados para el modelo de regresión ZIP, utilizando, por ejemplo, funciones de pérdida acotadas en lugar de la función de verosimilitud.

Una forma natural de dotar de mayor flexibilidad a los MLG es incorporar algunas variables predictoras de manera no paramétrica. Esto da lugar a los modelos parcialmente lineales generalizados (MPLG). En el campo de la estadística robusta, se han realizado propuestas para MPLG derivando estimadores robustos tanto para la componente lineal como para la no paramétrica. Estos estimadores involucran esencialmente funciones de pérdida acotadas, con ciertos pesos que permiten controlar el efecto de las variables predictoras sobre el estimador resultante.

En este trabajo se obtienen estimadores para el modelo de regresión ZIP parcialmente lineal combinando el algoritmo EM con una adaptación del procedimiento de tres pasos propuesto por [2] que permite estimar tanto la componente lineal como la componente no paramétrica. Este procedimiento se implementa utilizando la función de verosimilitud, así como funciones de pérdida robustas. En particular, para la estimación del parámetro de regresión y la componente no paramétrica asociados al proceso de Poisson se utiliza la pérdida bicuadrada de Tukey así como las que fueron propuestas por [3] y [4]. Además para el parámetro de regresión asociado a la distribución binomial se utiliza la pérdida propuesta por [1]. Finalmente, se compara el comportamiento y desempeño de los estimadores en diferentes escenarios de contaminación mediante estudios de simulación.

Trabajo en conjunto con María José Llop, Andrea Bergesio y Anne-FranÃ§oise Yao.

Referencias

[1] Bianco, A.M. and Yohai, V.J. (1996). Robust Estimation in the Logistic Regression Model. In: Rieder, H. (eds) Robust Statistics, Data Analysis, and Computer Intensive Methods. Lecture Notes in Statistics, vol 109. Springer, New York, NY.

[2] Boente, G. and Rodriguez, D. (2010). Robust inference in generalized partially linear models. Computational Statistics and Data Analysis, 54(12):2942â€“2966.

[3] Muller, N. and Yohai, V. (2002). Robust estimates for arch processes. Journal of Time Series Analysis, 23(3):341â€“375.

[4] Valdora, V. and Yohai, V. (2014). Robust estimators for generalized linear models. Journal of Statistical Planning and Inference, 146:31â€“48.

Estadística, Ciencia de Datos e Inteligencia Artificial - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:30 ∼ 17:50

Estimación de parámetros de Hamiltonianos de sistemas cuánticos a partir de mediciones locales

Diego Sebastian Acosta Coden
Universidad Nacional del Nordeste, Instituto de Modelado e Innovación Tecnológica, Argentina
diegoacoden@gmail.com

Consideramos el problema de identificar los parámetros de un Hamiltoniano de una cadena de espines usando redes neuronales recurrentes. El conjunto de datos esta compuesto por registros temporales de operadores locales de distintos subconjuntos de la cadena. Evaluamos la variabilidad de nuestras estimaciones, su robustez contra el ruido de medición y la capacidad de nuestro Hamiltoniano estimado para extrapolar la dinámica a tiempos no vistos durante el entrenamiento.

Trabajo en conjunto con Alejandro Ferrón (Universidad Nacional del Nordeste, Instituto de Modelado e Innovación Tecnológica).

Referencias

[1] P.P. Mazza, D. Zietlow, F. Carollo, S. Andergassen, G. Martius and I. Lesanovsky, Machine learning time-local generators of open quantum dynamics, Physical Review Research 3, 023084 (2021)

[2] L. Che, C. Wei, Y. Huang, D. Zhao, S. Xue, X. Nie, J. Li, D. Lu, and T. Xin, Learning quantum Hamiltonians from single-qubit measurements, Physical Review Research 3, 023246 (2021)

Estadística, Ciencia de Datos e Inteligencia Artificial - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:50 ∼ 18:10

Predicción espacial con covariables: una extensión semiparamétrica del cokriging

Mariel Guadalupe Lovatto
Facultad de Ingeniería Química - UNL - CONICET, Santa Fe, Argentina
marielguadalupelovatto@gmail.com

En el contexto de predicción espacial univariada, [1] proponen diferentes variantes no paramétricas del clásico método kriging, logrando con ello flexibilizar algunos supuestos restrictivos del mismo, como ser la estacionariedad e isotropía. Estas nuevas metodologías logran notables mejoras predictivas bajo escenarios de datos espaciales heterocedásticos y de covarianza combinada. En base a estos resultados, en el presente trabajo proponemos una extensión semiparamétrica del denominado cokriging; esto es, la versión del kriging con covariables ([2], [3], [4], [6], [7]). Con esto buscamos combinar la flexibilidad de los métodos no paramétricos y la eficiencia de los paramétricos. Más precisamente, para predecir el valor de la respuesta y en un sitio no muestreado $\mathbf{s}_0 \in \mathbb{R}^d$, usamos las covariables modeladas de forma paramétrica y a la variable de interés (variable respuesta) medida en los sitios de la muestra $\tilde{\mathbf{s}} = \{\mathbf{s}_1, \ldots, \mathbf{s}_n\}$ la incluímos de forma no parmétrica. Con esto, la predicción del valor de y en el nuevo sitio $\mathbf{s}_0$ vendrá dada por

$$\widehat{y}(\mathbf{s}_0) = \widehat{E}(y(\mathbf{s}_0)|\mathbf{x}(\mathbf{s}_0), \mathbf{y}) = \mathbf{x}^T(\mathbf{s}_0)\widehat{\boldsymbol{\beta}} + \widehat{m}(\mathbf{s}_0, \mathbf{y}),$$

donde $\mathbf{x}(\mathbf{s}_0) \in \mathbb{R}^p$ es el vector de covariables medidas en $\mathbf{s}_0$. La propuesta radica en estimar las componentes de dicho modelo mediante una adaptación del método [5] al caso de datos espaciales. Además se combinan diferentes formas de estimación para el parámetro β y la función m. Los resultados se evalúan mediante estudios de simulación, comparando los errores de predicción obtenidos mediante el modelo propuesto y los obtenidos mediante el usual cokriging paramétrico.

Trabajo en conjunto con Rodrigo García Arancibia (Instituto de Economía Aplicada del Litoral - FCE - UNL- CONICET) y Pamela LLop (Facultad de Ingeniería Química - UNL - CONICET).

Referencias

[1] Arancibia, R. G., Llop, P., and Lovatto, M. (2023). Nonparametric prediction for univariate spatial data: Methods and applications. Papers in Regional Science, 102(3):635â€“672.

[2] Cressie, N. (1993). Statistics for Spatial Data. John Wiley and Sons, Inc.

[3] Gelfand, A., Fuentes, M., Guttorp, P., and Diggle, P. (2010). Handbook of Spatial Statistics. Chapman & Hall/CRC Handbooks of Modern Statistical Methods. Taylor & Francis.

[4] Montero, J.-M., Fern Íandez-Avil Íes, G., and Mateu, J. (2015). Spatial and Spatio- Temporal Geostatistical Modeling and Kriging. John Wiley and Sons, Ltd.

[5] Speckman, P. (1988). Kernel smoothing in partial linear models. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 50(3):413-436.

[6] Wackernagel, H. (2006). Geostatistics. American Cancer Society.

[7] Webster, R. and Oliver, M. (2007). Geostatistics for Environmental Scien- tists. Wiley, 2th edition.

Sesión 7: Lógica y Computabilidad

Lógica y Computabilidad - Charla invitada - Miércoles 20 de septiembre, 8:40 $\sim$ 9:20

La bisimilitud entre árboles de rango $\omega + 2$ no es suave

Pedro Sánchez Terraf
Universidad Nacional de Córdoba – CIEM-FAMAF, Argentina
psterraf@unc.edu.ar

Es bien sabido que la lógica modal básica (BML) caracteriza la relación de bisimilitud entre marcos de Kripke punteados tales que cada punto tiene finitos sucesores por cada relación de accesibilidad. Es decir, si los â€œpuntos” de sendos marcos satisfacen las mismas fórmulas de BML, entonces existe una bisimulación entre estos últimos que contiene el par de aquellos. También existen contraejemplos estándares a esta caracterización lógica cuando alguna relación de accesibilidad tiene infinitos sucesores. A su vez, esto se soluciona permitiendo conjunciones (y disyunciones) numerables, obteniendo la lógica infinitaria BML_ω. Esta lógica tiene una cantidad incontable de fórmulas, y es de interés saber si algún fragmento contable es suficiente para caracterizar la bisimilitud.

En esta comunicación veremos que aún restringiéndose a cierta familia de marcos bien fundados y de â€œprofundidad” acotada (como en el título), no existe un tal fragmento contable. La prueba utiliza conceptos básicos de Teoría de Conjuntos Descriptiva.

Trabajo en conjunto con Martín Moroni (Universidad Nacional de Córdoba).

Lógica y Computabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 9:20 $\sim$ 9:40

Extensiones expresivas de Propositional Dynamic Logic a través de propiedades topológicas de grafos

Edwin Pin
Universidad de Buenos Aires, Instituto de Ciencias de la Computación, Argentina
epin@dc.uba.ar

El sistema formal *Propositional Dynamic Logic* [2], PDL en adelante, surgió como un lenguaje basado en lógica modal para describir correctitud, terminación y equivalencia de programas. Desde su origen se ha aplicado también con otros propósitos, por ejemplo, como lenguaje de consulta sobre estructuras con forma de grafos [3]. Otro punto importante en el estudio de este lenguaje es lo fácil que se puede adaptar sintácticamente según determinadas necesidades ontológicas a estudiar, como es el caso de [4] donde analizan ICPDL: PDL + Intersection + Converse. La adhesión de estos nuevos operadores no solo incrementa el poder expresivo de PDL sino que preservan varias de las propiedades computacionales que PDL posee.

Más recientemente, en [1] se introdujo el lenguaje CPDL$^+$ como una extensión de PDL dotado con un operador nuevo denominado *programa conjuntivo*, que es compatible con los demás operadores de PDL y cuyo propósito es consultar sobre cualquier estructura de Kripke si determinados patrones relativos a grafos con datos surgen en el modelo. Para ello el operador de programa conjuntivo se define junto a la noción de *grafo subyacente* de un programa y bajo este esquema se estudiaron distintos problemas: (1) definición de fragmentos de CPDL$^+$ mediante propiedades topológicas de grafos, (2) indistinguibilidad de modelos con respecto a fragmentos de CPDL$^+$ mediante criterios de bisimulación, (3) satisfacibilidad de CPDL$^+$ y de sus fragmentos, (4) model checking. Los problemas computacionales relacionados a (3) y (4) se demostraron decidibles según el fragmento escogido. Más aún, CPDL$^+$ es un lenguaje altamente abarcativo, pues contiene a ICPDL, a varias otras extensiones de PDL, y además a algunos lenguajes de interés en el área de bases de datos con forma de grafos, como C2RPQ [6].

Por lo general, un fragmento de una lógica se obtiene por medio de restricciones sintácticas, pero en el caso de CPDL$^+$ se pueden definir fragmentos que dependen de características topólogicas impuestas sobre los grafos subyacentes de los programas conjuntivos. En este sentido definimos CPDL$^+(\mathcal{G})$ como el fragmento de CPDL$^+$ cuyos programas conjuntivos tienen grafos subyacentes pertenecientes a una clase de grafos $\mathcal{G}$. Una propiedad importante de grafos usada ampliamente en [1] es "bounded treewidth", siendo el treewidth de un grafo un parámetro entero que indica qué tan similar es dicho grafo a un árbol [5]. De esta manera, podemos ver a CPDL$^+$ como la unión de una jerarquía de fragmentos que denotamos CPDL$^+(\mathrm{TW}_k)$, donde TW_k es la clase de todos los grafos de treewidth a lo sumo k. Bajo esta noción y considerando grafos subyacentes conexos, se demostró que ICPDL es equiexpresivo a CPDL$^+(\mathrm{TW}_k)$ para $k = 1, 2$ (i.e. toda fórmula de ICPDL es equivalente a otra en CPDL$^+(\mathrm{TW}_k)$ y viceversa). Por otra parte, también se demostró que para todo $k \geq 2$, CPDL$^+(\mathrm{TW}_k)$ es menos expresivo que CPDL$^+(\mathrm{TW}_{k+1})$. Para estos fragmentos se estudiaron los problemas especificados en los ítems (2-4). En particular se tienen los siguientes resultados: (2) Para cada k, se obtuvo un criterio de indistinguibilidad de modelos para CPDL$^+(\mathrm{TW}_k)$ en términos de un juego de k-piedras, también denominado *k-bisimulación.* (3) Se demostró que para todo k, el problema de satisfacibilidad de CPDL$^+(\mathrm{TW}_k)$ es decidible en complejidad 2ExpTime , que es igual a la de ICPDL [4]. (4) El problema de model checking sobre estructuras finitas es polinomial para cualquier CPDL$^+(\mathrm{TW}_k)$, pero es NP-hard para CPDL$^+$.

Trabajo en conjunto con Diego Figueira (University of Bordeaux, CNRS-LaBRI, France) y Santiago Figueira (Universidad de Buenos Aires, DC, CONICET, ICC).

Referencias

[1] Diego Figueira, Santiago Figueira, and Edwin Pin. PDL on Steroids: on Expressive Extensions of PDL with Intersection and Converse. In Annual Symposium on Logic in Computer Science (LICS), Proceedings of Annual Symposium on Logic in Computer Science (LICS), Boston, United States, June 2023.

[2] Michael J. Fischer and Richard E. Ladner. Propositional dynamic logic of regular programs. Journal of Computer and System Sciences, 18(2):194â€“211, 1979.

[3] Martin Lange. Model checking propositional dynamic logic with all extras. J. Appl. Log., 4(1):39â€“49, 2006.

[4] Stefan GÃ¶ller, Markus Lohrey, and Carsten Lutz. PDL with intersection and converse: satisfiability and infinite-state model checking. 74(1):279â€“314, 2009.

[5] Umberto Bertele and Francesco Brioschi. On non-serial dynamic programming. Journal of Combinatorial Theory, Series A, 14(2):137â€“148, 1973.

[6] Meghyn Bienvenu, Magdalena Ortiz and Mantas Simkus. Conjunctive Regular Path Queries in Lightweight Description Logics. IJCAI '13: Proceedings of the Twenty-Third international joint conference on Artificial Intelligence Pages 761â€“767, August 2013.

On the construction of 3×3–valued Lukasiewicz-Moisil algebras

Carlos Gallardo
Universidad Nacional del Sur, Argentina
gallardosss@gmail.com

In 1971, Georgescu and Vraciu [1] introduced a new class of algebras which they called monadic n-valued Lukasiewicz-Moisil algebras. This subject caused great interest and Figallo and Sanza [2] introduced and investigated monadic $n \times m$-valued Lukasiewicz-Moisil algebras which constitute a generalization of them. In this note, we construct a 3×3–valued Lukasiewicz-Moisil algebras from a monadic 3×3–valued Lukasiewicz-Moisil algebras, generalizing A. Monteiro's construction. Besides, we construct a monadic 3×3–valued Lukasiewicz-Moisil algebras from a monadic $n \times m$–valued Lukasiewicz-Moisil algebras, generalizing V. Boicescu's construction.

Referencias

[1] G. Georgescu, C. Vraciu, Algebre Boole monadice si algebre Lukasiewicz monadice, Studii Cerc. Mat., 23, 1025-1048 (1971)

[2] A.V. Figallo, C. Sanza, Monadic nxm-valued Lukasiewicz-Moisil algebras, Mathematica Bohemica, 4, 425-447 (2012)

Lógica y Computabilidad - Charla invitada - Miércoles 20 de septiembre, 10:30 $\sim$ 11:10

Local quantum field logic

Hector Freytes
UniversitÃ degli Studi di Cagliari, Italia
hfreytes@gmail.com

Algebraic quantum field theory, or AQFT for short, is a rigorous analysis of the structure of relativistic quantum mechanics [4]. It is formulated in terms of a net of operator algebras indexed by regions of a Lorentzian manifold. In several cases the mentioned net is represented by a family of von Neumann algebras, concretely, type III factors. In this perspective, a logical system can be established capturing the propositional structure encoded in the algebras of the mentioned net. In this framework, this work contributes to the solution of a family of open problems, emerged since the 30s, about the characterization of those logical systems which can be identified with the lattice of projectors arising from the Murray-von Neumann classification of factors [1,2,3]. More precisely, based on physical requirements formally described in AQFT, an equational theory able to characterize the type III condition in a factor is provided. This equational system motivates the study of a variety of algebras, concretely a discriminator variety, having an underlying orthomodular lattice structure. A Hilbert style calculus, algebraizable in the mentioned variety, is also introduced and a corresponding completeness theorem is established.

Referencias

[1] L. J. Bunce, J. D. Maitland Wright, Quantum Logic, State Space Geometry and Operator Algebras, Comm. Math. Phys. 96 (1984) 345-348.

[2] H. Gross, Hilbert lattices: New results and unsolved problems, Found. Phys. 20 (1990), 529-559.

[3] S. Holland, The Current Interest in Orthomodular Lattices, in: J. C. Abbott, (ed), Trends in Lattice Theory, Van Nostrand-Reinhold, New York (1970) pp. 41-26.

[4] J. Yngvason, The role of type III factors in quantum field theory, Rep. Math. Phys. 55 (2005), 135-147.

Lógica y Computabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 11:10 $\sim$ 11:30

Lógicas de Descripción sobre Grafos de Datos

Juliana Putero
FAMAF - Universidad Nacional de Córdoba, y CONICET, Argentina
julianaputero@gmail.com

La tarea de representar y manipular información de manera compacta y eficiente resulta, en general, compleja desde un punto de vista computacional. En este sentido, es de gran interés y utilidad contar con modos eficientes de almacenamiento y con mecanismos que permitan inferir propiedades acerca de dicha información. El desarrollo y estudio de representaciones compactas de datos, como así también de procedimientos eficientes para su manipulación, pueden ser abordados desde un punto de vista formal utilizando herramientas de la lógica. En particular, uno de los enfoques más utilizados en la práctica, es el basado en las llamadas Lógicas de Descripción [1] .

Las Lógicas de Descripción fueron diseñadas con el propósito de describir abstracciones de algún dominio de interés. En general, dichas abstracciones están constituidas por tres componentes principales: Conceptos, que representan conjuntos de elementos; Nombres de Roles, que representan relaciones binarias entre elementos; e Individuos, que representan elementos específicos del dominio.

Por ejemplo, consideremos un dominio de datos sobre la estructura de la currícula de una carrera universitaria. La Lógica de Descripción nos permite construir expresiones de la forma $\exists \mathsf{teaches.Course}$, donde Course es un concepto y teaches es un rol. De esta manera, la expresión caracteriza a â€œlos elementos del dominio que corresponden con individuos que enseñan algún curso. Este tipo de expresiones de la Lógica de Descripción se combinan luego para definir las bases de conocimiento que proveen descripciones abstractas de la información concreta contenida, por ejemplo, en una base de datos. Una base de conocimiento es un par $K = (T, A)$ denominados TBox y ABox, respectivamente. La TBox contiene las condiciones generales sobre el dominio de datos, mientras que la ABox puede entenderse como una descripción de elementos concretos de dicho dominio. Por ejemplo, expresiones del tipo $\forall \mathsf{teaches.Course} \sqsubseteq \mathsf{Teacher}$ pertenecen a la TBox, ya que denota la propiedad â€œquienes enseñan cursos son docentes. Por su parte, una expresión $\mathsf{Mary} : \mathsf{Teacher}$ pertenece a la ABox, ya que denota el hecho de que â€œMary es docente. Una vez definida una base de conocimiento sobre alguna Lógica de Descripción en particular, es interesante contar con mecanismos de inferencia eficientes para extraer información a partir de la misma. Por ejemplo, para verificar si un concepto está incluido en otro (tarea conocida como subsunción), o verificar si una base de conocimientos se encuentra libre de contradicciones (conocido como chequeo de consistencia). Para ello, se utilizan métodos lógicos, como pueden ser procedimientos basados en tableaux.

Sin embargo, tal como suele ocurrir a la hora de utilizar cualquier lenguaje lógico, la expresividad del mismo puede resultar insuficiente para el problema que se busca abordar. Por ejemplo, cuando se manipulan grandes cantidades de datos, es interesante comparar ciertos atributos que aparecen en los mismos, como pueden ser la cantidad de horas asignadas a cada estudiante o cada docente en el ejemplo mencionado anteriormente. En los enfoques tradicionales, la capacidad de comparar los valores de cada atributo se encuentra ausente. Es por ello que en este trabajo, y siguiendo las ideas propuestas en [2,3], extendemos lenguajes de descripción tradicionales con operadores que nos permiten comparar atributos de datos entre los elementos del dominio. De esta manera podemos contar con tal información en nuestras bases de conocimiento, interpretadas sobre los llamados Grafos de Datos. A su vez avanzamos con el estudio de mecanismos de inferencia basados en tableaux sobre este nuevo tipo de bases de conocimiento. Este enfoque nos permite además, estudiar la complejidad computacional de realizar inferencia con estas lógicas, como así también buscar fragmentos que admiten algoritmos eficientes de razonamiento.

Trabajo en conjunto con Valentin Cassano (Universidad Nacional de Río Cuarto y CONICET, Argentina) y Raul Fervari (Universidad Nacional de Córdoba y CONICET, Argentina).

Referencias

[1] Baader, F., Horrocks, I., Lutz, C., & Sattler, U. An Introduction to Description Logic. Cambridge: Cambridge University Press (2017).

[2] Kostylev, E., Reutter, J., & Vrgoc, D. XPath for DL Ontologies. Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, 29 (2015).

[3] Areces, C., & Fervari, R. Axiomatizing Hybrid XPath with Data. Logical Methods in Computer Science (LMCS), volume 17, issue 3, 2021.

Lógica y Computabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 11:30 ∼ 11:50

A categorical equivalence for tense pseudocomplemented distributive lattices

Maia Starobinsky
Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan y Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires, Argentina
maiastaro@gmail.com

A pseudocomplemented distributive lattice (also known as a distributive p-algebra) is an algebraic structure denoted as $\langle A, \wedge, \vee, *, 0, 1\rangle$, where the underlying structure $\langle A, \wedge, \vee, 0, 1\rangle$ is a bounded distributive lattice, and the unary operation $*$ represents a pseudocomplement operation [1]. This operation satisfies the property that $x \wedge y = 0$ if and only if $x \leq y^*$.

In this paper, our motivation stems from the definition of tense operators on distributive lattices proposed by Chajda and Paseka in [2]. We introduce and explore the variety of tense pseudocomplemented distributive lattices. Specifically, we establish a categorical equivalence of these structures with a full subcategory of tense KAN-algebras.

Trabajo en conjunto con Gustavo Pelaitay (Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan y CONICET).

Referencias

[1] Balbes, R., Dwinger P., Distributive Lattices. University of Missouri Press (1974)

[2] I.Chajda, J.Paseka: Algebraic Appropach to Tense Operators, Research and Exposition in Mathematics Vol. 35, Heldermann Verlag (Germany), 2015, ISBN 978-3-88538-235-5.

Lógica y Computabilidad - Charla invitada - Miércoles 20 de septiembre, 15:00 ∼ 15:40

Teoría de prueba en el contexto de paraconsistencia con operador de consistencia fuerte

Martín Figallo
Universidad Nacional del Sur, Departamento de Matemática, Argentina
figallomartin@gmail.com

El enfoque de Newton da Costa a la paraconsistencia, hoy globalmente conocida como "Escuela Brasileña de Paraconsistencia", fue generalizado de modo natural por W. Carnielli y J. Marcos con la noción de Lógicas de la Inconsistencia Formal (LFI). Estas son lógicas paraconsistentes que internalizan las nociones de consistencia e inconsistencia a nivel del lenguaje objeto.

Por otro lado, A. Avron, B. Konikowska y A. Zamansky ([2]) estudiaron de forma sistemática y modular la teoría de prueba de una familia grande de LFIs. Más precisamente, presentaron cálculos de secuentes con la propiedad de eliminación de corte para las versiones proposicionales de estas lógicas. Sin embargo, como estos mismos autores observaron, para desarrollar herramientas eficientes que permitan el razonamiento automatizado bajo incertidumbre (theorem provers) es importante desarrollar la teoría de prueba de las versiones de primer orden de estas LFIs.

En esta comunicación, damos un primer paso en este sentido. Esto es, estudiamos la teoría de prueba de la versión de primer orden de una LFI 3-valorada con operador de consistencia fuerte, que fuera desarrollada en el contexto del estudio de bases de datos inconsistentes ([3]). Entre otras cosas, presentaremos un cálculo de secuentes correcto y completo con la propiedad de eliminación de corte; y mostraremos algunas aplicaciones.

Trabajo en conjunto con Victoria Arce Pistone (Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina).

Referencias

[1] Arce Pistone, V. and Figallo, M. (2023). Proof-theoretic aspects of paraconsistency with strong consistency operator. http://arxiv.org/abs/2304.11481

[2] Avron, A., Konikowska, B. and Zamansky, A. (2012). Modular Construction of Cut-Free Sequent Calculi for Paraconsistent Logics. Proceedings of the 27th Annual ACM/IEEE Symposium on Logic in Computer Science, 85â€“94

[3] Carnielli, W. A., Marcos, J. and de Amo, S. (2000). Formal inconsistency and evolutionary databases. Logic and Logical Philosophy, 8, 115â€“152.

Lógica y Computabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 15:40 ∼ 16:00

Una lógica modal explícita de preferencias y razones

Sebastian Ferrando
Universidad Nacional de Córdoba, CIFFyH., Argentina
ferrandose@gmail.com

En el lenguaje estándar de la lógica de la preferencia, se entiende que una fórmula como PA expresa simplemente una preferencia por la proposición A, o también puede decirse, por el estado de cosas o conjunto de mundos posibles asociado con esta proposición. Se puede admitir sin embargo, que en cada caso existe una razón para esta preferencia, que, no obstante, el lenguaje estándar de la lógica de la preferencia no puede denotar de forma explícita. En el lenguaje modal explícito de la Lógica de la Justificación, las modalidades del tipo de las representadas por el operador $\Box$ (box) se descomponen en términos, t, que denotan la razón específica por la que una proposición se estima que está justificada, demostrada, conocida, creída, etc. En el caso de las preferencias de un agente esto vendría a decir, que las fórmulas del tipo PA â€“esto es, que un agente manifiesta una preferencia por la proposición representada por A- se reemplazan por fórmulas del tipo t:A. Una lectura o interpretación informal de esto sería que t es una razón por la cual es preferida A, o que se prefiere A porque t. En este trabajo nos proponemos desarrollar una de estas lógicas de la preferencia, a saber, la lógica modal de preferencias ceteris paribus [2], como una lógica de preferencias con razones o justificaciones, en la forma de una lógica modal explícita. Recurrimos a tal fin a la lógica de preferencias [3] y a la realización de distintos sistemas modales dentro de esta última. Desde un costado filosófico, nuestro interés radica en abarcar formalmente un tipo de razonamiento en el que se consideren preferencias y razones o justificaciones para estas. Asimismo, buscamos incorporar en este marco formal-normativo la noción de 'horizonte de preferencias', que von Wright esbozara en [1].

Referencias

[1] von Wright, G., The logic of preference reconsidered, Theory and Decision 3 (1972) 140-169.

[2] van Benthem, J., Girard, P., Roy, O., Everything Else Being Equal: A Modal Logic for Ceteris Paribus Preferences, J Philos Logic (2009) 38:83â€“125.

[3] Artemov, S, Fitting, M., Justification Logic: Reasoning with Reasons, Cambridge University Press, 2019.

Lógica y Computabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 16:00 ∼ 16:20

Semántica de las F_1-estructuras para los cálculos paraconsistentes C_n, $n \geq 2$

Andrea Carina Murciano
Instituto de Ciencias Básicas -Área Matemática. Facultad de Filosofía, Humanidades y Artes.
Universidad Nacional de San Juan, Argentina
carimurciano@gmail.com

En este trabajo definimos valuaciones que constituyen semánticas para los cálculos paraconsistentes C_n, $n \geq 2$. Estas lógicas fueron introducidas por Newton C. A. da Costa en [1] y, actualmente, se consideran casos particulares de las LFIs.

Nuestro estudio se centra en la correctitud, completitud y decidibilidad de esta semántica, la cual se basa en una interpretación para C_1 sobre modelos algebraicos-relacionales, denominados “F_1-estructuras” ([3], [4]). Además, presentamos ciertas extensiones booleanas que sirven como herramientas para realizar comparaciones con la semántica planteada en [2].

Trabajo en conjunto con Carla N. Naccarato (Universidad Nacional de San Juan, Argentina), Gabriela Eisenberg (Universidad Nacional de San Juan, Argentina) y Verónica A. Quiroga (Universidad Nacional de San Juan, Argentina).

Referencias

[1] DA COSTA, N. C. A. Sistemas Formais Inconsistentes. UFPR, Curitiba, 1993.

[2] LOPARIC, A., AND ALVES, E. H. The semantics of the systems C_n of da Costa. In Proceedings of the Third Brazilian Conference on Mathematical Logic (SÃ£o Paulo, 1980), A. I. Arruda, N. C. A. da Costa, and A. M. Sette, Eds., Sociedade Brasileira de Lógica, pp. 119â€“129.

[3] QUIROGA, V. An alternative definition of F-structures for the logic C_1. Bulletin of the Section of Logic 42, 3/4 (2013), 119â€“134.

[4] QUIROGA, V. A. Estudio de un modelo algebraico-relacional para C_1 y $CILA$. PhD thesis, Universidad Nacional de San Luis, 2022.

Lógica y Computabilidad - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 16:20 ∼ 16:40

Productos twist y rotaciones

Miguel Andrés Marcos
FIQ, CONICET - UNL, Argentina
mmarcos@santafe-conicet.gov.ar

Las lógicas subestructurales son sistemas lógicos que enmarcan dentro de una misma teoría lógicas que fueron surgiendo por diversos motivos y con diferentes metodologías. Los modelos algebraicos que mejor se adecúan a la gran mayoría de estos sistemas son los retículos residuados.

En este trabajo compararemos dos construcciones de retículos residuados: por un lado las rotaciones y por el otro los productos twist. Ambas construcciones así como las variedades que generan permiten que se pueda estudiar retículos residuados en términos de otros, por lo general más simples.

Las rotaciones conexas y disconexas así como sus generalizaciones [7, 6, 4] proporcionan una forma de obtener un nuevo retículo residuado a partir de otro 'rotando' una subestructura del mismo. Las álgebras pertenecientes a variedades generadas por estas rotaciones podrán ser estudiadas a partir de subestructuras de las mismas, dadas por la categoría de 'tripletes' de [4].

Por otro lado los productos twist [8, 9, 1, 2, 3], al tener como reducto el producto de un retículo y su orden-dual, pueden pensarse como un tipo distinto de rotación, que en general no es comparable con las antes mencionadas. Las álgebras pertenecientes a variedades generadas por productos twist se pueden estudiar a partir de la imagen del 'conúcleo de Nelson' de [3].

Una comparación entre productos twist y rotaciones se hizo en [1], para el caso particular de retículos residuados de Nelson.

La generalización de la construcción twist presentada en [10,5] permite una nueva forma de comparación entre las rotaciones generalizadas presentadas en [4] y ciertos productos twist, así como también las variedades generadas por ambas clases. Las álgebras que pertenezcan a ambas clases podrán ser estudiadas tanto desde su representación por tripletes como por su representación twist, lo que permitirá una mayor comprensión de estos retículos residuados.

Trabajo en conjunto con Manuela Busaniche (FIQ, CONICET - UNL, Argentina), Umberto Rivieccio (LHFC - UNED, Madrid, España) y Sara Ugolini (IIIA â€" CSIC, Barcelona, España).

Referencias

[1] M. Busaniche and R. Cignoli, Constructive logic with strong negation as a substructural logic, J. Log. Comput. 20 (2010), 761-793.

[2] M. Busaniche and R. Cignoli, The subvariety of commutative residuated lattices respresented by twist-products, Algebra Universalis 71 (2014) 5-22.

[3] M. Busaniche, N. Galatos and M. Marcos, Twist structures and Nelson conuclei, Stud Logica (2022).

[4] M. Busaniche, M. Marcos and S. Ugolini, Representation by triples of algebras with an MV-retract, Fuzzy Sets and Systems 369, 82-102, (2019).

[5] M. Busaniche and U. Rivieccio, Nelson conuclei and nuclei: the twist construction beyond involutivity. Manuscript.

[6] R. Cignoli and A. Torrens, Free Algebras in Varieties of Glivenko MTL-algebras Satisfying the Equation 2(x2)=(2x)2, Studia Logica 83, (2006) 157-181.

[7] S. Jenei, Structure of left-continuous triangular norms with strong induced negations. (I) Rotation construction, Journal of Applied Non-Classical Logics 10 (1), (2000) 83-92.

[8] J. Kalman, Lattices with involution, Trans. Amer. Math. Soc. 87 (1958), 485-491.

[9] D. Nelson, Constructible falsity, Journal of Symbolic Logic, 14:16-26, 1949.

[10] U. Rivieccio and M. Spinks, Quasi-Nelson algebras, Electronic Notes in Theoretical Computer Science, 344:169-188, 2019.

Lógica y Computabilidad - Charla invitada - Jueves 21 de septiembre, 9:00 $\sim$ 9:40

Introducción a los asistentes de pruebas basados en teoría de tipos dependientes, en específico "Coq" (y resultados parciales sobre Redex → Coq)

Mallku Soldevila
FAMAF, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
mallkuernesto@gmail.com

En esta comunicación comenzaremos recorriendo brevemente ideas que surgieron en la matemática durante la primera mitad del siglo pasado, y en términos de las cuales podemos justificar la implementación de un asistente de pruebas basado en teoría de tipos dependientes. Revisaremos conceptos de lógica intuicionista, lambda-cálculo y teoría de tipos, lo que nos permitirá entender las razones por las cuales podemos admitir (ciertos) programas en un lenguaje con tipos dependientes, como análogos computacionales de las pruebas que escribimos en papel.

A continuación introduciremos "Coq": un asistente de pruebas basado en teoría de tipos dependientes, ampliamente utilizado en esfuerzos de formalización de semántica de lenguajes de programación reales. Revisaremos construcciones fundamentales del "Cálculo de Construcciones Inductivas" (el lenguaje y semántica fundacional de Coq), mencionaremos sus propiedades teóricas principales, y estudiaremos ejemplos de definiciones de tipos inductivos, proposiciones y una demostración.

Finalmente comentaremos, de manera breve, sobre los primeros pasos dados en el desarrollo de una herramienta para automatizar la traducción de un modelo de semántica de reducciones en Redex, hacia un modelo (idealmente) semánticamente equivalente en Coq. La intención es proporcionar automatización a (algunas partes) de la certificación de propiedades fundamentales de tales modelos.

Trabajo en conjunto con Dr. Beta Ziliani (FAMAF, UNC y Manas.Tech, Argentina).

Referencias

[1] Casey Klein, Jay McCarthy, Steven Jaconette, Robert Bruce Findler (2011) A semantics for context-sensitive reduction semantics. En: APLASâ€™11.

Lógica y Computabilidad - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 9:40 ∼ 10:00

Generalizando el Framework de Katzuno y Mendelzon para AGM con un enfoque semántico

Daniel Grimaldi
Departamento de Computación, FCEyN-UBA, e Instituto de Ciencias de la Computación (UBA-CONICET), Argentina
grim.daniel@gmail.com

Hay muchas maneras de modelar cómo una agente revisa sus creencias para incorporar nueva información, no sólo mediante la modelización de sus cambios de creencias, sino también considerando cómo se representa ese conocimiento. En el modelo más extendido, el modelo AGM [1], el conocimiento de la agente está fijado y se denota como un conjunto de fórmulas cerrado por consecuencia lógica, conocido como conjunto de creencias (belief set), y la nueva información es una fórmula en el lenguaje que actúa como un parámetro, pero hay muchas otras opciones.

En [2] Katsuno y Mendelzon (KM) adaptaron el modelo AGM para un lenguaje proposicional finito L, pero donde el conocimiento original y la nueva información están representados homogéneamente en el siguiente sentido: (1) ambos se representan de la misma manera, reescribiendo los conjuntos de creencias como fórmulas usando que L es finito; (2) el conocimiento original de la agente no es un valor fijo, sino un parámetro de la misma manera que la nueva información. En este contexto, los autores caracterizaron los operadores clásicos de AGM en términos de interpretaciones, también conocidos como la representación de mundos posibles.

Esta representación homogénea rara vez se ve, principalmente debido a la tradición de modelar a la agente como aquella que tiene un conocimiento y la capacidad de decidir cómo cambiarlo al recibir nueva información. En KM esta concepción cambia: lo que se tiene son pares de información con los que la agente tiene que lidiar, pero el papel de la agente es simplemente decidir qué hacer con ellos.

Nuestra propuesta es generalizar lo planteado en [2] para un contexto infinitario, conservando esta representación homogénea. Es decir, por un lado recuperamos la representación del conocimiento original como un conjunto de creencias, pero también escribimos de esta manera a la nueva información. Al hacer esto, mantenemos simultáneamente el contexto infinitario del AGM clásico y ambas piezas de conocimiento tienen el mismo tipo de representación. Y por otro lado, consideramos el conocimiento original como un parámetro. Todo esto lo desarrollamos desde la representación de mundos posibles para luego adaptarlo a diferentes contextos.

Creemos que esta generalización que parte de la representación de mundos posibles se puede aplicar a cualquier operador definido dentro del esquema KM de manera intuitiva, introduciéndolos en principio como operadores de cambio múltiple restringidos a conjuntos de creencias. Aquí sólo presentamos cómo hacerlo para operadores de revisión y contracción y probamos las identidades de Levi y Harper, no sólo porque muchos otros operadores se definen a partir de ellos, sino también porque hay conexiones interesantes con operadores conocidos de cambio múltiple [3] [4].

Trabajo en conjunto con M. Vanina Martinez (Instituto de Investigación en Inteligencia Artificial, Barcelona, España) y Ricardo O. Rodriguez (Departamento de Computación, FCEyN-UBA, e Instituto de Ciencias de la Computación, UBA-CONICET, Argentina).

Referencias

[1] Alchourrón, C. E. y GÃ¤rdenfors, P. y Makinson, D., "On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions", The Journal of Symbolic Logic (1985), Vol. 3, pp. 510-530.

[2] Katsuno, H. y Mendelzon, A., "Propositional knowledge base revision and minimal change", Technical Report nÂº3, Department of Computer Science, University of Toronto (1991).

[3] Fuhrmann, A. y Hansson, S. O., "A Survey of Multiple Contractions", Journal of Logic, Language, and Information (1994), Vol. 3, No. 1, pp. 39-75.

[4] Hansson, S.O., "Reversing the Levi identity", Journal of Philosophical Logic (1993), Vol. 22, pp. 637â€“669.

Lógica y Computabilidad - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 10:30 ∼ 10:50

A Topological Study of k-rough Heyting Algebras

Florencia Valverde
Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan, Argentina
florvalverde03@gmail.com

The theory of rough sets has been the subject of nearly two decades of research in both foundations and various applications (see [1]). A substantial portion of the work done on the theory has been devoted to studying its algebraic aspects (see [2]). Specific algebraic structures, such as approximate algebras and rough lattices, have been developed to represent rough sets. These algebraic structures provide a mathematical framework for the analysis and application of rough sets in various fields. In summary, the study of the algebraic aspects of rough sets has played a significant role in the conducted research in this field. It has led to the development of tools and techniques for analyzing and applying rough sets in diverse areas. In particular, Eric San Juan introduced the notion of k-rough Heyting algebras as an algebraic formalism for reasoning about increasing finite sequences in Boolean algebras in general and generalizations of rough set concepts in particular in his work (see [3]). The main objective of this work is to conduct a topological study of k-rough Heyting algebras.

Trabajo en conjunto con Federico Almiñana (Universidad Nacional de San Juan, Argentina) y Gustavo Pelaitay (Universidad Nacional de San Juan, Argentina).

Referencias

[1] S. Comer. An algebraic approach to the approximation of information. Fundamenta Informaticae 14 (1991), 492â€“ 502.

[2] Pawlak, Z. Rough sets. International Journal of Computer and Information Sciences 11 (1982), 341-356.

[3] E. San Juan, Heyting algebras with Boolean operators for rough sets and information retrieval applications. Discrete Applied Mathematics 156 (2008), 967â€“983.

Lógica y Computabilidad - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 10:50 ∼ 11:10

Characterization of Subdirectly Irreducible Heyting Algebras with Negative Tense Operators

Gustavo Pelaitay
Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan y CONICET, Argentina
gpelaitay@gmail.com

In this research work, a comprehensive study of Heyting algebras with four negative tense operators: g, h, f, and p, has been conducted. The main objective has been to provide a proof that these algebras offer a suitable algebraic semantics for intuitionistic propositional logic with negative Galois connections [1]. The analysis has been centered on characterizing subdirectly irreducible algebras within this new variety of Heyting algebras. To achieve this, Hasimoto's results [2] have been utilized to provide an algebraic characterization.

Trabajo en conjunto con Federico Almiñana (Universidad Nacional de San Juan) y William Zuluaga (Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires).

Referencias

[1] Ma, M., Li, G. Intuitionistic Propositional Logic with Galois Negations. Stud Logica 111, 21â€“56 (2023).

[2] Hasimoto, Y., Heyting algebras with operators, Mathematical Logic Quarterly 47(2):187-196, 2001.

Lógica y Computabilidad - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 11:10 ∼ 11:30

Ordenes subyacentes a bandas regulares a derecha

Joel Kuperman
Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
kupermanjoel@gmail.com

La variedad de las bandas (semigrupos idempotentes) y sus subvariedades han sido estudiadas por Gerhard en [1]. La ecuación $x \cdot y = x$ determina un preorden sobre las álgebras de esta variedad y es un orden parcial si y solo si dicha variedad satisface la ecuación $x \cdot y \cdot x = y \cdot x$. Las álgebras de dicha variedad se conocen como 'bandas regulares a derecha'.

Afirmación: Si A es una banda regular a derecha, entonces la relación $\theta := \{(x, y) \in A^2 : x \cdot y = y \;\&\; y \cdot x = x\}$ es una congruencia sobre A y A/θ es un semirretículo.

Tenemos entonces que los semirretículos constituyen una subvariedad de las bandas regulares a derecha. El orden parcial asociado a aquellos es bien entendido, pero no sucede lo mismo en otras subvariedades ([2]). Consideremos la subvariedad de las bandas que satisfacen la identidad $x \cdot y \cdot z = y \cdot x \cdot z$. Denominamos 'posets normales' a los órdenes asociados a álgebras de esta subvariedad. Presentaremos un resultado que caracteriza a los posets normales:

Teorema: Sea P un poset. P es normal si y solo si existen un semirretículo inferior S y un homomorfismo $f : P \to S$ que cumple que $f|_{p\downarrow}$ es un isomorfismo entre $p\downarrow$ y $f(p)\downarrow$ para todo $p \in P$.

Trabajo en conjunto con Pedro Sánchez Terraf (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina) y Alejandro Petrovich (Universidad Nacional de Buenos Aires, Argentina).

Referencias

[1] Gerhard, J. A. (1970), The lattice of equational classes of idempotent semigroup, Journal of Algebra, 15 (2): 195â€“224.

[2] Kuperman, J. (2022), Estudios sobre posets asociativo, Trabajo especial de la Licenciatura en Matemática, UNC.

Sesión 8: Matemática Discreta

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 8:20 $\sim$ 8:35

Nash implementation in a many-to-one matching market

Noelia Juarez
Universidad Nacional de San Luis, Instituto de Matemática Aplicada San Luis, Argentina
noemjuarez@gmail.com

In a many-to-one matching market with substitutable preferences, we analyze the game induced by a stable rule. When both sides of the market play strategically, we show that any stable rule implements, in Nash equilibrium, the individually rational matchings. Also, when only workers play strategically and firms' preferences satisfy the law of aggregated demand, we show that any stable rule implements, in Nash equilibrium, the stable matchings.

Trabajo en conjunto con Paola B. Manasero (Instituto de Matemática Aplicada San Luis, Universidad Nacional de San Luis) y Jorge Oviedo (Instituto de Matemática Aplicada San Luis, Universidad Nacional de San Luis).

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 8:40 $\sim$ 8:55

Nonstationary equilibria in a class of dynamic games with heterogeneous discounting

Luis Alcalá
Instituto de Matemática Aplicada San Luis, UNSL-CONICET, Argentina
luisalcala2.0@gmail.com

The study of dynamic games with heterogeneous discount factors has remained a relatively unexplored research area which involves several technical challenges. Recent contributions to the literature have found significant differences with the case of symmetric discounting. This paper introduces nonstationary strategies in a class of common property games, also known as dynamic resource games. We show that there exists a full-commitment equilibrium which tends to favor impatient players at the early stages of the game, but more patient players toward the late stages and in the long-run. This equilibrium is

Pareto optimal. We also characterize Markov-perfect equilibria in nonstationary strategies and analyze their stability properties.

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 9:00 $\sim$ 9:15

MODELOS DE ASIGNACIÓN DINÁMICOS

Adriana del Valle Amieva Rodriguez
Universidad Nacional de San Luis, Departamento de Matemática, Instituto de Matemática Aplicada San Luis - CONICET, Argentina
adry.91101@gmail.com

Resumen:

La investigación de los modelos de asignación bilateral (o modelos de matching) comenzó con la resolución de problemas prácticos en la vida real, como la asignación de médicos residentes a hospitales, la asignación de estudiantes y profesores en escuelas públicas, la asignación de riñones a pacientes con problemas renales, entre otros. En 1962, Gale y Shapley publicaron el primer artículo sobre estos modelos, donde presentaron un algoritmo que demostró que siempre existe una asignación "estable" para el modelo de matching del tipo escuela-estudiante (también conocido como modelo de muchos a uno). En este trabajo, para modelos muchos a muchos, se considera la situación en la que las escuelas públicas necesitan contratar profesores y los profesores pueden trabajar en *varias* escuelas públicas (también conocido como modelo de muchos a muchos). Lo interesante en estos modelos es cuando se agrega una dimensión temporal, donde un profesor puede trabajar en una o varias escuelas en una etapa y luego cambiar a otra u otras en la siguiente. Además, se tiene en cuenta la posibilidad de que algunos profesores se retiren del mercado laboral público para trabajar en escuelas privadas o jubilarse, mientras que otros profesores nuevos ingresan al mercado laboral. Para estos mercados dinámicos, adaptamos el concepto de estabilidad para dar una solución al problema y estudiamos sus propiedades.

Trabajo en conjunto con Pablo Neme (Universidad Nacional de San Luis, Departamento de Matemática, Instituto de Matemática Aplicada San Luis - CONICET) y Agustín Bonifacio (Universidad Nacional de San Luis, Departamento de Matemática, Instituto de Matemática Aplicada San Luis - CONICET).

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 9:20 $\sim$ 9:35

Manipulaciones Obvias en Matching con y sin Contratos

R. Pablo Arribillaga
Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET), Argentina
rarribi@gmail.com

En el modelo de matching de muchos a uno con contratos, introducidos en [1], hay un mercado bilateral cuyos lados disjuntos se denominan típicamente médicos y hospitales. El problema consiste en asignar agentes de un lado del mercado a agentes del lado opuesto, a través de unos contratos. Cada médico puede firmar un contrato como máximo, mientras que los hospitales pueden firmar múltiples contratos. Dado que dos agentes que deseen suscribir un contrato existente son libres de hacerlo, y además los agentes pueden rescindir unilateralmente contratos anteriores si lo consideran conveniente, consideraremos asignaciones estables, es decir, resultados que son sostenibles en el tiempo, suponiendo que el mercado permanece sin cambios. Además de la estabilidad, la no manipulabilidad de una regla de asignación también tiene un papel central en la literatura de matching. Un agente manipula una regla de asignación si existe una

situación en la que obtiene un mejor resultado para él declarando una preferencia alternativa a la verdadera. En el modelo de matching muchos a uno (con y sin contratos) y preferencias sustituibles, cualquier emparejamiento estable será susceptible de manipulaciones (ver [1] y [2]). Dado que las manipulaciones no se pueden evitar por completo en este contexto, buscamos reglas de asignación estables que al menos eviten manipulaciones obvias, tal como las definen en [3]. Una manipulación es obvia si es mucho más fácil para los agentes reconocerla y ejecutarla, en un sentido específico y formal.

Nuestro primer resultado establece que la regla de asignación doctor-óptimal no es obviamente manipulable (para los médicos) en el contexto general de un modelo de matching muchos a uno con contratos y preferencias sustituibles para hospitales. Por lo tanto, aunque no hay reglas de asignación que sean no manipulables, al menos hay una regla de asignación que es no obviamente manipulable, en dicho contexto. Sorprendentemente mostramos que el resultado opuesto es válido para la regla de asignación hospital-óptimal que resulta ser obviamente manipulable incluso en el contexto particular de un modelo de matching uno a uno con contratos. Este resultado revela una diferencia sustancial entre los modelos con y sin contrato desde el punto de vista del comportamiento estratégico de los agentes. Finalmente, probamos que la regla de asignación hospital-óptimal no es obviamente manipulable en el contexto del modelo clásico de matching muchos a uno sin contratos y preferencias sustituibles para los hospitales.

Trabajo en conjunto con Eliana Pepa Risma (Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET)).

Referencias

[1] HATFIELD, J. AND P. MILGROM (2005): Matching with contracts, American Economic Review, 95, 913-935.

[2] MARTÍNEZ, R., J. MASSÓ, A. NEME, AND J. OVIEDO (2004): On group strategy-proof mechanisms for a many-to-one matching model, International Journal of Game Theory, 33, 115-128.

[3] TROYAN, P. AND T. MORRILL (2020): Obvious manipulations, Journal of Economic The- ory, 185, 104970.

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 9:40 ∼ 9:55

Trade-off between manipulability and dictatorial power: a proof of the Gibbard-Satterthwaite Theorem

Agustín G. Bonifacio
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
agustinbonifacio@gmail.com

By endowing the class of tops-only and efficient social choice rules with a dual order structure that exploits the trade-off between different degrees of manipulability and dictatorial power rules allow agents to have, we provide a proof of the Gibbard-Satterthwaite Theorem.

Referencias

[1] ARRIBILLAGA, R. P. AND J. MASSÓ (2016): Comparing generalized median voter schemes according to their manipulability, Theoretical Economics,11, 547-586.

[2] BARBERÀ, S. (2011): Strategyproof social choice, Handbook of Social Choice and Welfare, 2, 731-831.

[3] GIBBARD, A. (1973): Manipulation of voting schemes: a general result, Econometrica, 41, 587-601.

[4] MAUS, S., H.PETERS, AND T.STORCKEN (2007): Anonymous voting and minimal manipulability, Journal of Economic Theory, 135, 533-544.

[5] NINJBAT, U. (2012): Another direct proof for the Gibbardâ€“Satterthwaite Theorem, Economics Letters, 116, 418-421.

[6] PATHAK, P. A. AND T. SÃ–NMEZ (2013): â€œSchool admissions reform in Chicago and England: Comparing mechanisms by their vulnerability to manipulation, American Economic Review, 103, 80-106.

[7] SATTERTHWAITE, M. A. (1975): Strategy-proofness and Arrow's conditions: existence and correspondence theorems for voting procedures and social welfare functions, Journal of Economic Theory,10,187-217.

[8] SEN, A. (2001): â€œAnother direct proof of the Gibbardâ€“Satterthwaite theorem, Economics Letters, 70, 381-385.

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 10:30 $\sim$ 10:45

Grafos circulantes singularmente coespectrales

Ezequiel Dratman
Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
edratman@campus.ungs.edu.ar

Un grafo $G = G(\mathbb{Z}_n, S)$ es circulante de orden n si los vértices de G son los elementos de $\mathbb{Z}_n$, e ij es una arista de G si y solo si $j - i \in S$, donde S es un subconjunto de $\mathbb{Z}_n \setminus \{0\}$ cerrado con respecto a tomar inverso aditivo, es decir, $S = -S$. Es fácil de ver que la matriz de adyacencia A_G, para este tipo de grafos, es una matriz circulante para cierto orden de sus vértices. Los grafos circulantes han sido muy estudiados (ver [1] y las referencias presentes en él). En conexión con el espectro de los grafos circulantes, en 2006, So caracterizó aquellos que tienen autovalores enteros [2] y conjeturó que los grafos circulantes integrales son isomorfos si y solo si son coespectrales. Sander y Sander probaron esta conjetura en 2015 [3].

Recientemente, Conde, Dratman y Grippo presentaron condiciones necesarias y suficientes para que dos grafos sean singularmente coespectrales [4] (es decir los valores absolutos de sus autovalores no nulos coinciden). En el mismo artículo, presentan familias de parejas de grafos singularmente coespectrales no isomorfos y clases de grafos donde coespectralidad singular implica casi coespectralidad, es decir, que los autovalores no negativos coinciden, contados con multiplicidad.

La energía de un grafo fue definida por Gutman en 1978 como la suma de sus valores singulares contados con multiplicidad [5]. En 2005, StevanoviÄ‡ y StankoviÄ‡ probaron que casi todos los grafos circulantes son hiperenergéticos [6], es decir, sus energías son mayores que dos veces el número de vértices menos uno. Blackburn y Shparlinski, en 2008, encuentran cotas superiores e inferiores para la energía promedio de los grafos circulantes [7].

En esta comunicación, nos enfocamos en la búsqueda de familias de parejas de grafos circulantes no coespectrales singularmente coespectrales, con una cantidad de vértices par. Para una cantidad prima impar de vértices, probamos que no hay parejas de grafos circulantes singularmente coespectrales no isomorfos.

Trabajo en conjunto con Cristian M. Conde (Universidad Nacional de General Sarmiento), Luciano N. Grippo (Universidad Nacional de General Sarmiento) y Melina Privitelli (Universidad Nacional de General Sarmiento).

Referencias

[1] E. A. Monakhova. A survey on undirected circulant graphs. Discrete Math. Algorithms Appl., 4(1), 2012.

[2] W. So. Integral circulant graphs. Discrete Mathematics, 306(1), 2006.

[3] J. W. Sander, T. Sander. On Soâ€™s conjecture for integral circulant graphs. Appl. Anal. Discrete Math., 9(1), 2015.

[4] C. M. Conde, E. Dratman, L. N. Grippo. Finding singularly cospectral graphs. Linear Multilinear Algebra, 71(3), 2023.

[5] I. Gutman. The energy of a graph: old and new results. In Algebraic combinatorics and applications (GÃ¶ÃŸweinstein, 1999), Springer, Berlin, 2001.

[6] D. StevanoviÄ‡, I. StankoviÄ‡. Remarks on hyperenergetic circulant graphs. Linear Algebra and its Applications, 400, 2005.

[7] S. R. Blackburn, I. E. Shparlinski. On the average energy of circulant graphs. Linear Algebra Appl., 428(8-9), 2008.

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 10:50 ∼ 11:05

El Teorema General de Manipulabilidad para un modelo de matching muchos a muchos

Paola Belén Manasero
Universidad Nacional de San Luis (Dpto. de Matemática-IMASL), Argentina
pbmanasero@gmail.com

En este trabajo estudiamos un modelo de matching muchos a muchos. Estos modelos han sido útiles para estudiar problemas de asignación con la característica distintiva de que los agentes pueden dividirse en dos subconjuntos disjuntos (por ejemplo, empresas y trabajadores). Nuestro marco general asume la condición de sustituibilidad en todas las preferencias de los agentes. Esta condición, introducida por primera vez por Kelso y Crawgord (1982), es el requisito más débil en las preferencias para garantizar la existencia de matchings estables en un modelo muchos a muchos.

Estudiamos mercados de matching en los que se utilizan mecanismos centralizados para proponer a los participantes sus correspondientes parejas de un determinado matching estable. Estos mercados estudian propiedades que tienen implicaciones más prácticas y están relacionadas con los incentivos estratégicos de los agentes que participan en dichos mercados. Sin embargo, que un matching sea o no estable depende de las preferencias de los agentes y, dado que constituyen información privada, hay que pedírselas a los agentes; de ahí que puedan surgir informes poco veraces. Esta es la razón por la que la literatura sobre matching ha estudiado intensamente las propiedades estratégicas de las reglas (mecanismos) estables.

En este trabajo, además de la sustituibilidad, exigimos que las preferencias de los agentes satisfagan la "ley de la demanda agregada (LAD)" (Alkan, 2002). Esta condición dice que cuando un agente elige de un conjunto ampliado, selecciona al menos tantos agentes como antes. Bajo estos dos supuestos sobre las preferencias, el conjunto de matching estables satisface el llamado Teorema del Hospital Rural, que afirma que cada agente es emparejado con el mismo número de compañeros en cada matching estable. En un modelo muchos a muchos, demostramos que la sustituibilidad de las preferencias y la LAD garantizan el Teorema General de Manipulabilidad, el cual afirma que para cada agente, si el resultado de la regla estable no es el matching estable óptimo para su lado del mercado, entonces es cierto que cada agente puede obtener una pareja mejor falseando sus preferencias. Además, demostramos que el Teorema General de Manipulabilidad falla cuando las preferencias de los agentes sólo satisfacen sustituibilidad. Este es uno de los resultados más importantes sobre propiedades estratégicas de las reglas estables.

Trabajo en conjunto con Jorge Oviedo (Universidad Nacional de San Luis, Argentina).

Referencias

[1] ALKAN, A. (2002): â€œA class of multipartner matching markets with a strong lattice structure, Economic Theory, 19, 737â€“746.

[2] KELSO, A. AND V. CRAWFORD (1982): Job matching, coalition formation, and gross substitutes, Econometrica, 50, 1483-1504.

Matemática Discreta - Charla invitada - Jueves 21 de septiembre, 11:10 ∼ 11:50

Contando pasos para la re-estabilización

Pablo Neme
IMASL-UNSL, Argentina
pabloneme08@gmail.com

En los modelos de matching bilateral, uno de los mercados más estudiados son los mercados laborales descentralizados entre firmas y trabajadores. En estos mercados, las firmas tienen preferencias sobre los trabajadores y los trabajadores sobre las firmas. En este trabajo asumimos que las firmas no pueden despedir a sus trabajadores, y solo pueden contratar nuevos cuando tienen puestos vacantes. En este modelo de mercados, una situación común es que un trabajador desee mejorar su condición laboral, y para ello deberá renunciar a su puesto de trabajo para generar una cadena de vacancias en las firmas, en la cual una firma más deseada por este trabajador le realice una oferta y así mejorar su condición laboral. En este articulo presentamos un algoritmo que modela esta situación. Cuando se considera que los trabajadores tienen un costo por la espera de una nueva oferta, dicho algoritmo nos da la información necesaria para que un trabajador pueda tomar la decisión entre renunciar y esperar una nueva oferta, o mantener su actual puesto de trabajo.

Trabajo en conjunto con Agustín Bonifacio (UNSL-IMASL), Nadia Guiñazú (UNSL-IMASL), Noelia Juarez (UNSL-IMASL) y Jorge Oviedo (UNSL-IMASL).

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 11:50 ∼ 12:05

Propiedades de los elementos de un conjunto estable Von Neumann-Morgenstern

Andrés Mauricio Lucero Quevedo
Universidad Nacional de San Luis - Instituto de Matemática Aplicada San Luis, Argentina
luceroqam@gmail.com

En el modelo de matching uno a uno, la estabilidad se considera una propiedad central, aquí es equivalente a la estabilidad del core. Von Neumann y Morgenstern (1944) introdujeron la noción de conjunto estable de un juego cooperativo. La definición de conjunto estable depende crucialmente del concepto de dominancia. En el modelo uno a uno, un conjunto de matchings es un conjunto estable si satisface las condiciones de estabilidad interna y externa con respecto a esta relación de dominio. Von Neumann y Morgenstern (1944) demuestran una caracterización de los conjuntos estables. Ehlers (2007) ha demostrado que el conjunto de matchings en el core es un subconjunto de cualquier conjunto estable y un conjunto estable puede contener matchings que están fuera del core. Además, el conjunto estable puede no ser único. Motivados por esto: En este trabajo se estudiará qué propiedades debe cumplir, o no, un matching para pertenecer a conjunto estable. En base a estas propiedades, se dará una caracterización del core de cuando es, o no, un conjunto estable.

Referencias

[1] Ehlers, L. (2007), "Von Neumann-Morgenstern Stable Sets in Matching Problems," Journal of Economic Theory, 134, 537–547.

[2] Neumann, J. Von, y Morgenstern, O. (1944), Theory of Games and Economic Be-havior, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

[3] A. Roth y M. Sotomayor, Two-Sided Matching: A Study in Game-Theoretic Modeling and Analysis, Cambridge University Press, Cambridge , 1990.

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 14:40 ∼ 14:55

Dominación italiana en grafos con "pocos" caminos inducidos de 4 vértices

Lara Fernández
FCEIA (UNR) y CONICET, Argentina
lara@fceia.unr.edu.ar

Dado un grafo G con conjunto de vértices V, decimos que $f : V \to \{0, 1, 2\}$ es una función de dominación italiana (o función de $\{2\}$-dominación romana) en G si en cada $v \in V$ tal que $f(v) = 0$, la suma de los valores asignados por f a los vértices adyacentes a v es al menos 2. Es decir que si $f(v) = 0$, v debe ser adyacente en G a al menos un vértice u con $f(u) = 2$ o a dos vértices distintos x, y tales que $f(x) = f(y) = 1$. El peso de f es la suma de $f(v)$ sobre V. El número de dominación italiana de G, $\gamma_I(G)$, es el menor peso entre todas las funciones de dominación italiana en G. La dominación italiana es una de las variantes de la dominación clásica (Berge, 1958) definida en los últimos años [2].

El problema de decisión asociado a este nuevo concepto, el problema de la función de dominación italiana (R2DP), consiste en decidir si existe en un grafo dado G, una función italiana de peso $\gamma_I(G)$. Desde el punto de vista de la complejidad computacional de problemas de decisión u optimización, R2DP es NP-difícil [2, 4], aunque se conocen algunas clases de grafos donde el problema se puede resolver eficientemente (entre ellas, en un trabajo previo mostramos un algoritmo eficiente que resuelve R2DP para cualquier grafo caterpillar [4]).

Un grafo es F-free si no tiene como subgrafo inducido a ningún miembro de F. Recientemente se ha demostrado que R2DP es NP-difícil para grafos $(2K_2, C_4, C_5)$-free (o grafos split) [3]. Claramente, como consecuencia, R2DP es NP-difícil aún para grafos $(2K_2, C_4)$-free. Por otro lado, en [1] se prueba que el problema puede resolverse en tiempo polinomial para grafos que son $(2K_2, C_4)$-free y además P_4-free (cografos); estos son los grafos threshold. Sin embargo, en [5] se había demostrado que R2DP puede resolverse en tiempo polinomial en todo cografo.

Resulta prometedor continuar el estudio de la complejidad computacional de R2DP en otras superclases de grafos threshold, y más aún, de cografos. Nos enfocamos entonces en aquellas familias de grafos definidas por la presencia de un número acotado de caminos con 4 vértices (o P_4s).

En el presente trabajo comenzamos estudiando cómo se comporta el número de dominación italiana ante diferentes operaciones entre grafos y, haciendo uso de la descomposición modular conocida de los cografos, presentamos una nueva demostración de la polinomialidad de R2DP en esta clase. Este enfoque nos permite probar la polinomialidad del problema en grafos P_4-sparse y en grafos P_4-tidy. Mostramos por último los avances obtenidos sobre grafos partner-limited, con el objeto de extender lo más posible la polinomialidad de R2DP, o en su defecto, determinar una frontera en esta línea.

Trabajo en conjunto con Valeria Leoni (FCEIA (UNR) y CONICET, Argentina).

Referencias

[1] Chakradhar P, S. Venkata and R. Palagiri, Complexity of Roman {2}-domination and the double Roman domination in graphs, AKCE Intenational Journal of Graphs and Combinatorics, 17(3), pp.1081-1086, 2020.

[2] Chellali M., T. W Haynes, S. T, Hedetniemi and A.A. McRae, Roman {2}-domination, Discrete Appl. Math., 204, pp.22-28, 2016.

[3] Chen H. and Lu C. Roman {2}-Domination Problem in Graphs, Discussiones Mathematicae Graph Theory, 42(2), pp.641-660, 2022.

[4] Fernández, L. and Leoni V., New complexity results on Roman {2}-domination, RAIRO-Oper. Res., Forthcoming article, 2023. https://doi.org/10.1051/ro/2023049

[5] W. Klostermeyer and G. Mac Gillivray, Roman, italian and 2-domination, Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing, 108, pp.125-146, 2019.

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 15:00 $\sim$ 15:15

Hacia una caracterización de grafos italianos y grafos sicilianos

Alberto José Ferrari
Universidad Nacional de Rosario, Argentina
aferrari@fceia.unr.edu.ar

Un subconjunto D de vértices de un grafo G es un conjunto dominante en G si todo vértice fuera de D es adyacente a al menos un vértice de D. El tamaño mínimo de un conjunto dominante en un grafo G es llamado el número de dominación de G y denotado por $\gamma(G)$ (Berge, 1958).

Numerosos y diversos problemas de la vida real pueden ser formulados como problemas de dominación en grafos, por ejemplo asignar recursos (usualmente escasos) a diferentes lugares de forma de cubrir una necesidad en ese lugar y su vecindad próxima. Muchas variantes de la dominación usual han sido y siguen siendo estudiadas en la literatura. En este trabajo nos enfocamos en dos variantes, la $\{2\}$-dominación y la dominación italiana.

Dado un grafo G con conjunto de vértices V, una función de dominación italiana $f : V \to \{0, 1, 2\}$ tiene la propiedad de que para cada vértice $v \in V$ con $f(v) = 0$, o bien existe un vértice u adyacente a v con $f(u) = 2$, o al menos dos vértices x, y adyacentes a v con $f(x) = f(y) = 1$. El peso de una función de dominación italiana es el valor $f(V) = \sum_{v \in V} f(v)$. El mínimo peso de una función de dominación italiana en G es llamado el número de dominación italiano de G y denotado por $\gamma_I(G)$ [1]. La dominación italiana está fuertemente relacionada con la $\{2\}$-dominación, introducida por Hedetniemi et al. en 1991, en la que, además de la propiedad mencionada para la dominación italiana, también se pide que para cada vértice $v \in V$ con $f(v) = 1$, exista al menos un vértice u adyacente a v con $f(u) \neq 0$. El mínimo peso de una función $\{2\}$-dominante en G es llamado el número de $\{2\}$-dominación de G y denotado por $\gamma_{\{2\}}(G)$.

Al comparar la dominación usual y la dominación italiana, en [1] los autores presentan la siguiente desigualdad: $\gamma(G) \leq \gamma_I(G) \leq 2\gamma(G)$. En [5] se define un grafo italiano G como aquel tal que $\gamma_I(G) = 2\gamma(G)$. En [4] se presenta una caracterización de los grafos árboles italianos. Sin embargo no se conocía una caracterización general de los grafos italianos.

Claramente, si G es un grafo italiano, conociendo el valor exacto y/o un algoritmo eficiente que encuentra $\gamma(G)$, se conocerá el valor exacto de $\gamma_I(G)$ y recíprocamente. De aquí la importancia de tener una caracterización de ellos o de algunas otras subclases. En este trabajo introducimos la definición de grafo I2a como aquel para el cual el rango de alguna función de dominación italiana de peso mínimo es $\{0, 2\}$. Probamos que un grafo G es I2a si y sólo si G es italiano.

Por otro lado, en [6] los autores presentan la siguiente desigualdad: $\gamma_I(G) \leq \gamma_{\{2\}}(G)$ para todo grafo G. No es difícil probar que $\gamma_{\{2\}}(G) \leq 2\gamma(G)$. En base a esto, nosotros introducimos una superclase de los grafos italianos: G es un grafo siciliano si $\gamma_I(G) = \gamma_{\{2\}}(G)$.

En un trabajo reciente, el número $\gamma_{\{2\}}(G)$ fue obtenido para una clase relevante de grafos, la de los grafos web G [2]. Nos propusimos entonces estudiar el número de dominación italiana para esta clase de grafos y en [3] mostramos cómo obtuvimos el valor de $\gamma_I(G)$ para todo grafo web G. Exhibimos una subfamilia infinita de grafos web que son sicilianos pero no italianos.

Con el objetivo de avanzar hacia una caracterización de los grafos sicilianos, en este trabajo nos enfocamos en los grafos complementos de los grafos bipartitos (co-bipartitos), obteniendo los valores de

$\gamma_I(G)$ y $\gamma_{\{2\}}(G)$ para todo grafo co-bipartito G. Presentamos también una subfamilia infinita de grafos co-bipartitos que son sicilianos pero no italianos. Probamos que todo grafo siciliano no italiano y para el cual no existe una función de dominación italiana con rango $\{0, 1\}$, tiene número de dominación italiana por lo menos 4. Encontramos condiciones necesarias para que dicha cota se alcance por igualdad.

Trabajo en conjunto con Valeria Leoni (Conicet - Universidad Nacional de Rosario) y María Inés Lopez Pujato (Universidad Nacional de Rosario).

Referencias

[1] Chellali, M., Haynes, T. W., Hedetniemi, S. T., McRae, A. A., Roman 2-domination, Discrete Appl. Math., 204, (2016) 22-28.

[2] Cheng, Y. J., Fu, H. L., Liu, C. A., The integer k-domination number of circulant graphs, Discrete Math. Algorithms Appl., 12, 4 (2020) 2050055, 1-9.

[3] Ferrari, A. J., Leoni, V., Lopez Pujato, M. I., Dominación italiana, 2-dominación y 2-dominación en grafos, XVII Congreso Dr. Antonio Monteiro, (2023).

[4] Henning, M. A., Klostermeyer, W. F., Italian domination in trees, Discrete Appl. Math., 217, (2017) 557-564.

[5] Klostermeyer, W. F., MacGillivray, G., Roman, italian, and 2-domination, J. Combin. Math. Combin. Comput, 108, (2019) 125-146.

[6] Wang, C. X., Yang Y., Wang, H. J., Xu S. J., Roman k-domination in trees and complexity results for some classes of graphs, J. Comb. Optim., 42, (2021) 174-186.

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 15:20 $\sim$ 15:35

Propiedades de los asociaedros de grafos

Ana Gargantini
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Cuyo, Argentina
agargantini@fcen.uncu.edu.ar

Una rotación en un árbol binario es una operación local y reversible sobre dicho árbol, que intercambia el nivel de un par de nodos adyacentes. Dado $n \in \mathbb{N}$, el asociaedro clásico $(n-1)$-dimensional se puede describir como el politopo cuyo 1-esqueleto es isomorfo al grafo de rotaciones de árboles binarios de n nodos internos, es decir, el grafo cuyos vértices son todos los árboles binarios de n nodos internos, y dos árboles son adyacentes si difieren en una rotación. Esta construcción se generaliza para definir el asociaedro de un grafo G a partir del grafo de rotaciones de los árboles de búsqueda sobre G, recuperando familias conocidas de politopos como casos particulares: el asociaedro clásico como asociaedro de un camino, el permutoedro como asociaedro de un grafo completo, el cicloedro como asociaedro de un ciclo, entre otros [1].

Los asociaedros como politopos son objetos de interés en geometría discreta y topología algebraica, pero también admiten formulaciones que permiten establecer relaciones con distintos sistemas combinatorios. Las propiedades estructurales de los grafos que determinan los asociaedros resultan de utilidad debido a sus variadas aplicaciones. Estas van desde complejidad computacional hasta física [4] y biología [5]. Para el asociaedro clásico, se han estudiado y establecido distintos parámetros de grafos, entre ellos su diámetro [3]. Para el caso general, solo se conocen resultados sobre el diámetro de asociaedros de algunas familias de grafos [2]. En la actualidad esta sigue siendo un área de estudio abierta.

En esta comunicación, presentaremos resultados obtenidos a partir del estudio de distancias en asociaedros de grafos bipartitos completos. Además, mostraremos el efecto de eliminar ciertos subconjuntos de aristas de un grafo en el diámetro de su asociaedro, acotándolo inferior y superiormente. Mostraremos también cómo se pueden utilizar estas cotas en el cálculo de algunos diámetros de asociaedros de grafos bipartitos completos. Por otro lado, presentaremos algunos resultados sobre ciertos parámetros de asociaedros de grafos estrella, en particular su número de independencia y su número cromático.

Trabajo en conjunto con Adrián Pastine (Instituto de Matemática Aplicada San Luis, CONICET-UNSL) y Pablo Torres (Universidad Nacional de Rosario - CONICET).

Referencias

[1] J. Cardinal, S. Langerman, P. Perez-Lantero, On the diameter of tree associahedra, Electronic Journal of Combinatorics, 25(4) (2018), P4.18.

[2] J. Cardinal, L. Pournin, M. Valencia-Pabon, Diameter estimates for graph associahedra, Annals of Combinatorics, 26 (2022), 873â€“902.

[3] L. Pournin, The diameter of associahedra, Advances in Mathematics, 259 (2014), 13â€“42.

[4] F. Santos, A counterexample to the Hirsch conjecture, Annals of Mathematics, 176 (2012), 383â€“412.

[5] C. Semple, M. Steel, Phylogenetics. Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications 24, Oxford University Press, 2003.

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 15:40 ∼ 15:55

Problemas localmente verificables en grafos

Carolina Lucía Gonzalez
Instituto de Investigación en Ciencias de la Computación (UBA-CONICET), Argentina
cgonzalez@dc.uba.ar

Intuitivamente, un problema localmente verificable es un problema de partición de vértices (o, equivalentemente, de coloreo de vértices) para el cual una solución puede ser verificada simplemente chequeando una determinada propiedad local para cada vértice, es decir, una propiedad que involucra solamente la solución restringida al vértice y a sus vecinos. Este es el caso de diversas variantes de los problemas de dominación, conjunto independiente y k-coloreo, entre otros.

En esta presentación, la cual es una síntesis de los artículos [1,2,3], daremos una definición formal de lo que entendemos por problemas localmente verificables y estudiaremos bajo qué circunstancias podemos resolverlos eficientemente en distintas clases de grafos. Expresaremos su complejidad en función de los parámetros treewidth, clique-width y mim-width. Como consecuencia inmediata, podemos afirmar que múltiples problemas existentes en la literatura (por ejemplo, dominación Grundy, k-comunidad y $[k]$-dominación romana) se pueden resolver en tiempo polinomial en clases de grafos de treewidth acotada, clique-width acotada o mim-width acotada.

Trabajo en conjunto con Narmina Baghirova (University of Fribourg, Suiza), Flavia Bonomo-Braberman (Instituto de Investigación en Ciencias de la Computación, UBA-CONICET, Argentina), Felix Mann (University of Fribourg, Suiza), Bernard Ries (University of Fribourg, Suiza) y David Schindl (University of Fribourg, Suiza).

Referencias

[1] N. Baghirova, C.L. Gonzalez, B. Ries y D. Schindl. Locally checkable problems parameterized by clique-width. 33rd International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2022), volume 248 of Leibniz International Proceedings in Informatics (LIPIcs), 31:1-31:20, 2022.

[2] F. Bonomo-Braberman y C.L. Gonzalez. A new approach on locally checkable problems. Discrete Applied Mathematics, 314:53-80, 2022.

[3] C.L. Gonzalez y F. Mann. On d-stable locally checkable problems on bounded mim-width graphs. arXiv:2203.15724 [cs.DM], 2022.

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 16:00 $\sim$ 16:15

Todo conjunto parcialmente ordenado treelike es CPT

Noemí Amalia Gudiño
Centro de Matemática de La Plata, Argentina
noeamaliagudino@gmail.com

Sea $\mathbf{P} = (X, P)$ un conjunto parcialmente ordenado o poset, un *modelo de contención* de un poset asigna a cada elemento $x \in X$ un conjunto M_x de tal manera que $(u, v) \in P$ si y solo si M_u es un subconjunto propio de M_v. Si los conjuntos M_x son caminos de un árbol se dice que el poset $\mathbf{P}$ admite un modelo de contención de caminos en un árbol (o que $\mathbf{P}$ es CPT). Un poset es *treelike* si alguno de sus diagramas de Hasse asociados admite a un árbol como grafo cubrimiento. Un grafo es un *grafo treelike* si es el grafo de comparabilidad de un poset treelike.

En [1] se obtuvo una caracterización por subposets prohibidos minimales en la clase de posets k-tree que son CPT. Un problema abierto en la clase de posets CPT es la caracterización por subposets prohibidos minimales. En este trabajo demostramos que los posets treelike son CPT.

Trabajo en conjunto con Marisa Gutierrez (Centro de Matemática de La Plata, CONICET, Argentina).

Referencias

[1] On k-tree Containment Graphs of Paths in a Tree, L. Alcón, N. Gudiño, M. Gutierrez, Order vol. 38 (2021), pp. 229-244.

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 16:50 $\sim$ 17:05

Sobre grafos de distancia de Kneser

Agustina Victoria Ledezma
Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET) y Departamento de Matemática,
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
agustinaledezma@gmail.com

Dados k, r enteros positivos, definimos $[2k+r] = \{1, 2, \ldots, 2k+r\}$, y $[2k+r]^k$ el conjunto de k-subconjuntos de $[2k+r]$. El grafo de Kneser $K(2k+r, k)$ es el grafo cuyo conjunto de vértices es $[2k+r]^k$ y donde dos k-subconjuntos $A, B \in [2k+r]^k$ son adyacentes si y solo si $A \cap B = \emptyset$.

Sean $G = (V, E)$ un grafo y D su diámetro. Para un entero fijo d, con $1 \leq d \leq D$, el grafo de d-distancia exacta de G, denotado por $G_{=d}$, es el grafo que posee el mismo conjunto de vértices V de G, y donde dos vértices $a, b \in G_{=d}$ son adyacentes si y solo si su distancia en G es igual a d. Este tipo de grafos ha sido estudiado mayormente por sus aplicaciones a problemas de coloreo.

En este trabajo caracterizamos la relación de adyacencia de los vértices en el grafo de d-distancia exacta de Kneser $K_{=d}(2k+r, k)$ y calculamos la función distancia entre cualquier par de vértices no adyacentes, en términos de la cardinalidad de su intersección como k-conjuntos de $[2k+r]^k$.

Trabajo en conjunto con Mario Valencia-Pabon (Université de Lorraine, LORIA, Nancy, France) y Adrián Pastine (Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET) y Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Luis, San Luis, Argentina).

Referencias

[1] Bresar, B., Gastineau, N., Klavzar, S., & Togni, O. (2019). Exact distance graphs of product graphs. Graphs and Combinatorics, 35(6), 1555-1569.

[2] Chen, Y., & Wang, Y. (2008). On the diameter of generalized Kneser graphs. Discrete mathematics, 308(18), 4276-4279.

[3] Frankl, P., & Füredi, Z. (1986). Extremal problems concerning Kneser graphs. Journal of Combinatorial Theory, Series B, 40(3), 270-284.

[4] Lovász, L. (1978). Kneser's conjecture, chromatic number, and homotopy. Journal of Combinatorial Theory, Series A, 25(3), 319-324.

[5] Stahl, S. (1976). n-Tuple colorings and associated graphs. Journal of Combinatorial Theory, Series B, 20(2), 185-203.

[6] Valencia-Pabon, M., & Vera, J. C. (2005). On the diameter of Kneser graphs. Discrete mathematics, 305(1-3), 383-385.

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:10 $\sim$ 17:25

Problema de la $\{k\}$-dominación total en nuevas subclases de grafos.

María Inés Lopez Pujato
Universidad Nacional de Rosario (FCEIA), Argentina
lpujato@fceia.unr.edu.ar

Los problemas de dominación total consisten en asignar recursos (usualmente escasos) a diferentes lugares, de forma de cubrir una necesidad en la vecindad próxima de ese lugar. Ejemplos de aplicaciones que pueden ser modeladas por estos problemas son los problemas de ubicación y/o asignación de servicios: cajeros automáticos, cámaras de seguridad, entre otros.

En este trabajo abordamos una variante del problema de dominación total que fue introducida en [4] y está definida de la siguiente manera: dado un grafo G con conjunto de vértices V y un entero no negativo k (fijo), una función $f : V \to \{0, 1, \ldots, k\}$ es una función $\{k\}$-dominante total de G si $f(N(v)) \geq k$ para cada vértice v del grafo G, donde $N(v)$ denota el subconjunto de los vértices adyacentes a v, y $f(U) = \sum_{v \in U} f(v)$ (peso de la función f sobre el conjunto U) para cualquier $U \subset V$. El número de $\{k\}$-dominación total de G, $\gamma^t_{\{k\}}(G)$, es el peso de una función $\{k\}$-dominante total de G de mínimo peso sobre el conjunto de vértices V. El problema de $\{k\}$-dominación total consiste en hallar este mínimo número para un grafo G dado y un entero no negativo k. Para $k = 1$, este problema coincide con el de dominación total en grafos, muy estudiado en la literatura específica.

Respecto a la complejidad computacional, los problemas de decisión asociados a estos problemas son NP-difíciles para cada k fijo ([3] y [5]). Por otra parte, se conocen instancias donde se puede resolver en tiempo polinomial, ver por ejemplo [1], [2] y [5]. En [2] se presenta el valor del número de $\{k\}$-dominación total para los grafos ciclos, caminos, grafos rueda (wheels) y grafos que consisten en la 1-suma de un ciclo y un camino de longitud dos (grafo pan).

Siguiendo esta línea de investigación, analizamos la complejidad del problema de $\{k\}$-dominación total en otras familias de grafos. Con el objetivo de completar este estudio en la clase de los grafos cactus (1-suma de caminos y ciclos) comenzamos estudiando los grafos obtenidos por 1-suma de un ciclo con un camino de cualquier longitud, superclase de los grafos pan. Hallamos el número de $\{k\}$-dominación total para esta familia, para todo entero no negativo k. Además, a partir de los resultados obtenidos y aquellos en [2], analizamos la $\{k\}$-dominación total sobre los grafos oruga (caterpillar).

Trabajo en conjunto con Mariana Escalante (Conicet-UNR) y Valeria Leoni (Conicet-UNR)..

Referencias

[1] G. Argiroffo, V. Leoni and P. Torres, Complexity of k-tuple total and total $\{k\}$-dominations for some subclasses of bipartite graphs, Information Processing Letters 138 (2018) 75-80.

[2] T. Haisheng, L. Liuyan and L. Hongyu, Total $\{k\}$-domination in special graphs, Mathematical Foundations of Computing, 1, 3 (2018).

[3] J. He and H. Liang, Complexity of Total $\{k\}$-Domination and Related Problems, Lecture Notes in Computer Science 6681 (2011), 147-155.

[4] N. Li and X. Hou, On the total $\{k\}$-domination number of Cartesian products of graphs, J. Comb. Optim 18 (2009) 173-178.

[5] D. Pradhan, Algorithmic aspects of $\{k\}$-tuple total domination in graphs, Inform. Process. Lett. 112 (21) (2012) 816–822.

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:30 $\sim$ 17:45

About of the determinant of graphs with a unique maximum matching.

Diego Gabriel Martinez
Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de San Luis – Instituto de Matemáticas Aplicadas de San Luis – CONICET, Argentina, Argentina
martinezdiegogabriel@gmail.com

The structure of graphs with a unique perfect matching - UPM graphs-, was studied by Kotzig in 1959 (see [1]). His mayor result was that every connected UPM graph has a bridge that belongs to the perfect matching. This result was strengthen by Wang, Shang and Yuan in 2015 via the Gallai-Edmonds Structure Theorem (see [2]). In this work we prove that if G is a KE and a UPM graph, then $det(G) = (-1)^{\mu(G)}$, where $\mu(G)$ is the matching number of G. The FP-KE decomposition applied to UPM graph give us the following result: if G is a UPM graph, then

$$\det(G) = (-1)^{\mu(\mathrm{KE}(G))} \det(\mathrm{FP}(G)).$$

Hence, if G is a UPM graph, then $\det(G) = 1 \mod 2$.

Trabajo en conjunto con Daniel A. Jaume(Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de San Luis – Instituto de Matemáticas Aplicadas de San Luis – CONICET, Argentina), Gonzalo Molina (Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de San Luis – Instituto de Matemáticas Aplicadas de San Luis – CONICET, Argentina) y Cristian Panelo (Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de San Luis, Argentina)..

Referencias

[1] A. Kotzig. On the theory of finite graphs with linear factor II. Mat.- Fyz. Casopis. Slovensk. Akad. Vied, 9(3)(1959), p. 136-159

[2] Xiumei Wang, Weiping Shang, Jinjiang Yuan. On Graphs with Unique perfect Matching. Graphs ans Combinatorics(2015)

Matemática Discreta - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:50 $\sim$ 18:05

R-Secuenciabilidad de grupos no abelianos

María Valentina Soldera Ruiz

Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Luis, e IMASL (UNSL-CONICET), Argentina
mvsrpame@gmail.com

Un grupo orden n es R-secuenciable si existe una permutación de los elementos distintos a la identidad

$$g_1, g_2, \ldots, g_{n-1}$$

de manera tal que los elementos de la sucesión

$$g_1^{-1}g_2, g_2^{-1}g_3, \ldots, g_{n-2}^{-1}g_{n-1}, g_{n-1}^{-1}g_2$$

son todos distintos.

Se puede caraterizar a los grupos R-secuenciables a travez de digrafos completos de Cayley. El digrafo completo de Cayley de un grupo G tiene por vértices los elementos de G y arcos de la forma (g, gs) para cada $g, s \in G$ con $s \neq e$. Un grupo G es R-secuenciable si y solo si su digrafo completo de Cayley tiene un ciclo de longitud $|G| - 1$ que utiliza un arco de la forma (g, gs) para cada $s \in G \setminus \{e\}$.

El problema de R-secuenciabilidad ha sido muy estudiado a lo largo de los años. Los grupos abelianos R-secuenciables fueron caracterizados por Alspach, Kreher y Pastine en [1]; los diedrales por Keedwell en [3]; los diciclicos por Wang y Leonard en [4]; los de orden pq, con p y q primos impares distintos, por Keedwell en [3] y Wang y Leonard en [4]; y no abelianos de orden 27 por Bedford en [2]. Sin embargo, estos grupos forman solo una pequeña fracción de los grupos finitos. Por lo que queda mucho aún por hacer.

En este trabajo presentamos una herramienta para estudiar R-secuenciabilidad de grupos de orden impar a travez de subgrupos normales y grupos cocientes. Utilizando esta herramienta, demostramos que todos los grupos de orden coprimo con 30 son R-secuenciables, cubriendo un gran porcentaje de los grupos que restan por estudiar.

Trabajo en conjunto con Adrián Pastine (Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Luis, e IMASL (UNSL-CONICET)).

Referencias

[1] B. Alspach, D. L. Kreher y A. Pastine, The Friedlander-Gordon-Miller Conjecture is true, Australian Journal of Combinatorics, Volumen 67, año 2017, pp. 11-24.

[2] D. Bedford, On groups of orders p, p^2, pq and p^3, p, q prime: their classification and a discussion as to whether they are super P-groups, Undergraduate Special Study, University of Surrey, año 1987.

[3] A. D. Keedwell, On the R-sequenceability and Rh-sequenceability of groups, Annals of Discrete Mathematics, Volumen 18, año 1983, pp. 535-548.

[4] C.-D. Wang and P. A. Leonard, More on sequences in groups, Australasian Journal of Combinatorics, Volumen 21, año 2000, pp. 187-196.

Matemática Discreta - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 8:20 $\sim$ 8:35

KE-index

Daniel Alejandro Jaume
Universidad Nacional de San Luis – IMASL – CONICET, Argentina
djaume@unsl.edu.ar

In this work, we introduce the KE-index. The KE-index of a graph is defined as the difference between the vertex covering number and the matching number of the graph. This number measures, in some sense, how far a graph is from being a Kőnig-Egerváry graph. We present several properties of the KE-index and demonstrate that various statements involving Kőnig-Egerváry graphs are, in fact, general statements about graphs when considered in terms of the KE-index. We also provide lower and upper bounds for the Kőnig Deletion Problem.

Trabajo en conjunto con Gonzalo Molina (Universidad Nacional de San Luis).

Matemática Discreta - Charla invitada - Viernes 22 de septiembre, 8:40 ∼ 9:20

El problema de Hamilton-Waterloo: historia, variaciones y últimos avances

Adrián Pastine
Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Luis, e IMASL (UNSL-CONICET), Argentina
agpastine@gmail.com

El problema de Hamilton-Waterloo es un problema clásico de descomposición de grafos, que yace en la intersección entre la teoría de grafos y la teoría de diseños combinatorios. Este tipo de problemas tienen aplicaciones en la construcción de otros objetos combinatorios y en el diseño de experimentos.

Un k-factor de un grafo es un subgrafo generador k-regular. En particular, un 1-factor es un matching perfecto, y un 2-factor es una unión disjunta de ciclos. Denotamos por K_n^* al grafo completo K_n de orden n si n es impar, y a K_n menos las aristas de un 1-factor si n es par. Dados dos 2-factores de K_n^*, F_1 y F_2, el problema de Hamilton-Waterloo estudia para qué valores de r y s es posible particionar las aristas de K_n^* en r copias de F_1 y s copias de F_2. La mayor parte del estudio de este problema se realizó para el caso uniforme, que es cuando todos los ciclos de F_1 tiene un tamaño fijo x, y todos los ciclos de F_2 tienen un tamaño fijo y. De todos modos, quedan aún casos uniformes por estudiar, en particular cuando x e y son coprimos. En lo que respecta al caso no uniforme, hay muy poco hecho, por lo que queda aún mucho camino por recorrer.

En esta charla daremos un recuento histórico del problema, pasando por los resultados más importantes y presentando el estado del arte actual. Presentaremos algunas construcciones que hacen uso de grupos y de cuasigrupos, y algunas técnicas de producto de grafos y de duplicado de vértices. Hablaremos también de algunas variaciones del problema, como el problema de Hamilton-Waterloo de la luna de miel, y el problema de Hamilton-Waterloo sobre grafos equipartitos completos.

Matemática Discreta - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 9:20 ∼ 9:35

Espectro de la matriz de Harary del producto join de grafos regulares.

Luis Medina
Departamento de Matemáticas, Universidad de Antofagasta., Chile
luis.medina@uantof.cl

La distancia entre dos vértices (de una misma componente conexa) es igual al número de lados del camino más corto que los une. La matriz de Harary es conocida también como la matriz recíproca de la distancia. Para un grafo de orden n, simple, conectado, sin pesos y no dirigido, la matriz de Harary es una matriz irreducible, no negativa y de orden n, tal que para i distinto de j, su entrada en la posición (i, j) es igual al inverso multiplicativo de la distancia entre el vérice i y el vértice j, y si i=j, entonces la entrada (i, i) es igual a cero. En esta charla se presentará una forma en bloques para la matriz de Harary del producto join de grafos. En el caso de que los grafos usados en el producto dado sean regulares, entonces se mostrará como obtener los autovalores de la matriz de Harary a través de matrices de orden menor al orden del grafo.

Trabajo en conjunto con M. Trigo (Departamento de Matemáticas, Universidad de Antofagasta..

Referencias

[1] D. Cardoso, R. Diaz, O. Rojo, 2018. Distance matrices on the H-join of graphs: A general result and applications. Linear Algebra and its Applications, 559, 34-53.

[2] L. Medina, M. Trigo, 2021, Upper bounds and lower bounds for the spectral radius of Reciprocal Distance, Reciprocal Distance Laplacian and Reciprocal Distance signless Laplacian matrices, Linear Algebra and its Applications, 609: 386-412. DOI: 10.1016/j.laa.2020.09.024

[3] L. Medina, M. Trigo, 2021, Spectral radius of the Harary matrix of the join product of regular graphs, Journal of Physics: Conference Series 2090, 012103.

Matemática Discreta - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 9:40 $\sim$ 9:55

Estudio de una nueva modelización para problemas de locación de servicios.

María Inés Lopez Pujato
Universidad Nacional de Rosario (FCEIA), Argentina
lpujato@fceia.unr.edu.ar

Los empaquetamientos limitados en grafos fueron inicialmente introducidos en [3]. Algunas variantes de este concepto han sido definidas y estudiadas desde aquel trabajo de 2010 (algunos pueden verse en [1, 2, 4]). Todas ellas modelan diferentes problemas de locación de servicios (perjudiciales pero necesarios), en los cuales se requiere que en las cercanías de cada usuario se ubique un número acotado de éstos. El objetivo en estos problemas es maximizar el número de servicios a ubicar.

Con el propósito de abordar nuevas situaciones que requieren relajar condiciones sobre algunos usuarios del servicio a instalar, en este trabajo introducimos una nueva variante de este concepto. Dado un grafo G con conjunto de vértices V, un vector $\mathbf{k} = (k_v)$ de capacidades enteras no negativas y vectores enteros $\mathbf{l} = (l_v)$ y $\mathbf{u} = (u_v)$, una función $f : V \to \mathbf{Z}^+$ es una función empaquetadora relajada en G si $l_v \leq f(v) \leq u_v$ para cada $v \in V$ y tal que, para aquellos vértices v para los cuales $f(v) > l_v$, f satisface que la suma de sus valores sobre la vecindad cerrada de v es a lo sumo k_v. El peso de una función empaquetadora relajada f es $f(V) = \sum_{v \in V} f(v)$. Consideramos el problema de hallar una función empaquetadora relajada de máximo peso (número de empaquetamiento relajado) en un grafo dado. Pretendemos modelar, entre otras, situaciones que requieren que la acotación del número de servicios sea solo en las cercanías del usuario $v \in V$ en el que efectivamente se instaló al menos l_v servicios.

Estudiamos diferentes instancias del problema general y para algunas de ellas, hallamos el valor exacto del número de empaquetamiento relajado.

Mostramos que es NP-completo decidir si un grafo dado tiene una función empaquetadora relajada de máximo peso, a través de una reducción al problema del máximo conjunto estable con pesos en un grafo.

Remarcamos que, mientras que todas las versiones de problemas de empaquetamientos estudiados en la literatura son NP-completos para grafos bipartitos, esta nueva variante se resuelve en tiempo polinomial para instancias dadas por grafos bipartitos.

Trabajo en conjunto con M. P. Dobson (UNR), E. Hinrichsen (UNR) y V. Leoni (Conicet-UNR).

Referencias

[1] Bai X., H. Chang, X. Li, More on limited packings in graphs, Journal of Combinatorial Optimization 40, (2020), 412â€“430.

[2] Dobson M. P., E. Hinrichsen, V. Leoni, On the complexity of the k-packing functionproblem, International Transactions in Operational Research 24 (2017), 347-354.

[3] Gallant R., G. Gunther, B. Hartnell, D. Rall, Limited packing in graphs, Discrete Applied Mathematics 158 Issue 12 (2010), 1357â€“1364.

[4] Hinrichsen E., V. Leoni, M. Safe, Labelled packing functions in graphs, Inf. Processing Letters 154 (2020), doi.org/10.1016/j.ipl.2019.105863.

Matemática Discreta - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 14:40 ∼ 14:55

El problema del conjunto perfecto de aristas dominantes en grafos sin emparejamientos dominantes inducidos y grafos sin P_6 inducidos

Camilo Vera
Instituto de Cálculo, FCEN, UBA, Argentina
camilo.vera2509@gmail.com

Dado un grafo $G = (V, E)$ y dos aristas $e, f \in E$, decimos que e domina a f si ambas comparten un extremo o bien si $e = f$. Un subconjunto P de E es un conjunto perfecto de aristas dominantes (PED por sus siglas en inglés) si toda arista de $E \setminus P$ es dominada por exactamente una arista de P. Por otro lado, decimos que un subconjunto M de E es un conjunto eficiente de aristas dominantes (EED por sus siglas en inglés) si toda arista de E está dominada por exactamente una arista de M. Claramente, todo EED es un emparejamiento dominante inducido (DIM por sus siglas en inglés) y recíprocamente, todo DIM es un EED. No todo grafo tiene un DIM. En [2] se demostró que determinar la existencia de un DIM es un problema NP-completo. Notar que un DIM es un PED de cardinalidad mínima (ver [1]).

En este trabajo demostramos que encontrar un PED de tamaño a lo sumo k en un grafo conexo que no contiene un DIM es NP-completo. Además se presenta un algoritmo de tiempo polinomial para encontrar un PED de cardinalidad mínima en grafos sin P_6 como subgrafo inducido. Este resultado se basa en una caracterización presentada en [3] para grafos sin P_6 como subgrafo inducido y extiende un resultado análogo para grafos sin P_5 como subgrafo inducido demostrado en [4].

Trabajo en conjunto con Luciano N. Grippo (Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina) y Min C. Lin (Universidad de Buenos Aires, Argentina).

Referencias

[1] C. L. Lu, M. T. Ko, C. Y. Tang, Perfect edge domination and efficient edge domination in graphs, Discrete Applied Mathematics 119 (2002)

[2] D. L. Grinstead, P. J. Slater, N. A. Sherwani, N. D. Holmes, Efficient edge domination problems in graphs, Inform. Process. Lett. 48 (5) (1993)

[3] Pim vanâ€™t Hof, D. Paulusma, A new characterization of P_6-free graphs, Discrete Applied Mathematics 158 (2010)

[4] M. C. Lin, V. Lozin, V. A. Moyano, J. L. Szwarcfiter, Perfect edge domination: hard and solvable cases, Ann. Oper. Res. 264:287-305 (2018)

Matemática Discreta - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 15:00 ∼ 15:15

Grafos cuyo cuadrado de línea es libre de P_k*

Martina Vergara
Departamento de Matemática, UNS e INMABB, UNS-CONICET, Argentina
martina.vergara@uns.edu.ar

El grafo de línea de un grafo G, denotado $L(G)$, tiene un vértice por cada arista de G y dos vértices de $L(G)$ son adyacentes si y solo si corresponden a aristas que comparten un extremo. El cuadrado de un grafo G, denotado G^2, tiene los mismos vértices que G y dos vértices de G^2 son adyacentes si y solo si están unidos en G por un camino de longitud a lo sumo 2. Denotamos por P_k al camino sin cuerdas con k vértices. Un grafo es libre de P_k si no contiene P_k como subgrafo inducido.

Dos aristas se dicen independientes si no comparten extremos ni son ambas incidentes a una arista en común. El problema del Matching Inducido Máximo consiste en encontrar un conjunto de aristas independientes dos a dos de cardinalidad máxima. El problema del Conjunto Independiente Máximo consiste en hallar un conjunto de vértices no adyacentes dos a dos de máxima cardinalidad. Claramente, resolver el problema de Matching Inducido Máximo en un grafo G es equivalente a resolver el problema de Conjunto Independiente Máximo en $L(G)^2$. Este hecho implica que el problema de Matching Inducido Máximo puede resolverse en tiempo polinomial (resp. cuasipolinomial) en la clase de todos los grafos G tales que $L(G)^2 \in \mathcal{H}$, para cada clase de grafos $\mathcal{H}$ en la cual el problema de Conjunto Independiente Máximo puede resolverse en tiempo polinomial (resp. cuasipolinomial).

Por ejemplo, una clase de grafos $\mathcal{H}$ en la cual el problema de Conjunto Independiente Máximo puede resolverse en tiempo polinomial es la clase de los grafos cordales [2]. Luego, el problema del Matching Inducido Máximo puede resolverse en tiempo polinomial en la clase de los grafos G tales que $L(G)^2$ es cordal. Una caracterización de la clase de tales grafos G, por subgrafos inducidos prohibidos minimales, fue dada por Scheidweiler y Wiederrecht [4].

Una clase de grafos $\mathcal{H}$ en la cual el problema de Conjunto Independiente Máximo puede resolverse en tiempo cuasipolinomial es la clase de los grafos libres de P_k, para cada k [1]. En consecuencia, si $\mathcal{G}_k$ es la clase de los grafos G tales que $L(G)^2$ es libre de P_k entonces el problema de Matching Inducido Máximo puede resolverse en tiempo cuasipolinomial en $\mathcal{G}_k$, cualquiera sea k. Hatzel y Wiederrecht [3] estudiaron el problema de caracterizar la clase $\mathcal{G}_k$ por subgrafos inducidos prohibidos. Sin embargo, su caracterización no es por subgrafos inducidos prohibidos minimales, pues algunos de los subgrafos prohibidos contienen a otros como subgrafos inducidos propios.

En este trabajo, obtenemos una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales de la clase $\mathcal{G}_k$, para cada k. Cada familia de subgrafos inducidos prohibidos minimales queda caracterizada mediante un conjunto de cadenas aceptadas por un autómata finito determinista.

*Este trabajo fue financiado parcialmente por el subsidio PGI 24/L115 de la Universidad Nacional del Sur. M.D. Safe fue financiado parcialmente por el subsidio PIBAA 28720210101185CO del CONICET.

Trabajo en conjunto con Martín D. Safe (Departamento de Matemática, UNS e INMABB, UNS-CONICET).

Referencias

[1] P. Gartland and D. Lokshtanov. Independent set on Pk-free graphs in quasi-polynomial time. In 2020 IEEE 61st Annual Symposium on Foundations of Computer Science, pages 613â€“624. IEEE Computer Soc., Los Alamitos, CA, 2020.

[2] F. Gavril. Algorithms for minimum coloring, maximum clique, minimum covering by cliques, and maximum independent set of a chordal graph. SIAM J. Comput., 1(2):180â€“187, 1972.

[3] M. Hatzel and S. Wiederrecht. On perfect linegraph squares. In Graph-theoretic Concepts in Computer Science, volume 11159 of Lecture Notes in Comput. Sci., pages 252â€“265. Springer, Cham, 2018.

[4] R. Scheidweiler and S. Wiederrecht. On chordal graph and line graph squares. Discrete Appl. Math., 243:239â€“247, 2018.

Matemática Discreta - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 15:20 ~ 15:35

Sobre la coordinación de los complementos de línea de árboles*

Rocío Belén Suárez Albanesi
Departamento de Matemática, UNS e INMABB, UNS-CONICET, Argentina
rociobsa1988@gmail.com

Los grafos coordinados [1] son aquellos en los cuales, para todo subgrafo inducido, coinciden el grado clique (que es el cardinal máximo de un conjunto de cliques maximales que comparten todas un mismo vértice) y el número clique-cromático (que es el mínimo número de colores necesario para pintar las cliques maximales de modo que dos cliques maximales con el mismo color no compartan vértices).

La clase de grafos coordinados es hereditaria, es decir, cerrada por subgrafos inducidos. Por lo tanto, admite una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales. Si bien no se conoce una descripción completa de la lista de subgrafos inducidos prohibidos minimales para la clase de los grafos coordinados, sí se han obtenido resultados parciales para aquellos grafos coordinados dentro de las clases de los grafos de línea y de los complementos de árboles [3] y las clases de los grafos libres de paw y de los libres simultáneamente de gem, 4-wheel y bull [2]. Cada una de estas caracterizaciones conduce a un algoritmo de tiempo polinomial (o incluso lineal) para el reconocimiento de los grafos coordinados dentro de cada una de estas clases. Sin embargo, se sabe que la clase de los grafos coordinados admite familias de grafos prohibidos minimales cuya cardinalidad crece exponencialmente con el número de vértices [4] y que el reconocimiento de grafos coordinados es NP-duro en general [5].

En este trabajo, buscamos caracterizar por subgrafos inducidos prohibidos minimales cuándo un complemento de un grafo de línea de un árbol T es coordinado. Conjeturamos una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales y la demostramos para todos los árboles T con diámetro a lo sumo 5. Más aún, demostramos que para probar que la conjetura es cierta, alcanza con demostrarla para los árboles cuyo diámetro es 6.

*Este trabajo fue financiado parcialmente por el subsidio PGI 24/L115 de la Universidad Nacional del Sur. M.D. Safe fue financiado parcialmente por el subsidio PIBAA 28720210101185CO del CONICET.

Trabajo en conjunto con Martín D. Safe (Departamento de Matemática, UNS e INMABB, UNS-CONICET).

Referencias

[1] F. Bonomo, G. Durán, and M. Groshaus. Coordinated graphs and clique graphs of clique-Helly perfect graphs. Util. Math., 72:175-191, 2007.

[2] F. Bonomo, G. Durán, F. Soulignac, and G. Sueiro. Partial characterizations of clique-perfect and coordinated graphs: Superclasses of triangle-free graphs. Discrete Appl. Math., 157(17):3511-3518, 2009.

[3] F. Bonomo, G. Durán, F. Soulignac, and G. Sueiro. Partial characterizations of coordinated graphs: line graphs and complements of forests. Math. Oper. Res., 69(2):251â€“270, 2009.

[4] F. Soulignac and G. Sueiro. Exponential families of minimally non-coordinated graphs. Rev. Un. Mat. Argentina, 50(1):75â€“85, 2009.

[5] F. Soulignac and G. Sueiro. NP-hardness of the recognition of coordinated graphs. Ann. Oper. Res., 169(1):17â€“34, 2009.

Matemática Discreta - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 15:40 $\sim$ 15:55

Rango de matriz de distancia en grafos

Verónica Moyano
Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
vmoyano@campus.ungs.edu.ar

Dado un grafo conexo G con vértices $V = \{v_1, ..., v_n\}$, se define la entrada (i, j) de la matriz de distancia $D(G)$ como la distancia entre los vértices v_i y v_j en G. Usando resultados de la teoría de Ramsey probamos que para cada entero $k \geq 2$, existe una cantidad finita de grafos cuya matriz de distancia tienen rango k. Además describimos los grafos cuyas matrices de distancia tienen rango 2 y 3.

Se definen los grafos trivially perfect como los grafos en que, para todo subgrafo inducido H el tamaño del conjunto independiente máximo en H coincide con la cantidad de cliques maximales en H. Veremos que en esta clase de grafos se cumple que para cada $\eta \geq 1$ existe un grafo trivially perfect cuya matriz de distancia tiene nulidad η. Además, para los grafos threshold, una subfamilia de los trivially perfect, veremos que la nulidad está acotada por 1.

Trabajo en conjunto con Ezequiel Dratman (Universidad Nacional de General Sarmiento), Luciano Grippo (Universidad Nacional de General Sarmiento), Adrián Pastine (Universidad Nacional de San Luis).

Matemática Discreta - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 16:00 $\sim$ 16:15

Estudios de complejidad del problema de mínima violación cromática en grafos

María Elisa Ugarte
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura - Universidad Nacional de Rosario, Argentina
mariel_ugarte@yahoo.com

El *problema de mínima violación cromática* (PMVC) [1] es una generalización del problema clásico de coloreo de vértices (PCV). Dado un grafo $G = (V, E)$, un conjunto especial de aristas $F \subseteq E$ (a las que llamamos *débiles*) y un conjunto finito $\mathcal{C}$ de colores, decimos que una función $\phi : V \to \mathcal{C}$ es un *semi-coloreo* de (G, F) si es un coloreo propio de $G \backslash F$ (es decir, se permite asignar el mismo color a los extremos de aristas débiles). La *violación cromática* de ϕ sobre (G, F) es el número $\nu(G, F, \phi) := |\{ij \in F : \phi(i) = \phi(j)\}|$, i.e., la cantidad de aristas débiles de G cuyos extremos reciben el mismo color. El PMVC para un grafo G y un conjunto de aristas débiles $F \subseteq E$ consiste en encontrar un semi-coloreo ϕ de (G, F) con mínimo valor de $\nu(G, F, \phi)$. Este valor representa el *número de violación cromática* de (G, F) y se denota como $\chi_{\mathsf{v}}(G, F, \mathcal{C})$. El PMVC es NP-difícil ya que el problema de hallar un coloreo de G con $|\mathcal{C}|$ colores es el caso particular de PMVC que fija $F = \emptyset$.

En [1] se abordan estudios poliedrales de una formulación de programación entera para el PMVC proponiendo familias de desigualdades válidas y condiciones para que las mismas definan facetas. Por otro lado, en [2] se estudia el problema de separación de estas familias de desigualdades y se implementan rutinas de separación para un algoritmo de planos de corte.

En el presente trabajo estudiamos la complejidad del PMVC en distintas clases de grafos. Como resultado principal, probamos que el PMVC continúa siendo NP-difícil aún cuando nos restringimos a instancias donde $G \setminus F$ pertenece a una clase de grafos $\mathcal{H}$ definida en función de otra familia de grafos $\mathcal{G}$ para la cual el problema de *precoloring extension* [3] es NP-difícil [4,5]. Esto nos permite demostrar la NP-dificultad de PMVC cuando $G \setminus F$ es un grafo de intervalos unitarios o un grafo distancia-hereditario, entre otros casos particulares. Por otro lado, proponemos y analizamos un algoritmo de tiempo polinomial para el PMVC, para el caso en que el grafo G pertenece a una subclase de los grafos de intervalos unitarios.

Trabajo en conjunto con Diego Delle Donne (ESSEC Business School of Paris, Cergy-Pontoise, France) y Mariana Escalante (FCEIA, Universidad Nacional de Rosario - CONICET, Argentina).

Referencias

[1] M. Braga, D. Delle Donne, M. Escalante, J. Marenco, M. E. Ugarte, M. C. Varaldo, The minimum chromatic violation problem: a polyhedral approach. Discrete Applied Mathematics - 281 (2020) 69–80.

[2] D. Delle Donne, M. Escalante, M. E. Ugarte, Implementing cutting planes for the chromatic violation problem. Proceedings of the Joint ALIO/EURO International Conference 2021-2022 on Applied Combinatorial Optimization, OpenProceedings.org (2022) 17–22.

[3] M. Biró, M. Hujter, Zs. Tuza, Precoloring extension. I. Interval graphs. Discrete Mathematics - 100 (1992)267–279.

[4] D. Marx, Precoloring extension on unit interval graphs. Discrete Applied Mathematics - 154 (2006) 995– 1002.

[5] F. Bonomo , G. Durán, J. Marenco, Exploring the complexity boundary between coloring and list-coloring. Annals of Operations Research - 169 (2009) 3–16.

Matemática Discreta - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 16:20 $\sim$ 16:35

Empaquetamientos generalizados en grafos con clique-width acotado

Natalí Romina Vansteenkiste
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, UNR - CONICET, Argentina
natali@fceia.unr.edu.ar

Los empaquetamientos en grafos modelan problemas de ubicación de recursos, como por ejemplo de puntos de venta en un mercado saturado, donde es necesario imponer restricciones de máxima cantidad de unidades a ser ubicadas en un lugar y en su vecindad.

Dado un grafo $G = (V, E)$ y $\mathbf{k}, \mathbf{u} \in \mathbb{Z}_+^V$, un $(\mathbf{k}, \mathbf{u})$-empaquetamiento de G es una función $f : V \to \mathbb{Z}_+$ que satisface $0 \leq f(v) \leq u(v)$ y $f(N[v]) \leq k(v)$, para todo $v \in V$. El problema de optimización asociado (PEG) consiste en calcular el valor máximo de $f(V)$ entre todos los $(\mathbf{k}, \mathbf{u})$-empaquetamientos f de G. Con respecto al análisis de complejidad computacional, es útil considerar instancias de PEG con capacidades acotadas por una constante, esto es, dado $M \in \mathbb{Z}_+$, notamos M-PEG a PEG reducido a instancias donde $\leq M\mathbf{1}$. En la literatura se han estudiado otros problemas de empaquetamiento en grafos [3, 4, 5, 6], todos los cuales pueden ser pensados como el PEG con restricciones sobre $\mathbf{k}$ y $\mathbf{u}$ en sus instancias.

Entre los resultados de complejidad computacional de estos problemas, en [2] se prueba que en grafos dualmente cordales el PEG es NP-difícil y resulta polinomial cuando se reduce a instancias donde $\mathbf{u} = \mathbf{k} = \mathbf{1}k$, para un $k \in \mathbb{Z}_+$ fijo, llamadas funciones $\{k\}$-empaquetadoras.

En lo referido a grafos con *clique-width* acotado, a partir del Teorema de Courcelle [1] se prueba la polinomialidad del PEG reducido a instancias donde $\mathbf{u} = \mathbf{1}$ y $\mathbf{k} = k\mathbf{1}$ para un $k \in \mathbb{Z}_+$ fijo (empaquetamientos k-limitados). Una reducción polinomial entre los dos problemas permitió tambien demostrar la polinomialidad para el caso de funciones $\{k\}$-empaquetadoras [5]. Con el objetivo de obtener resultados más generales en clases de grafos con clique-width acotado, en [7] se trabaja con el PEG en grafos P_4-*tidy* a partir de su descomposición modular. Se presentan fórmulas para resolver el PEG en la unión y join de grafos generales y se inicia el estudio sobre los grafos quasi-arañas. Para instancias con $\mathbf{k} \in \mathbb{Z}_+^V$ y $\mathbf{u} \geq \mathbf{k}$ se resuelve en grafos arañas flacas y se obtienen resultados parciales para grafos arañas gordas.

En este trabajo se prueba que el M-GPF es polinomial en grafos con *clique-width* acotado y se presenta un algoritmo lineal para el GPF en arañas gordas sin cabeza, que deriva en un algoritmo polinomial específico para el PEG en la subclase de grafos P_4-*sparce*.

Trabajo en conjunto con Erica Hinrichsen (Universidad Nacional de Rosario, Argentina) y Graciela Nasini (Universidad Nacional de Rosario, CONICET, Argentina).

Referencias

[1] Courcelle, B., Makowsky J. A., Rotics U.: Linear Time Solvable Optimization Problems on Graphs of Bounded Clique Width. Theory of Computing Systems 33, 125–150, 2000.

[2] Dobson, M. P., Hinrichsen, E., Leoni, V.: On the complexity of the k-packing function problem, International Transactions in Operational Research 24, 347â€“354, 2017.

[3] Dobson M. P., Leoni V., Nasini G.: The k-limited packing and k-tuple domination problems in strongly chordal, P4-tidy and split graphs. Electron. Notes Discrete Math., 36(23-24):559-556, 2010.

[4] Gallant R., Gunther G., Hartnell B. L., Rall D.: Limited packings in graphs. Discrete Appl. Math., 158(12):1357-1364, 2010.

[5] Hinrichsen E. G. Leoni V.: k-packing functions of graphs. Lecture Notes in Comput. Sci., 8596:325-335, 2014.

[6] Hinrichsen E. G., Leoni V., Safe M.D.: Labelled packing functions in graphs. Inform. Process. Lett., 154:105863, 7, 2020.

[7] Hinrichsen E., Nasini G., Torres P., Vansteenkiste N.: Problema de empaquetamiento generalizado en grafos con pocos P4's, LXVIII Reunión Anual de Comunicaciones Científicas UMA 2019.

Matemática Discreta - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 16:40 ∼ 16:55

Sobre la familia de grafos con 1-persistencia en la relajación clique.

Lucía Moroni
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura-Universidad Nacional de Rosario, Argentina
lmoroni@fceia.unr.edu.ar

En este trabajo avanzamos en el estudio de la propiedad de 1-persistencia sobre la relajación por cliques del poliedro de conjuntos estables de un grafo G, QSTAB(G). En general, se dice que un poliedro $P \subset [0,1]^n$ tiene la propiedad de 1-persistencia si para todo $c \in \mathbb{R}^n$ y x^* solución óptima de $\text{máx}\{cx : \ x \in P\}$, existe una solución óptima y^* del problema $\text{máx}\{cx : \ x \in P \cap \{0,1\}^n\}$ tal que $y^*_j = x^*_j$ si $x^*_j = 1$. La validez de esta propiedad permite el diseño de rutinas iterativas de búsqueda de soluciones enteras fijando variables en 1 en cada paso y reoptimizando sobre instancias más pequeñas del problema. Esta propiedad se relaciona con otra propiedad más fuerte, la de 0,1-persistencia, analizada en [1].

En [2,3] se demostró que, para todo grafo G en cierta superclase de grafos libres de patas (paw-free), QSTAB(G) verifica la propiedad de 1-persistencia, pero también que existen grafos para los cuales esto no ocurre. Llamando F a la familia de todos los grafos G tales que QSTAB(G) sí tiene la propiedad, presentaremos resultados sobre el comportamiento de esta familia bajo algunas operaciones en grafos. En particular, veremos que la familia es cerrada para la operación de borrado de un nodo, y por ello que cualquier subgrafo inducido G' de un grafo G en F también pertenece a la familia.

Siendo la familia F hereditaria en ese sentido, conocer los grafos mas pequeños que no pertenecen a ella implicaría una caracterización de la misma. Definimos que un grafo G es mnF si G no pertenece a F pero todo subgrafo inducido propio sí está en la familia. En esta linea de trabajo, presentaremos una descripción parcial de los grafos mnF.

Trabajo en conjunto con Diego Delle Donne (ESSEC Business School of Paris, Cergy-Pontoise, Francia), Mariana Escalante (Universidad Nacional de Rosario- CONICET, Argentina) y Pablo Fekete (Universidad Nacional de Rosario, Argentina).

Referencias

[1] E. Rodríguez-Heck, K. Stickler, M. Walter, S. Weltge. "Persistency of Linear Programming Relaxations for the Stable Set Problem." Bienstock D., Zambelli G. (eds) Integer Programming and Combinatorial Optimization. IPCO 2020. Lecture Notes in Computer Science, vol 12125. Springer, Cham.

[2] Moroni, L. "Propiedad de Persistencia en la relajación clique del poliedro de conjuntos estables de un grafo." Tesina de Licenciatura en Matemática. FCEIA. UNR (Aprobada el 23 de marzo de 2023).

[3] Delle Donne, D., Escalante, M., Fekete, P., Moroni, L. "Sobre la propiedad de persistencia en la relajación clique del poliedro de los conjuntos estables en un grafo". Comunicación científica en la Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina (UMA) 2022, ciudad de Neuquén, Argentina. Septiembre de 2022.

XLVI Reunión de Educación Matemática

Conferencias REM

Liliana Tauber
Universidad Nacional del Litoral

Título: La alfabetización estadística: una necesidad para la ciudadanía crítica

Resumen: En las últimas décadas, la enseñanza de la Estocástica ha sufrido diversas transformaciones como consecuencia de la evolución de las nuevas tecnologías que aceleraron los procesos de análisis de datos a gran escala. De manera contradictoria, estos avances no quedan plasmados aún de manera adecuada en la educación secundaria, debido a que el enfoque que prima en las aulas generalmente tiene un tratamiento algorítmico y deja de lado el estudio de las ideas fundamentales de la Estadística, como lo son los datos, la variación y la aleatoriedad. Si bien desde hace mucho tiempo, la investigación en Educación estadística enfatiza en la interpretación y lectura crítica de resúmenes estadísticos como uno de los temas de base para promover la alfabetización estadística del ciudadano, con la llegada de la pandemia, esta necesidad quedó expuesta como nunca, evidenciando la escasa cultura estadística, tanto entre dirigentes o tomadores de decisiones como de los ciudadanos en general. Aún si no se considerara esta situación especial, desde hace varios años, la irrupción del Big Data, ha provocado una exigencia particular a la hora de interpretar la información estadística. En consecuencia, cada día se torna más necesario propiciar instancias de enseñanza y de aprendizaje centradas en la construcción y de-construcción de la información estadística, de modo de interpretar críticamente a la misma y de tomar decisiones fundamentadas en la evidencia. Es en este sentido que, en esta charla, se pretende problematizar sobre situaciones de datos reales que permiten mostrar algunos procesos de enseñanza y de aprendizaje de la Estadística, desde un enfoque centrado en el desarrollo de las ideas fundamentales de la disciplina y en la formación de ciudadanos críticos.

Conferencia REM

Pablo Carranza
Universidad de Río Negro

Título: La búsqueda del sentido en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática

Resumen: Nos interesamos aquí por un lado a la cuestión de proponer situaciones donde los aprendizajes tengan sentido para los estudiantes (Carranza, 2021; Rosa, Cordero, Orey, y Carranza, 2022). Por otro lado a algunas herramientas basadas en análisis de datos e inteligencia artificial que estamos abordando para la mejora de la educación. En lo que respecta a situaciones donde los aprendizajes tengan sentido para los estudiantes, nos remitimos a un conjunto de hipótesis que denominamos dimensiones y que tienden a caracterizar situaciones que facilitan la apropiación de sentido al aprendizaje. Las experiencias realizadas nos han llevado al segundo tema que queremos compartir y que consiste en desarrollar, por ahora a nivel experimental, dispositivos que permitan a docentes y estudiantes guardar trazas de cuestiones de interés mediante el uso de análisis de datos e incluso de Inteligencia Artificial. Las hipótesis que consideramos para facilitarle la apropiación de sentido a los estudiantes nos condujeron a desarrollar propuestas del tipo aprendizaje basado en proyectos. En nuestro caso, proyectos en contextos reales (Bednarz, 2018; Brown, 2019). Es así que desarrollamos proyectos como por ejemplo la construcción de molinos del tipo savonius, potabilizadores de agua, detectores de contaminación ambiental, etc. La necesidad de contar con mejores registros de la evolución de cada estudiante a lo largo de su participación en esos proyectos nos

motivó a utilizar herramientas de data mining y machine learning y a pensar incluso en desarrollar algunas vinculadas a inteligencia artificial. En la conferencia compartiremos algunos de esos proyectos donde los campos disciplinares (matemática, física, estadística, etc.) aparecen como construcciones culturales que permiten a los estudiantes producir argumentos para las toma de decisiones que los proyectos demandan (Blomhøj, 2019; Blum and Borromeo Ferri, 2009; Boaler, 2001; Brown and Ikeda, 2019; Spandaw, 2009). En efecto, las condiciones de realismo de los proyectos hacen que las cuestiones a resolver no se puedan abordar ni desde la intuición, ni desde técnicas de ensayo y error, ni tampoco por copia o imitación de vídeos o documentos. En esos proyectos resulta indispensable tomar decisiones y contar con sus argumentos. Este enfoque donde los campos disciplinares devienen una caja de herramientas conceptuales para tomar decisiones nos condujo a la cuestión de las habilidades del siglo XXI, entre ellas el pensamiento crítico y más precisamente a la argumentación. Es aquí donde comenzamos a interesarnos a herramientas de análisis de datos y de inteligencia artificial que permitan no solo guardar registro de la evolución de los estudiantes sino también una integración de las mismas a los fines una mejor comprensión de la evolución de los estudiantes

Referencias

[1] Blomhøj, M. (2019). Towards Integration of Modelling in Secondary Mathematics Teaching. In G. A. Stillman and J. P. Brown (Eds.), Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education. ICME-13 Monographs: Springer.

[2] Blum, W., and Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(1).

[3] Boaler, J. (2001). Mathematical Modelling and New Theories of Learning. Teaching Mathematics and its Applications, 20(3), 7.

[4] Brown, J., and Ikeda, T. (2019). Conclusions and Future Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education. In G. Stillman and J. Brown (Eds.), Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education (pp. 233-253): Springer.

[5] Rosa, M., Cordero, F., Orey, D., and Carranza, P. (2022). Mathematical Modelling Programs in Latin America: Springer.

Conferencia REM

Nicolás Gerez Cuevas
Universidad Nacional de Córdoba

Título: Investigar y comprender la complejidad de las prácticas docentes.

Resumen: En la noósfera del sistema didáctico circulan discursos que materializan miradas sobre la enseñanza y que, de algún modo, atraviesan y tensionan el trabajo cotidiano del colectivo docente: desarrollos curriculares, concepciones promovidas desde la formación docente, nociones provenientes del ámbito académico, entre otros. Gran parte de estos discursos (explícita o implícitamente) se organizan desde una mirada prescriptiva sobre lo que se espera que suceda en las aulas, sobre el trabajo de profesores y profesoras, sobre cómo debieran aprender los y las estudiantes, etc., muchas veces construyendo una visión simplificada del trabajo docente. Desde otra perspectiva, consideramos que la investigación puede ayudar a proveer elementos para comprender las prácticas docentes como prácticas complejas en condiciones institucionales específicas. En esta conferencia compartiremos algunos elementos de dos estudios realizados con dicha orientación. Por un lado, nos referiremos a un estudio concluido en el que abordamos un escenario poco indagado por la investigación didáctica, la educación de jóvenes y adultos, en el que indagamos sobre dificultades que enfrentan maestros y maestras al ejercer su oficio en las singulares condiciones institucionales de esta modalidad. Por otro lado, compartiremos algunos primeros avances

de una investigación colaborativa que estamos llevando a cabo con un grupo de profesores y profesoras de matemática que actúan en instituciones de formación inicial de docentes de nivel primario, sobre las orientaciones y los desafíos que implica este trabajo.

Talleres REM

Taller de Modelización

Vivenciar la Modelización Matemática para pensar su presencia en el aula como estrategia y objeto de enseñanza.

Iris Dipierri y Araceli Coirini
Universidad Nacional de Córdoba

Resumen: La Modelización Matemática (MM) está presente en los Diseños Curriculares vigentes de las diferentes provincias de distintas maneras, desde la aplicación de un modelo ligado a estrategias de resolución de problemas o como un medio para el trabajo sobre un contenido matemático particular, hasta su abordaje como un objeto de enseñanza en sí mismo. Esta última perspecitva, considerando la naturaleza social y cultural de la producción de conocimiento matemático, resulta ser una importante y poco frecuente estrategia para el trabajo matemático en el aula. Además, diversos autores reconocen la sinergia que existe entre la MM y el uso de tecnologías en las diferentes fases del proceso. Gestionar este tipo de trabajo en el aula y poner a disposición los recursos tecnológicos que mediarán la producción del conocimiento matemático de los y las estudiantes, es una tarea compleja que requiere necesariamente conocer las características de los emprendimientos matemáticos que involucran procesos modelización. Es por ello, que el taller busca promover que los y las docentes vivencien este tipo de experiencias e invita a reflexionar sobre estos modos de trabajo matemático.

Objetivos

- Estudiar diferentes perspectivas y abordajes de la MM. Analizar el rol de las tecnologías en la producción de conocimiento matemático a través de la MM.

- Vivenciar tareas de MM abiertas y cerradas, intra y extra matemáticas.

Metodología de trabajo Para alcanzar los objetivos propuestos, bajo un formato de aula taller, se invitará a los y las asistentes a conformar pequeños grupos de trabajo (de hasta cuatro integrantes) para realizar diferentes tareas. En un primer momento,resolverán problemas cerrados de MM de naturaleza intra y extra matemática. El abordaje de estos problemas estará mediado por diferentes tecnologías. En esta instancia se propiciará un espacio de intercambio y reflexión en relación a las diferentes producciones de los grupos en relación a los problemas propuestos; como así también, un reconocimiento de las diversas tecnologías empleadas y un análisis de su rol en la producción del conocimiento matemático promovido en este contexto. En un segundo momento, se presentarán diferentes marcos teóricos acerca de la MM como estrategia y objeto de enseñanza. Por último, como una primera aproximación a la MM abierta, los grupos elegirán un tema de interés y formularán, con el acompañamiento de las talleristas, un problema a modelizar. El taller tendrá como cierre la presentación y el análisis de diferentes experiencias de MM abierta en el aula de Educación Secundaria y Superior. Este análisis retomará diversos aspectos ya discutidos en el taller e incorporará otros: el papel de las tecnologías, el rol del estudiante, el rol del docente, la gestión del aula, las características del trabajo matemático, las dificultades de este tipo de emprendimientos, la evaluación, entre otros.

Taller REM

Taller de Recta Numérica

Deconstruyendo la recta numérica.

Martha Ferrero y Andrea Rivera
Universidad Nacional del Comahue - Centro Regional Bariloche

Resumen: El taller fue pensado como un ámbito donde los/las participantes reflexionen sobre la relación recta-numérica y números reales. Este contenido es central tanto en los últimos años de la secundaria como al comienzo de la universidad y por lo tanto protagonista de la transición de una matemática escolar a una matemática avanzada. Siendo la recta-numérica un contenido de uso extendido en la escolaridad incluso desde temprana edad, es fácil suponer que estudiantes y docentes comparten comprensiones sobre esta representación y sobre qué clase de pensamiento matemático potencia. Varias investigaciones muestran un panorama diferente, encontrando aproximaciones distintas a este según el tipo de conjunto numérico (N, Z, Q, R) a representar, la tarea a resolver y el nivel de estudio de matemática del/la resolutor/a (Bass et al., 2019; Montoro et al., 2017; Montoro y Ferrero, 2022). La problemática en cuestión involucra aspectos como: establecimiento de convenciones, el concepto de infinito y la aceptación de una axiomática determinada, lo que la hace de una importante complejidad epistemológica, cognitiva y educativa (Coriat y Scaglia, 2000; Romero, 2003; Montoro et al., 2017). El conjunto de los números reales es un cuerpo ordenado, denso y completo. A fines del siglo XIX, los matemáticos G. Cantor y R. Dedekind, de manera independiente, establecieron la biyección entre números reales y puntos de la recta en dos axiomas (ver Bergé y Sessa (2013) para consultar la evolución histórica y epistemológica de las nociones de completitud y continuidad). La aceptación del axioma de continuidad constituye un nexo teórico entre registros numérico y geométrico de R e implica que al determinar sobre la recta un punto como el cero de la escala y otro como unidad, queda unívocamente determinado un punto para cada número real (Ferraris y Ferrero, 2000). A la recta con escala se la denomina recta numérica. Recíprocamente, a cada número real le corresponde un punto de la recta, ya que ubicados el cero y el uno queda fijado un orden positivo y podemos asignar a cada número una posición en la recta y efectuar comparaciones entre números observando sus respectivas distancias al cero. La longitud del segmento cuyos extremos son el punto sobre la recta correspondiente a un número dado y el punto correspondiente al cero determina la magnitud asociada a dicho número. Mediante este procedimiento la recta sirve para medir.

Taller REM

Taller de Estadística

Estudio de medidas estadísticas, variación y aleatoriedad a partir de un dispositivo didáctico con enfoque STEAM.

Liliana Tauber y Silvana Santellán
Universidad Nacional del Litoral

Resumen: Si bien desde hace décadas se enfatiza en la relevancia de la alfabetización estadística de los ciudadanos, la evidencia indica que los estudiantes culminan la educación secundaria con escasa o nula formación en lo que a razonamiento y a pensamiento estadístico se refiere. La llegada del COVID-19 y de las decisiones oficiales en torno a la pandemia junto a la irrupción del Big Data (Escudero, 2019), ha provocado una exigencia particular a la hora de ser un ciudadano estadísticamente culto. En este sentido, consideramos que una persona estará alfabetizada estadísticamente cuando pueda tomar decisiones basadas en evidencia creíble (Gal, 2019) y para ello, necesite interpretar críticamente la información, realizar comparaciones, identificar tendencias, predecir resultados aleatorios con cierto grado de confiabilidad y/o realizar una crítica bien fundamentada sobre las decisiones tomadas por otros. Dado que esta alfabetización estadística lleva implícita la comprensión de un entramado de conceptos e ideas estadísticas fundamentales (Goetz, 2009; Cabrera et al., 2020), surge la necesidad de diseñar propuestas didácticas que permitan relacionar distintos elementos de conocimiento y disposicionales de la alfabetización estadística (tal como se caracterizan en Gal, 2004, 2019) y que tengan como objetivo crear condiciones propicias para generar pensamiento estadístico (Cabrera et al., 2020). Frente a esta situación y con el propósito de fomentar un espacio de reflexión metacognitiva del profesorado, en este Taller se proponen actividades que

están integradas en un dispositivo con enfoque STEAM, considerando algunas recomendaciones realizadas por expertos en Educación estadística (Franklin et al., 2007), tales como: Propiciar el sentido estadístico a partir de relaciones entre elementos de la alfabetización estadística y del pensamiento estadístico; usar datos reales obtenidos por los mismos asistentes; fomentar la comprensión conceptual de las ideas estadísticas fundamentales más que el mero conocimiento de procedimientos a través del aprendizaje activo y, usar la tecnología para el desarrollo de la comprensión conceptual y el análisis de datos.

Objetivos:

- Propiciar un espacio de reflexión y discusión metacognitiva que permita identificar la riqueza conceptual que puede derivarse de la enseñanza de la Estadística basada en datos reales en contexto, de modo de identificar conceptos, ideas estadísticas fundamentales (Goetz, 2009), tipos de razonamientos que se propician y las relaciones que pueden establecerse entre todos ellos.

- Poner en práctica un dispositivo con enfoque STEAM que permite relacionar conocimientos de la Estadística con situaciones de modelización en otras ciencias.

- Evaluar las actividades propuestas a partir de una rúbrica centrada en los elementos de la alfabetización estadística y las dimensiones del pensamiento estadístico.

Metodología de trabajo:

El dispositivo didáctico que se pondrá en práctica en este Taller, se basa en una adaptación y ampliación de una tarea, diseñada por Scheaffer et al. (1996, p. 99) y analizada en Herrera y Konic (2017), en la que se busca medir, comparar distribuciones y estimar parámetros. Dicha actividad permite relacionar diversas ideas estadísticas fundamentales, tales como: muestreo, datos, variación, resumen y aleatoriedad. Así, se espera que el Taller se desarrolle en torno a cuatro momentos claramente diferenciados:

- Primer momento. Trabajo en equipo de 3 o 4 personas. Los integrantes podrán vivenciar el proceso de análisis estadístico desde la obtención de datos hasta la elaboración de conclusiones. Duración prevista: se dividirá este momento en dos partes de 40 minutos cada uno. En la primera parte se realizará el proceso de estimación informal y de medición y en la segunda parte, el proceso de análisis y conclusión basados en los datos obtenidos.

- Segundo momento. Presentación de indicadores didácticos para la evaluación y reflexión didáctico-epistémica del dispositivo. Se destina un tiempo para hacer una breve exposición de los indicadores didácticos asociados con las componentes de la alfabetización y el pensamiento estadístico. Duración prevista: dos partes de 40 minutos cada una. En la primera parte se expondrán los indicadores asociados a la alfabetización estadística y en la segunda parte, los indicadores del pensamiento.

- Tercer momento. Evaluación de las actividades. Se prevé destinar un tiempo para que los grupos revisen las actividades que componen el dispositivo didáctico, las resoluciones que ellos propusieron y que las evalúen en función de los indicadores presentados en el Taller. La evaluación se realizará a través de una rúbrica que recoge las componentes de la alfabetización y el pensamiento estadístico (Duración prevista: 40 minutos)

- Cuarto momento. Reflexión metacognitiva. En este momento se espera abrir un espacio de intercambios para comentar los criterios tomados por cada grupo a la hora de la evaluación y realizar una reflexión sobre los alcances y las limitaciones didáctico-cognitivas de cada actividad. (Duración prevista: 40 minutos)

Taller REM

Taller de Funciones Polinómicas

Producto de Funciones Polinómicas. Una estrategia para la factorización de polinomios.

Celia Villagra, Edith Chorolque y Isabel Miguez
Universidad Nacional de Salta - Facultad Regional de Orán

Resumen: Una de las mayores dificultades en la enseñanza de la matemática tiene que ver con la pérdida del sentido de la matemática escolar, particularmente del álgebra en el nivel secundario. Para lograrlo, es necesario un planteo desde la resolución de problemas y el uso de representaciones semióticas de los conceptos que permitirán acrecentar el sentido de los mismos, tal como lo señala Duval (2004). En este Taller el trabajo se centrará en las funciones polinómicas y su vinculación con los polinomios. Consideramos que la introducción de los polinomios debería realizarse a través del uso de las gráficas de funciones polinómicas mediante GeoGebra, posibilitando la exploración y el cambio de registros y de esta manera generando un verdadero trabajo matemático en el aula. La propuesta recupera una investigación dirigida por Fioriti y Sessa (2011) donde se pone énfasis en el tratamiento de una función polinómica a partir del producto de funciones, buscando dar sentido a la factorización de polinomio, al significado de los ceros y a la utilidad de la forma factorizada de una función polinómica.

Resúmenes de las Comunicaciones REM

Experiencias de aula A

Experiencias de aula A - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 16:50 ∼ 17:10

¿POR QUÉ (-3).(-3) ES 9? UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA

IVONE ANAHI PATAGUA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA, ARGENTINA
ivonepatagua@gmail.com

Durante la educación primaria, los números son abordados al inicio como cantidad de magnitud a través del material concreto, para continuar con su estudio a través de la profundización de regularidades y propiedades del campo de los números naturales. En la educación secundaria, particularmente en el ciclo básico, se van fortaleciendo conjeturas acercándose al concepto formal desde un sentido constructivo. Este trabajo áulico pretende analizar sugerencias metodológicas que rompen con el obstáculo de formalismo vacío en el aprendizaje de la multiplicación y del producto de números enteros, para brindar una herramienta que dista de la presentación ostensiva de la regla de los signos, a través de la extensión de regularidades encontradas en la multiplicación de números naturales.

Experiencias de aula A - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:10 ∼ 17:30

GAMIFICACIÓN Y DEBATE: ESTRATEGIAS PARA POTENCIAR EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA

MARINO CÉSAR SCHNEEBERGER
Facultad de Ciencias Económicas - Universidad Nacional de Entre Ríos, Argentina
marino.schneeberger@uner.edu.ar

Este trabajo se enmarca en la convocatoria a la presentación de Proyectos de Innovación e Incentivo a la Docencia que regularmente realiza la Facultad de Ciencias Económicas de la UNER. El mismo tiende a motivar de manera eficiente la participación de los estudiantes que cursan la asignatura Álgebra Aplicada en la construcción de sus conocimientos y en la consolidación de sus aprendizajes, mejorando la posibilidad de ampliar las fronteras de sus capacidades de razonamiento lógico y las estrategias más adecuadas, tanto para comprender las conceptualizaciones teóricas más relevantes, como asimismo para interpretar, plantear y resolver situaciones problemáticas vinculadas a su campo de formación profesional específico. Para el logro de esto se planificaron actividades especiales, de manera extracurricular en horarios previamente acordados con los alumnos, para complementar el abordaje de dos temas relevantes que forman parte de los contenidos de la asignatura, tales como son las funciones lineales y cuadráticas (de manera integrada) y los sistemas de ecuaciones lineales. Se diseñaron actividades específicas referidas a los temas enunciados precedentemente a partir del uso del software para generación de contenidos interactivos denominado Genially, y de manera complementaria también se hizo uso del programa Socrative, el cuál permite realizar evaluaciones en entornos digitales, ofreciendo además la posibilidad de conocer opiniones de los estudiantes y resultados obtenidos.

Experiencias de aula A - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 10:30 ∼ 10:50

PENSAMIENTO DEDUCTIVO CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS EN LA ESCUELA SECUNDARIA

Rosa Guerra
Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
guerra.rosa.06@gmail.com

Se presentan los avances de una investigación que trata sobre el aprendizaje del razonamiento deductivo en el ciclo superior de la escuela secundaria, desde una perspectiva contextual y situacional en matemáticas. La metodología es de tipo interpretativa en base a la implementación de un dispositivo didáctico que usa un recurso didáctico tecnológico, desarrollado con la herramienta de diseño virtual Genially y aprovecha el potencial interactivo de esta herramienta.

Trabajo en conjunto con Marisa Álvarez (Universidad Nacional de General Sarmiento), Matías Maidana (Universidad Nacional de General Sarmiento), Miguel Rodríguez (Universidad Nacional de General Sarmiento) y Rosa Guerra (Universidad Nacional de General Sarmiento).

Experiencias de aula A - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 10:50 ∼ 11:10

IMPLEMENTACIÓN DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA EN LA CLASE DE MATEMÁTICA DEL NIVEL SECUNDARIO

Gisela Fernanda Díaz
Colegio Padre Ramón de la Quintana - Escuela Secundaria N° 47 “Ramón S. Castillo” - ENET N° 1 “Prof. Vicente Garcia Aguilera”, Argentina
giselabrunoazul@gmail.com

La enseñanza tradicional de la matemática, basada en la memorización de fórmulas y procedimientos, ha demostrado no brindar los resultados esperados en las pruebas de aprendizaje. Esta situación pone en evidencia la necesidad de un cambio metodológico en la enseñanza de la matemática para fomentar la comprensión profunda de los conceptos matemáticos, la resolución de problemas, el trabajo en equipo y el pensamiento crítico.

La enseñanza a través de la resolución de problemas se enfoca en aplicar conceptos y habilidades matemáticas para resolver situaciones del mundo real. En este sentido, los problemas de la Olimpiada Matemática Argentina son especialmente desafiantes y fomentan el desarrollo del pensamiento crítico. En este trabajo se relata la experiencia de la implementación de la Resolución de problemas como estrategia de enseñanza en tres escuelas de distintos contextos. Se describen algunos de los desafíos que se enfrentaron durante la transición a partir de un enfoque tradicional en la enseñanza de la Matemática y se reflexiona sobre los resultados obtenidos.

Experiencias de aula A - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 11:10 ∼ 11:30

CONSTRUIR TEORIA EN EL CAMPO DE LOS REALES: ALCANCES Y DESAFÍOS

Betina Duarte
Universidad Pedagógica Nacional (Unipe), Argentina
betina.duarte@unipe.edu.ar

En el proyecto de investigación PICTO 2017-0022, "De la resolución de problemas hacia la construcción de teoría en el aula. Puentes posibles en el campo de los Números Reales" nos propusimos estudiar condiciones didácticas para abordar un proceso de conceptualización del campo de los números reales en el nivel secundario que promueva un pensamiento teórico. Enmarcados en la Teoría de Situaciones diseñamos un conjunto de problemas con el objetivo de explorar y estudiar: las diferentes posibles escrituras de los números en vínculo con la densidad, la representación de los números en la recta, la idea de continuo de la recta numérica, las escrituras decimales infinitas como un nexo entre racionales e irracionales, asumiendo que todas estas cuestiones permiten construir con sentido el significado de los reales. La experiencia derivó en la escritura colectiva de un documento dirigido a docentes cuyas características principales compartimos en esta presentación. Desarrollamos, además, una síntesis de la problemática de investigación y precisamos qué aspectos de la implementación fueron documentados. Señalamos algunas impresiones sobre los logros del proceso de escritura de la experiencia, así como de la implementación y su alcance en este nivel de enseñanza.

Trabajo en conjunto con Cecilia Montes de Oca (Universidad Pedagógica Nacional, Argentina).

Experiencias de aula A - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 16:50 ∼ 17:10

Desempeño de los alumnos ingresantes a la carrera profesorado en matemática de la FaCEN-UNCa en la competencia resolución de problemas.

Eduardo Miguel Zarate
Universidad Nacional de Catamarca - Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Argentina
eduardozarate84@gmail.com

El siguiente trabajo pretende mostrar algunos resultados preliminares sobre el proyecto de investigación "Desempeño de los alumnos ingresantes a la carrera profesorado en matemática de la FaCEN-UNCa en la competencia resolución de problemas" cuyos objetivos principales son los de analizar el grado de desarrollo de la competencia resolución de problemas en los alumnos ingresantes a las carreras de Matemática y, brindar estrategias y sugerencias para la enseñanza con este enfoque. Para ello se expuso a los estudiantes, ingresantes, a distintos instrumentos que permitieron a los investigadores identificar características y estrategias usadas para su resolución. Esta investigación fue planeada desde la metodología cualitativa del tipo exploratoria, descriptiva y no experimental. Además, fue transversal, se centra en la comparación de determinadas características en un momento concreto compartiendo la muestra la misma temporalidad. Algunos resultados demuestran que, a pesar de que en nuestra provincia el nivel medio trabaja con un enfoque centrado en competencias desde 2017 los estudiantes presentan falencias en el desarrollo de esta competencia. Se destacan la dificultad en comprensión de consignas y que el crecimiento en orden de dificultad de los problemas mostró el decrecimiento de alumnos competentes para su resolución.

Trabajo en conjunto con Puente, Mónica Patricia (Universidad Nacional de Catamarca - Facultad de Ciencias Exactas y Naturales) y Trainer, Diana Inés (Alumna: Universidad Nacional de Catamarca - Facultad de Ciencias Exactas y Naturales).

Experiencias de aula A - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 17:10 ∼ 17:30

LOS ESTILOS DE APRENDIZAJE COMO HERRAMIENTA PARA LA PERSONALIZACIÓN. UNA EXPERIENCIA EN EL AULA VIRTUAL

Mariana Schmithalter
Facultad de Ciencias Agrarias, Universidad Nacional del Litoral, Argentina
schmithaltermariana@gmail.com

Todas las personas aprendemos de manera diferente, teniendo un estilo particular. Conocer y comprender esto, es un punto de partida para atender a las necesidades de nuestros estudiantes de manera más personalizada. Con esa finalidad, utilizamos el Cuestionario Honey-Alonso, que categoriza las personas según la forma en que acceden al aprendizaje en cuatro estilos: activo, reflexivo, teórico y pragmático. A partir de los resultados decidimos adaptar las actividades de enseñanza y aprendizaje de manera de favorecer un desarrollo equilibrado de los estilos.

Creamos una actividad H5P de Moodle cuyas características potencian los estilos activo y pragmático, que son los que detectamos como menos dominantes. Este recurso permitió a los estudiantes interactuar con los contenidos matemáticos según sus propios ritmos y necesidades, desarrollando numerosos ejemplos y actividades, propiciando la autoevaluación con retroalimentaciones para la superación de las dificultades.

Trabajo en conjunto con Silvia Vrancken (Universidad Nacional del Litoral, Argentina), Ana Leyendecker (Universidad Nacional del Litoral, Argentina) y Marcela Hecklein (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Experiencias de aula A - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 17:30 ∼ 17:50

INCORPORACIÓN DE TAREAS DE NATURALEZA STEAM INTEGRADA EN ESPACIOS CURRICULARES DE LA FORMACIÓN TÉCNICA

Esteban Gabriel Molina
Instituto Provincial de Enseñanza Técnica N^{o}70, Argentina
molinasback@gmail.com

En este trabajo presento una experiencia de clases con estudiantes de sexto año de una escuela técnica de Córdoba. En el espacio curricular se plantea la realización de un proyecto de diseño de una instalación neumática y previo a eso una actividad para integrar los saberes previos de su trayectoria escolar. Aquí presento la transformación de esta última que comenzó sólo como una guía de ejercicios. Se modificaron e incorporaron tareas de naturaleza STEAM integrada que involucran exploraciones, indagaciones e investigaciones en diferentes escenarios transformando el aula en una verdadera oficina técnica.

Experiencias de aula B

Experiencias de aula B - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 16:50 ∼ 17:10

MATEMÁTICA FINANCIERA Y SU ENSEÑANZA: un aporte del GeoGebra.

Lucas Javier Domínguez
Facultad de Ciencias Económicas - Universidad Nacional de Misiones, Argentina
lcsdominguez@gmail.com

El propósito del presente trabajo pretende exponer y caracterizar una experiencia en el dictado de un seminario en la Diplomatura en Enseñanza de la Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones.

Debido a la situación económica del país, la actividad financiera se incrementó, convirtiéndose en un quehacer diario en la sociedad. En consecuencia, es necesario un conocimiento de las operaciones financieras, las que se han constituido en un tema fundamental para la toma de decisiones con las mejores opciones, aun para el ciudadano común.

Es fundamental conocer la importancia del valor del dinero a través del tiempo, tanto a valor corriente como a valores reales, así como del principio de equivalencia, que se aplica en el diagrama económico. El conocimiento y la práctica del cálculo de los diversos indicadores de la matemática financiera, por ejemplo, el interés simple, compuesto, descuento y renta; permitirá conocer de forma anticipada los resultados de una operación financiera y de esta manera buscar elegir la mejor alternativa para la toma de decisiones.

Trabajo en conjunto con Skrypczuk, René M. (FCE - Universidad Nacional de Misiones, Argentina), Benítez, Velma M. (FCE - Universidad Nacional de Misiones, Argentina), Pagnoni, Liliana R. (FCE - Universidad Nacional de Misiones, Argentina) y Salinas, Alejandro D. (FCE - Universidad Nacional de Misiones, Argentina).

Experiencias de aula B - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 17:10 ∼ 17:30

EXPERIENCIA DE EVALUACIÓN A DISTANCIA EN ASIGNATURAS DE CÁLCULO Y DESARROLLO DE COMPETENCIAS COMUNICACIONALES

María Florencia Acosta
FICH - UNL, Argentina
ma.flor.acosta@gmail.com

El trabajo se enmarca en un proyecto CAI+D 2020 que analiza el uso de distintos recursos lingüísticos, entre ellos la oralidad, en los procesos de enseñanza y aprendizaje en años iniciales de las carreras de ingeniería.

La situación de salud que a nivel mundial se originó a inicios del año 2020 precipitó por completo la irrupción de la virtualidad en las prácticas de enseñanza. En este marco, la inexorable incorporación de tecnologías a la educación cobró protagonismo en los procesos de enseñanza y aprendizaje en general y, en particular, en la evaluación en la universidad. De manera específica, el presente trabajo describe la implementación de instancias orales sincrónicas en las evaluaciones finales de asignaturas de matemática de primer y segundo año de las carreras de ingeniería de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas de la Universidad Nacional del Litoral y las implicancias de las mismas tanto en la enseñanza como en el aprendizaje.

A partir del análisis cualitativo de los resultados de la experiencia, se evidencian tanto las potencialidades como los aspectos a mejorar de esta particular metodología de evaluación en la disciplina.

Trabajo en conjunto con Mario Darío Garelik (Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas - UNL) y Analía Raquel Demarchi (Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas - UNL).

Experiencias de aula B - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 17:30 ∼ 17:50

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN EL NIVEL UNIVERSITARIO INCORPORANDO HERRAMIENTAS COLABORATIVAS: ASPECTOS DIDÁCTICOS

Diana Patricia Salgado
Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur (UNS), Argentina
salgado.dp@gmail.com

Este trabajo presenta resultados de una experimentación realizada en dos oportunidades, una on-line (N=153 estudiantes) y otra presencial (N=160 estudiantes), que involucra un cambio en la metodología de enseñanza de la matemática y en el sistema de evaluación. La propuesta se lleva a cabo en dos cursos de matemática en carreras de Contador Público y Licenciatura en Administración de Empresas, en la Universidad Nacional del Sur, utilizando herramientas colaborativas, promoviendo el trabajo autónomo e incorporando una evaluación continua de la/os estudiantes. Los resultados permiten identificar ventajas en la utilización de herramientas digitales y dificultades, tanto en estudiantes como en docentes, para adaptarse a un nuevo dispositivo didáctico.

Experiencias de aula B - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 17:50 ∼ 18:10

MATEMATICA APLICADA A LAS CIENCIAS ECONOMICAS MEDIADAS POR TICS

Velma Marina Benitez
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Misiones, Argentina
velma.benitez@fce.unam.edu.ar

Esta experiencia áulica consiste en una implementación de un recorrido de estudio e investigación (REI) en horas de clase teórico-práctica del segundo cuatrimestre del 2022, en la facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Misiones (UNaM), en un curso de primer año, en la cátedra de análisis matemático, donde la evaluación y el análisis del REI contempla la descripción y exploración de las posibles praxeologías involucradas en el mismo a partir de un posible modelo praxeológico de referencia. El REI asocia conceptos de matemática y economía, se inicia a partir de una pregunta generatriz, y preguntas derivadas que generan el estudio de ambas disciplinas mencionadas. Se da inicio al recorrido con la siguiente pregunta generatriz: dada una función de demanda y el precio de un artículo, un productor en su afán por aumentar sus ingresos se encuentra en una disyuntiva y la pregunta generatriz consiste en " Qo: ¿Qué consejo le darías a este productor para que maximice sus ingresos totales?". En este trabajo se muestran resultados parciales de la implementación del REI utilizando el software GeoGebra, ya que el mismo permite visualizar simultáneamente diversos registros matemáticos y económicos.

Trabajo en conjunto con Trabajo en conjunto con, Alejandro Daniel Salinas (FCE-Universidad Nacional de Misiones, Argentina), Lucas Javier Domínguez (FCE-Universidad Nacional de Misiones, Argentina), Rene Mauricio Skripzuk (FCE-Universidad Nacional de Misiones, Argentina) y Liliana Ruth Pagnoni (FCE-Universidad Nacional de Misiones, Argentina).

Reportes de investigación

Reportes de investigación - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 18:20 ∼ 18:40

PERSPECTIVAS PREVIAS A LA RESIDENCIA DOCENTE: CONCEPCIONES Y CREENCIAS SOBRE EL EJERCICIO DE LA PROFESIÓN DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA

Noelia Ines Gomez
Universidad Nacional de Catamarca, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Argentina
noegomez141@gmail.com

A partir del problema de la formación inicial de Profesores de Matemática, sustentado en la Teoría Antropológica de lo Didáctico y la caracterización del Profesor de Matemática, se implementa en las

cátedras "Práctica de la Enseñanza de la Matemática I y II" un dispositivo de formación llamado "las preguntas de la semana" que permitirá atender a algunas de las cuestiones que giran en torno al problema. La implementación del dispositivo consiste en la elaboración de un registro de preguntas y respuestas generadas por los estudiantes que cursan las asignaturas, a partir de las experiencias diarias de observación de clases de Matemática del nivel secundario. Se muestra un segundo avance de la investigación en curso, detallando alguno de los registros obtenidos y se reflexiona sobre el impacto de ésta en la formación inicial de los futuros profesores.

Reportes de investigación - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 18:40 ∼ 19:00

PROFESORES PENSANDO EL INFINITO EN LOS NUMEROS REALES

Andrea Rivera
UNCo Bariloche - IPEHCS (UNCo – CONICET), Argentina
andreb.rivera@gmail.com

Realizamos un análisis acotado de una entrevista a dos docentes de matemática de escuela secundaria, con el objetivo de estudiar la dinámica de las ideas sobre el infinito matemático en relación con el número real en un contexto de reflexión entre pares. Estos docentes, se relacionan con el objeto matemático específico desde dos perspectivas: la conceptualización matemática y el proceso de enseñanza-aprendizaje. Advertimos que, en el sentido otorgado a los números reales en la narrativa sobre sus prácticas, prepondera la identificación del número con su representación y la aplicación de algoritmos. Ponen en juego distintas concepciones del infinito en relación con los números reales aun cuando pueden resultar contradictorias. Una concepción de infinito actual que pudo ser construida en sus estudios universitarios, se ve opacada buscando maneras de hacer más "comprensibles" estos abstractos conceptos, manifestando incluso concepciones alternativas y lábiles.

Trabajo en conjunto con Virginia Montoro (UNCo Bariloche - IPEHCS (UNCo – CONICET)).

Reportes de investigación - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 19:00 ∼ 19:20

EDUCACIÓN MATEMÁTICA INCLUSIVA. UN APORTE DESDE LA FORMACIÓN INICIAL

Valeria Lourdes García
Universidad Nacional de la Patagonia Austral , Argentina
valerialourdesgarcia@gmail.com

Esta comunicación es una reflexión respecto a la investigación, como parte constitutiva de la formación inicial y continua de Docentes de Primaria y Licenciatura en Trabajo Social, a partir de herramientas teóricas que permiten describir, interpretar y explicar procesos de enseñanza y de aprendizaje de la Matemática en aulas inclusivas. La incorporación de una estudiante de Trabajo Social apunta al desarrollo de actitudes para el abordaje interdisciplinario, integral y crítico de lo social, con sentido ético y democrático, con respeto a la diversidad y los derechos humanos. Por otra parte, los graduados y estudiantes del Profesorado para la Educación Primara posibilitan la consideración de la investigación como campo de acción de estrategias de mejoramiento en las prácticas áulicas.

En el marco del proyecto se adapta el enfoque de la Educación Matemática Inclusiva, la que se orienta a garantizar el acceso a una educación de calidad para todos los estudiantes, asegurando la eliminación de las barreras y aumentando su participación para el logro óptimo de sus aprendizajes. En el mismo

sentido, para el diseño y creación de recursos didácticos se adopta el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA), que reconoce como recurso accesible aquel que está pensado desde su origen para todos los posibles usuarios que podrían llegar a hacer uso del mismo.

Trabajo en conjunto con Claudia Malik de Tchara (Universidad Nacional de la Patagonia Austral) y Nancy Solange Caicheo Cárcamo (Universidad Nacional de la Patagonia Austral).

Reportes de investigación - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 16:50 ∼ 17:10

NIVELES DE RAZONAMIENTO SOBRE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS DE ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA PARA ADULTOS

Yanina Redondo
Facultad de Humanidades y Ciencias - Universidad Nacional del Litoral, Argentina
yaniredondo@gmail.com

Se analizan razonamientos estadísticos que evidencian estudiantes de educación secundaria para adultos, sin conocimientos previos de Estadística, en una tarea de comparación de distribuciones. Se elabora un modelo que permite analizar el razonamiento estadístico, y a partir del mismo, se realiza un análisis de contenido que muestra que, algunos estudiantes asocian elementos implícitos en los gráficos, mientras que otros solo se basan en conocimientos informales u opiniones de la realidad que los circunda. Estos resultados pueden servir de insumo para propuestas didácticas que favorezcan la introducción de conceptos estadísticos en la Educación Secundaria y el modelo propuesto permite evaluar el razonamiento del estudiantado.

Trabajo en conjunto con Liliana Tauber (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Reportes de investigación - Comunicación - Jueves 21 de septiembre, 17:10 ∼ 17:30

La Competencia Resolución de Problemas en Ecuaciones. Errores y concepciones.

Alexi Leonel Vera
Alumno (Universidad Nacional de Catamarca - Facultad de Ciencias Exactas y Naturales), Argentina
emzarate@exactas.unca.edu.ar

En este trabajo se presentarán los resultados obtenidos en la tesina de la carrera Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la FaCEN-UNCa “La competencia de resolución de problemas en ecuaciones. Errores y concepciones”, el mismo se encuentra bajo el proyecto de investigación denominado “Desempeño de los alumnos ingresantes a la carrera profesorado en matemática de la FaCEN-UNCa en la competencia resolución de problemas”. El objetivo fue caracterizar los errores cometidos frecuentemente en cada etapa del proceso de resolución de problemas desde el enfoque por competencias. Se realizó en el ciclo lectivo 2022, como una investigación cualitativa del tipo transversal. Se aplicó una guía de problemas a estudiantes de 2° ESO del colegio provincial Juan Zacarías Agüero Vera de la localidad de Malanzán, provincia de La Rioja. Las respuestas obtenidas en el instrumento, visualiza que los errores más frecuentes que cometen los alumnos en la resolución de problemas en ecuaciones se deben a errores debidos a asociaciones o inferencias incorrectas, aprendizaje incorrecto o insuficiencia de conceptos previos, dificultad en el lenguaje y aplicación inapropiada de un esquema previo. Consideran las ecuaciones y las letras de una manera que se acercan más a la aritmetización que al álgebra.

Trabajo en conjunto con Zarate, Eduardo Miguel (Universidad Nacional de Catamarca - Facultad de Ciencias Exactas y Naturales) y Puente, Mónica Patricia (Universidad Nacional de Catamarca - Facultad de Ciencias Exactas y Naturales).

Reportes de investigación - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 10:30 ∼ 10:50

Un análisis sobre la articulación entre el estudio de la trigonometría en el nivel secundario y el nivel universitario.

Blanca Muñoz Santis
Universidad Nacional del Comahue, Argentina
blamusa78@yahoo.com.ar

El punto de partida de este trabajo de investigación ha sido la observación de las dificultades con la que se enfrentan los estudiantes del Profesorado Universitario en Matemática (PUMAT) de la Universidad Nacional del Comahue (UNCO), a la hora de resolver problemas en diferentes espacios curriculares de la carrera en los que se requiere el uso de cuestiones relativas a la trigonometría. Usando como sustento teórico la Teoría Antropológica de lo Didáctico, nos proponemos analizar cuáles son los saberes que tienen los ingresantes al PUMAT respecto a la trigonometría, con el objetivo futuro de elaborar una propuesta de enseñanza relacionada con este saber, que retome en la universidad las organizaciones matemáticas que se estudian en la escuela secundaria, permita analizar sus limitaciones, articularlas entre sí e integrarlas en organizaciones más amplias y completas.

Trabajo en conjunto con Estefanía Bendersky (Universidad Nacional del Comahue, Argentina), Blanca Muñoz Santis (Universidad Nacional del Comahue, Argentina) y Romina Salum (Universidad Nacional del Comahue, Argentina).

Reportes de investigación - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 10:50 ∼ 11:10

PROBLEMAS INTEGRADORES PARA ENSEÑAR Y APRENDER MATEMÁTICA EN CIENCIAS ECONÓMICAS

Marino Schneeberger
Facultad de Ciencias Económicas - Universidad Nacional de Entre Ríos, Argentina
marino.schneeberger@uner.edu.ar

Si bien existe variada bibliografía respecto de las aplicaciones de la matemática en la resolución de problemas diversos del campo de las ciencias económicas y de la administración, no siempre la misma se encuentra organizada respecto de los diferentes niveles de complejidad correspondientes a los distintos temas que se trabajan en un nivel de formación básico en el área, tanto de los contadores como también de los futuros economistas y profesionales de la administración y gestión en general. Es por este motivo, que el presente trabajo de investigación propone hacer un relevamiento y un análisis bibliográfico de lo existente y, a partir de ello, organizarlo, sistematizarlo, categorizarlo y elaborar nuevos instrumentos problematizadores que resulten más abarcativos e integradores de los diferentes contenidos abordados, fundamentalmente de aquellos que forman parte del ciclo básico de estas formaciones, con su correspondiente implementación en el aula y evaluación de resultados. Se pretende, finalmente, elaborar un material bibliográfico que incluya todo lo producido, aplicado y evaluado, con la finalidad de contar con instrumentos que puedan ser empleados durante el desarrollo de las clases en las diferentes asignaturas que abarca el proyecto, el cuál sea además puesto a disposición de todos aquellos docentes de diferentes instituciones.

Reportes de investigación - Comunicación - Viernes 22 de septiembre, 11:10 $\sim$ 11:30

EXPLORANDO LAS POSIBILIDADES DE LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA: UN ANÁLISIS DEL CASO DE CHAT-GPT

Carlos Berejnoi
Universidad Nacional de Salta - Facultad de Ingeniería, Argentina
berejnoi@gmail.com

La inteligencia artificial (IA) no es algo nuevo, pero la irrupción de Chat-GPT (basado en la arquitectura GPT-3) para el público en general ha llevado su uso a un nivel que resulta difícil de dimensionar.

En el ámbito educativo, es inevitable incorporarla, pero es crucial comprender tanto sus ventajas como sus limitaciones para evitar la adopción de malas prácticas docentes que podrían surgir de la implementación de la inteligencia artificial en este ámbito.

En este trabajo, se realiza un análisis de la aplicación de Chat-GPT en educación en una asignatura de matemáticas de primer año en el nivel universitario. Se examina su uso como tutor, capaz de proporcionar conceptos teóricos y resolver problemas, y también se explora la posibilidad de incluir actividades en las que los alumnos deben analizar sus conocimientos a partir de las respuestas obtenidas del chat.

Trabajo en conjunto con Rosana Mabel Colodro (Universidad Nacional de Salta - Facultad Ciencias Exactas - Facultad de Ingeniería, Argentina).

Publicaciones REM

Experiencias de aula

Esta sección contiene los trabajos que fueron presentados para ser expuestos durante la REM - UMA 2023, como Experiencias de Aula y fueron aceptados por evaluadores para ser publicados.

El proceso de evaluación fue realizado por un conjunto de docentes e investigadores/as de todo el país y coordinado por el Comité Científico REM.

EXPERIENCIA DE EVALUACIÓN A DISTANCIA EN ASIGNATURAS DE CÁLCULO Y DESARROLLO DE COMPETENCIAS COMUNICACIONALES

María Florencia Acosta, Mario Darío Garelik y Analía Raquel Demarchi

Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas (UNL)

Ruta 168 km 472.4 (3000) Santa Fe, Argentina

ma.flor.acosta@gmail.com

Categoría de Trabajo: Relatos de experiencias

Nivel Educativo: Universitario

Palabras claves: enseñanza - evaluación - oralidad - matemática

Resumen: El trabajo se enmarca en un proyecto CAI+D 2020 (Curso de Acción para la Investigación y Desarrollo) que analiza el uso de distintos recursos lingüísticos, entre ellos la oralidad, en los procesos de enseñanza y aprendizaje en años iniciales de las carreras de ingeniería.

La situación de salud que a nivel mundial se originó a inicios del año 2020 precipitó por completo la irrupción de la virtualidad en las prácticas de enseñanza. En este marco, la inexorable incorporación de tecnologías a la educación cobró protagonismo en los procesos de enseñanza y aprendizaje en general y, en particular, en la evaluación en la universidad. De manera específica, el presente trabajo describe la implementación de instancias orales sincrónicas en las evaluaciones finales de asignaturas de matemática de primer y segundo año de las carreras de ingeniería de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas de la Universidad Nacional del Litoral y las implicancias de las mismas tanto en la enseñanza como en el aprendizaje.

A partir del análisis cualitativo de los resultados de la experiencia, se evidencian tanto las potencialidades como los aspectos a mejorar de esta particular metodología de evaluación en la disciplina.

Aspectos contextuales y justificación del estudio

Desde el comienzo de la situación de salud que tuvo lugar a nivel mundial con la pandemia, producto del COVID 19, nos vimos motivados a implementar otras herramientas y metodologías de enseñanza, principalmente en entornos de enseñanza no presencial. Este contexto propició la toma de decisiones que, desde la enseñanza, han implicado un importante desafío: no sólo involucrar de manera inmediata y total las TIC a las estrategias didácticas y pedagógicas para enfrentar la coyuntura en el dictado de clases, sino también en los procesos evaluativos para la regularización y promoción de asignaturas.

Si bien es cierto que las asignaturas de las carreras de ingeniería de la FICH - UNL utilizan desde hace varios años la plataforma Moodle como Espacio Virtual de Aprendizaje (EVA), esencialmente se disponía de los mismos como repositorios de material didáctico y entorno comunicacional para diversas cuestiones como publicación de listas de calificaciones, fe de erratas o cambios de horario.

No obstante, fue a partir del advenimiento de la pandemia, que la utilización de los EVA se incrementó de manera significativa, profundizando su rol como verdaderos y excluyentes protagonistas de los procesos de enseñanza y aprendizaje, alcanzando a todas las instancias involucradas en su implementación práctica: dictado de clases, atención de consultas, sea en ambos casos sincrónicas o mediante la grabación de videos subidos a la nube, manejo de foros y evaluación de saberes.

Significó un aprendizaje colectivo que involucró a todos los actores de dichos procesos: alumnos, docentes e, incluso, los currículos mismos, que debieron ser adaptados, en muchos casos, a las posibilidades que ofrece la nueva realidad.

Este artículo describe la instrumentación de una experiencia que, situada temporal y espacialmente en los términos explicados en párrafos anteriores, se focaliza en una etapa particular del proceso educativo: la evaluación.

Aspectos metodológicos y desarrollo de la experiencia

La implementación de la experiencia de evaluación a distancia propuesta para las asignaturas de Cálculo 1 y Cálculo 2 se llevó a cabo en aulas virtuales exclusivas para el desarrollo de los exámenes finales. Estas aulas virtuales sirvieron como medio de comunicación entre los estudiantes inscritos y los docentes de la cátedra, brindando toda la información necesaria para prepararse y realizar el examen.

Los recursos requeridos para que el nuevo sistema de evaluación resulte aplicable fueron de naturaleza variada, cabe mencionar, entre otros:

- Plataformas de comunicación sincrónica virtual.
- Bedeles de aula: personal que de manera remota tenía la función de asignar las aulas en tiempo y forma a los docentes que oportunamente las habían reservado.

- Tiempo y espacio apropiados en el domicilio, tanto del estudiante como del docente.
- Hardware: tanto por parte del docente como del alumno se requirieron equipos que estuvieran dotados de tecnología acorde a la demanda de la comunicación pretendida: computadoras personales, notebooks, tablets, celulares, cámaras webs.
- Conexión a internet

En cuanto a la estructura formal del examen, constaba de dos instancias: una inicial asincrónica y, en caso de aprobarla, una segunda instancia sincrónica.

La primera instancia asincrónica consistía en un cuestionario online programado y configurado en el aula virtual, al cual todos los alumnos inscritos tenían acceso. Este cuestionario constaba de 4 o 5 preguntas de opción múltiple, cada una con un promedio de 6 opciones, y los estudiantes tenían un tiempo de 180 minutos para completarlo. Las preguntas abarcaban tanto contenidos teóricos como prácticos, y fueron diseñadas considerando que los estudiantes podían utilizar materiales de estudio y recibir ayuda de software matemáticos para su resolución. Por esta razón, las preguntas se enfocaron principalmente en evaluar la comprensión y relación entre los conceptos y no tanto en la aplicación de técnicas que podrían ser reemplazadas por software. Además, dada la situación de evaluación a distancia, se buscaba plantear situaciones problemáticas que estimularan la reflexión y el razonamiento, involucrando argumentaciones y justificaciones no tan directas, es decir, que exigían un mayor esfuerzo cognitivo, en contraposición a ejercicios típicos de cálculo o aptos para el tratamiento con software o aplicaciones. Esto permitió evaluar la genuinidad de la producción del estudiante y evitar posibles incertidumbres sobre la originalidad de su trabajo. Es importante destacar que las situaciones propuestas no superaron el grado de dificultad de la ejercitación sugerida en clases.

Una vez finalizado el cuestionario, los docentes de la cátedra informaban a los estudiantes la nota obtenida en el mismo. Aquellos que habían superado el umbral de aprobación del 60% estaban habilitados a pasar a la segunda instancia del examen, el Coloquio Oral Sincrónico Individual (COSI). Se publicaba una lista con las salas de Zoom y el horario estimado al cual los estudiantes debían acceder.

La instancia sincrónica del examen comenzaba entre 30 y 60 minutos después de cerrado el cuestionario y consistía, como su nombre lo indica, en un coloquio oral individual de carácter teórico práctico con una duración de entre 30 y 40 minutos. En un primer momento se interrogaba al estudiante sobre sus respuestas en el cuestionario asincrónico, tratando de validar su razonamiento en cada una de las consignas. De este modo, el equipo docente podía corroborar la originalidad de las producciones y detectar posibles errores conceptuales en los cuales indagaríamos posteriormente. En un segundo momento, una vez que el alumno concluía con la justificación de su trabajo, se procedía a realizar algunas consultas teóricas acerca de ciertos temas que no se habían abordado en el cuestionario o en los que se detectaron falencias. Estas preguntas eran, principalmente, de relación entre conceptos y se utilizaban a modo de evaluación global de los temas trabajados.

Al finalizar el COSI, se comunicaba al estudiante si había aprobado o no el examen.

Posteriormente, se calculaba la nota final teniendo en cuenta el desempeño del estudiante, tanto en la etapa asincrónica como en la sincrónica. Es importante aclarar que la nota obtenida en el cuestionario no era incidente de manera directa en la calificación final, sino por el contrario, se la contrastaba y combinaba con el desempeño evidenciado durante el COSI.

Análisis de resultados. Primeras conclusiones. Limitaciones presentadas.

El valor de esta oportunidad radica en que muchas expresiones no tienen posibilidad de evidenciarse ni tampoco analizarse en los tradicionales exámenes escritos, en los que no resulta posible detectar expresiones gestuales, balbuceos, inflexiones de voz y otros aspectos propios sólo de la modalidad oral.

En el marco del coloquio oral fue posible, entonces, observar *in situ* distintas aristas en las producciones de los alumnos:

- sus reacciones espontáneas frente al planteo de un nuevo problema
- la capacidad para resolver o no esos problemas matemáticos
- el grado de aplicación del pensamiento crítico al análisis de la situación planteada, con el reconocimiento o no del campo de validez de los conceptos y propiedades útiles para gestionar cada instancia de dificultad, así como las consecuentes limitaciones de los distintos enfoques y herramientas que el Cálculo brinda
- el modo de explicar la elección de una determinada estrategia y la estrategia en sí para dar cuenta del problema planteado
- la posibilidad de comunicar el resultado al que arribaban, el orden elegido para exponer sus conclusiones de manera clara y organizada con explicaciones adecuadas acerca de cómo arribaban a ellas
- la reacción ante una eventual incongruencia en el tratamiento del problema, en la unidad dimensional de un resultado, entre otras.

Estos aspectos observados, sumados al natural estado de nervios propio de una instancia de evaluación, suponía para el estudiante un alto grado de exposición ante el docente, inédito en relación con el formato tradicional de exámenes, que *transparentaba* su gestualidad por completo.

A partir de la propuesta de evaluación *ad hoc* implementada en las cátedras de Cálculo I y II en FICH y luego del análisis de los resultados obtenidos (no incluidos aquí por la extensión de los mismos), hemos arribado a una serie de conclusiones significativas.

En primer lugar, el trabajo emprendido ha posibilitado poner en valor la viabilidad de adopción de estrategias de evaluación alternativas a las convencionales en asignaturas iniciales de matemática de la universidad, contemplando la eventual hibridación entre las propuestas tradicionales escritas y las más recientes, que apoyadas firmemente en las TICs, permitan nuevos monitoreos pedagógicos de aprendizaje, como el desarrollo de competencias comunicacionales, entre otras.

En segundo lugar, la experiencia realizada ha permitido detectar tanto fortalezas o potencialidades como limitaciones en la evaluación oral implementada.

Respecto de las fortalezas identificadas, se destacan:

- Se resignifica el concepto de buena comunicación en la que el alumno tiene posibilidades de involucrarse y participar activamente, demostrando con argumentos los saberes aprendidos.
- Se acentúa la importancia del docente como mediador. En este sentido, éste utiliza sus saberes para orientar al estudiante en la conformación del andamiaje. Se destaca así, el rol del estudiante como protagonista de su propio aprendizaje; el docente, por su parte, brinda las herramientas necesarias (mediante preguntas y replanteos de ideas previamente formuladas) a fin de que el alumno sea capaz de razonar, argumentar y resolver sus inquietudes respecto de las respuestas realizadas en el cuestionario asincrónico de múltiple opción en Moodle.
- A través del diálogo —virtual en este caso—, el lenguaje natural adquiere el papel principal para la construcción del conocimiento. La interacción entre docente y alumno facilita la comprensión y aprehensión de los conceptos que se van exponiendo.

Por otra parte, se han puesto de manifiesto algunas limitaciones relevantes:

- En la oralidad, se ponen en evidencia ciertos aspectos de subjetividad que pueden conspirar contra una evaluación efectiva y justa por parte del docente. El escaso tiempo para pensar y preparar un razonamiento reflexivo sumado a la tensión del momento de evaluación puede deslucir los saberes y las habilidades que posee el estudiante.
- Se enfatiza una complejidad adicional al proceso evaluativo, la cual implica distinguir dos niveles de acción fundamentales, a saber: por un lado, llevar a cabo la evaluación oral de los conocimientos matemáticos y, por otro lado, realizar una evaluación de las habilidades orales, para lo cual el docente de matemáticas requiere de un entrenamiento

particular a fin de objetivar el lenguaje natural y atender a aspectos tanto verbales como no verbales que se ponen de manifiesto en la exposición de los contenidos disciplinares que efectúa el estudiante.

- Sólo con una conectividad de velocidad razonable fue posible que las comunicaciones sincrónicas pudieran llevarse a cabo con registros audiovisuales.

Como perspectiva a futuro, surgen dos directrices para repensar y enfocar la planificación curricular de las cátedras Cálculo I y II de la FICH.

Por una parte, se encuentra la tendencia creciente hacia la hibridación entre presencialidad y virtualidad que se ha arraigado luego de la pandemia por COVID-19. Si bien a partir de 2022, se ha regresado a la presencialidad plena para el dictado de clases, en la mayoría de las asignaturas —y tal como se promueve desde la institución— también se ha instaurado la complementación entre la modalidad presencial y la virtual, a través del uso de la Plataforma Educativa *e-FICH* y las *Aulas de Zoom*.

En el caso de Matemáticas, particularmente en las cátedras Cálculo I y Cálculo II, el dictado continúa siendo totalmente presencial, debido a la complejidad progresiva de los temas así como la imbricación entre teoría y práctica, lo cual requiere de una interacción más directa entre docente y alumno, a fin de resolver inquietudes y plantear problemas específicos. No obstante, los estudiantes cuentan con videos del desarrollo completo de las clases, a fin de reforzar y/o recuperar lo expuesto presencialmente.

Por otra parte, se refuerza la necesidad de desarrollar competencias comunicativas, tanto escritas como orales, a fin de que los estudiantes logren expresarse de manera concisa, clara y precisa, a partir de los estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de ingeniería en la República Argentina aprobados por el Consejo Federal de Decanos de Ingeniería de la República Argentina (CONFEDI, 2018).

Sin embargo, considerando especialmente esta segunda directriz y los fructíferos aportes del presente trabajo llevado a cabo, se incentiva la proyección de nuevas experiencias áulicas que contribuyan al desarrollo de habilidades comunicativas orales.

Referencia bibliográfica

Aparicio, E. y Cantoral, R. (2006). Aspectos discursivos y gestuales asociados a la noción de continuidad puntual. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 9, núm. 1, pp. 7-29.

Bores, M. y Camacho , L. (2016). Criterios para evaluar la expresión oral y escrita en la clase de E/LE. En Actas del LI Congreso Internacional de la AEPE: Cervantes y la universalización de la lengua y la cultura españolas, pp. 131-146. Disponible en https://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca_ele/aepe/pdf/congreso_51/congreso_51_13.pdf

Bruner, J. (1967). “La búsqueda de la claridad. Después de John Dewey ¿qué?”. El saber y el sentir: ensayos sobre el conocimiento. México: Editorial Pax.

Cadoche, L.; Manzoli, D.; Henzenn, H.; y Prendes, M. C. (2015). “Exámenes orales en Matemática: fortalezas, oportunidades y debilidades.” III Jornadas de Difusión de la Investigación y Extensión. Esperanza, Santa Fe: Argentina.

CONFEDI, L. R. (2018). “Propuesta de estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de ingeniería en la República Argentina.” Aprobado por la Asamblea del Consejo Federal de Decanos de Ingeniería de la República Argentina, Rosario, 1.

MATEMATICA APLICADA A LAS CIENCIAS ECONOMICAS MEDIADAS POR TICS

Velma Marina Benitez[1] **-Alejandro Daniel Salinas**[2] **- Lucas Javier Dominguez**[3]**-Rene Mauricio Skripzuk**[4]**-Liliana Ruth Pagnoni**[5]

Universidad Nacional de Misiones (UNaM)
Ruta Nacional Km 7 y 1/2, Posadas (N3300LQH). Misiones, Argentina
velma.benitez@fce.unam.edu.ar

Categoría del Trabajo: Relatos de experiencias
Nivel Educativo: Universidad
Palabras clave: Matemática aplicada - Tad-Microeconomía-Tics.

Resumen:
Esta experiencia áulica consiste en una implementación de un recorrido de estudio e investigación (REI) co-disciplinar (Análisis Matemático y Microeconomía) en horas de clase teórico-práctica del segundo cuatrimestre del 2022, en la facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Misiones (UNaM), en un curso de primer año, en la cátedra de análisis matemático, donde la evaluación y el análisis del REI contempla la descripción y exploración de las posibles praxeologías involucradas en el mismo a partir de un posible modelo praxeológico de referencia. El REI asocia conceptos de matemática y economía, se inicia a partir de una pregunta generatriz, y preguntas derivadas que generan el estudio de ambas disciplinas mencionadas. Se da inicio al recorrido con la siguiente pregunta generatriz: dada una función de demanda y el precio de un artículo, un productor en su afán por aumentar sus ingresos se encuentra en una disyuntiva: ***" Qo: ¿Qué consejo le darías a este productor para que maximice sus ingresos totales?"*** (pregunta generatriz).

A partir de la pregunta ***Qo*** y previo a la implementación del REI, se elaboró un probable modelo praxeológico de referencia, donde se consideran posibles preguntas derivadas, organizaciones matemáticas (OM) y organizaciones económicas (OE) que pondrían ponerse en juego; las OM son relativas al cálculo diferencial en una variable y las OE referentes al Ingreso, crecimiento

y decrecimiento del ingreso total, ingreso marginal, ingreso máximo, elasticidad de la demanda, clasificación de la elasticidad de la demanda

En este trabajo se muestran resultados parciales de la implementación del REI en el aula, utilizando el software GeoGebra como soporte tecnológico, ya que el mismo permite visualizar simultáneamente diversos registros matemáticos y económicos.

Introducción.

Los programas de microeconomía requieren de un conocimiento matemático, se utilizan saberes matemáticos para encontrar formas de ahorrar dinero, determinar cómo se asignan los recursos, hacer cálculo de costos, ingresos y ganancias; se plantea así la utilidad de la matemática, como también la necesidad de un trabajo conjunto de ambas áreas y la utilización de recursos tecnológicos, a fin de potenciar el proceso de aprendizaje de los estudiantes de ambas cátedras Microeconomía y Análisis Matemático.

Es importante que se considere a la microeconomía no sólo como un campo de aplicación del cálculo, por el contrario, es esencial promover en los estudiantes la capacidad de resolver situaciones problemáticas provenientes de las ciencias económicas, utilizando modelos matemáticos e interpretando las soluciones encontradas.

Como docentes de la universidad consideramos necesario desarrollar investigaciones en didáctica, abandonar la idea que el alumno debe contar con todos los conocimientos en el área del cálculo, métodos y algoritmos para dar respuesta a un problema, puesto que puede investigar, estudiar y vincular disciplinas relacionadas a distintas situaciones planteadas. En este sentido, Chevallard (2004) propone una pedagogía de la investigación y cuestionamiento del mundo, cuyo dispositivo son los recorridos de estudio e investigación (REI). Este trabajo tiene por objetivo presentar una experiencia áulica de un REI en cálculo y microeconomía, desarrollada en un curso de primer año de la facultad de ciencias económicas de la UNaM., donde la evaluación y el análisis del REI contempla la descripción y exploración de las posibles praxeologías involucradas en el mismo a partir de un posible modelo praxeológico de referencia. En este recorrido los estudiantes usaron el software GeoGebra como soporte tecnológico, siendo importante el uso de nuevas tecnologías en el aula que permite un mayor acceso a la representación múltiple de conceptos matemáticos, promoviendo la articulación de diferentes sistemas semióticos de representación relacionados con el concepto trabajado;

además los mismos son considerados como un fuerte soporte para la formación de conceptos en el campo de la enseñanza de la matemática. En este sentido HITT (2003) considera que "pensar visualmente demanda procesos cognitivos más profundos que pensar en forma algorítmica", Duval en la "teoría de Registros Semióticos" afirma la necesidad de coordinar distintas representaciones de un objeto matemático para su conceptualización.

Marco teórico: los recorridos de estudio e investigación (REI)

Se adopta como marco teórico la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1999, 2004, 2005, 2006, 2007a, 2007b, 2011, 2012a, 2013a), donde el REI es un dispositivo didáctico que fue creado con el objetivo de recuperar un sentido y al menos, una razón de ser de la matemática estudiada en los sistemas escolares. Para ello se propone estudiar a partir de una pregunta, denominada pregunta "generatriz", permitiendo ingresar a un nuevo paradigma de la investigación y del cuestionamiento del mundo a **fin de recuperar el sentido y las razones de ser de las praxeologías matemáticas,** donde el saber matemático se construye como respuesta a dicha pregunta "generatriz", que no es inminente y que lleva a "preguntas derivadas" a ser estudiadas y respondidas por los estudiantes, así los saberes matemáticos y no matemáticos serán estudiados para poder construir las respuestas a las preguntas derivadas. Según la TAD, el saber matemático se construye como respuesta a situaciones problemáticas que surge como resultado de un proceso de estudio.

Metodología de la investigación

La actividad áulica se inicia con el siguiente problema económico:

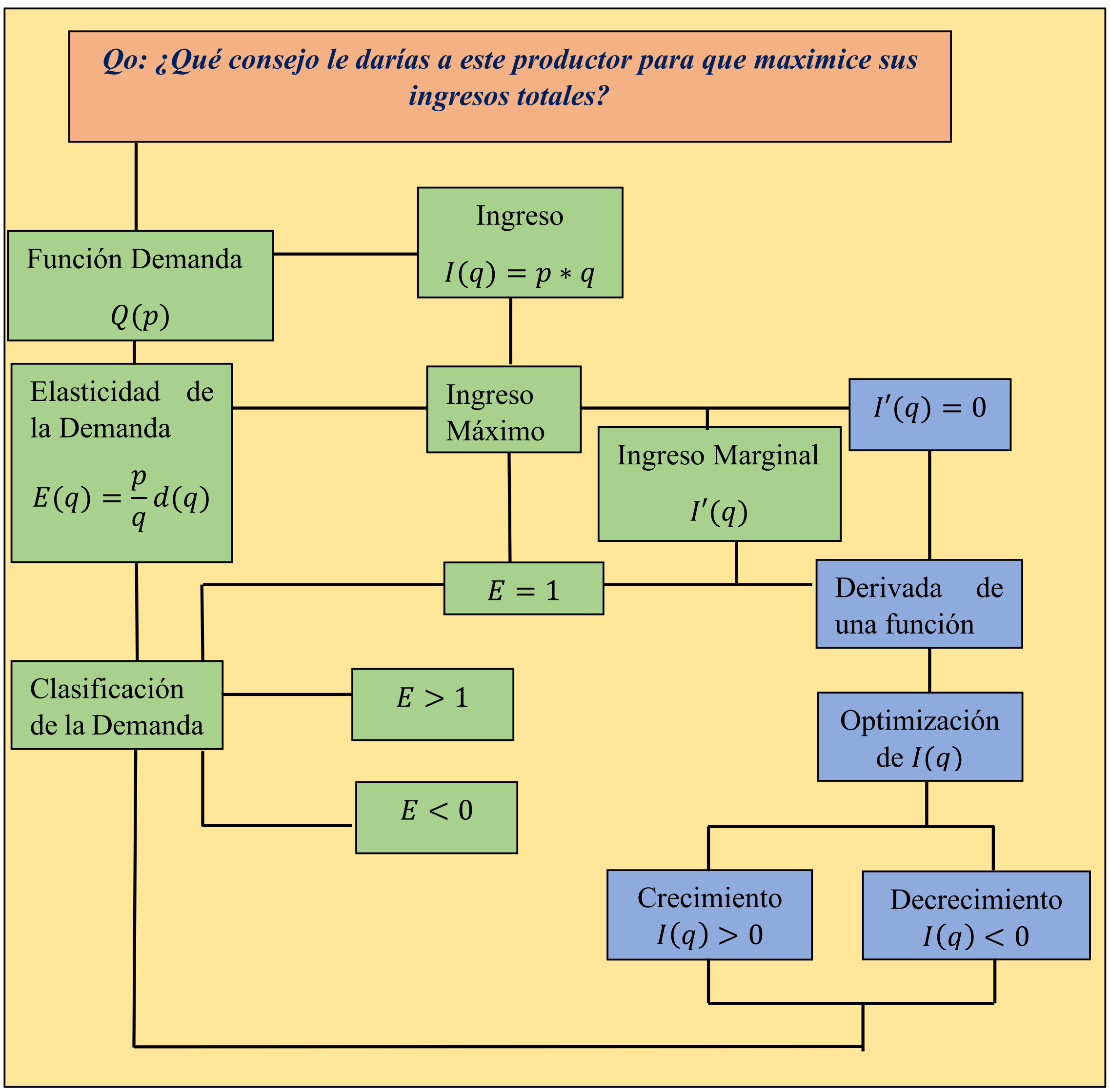
"Un productor de carteras, se enfrenta a una función de demanda Q(p)= 1000-20p (en miles) y vende su producto a un precio p= 40$ (en miles), en su afán por aumentar sus ingresos totales, se encuentra ante la siguiente disyuntiva.

- Si baja el precio podrá aumentar las cantidades vendidas, aunque tendrá menor ingreso por la venta de cada unidad de producto.
- Si aumenta el precio podrá percibir mayor ingreso por la venta de cada unidad de producto, pero se reduciría la cantidad vendida".

Siendo ***Qo:* ¿Qué consejo le darías a este productor para que maximice sus ingresos totales?**, la pregunta generatriz, dando inicio así al Recorrido Estudio e Investigación (REI). Previo a la implementación del REI , el docente investigador elaboró un probable modelo praxeológico de referencia, donde se observan organizaciones matemáticas (indicados en el

Esquema del MPR en azul), como ser derivada de una función, crecimiento y decrecimiento de una función, optimización de funciones de una variable, entre otras y organizaciones económicas (indicados en el Esquema del MPR en verde), como ser, función demanda, función ingreso, elasticidad de la demanda, clasificación de elasticidad de la demanda, ingreso marginal, entre otras.

Antes de realizar el planteo del problema que conlleva a la pregunta ***Qo***, el profesor investigador supone el posible recorrido que harán los estudiantes, y que probablemente culmine en una posible respuesta a ***Qo***, en términos económicos los libros definen que el productor maximiza sus ingresos totales donde el ingreso marginal es cero y la elasticidad de la demanda es unitaria (ver figura 1 y 2)



Esquema del MPR

Esta experiencia se realizó en el segundo cuatrimestre del año 2022, con un curso de 30 estudiantes, de primer año en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Misiones (UNaM) en el curso de Análisis Matemático. Una vez presentada la pregunta generatriz los alumnos deberán investigar y /o estudiar para encontrar posibles respuestas y al finalizar cada clase se realizará una exposición grupal ante la comunidad de estudio para analizar el avance realizado. Es importante mencionar que para la elaboración de conclusiones y presentaciones de las posibles respuestas se ha utilizado el GeoGebra como herramienta de apoyo.

En cuanto a la recolección de los registros, los alumnos entregaron su producción por escrito al finalizar cada sesión y fueron devueltos al inicio de la clase siguiente, el profesor investigador llevo un registro de notas de campo, realizando una observación participante, anotando los gestos y eventos que se suscitaron en cada clase. Al concluir el recorrido los estudiantes realizaron un resumen descriptivo de las preguntas y organizaciones matemáticas y económicas estudiadas. El grupo investigador realizó una descripción y análisis del REI en términos del funcionamiento de las dialécticas y se encuentra en proceso, un posterior análisis de esos datos, en una etapa cualitativa y una etapa cuantitativa.

Conclusión parcial del recorrido

Al inicio del recorrido, ante y ante la pregunta generatriz ***"Qo: ¿Qué consejo le darías a este productor para que maximice sus ingresos totales?"***, de la actividad áulica co-disciplinar ente las áreas matemáticas (Análisis Matemático) y economía (Microeconomía), ambas asignaturas del primer año de las carreras de grado: Contador Público, Licenciatura en Economía, Licenciatura en Administración de Empresas. Ante la pregunta ***Qo*** y a fin de responder la misma se generó entre los distintos grupos de estudiantes, preguntas derivadas en términos económicos y matemáticos, algunas de ellas que guiaron el proceso de estudio e investigación (REI) en su conjunto son:

- ¿Cuál es la relación entre el precio de un producto y la cantidad demandada?
- ¿Como calculamos el ingreso?
- ¿Que mide la elasticidad precio de la demanda?
- ¿Cómo calculamos la elasticidad de la demanda en términos matemáticos?
- ¿Cuándo la demanda es elástica, inelástica o unitaria?,¿cómo calcular cada una de ellas?
- ¿Cómo se define el ingreso? ¿Como calcular el ingreso?

- ¿A que llamamos ingreso marginal?
- ¿Cómo calculo el ingreso marginal?
- ¿Cuál es la relación entre el precio la cantidad demandada y el ingreso?
- ¿Cuál es la relación entre la elasticidad precio de la demanda y el ingreso total?
- ¿Cómo predecir el cambio en el ingreso total ante aumentos o disminuciones en los precios?
- Cuando el ingreso total aumenta, ¿el ingreso marginal aumenta?
- ¿Cuál es la relación entre el ingreso total, el ingreso marginal y la elasticidad de la demanda?
- ¿Como calculamos el Ingreso máximo?

Para responder a estas preguntas los estudiantes recurrieron a libros de microeconomía, libros de cálculo matemático, apuntes de cátedra de análisis matemático y de microeconomía como también al profesor de microeconomía.

En las figuras 1 y 2 se destacan los análisis (teóricos y gráficos) realizados por los estudiantes al intentar responder las preguntas derivadas, en la (1) se muestra las relaciones entre el ingreso marginal y la elasticidad de la demanda. En la figura (2) se visualiza las relaciones entre el ingreso total y la elasticidad de la demanda. Además, se observan las relaciones de conceptos del cálculo matemático (crecimiento, decrecimiento, punto máximo) y conceptos microeconómicos (clasificación de las elasticidades de la demanda).

Si E>1	**Aumentos en la cantidad reducen el precio en menor proporción**	**ImMa>0** **IT creciente**
Si E=1	**Aumentos en la cantidad reducen el precio en la misma proporción**	**ImMa=0** **IT máximo**
Si E<1	**Aumentos en la cantidad reducen el precio en mayor proporción**	**ImMa<0** **IT decreciente**

Cuadro de Resumen:

Relación entre valor de las elasticidades-Ingreso Marginal-Crecimiento del Ingreso Total

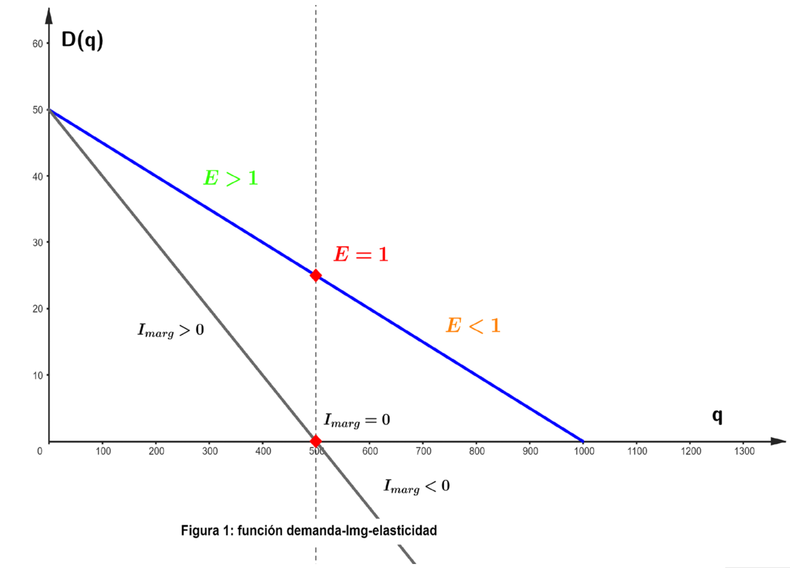


Figura 1: función demanda-Img-elasticidad

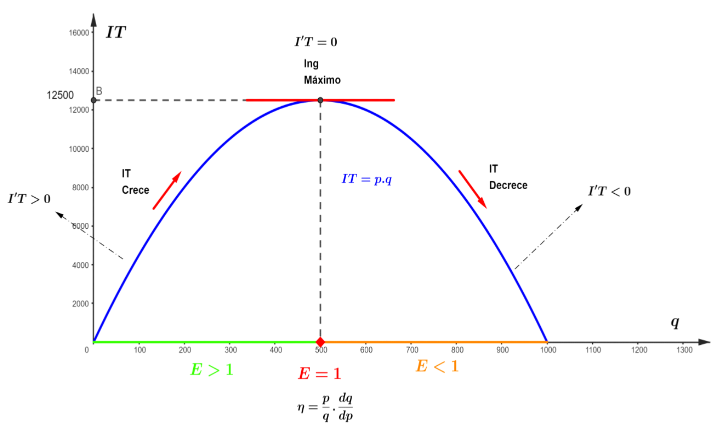


Figura 2: conceptos matemáticos aplicados a la economía

*El grafico del ingreso total tiene forma de parábola, y crece desde 0 a 500 unidades de producto, hasta un máximo (cuando la elasticidad es unitaria $E = 1$) y desciende desde 500 a 1000 unidades de producto.

*El ingreso marginal es positivo ($I' > 0$) cuando la demanda es elástica ($E > 1$)

* El ingreso marginal es negativo ($I' < 0$) cuando la demanda es inelástica ($E < 1$)

Consideraciones finales

Esta experiencia áulica de implementación del REI, en un curso de primer año de la facultad, fue positiva, ya que los estudiantes pudieron realizar un recorrido en el que se pudo articular las áreas de matemática y microeconomía, altamente beneficioso para los mismos, puesto que mejoraría su rendimiento y compresión de los conceptos involucrados. Además, la utilización de las nuevas tecnologías en actividades conjuntas facilitaría el aprendizaje, ya que permiten adquirir diversas capacidades que conducen a un crecimiento en el aspecto cognitivo, mejorar la calidad de sus trabajos e innovar tecnológicamente. El equipo de trabajo realizo un análisis descriptivo de las dialécticas a partir de un conjunto de indicadores, para realizar un análisis multivariado para estudiar las relaciones entre episodios de clase y las dialécticas.

Referencias

Chevallard, Y. (2004). *Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire*. Journées de Didactique Comparée, Lyon.

Chevallard, Y. (2013). *La matemática en la escuela: Por una revolución epistemológica y didáctica*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

García, L., Azcarate, C. y Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Relime*, 9(1), 85-116.

Parra, V. & Otero, M. R. (2017). Enseñanza de la matemática por recorridos de estudio e investigación: indicadores didáctico-matemáticos de las "dialécticas". *Educación Matemática*. 29(3), 9-50.

Fioriti, G. (ED.) (2017). RECURSOS TECNOLÓGICOS EN LA ENSEÑAZA DE MATEMÁTICA. Miño y Dávila. UNSAM

HITT, F. (2003) Una reflexión sobre la construcción de conceptos matemáticos en ambientes con tecnología. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana.

DUVAL, D. (2004) "Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales." Universidad del Valle, Colombia

IMPLEMENTACIÓN DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA EN LA CLASE DE MATEMÁTICA DEL NIVEL SECUNDARIO

Gisela Fernanda Díaz; Noelia Inés Gómez

Colegio Padre Ramón de la Quintana - Escuela Secundaria N° 47 "Ramón S. Castillo" - ENET N° 1 "Prof. Vicente Garcia Aguilera"

gisela brunoazul@gmail.com

Categoría del Trabajo: Relato de Experiencia de Enseñanza

Nivel Educativo: Nivel Secundario

Palabras Claves: Matemática, Enseñanza, Resolución de Problemas, Heurísticas

Resumen

La enseñanza tradicional de la matemática, basada en la memorización de fórmulas y procedimientos, ha demostrado no brindar los resultados esperados en las pruebas de aprendizaje. Esta situación pone en evidencia la necesidad de un cambio metodológico en la enseñanza de la matemática para fomentar la comprensión profunda de los conceptos matemáticos, la resolución de problemas, el trabajo en equipo y el pensamiento crítico.

La enseñanza a través de la resolución de problemas se enfoca en aplicar conceptos y habilidades matemáticas para resolver situaciones del mundo real. En este sentido, los problemas de la Olimpiada Matemática Argentina son especialmente desafiantes y fomentan el desarrollo del pensamiento crítico. En este trabajo se relata la experiencia de la implementación de la Resolución de problemas como estrategia de enseñanza en tres escuelas de distintos contextos. Se describen algunos de los desafíos que se enfrentaron durante la transición a partir de un enfoque tradicional en la enseñanza de la Matemática y se reflexiona sobre los resultados obtenidos.

Los resultados de las pruebas de aprendizaje realizadas por el Ministerio de Educación en 2022 sobre 397.687 estudiantes de quinto y sexto año de 11.672 escuelas secundaria, han sido preocupantes en los últimos años. En Matemática, el 71,4% de los estudiantes se ubicaban en el grupo de menor desempeño en 2019, mientras que el 82,4% en 2022, lo que indica que la enseñanza tradicional que se trabaja en el aula no está brindando los resultados esperados. En la provincia de Catamarca, el Ministerio de Educación difundió algunos datos de las escuelas de gestión estatal (que concentran el 80% de la matrícula provincial) que muestran que solo el

40,9 % de los alumnos de escuelas públicas lograron los niveles de desempeño esperados en Matemática (Secretaria de evaluación e información educativa, 2022, p. 6).

Por otra parte, dentro del campo de la Didáctica de la Matemática autores como Ayllón (2016), Espinoza (2016), Fernández (2016), Mancera (2000), Monroy (2014), Rodríguez (2015), Rojas (2015), Ruiz (2013), Salazar (2014, Santos, L. (2014); han realizado estudios demostrado que los estudiantes que reciben una enseñanza basada en el pensamiento crítico y la resolución de problemas creativos tienen un mejor rendimiento académico y una mayor capacidad para aplicar conceptos matemáticos en situaciones de la vida real.

Esta situación pone en evidencia la necesidad de un cambio metodológico en la enseñanza de la matemática para fomentar la comprensión profunda de los conceptos matemáticos, la resolución de problemas, el trabajo en equipo y el pensamiento crítico. Esto puede ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades matemáticas importantes para su vida cotidiana y su futuro profesional.

La enseñanza de matemáticas a través de la resolución de problemas se enfoca en aplicar conceptos y habilidades matemáticas para resolver situaciones del mundo real, en lugar de enfocarse en la memorización de fórmulas y procedimientos. Los problemas de la Olimpiada Matemática Argentina son especialmente desafiantes y fomentan el desarrollo del pensamiento crítico al permitirnos explorar diferentes heurísticas para llegar a la solución. Según Polya (1981): “Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata" (p. 117).

Por lo tanto, un problema inicialmente, puede generar un bloqueo en el estudiante, quien a partir de los procesos metacognitivos logra sortear los obstáculos que se le presenta y desarrollar heurísticas para intentar llegar a la solución.

Objetivo

La respuesta de los estudiantes a las clases de matemática con un enfoque tradicional son variadas. Algunos muestran interés y habilidad en la memorización de fórmulas y procedimientos, y pueden obtener buenos resultados en las evaluaciones. Sin embargo, otros tienen dificultades para comprender los conceptos matemáticos y aplicarlos a situaciones nuevas, lo que les genera ansiedad y desinterés en la asignatura. Además, muchos estudiantes no ven la relevancia de las matemáticas en su vida diaria y no están motivados para aprender más allá de lo que se requiere para aprobar el año.

Con el fin de sortear esta situación, se pone en marcha la implementación de la resolución de problemas como estrategia de enseñanza tomando como principal recurso los problemas de las Olimpíadas Matemáticas Argentinas.

El objetivo del cambio metodológico en la enseñanza y aprendizaje de la matemática en tres escuelas de la provincia de Catamarca es que los estudiantes desarrollen habilidades para argumentar y defender sus soluciones de manera oral, utilizando un lenguaje matemático claro y coherente que se naturalice con el tiempo. Es decir que cuando el estudiante tenga un problema se comporte como un matemático: indague, experimente, analice sus avances, cambie de rumbo, reflexione sobre lo que hizo, advierta como está pensando, etc. Además, cuando discute y comparte soluciones con otros, logra explorar diferentes estrategias heurísticas para llegar a una misma solución, lo que fomenta la creatividad y el pensamiento crítico. (Rodríguez, 2015)

Modalidad de trabajo en el aula

La estrategia de trabajo se implementó en la Escuela Técnica Preuniversitaria ENET N° 1 "Prof. Vicente G. Aguilera, posteriormente en un Colegio Privado Franciscano "Colegio Padre Ramón de la Quintana" y por último en una Escuela Secundaria N° 47 "Ramón S. Castillo". La etapa de transición entre una dinámica de clase tradicional a una basada en problemas no fue espontánea ni mucho menos sencilla. En las primeras clases se presentaba un problema a mitad de la clase y los estudiantes, en primer lugar, preguntaban ¿qué tenemos que hacer con los datos? ¿Sumar? ¿Restar? ¿Multiplicar? ¿Dividir? Aquí la gestión de la clase cumple un rol primordial. Las intervenciones docentes consisten en lograr que los estudiantes se den cuenta por sí solos de las respuestas a sus interrogantes. Ante las preguntas de los estudiantes, el docente responde con otras preguntas como: ¿Qué dice el problema? ¿Qué entendiste? ¿Qué piensas que podemos hacer? ¿Lo que hiciste cumple con las condiciones del problema? Algunas veces se llegaba a la solución y otras traían la solución para la clase siguiente.

Una vez obtenida la solución, se pide a un estudiante que muestre su desarrollo en la pizarra para comparar tanto la solución obtenida como la estrategia heurística implementada, con el resto de sus compañeros. Cuando el desarrollo estaba mal planteado, los compañeros advertían, indicaban algún dato que no tuvo en cuenta o algo que no cumplía con las condiciones que pedía el problema, llegando a la solución correcta en forma colaborativa. En el caso que ningún alumno viera el error, el docente les hacia una pregunta que lo ayudaba a ver el error. Esto permitía que los estudiantes se autoevalúen, aprendan nuevas estrategias heurísticas y conceptos matemáticos.

Luego de resolver una variedad amplia de problemas, el docente pone el foco en la generación de momentos de reflexión metacognitiva que demanda una inversión de tiempo considerable. En estas instancias, se invita a los estudiantes a pensar en lo que han resuelto a partir de preguntas como: ¿qué tipo de información te permite pensar en un posible camino a seguir para resolver el problema? Con esta pregunta se pretende que el estudiante identifique aquellos datos que dispararon una idea, un posible camino, etc.

En clases posteriores, los estudiantes pedían al iniciar la clase otro problema, porque les gustaba el sentimiento de desafío que estos les generaba y mucho más la satisfacción cuando llegaban a plantear una solución.

Un cambio en la estrategia de enseñanza y aprendizaje conlleva a repensar además la forma de evaluar. Razón por la cual se aplicó la evaluación por portafolio y rúbrica. El portafolio (la carpeta) permitió a los estudiantes demostrar su comprensión y habilidades en la resolución de problemas matemáticos, y proporcionó una visión valiosa del proceso utilizado para llegar a una solución, el cual iba mejorando notablemente con el tiempo. En la evaluación por rúbrica se establecieron los siguientes criterios:

- Comprensión del problema: ¿El estudiante ha comprendido correctamente el problema y ha identificado los datos relevantes?
- Proceso de resolución: ¿El estudiante ha utilizado un proceso lógico y coherente para llegar a una solución?
- Comunicación: ¿El estudiante ha explicado claramente su proceso de resolución y su respuesta?
- Creatividad: ¿El estudiante ha utilizado un enfoque creativo para resolver el problema?
- Autonomía: ¿El estudiante ha demostrado autonomía en la resolución del problema?

Con variables de Alcanzó - En Proceso - Fortalecer. Esto permitió a los estudiantes comprender claramente los objetivos de aprendizaje y recibir retroalimentación específica para mejorar su comprensión y habilidades en la resolución de problemas.

Teniendo en cuenta la edad y los intereses de los destinatarios, se incorporaron ilustraciones de cómic, referidas al problema para que se viera más atractivo, los cuales les llamaba mucho la atención a los que les gustaba dibujar. Como, por ejemplo:

Pi quiere escribir un número en cada casilla del borde de un tablero de 5 x 6. En cada casilla el número que él escriba será igual a la suma de los dos números de las casillas con las que esta casilla comparta un lado. En la figura se dan dos de los números que escribirá.

Conclusión

El contexto de las tres escuelas en las que se aplicó la metodología de resolución de problemas, son muy distintas. Desde un primer momento hubo certeza de que la propuesta funcionaria en la escuela Técnica ya que están acostumbrados a una forma de trabajo muy particular por las características de la institución, pero no así en la escuela estatal. Estaba vigente la idea de que podría no llamarles la atención o bien, se frustren.

Los buenos resultados obtenidos en la escuela técnica motivaron a la intención de aplicar el cambio metodológico en la escuela privada y luego en la estatal. En esta última los resultados fueron sorprendentes ya que los alumnos sentían que podían plantear el problema y luego la pregunta del mismo les generaba un bloqueo que los llevaba a desafiarse por obtener una solución

En dicha escuela estatal en los cursos de ciclo básico hay muchos alumnos, con presencia de alumnos integrados y con un contexto sociofamiliar complejo, donde esta modalidad de trabajo los llevaba a conectarse solamente con el desafío de llegar a la solución.

De esta experiencia, podemos decir que los problemas les resultan desafiantes, les permite desconectarse de todo lo que estuvieran pensando hasta ese momento, implementan nuevas estrategias heurísticas para demostrar entre ellos lo que creen que deben encontrar, se cuestionan los planteos y se trabaja en la justificación para que los estudiantes adquieran lenguaje matemático.
Además, se sienten con capacidad de poder desarrollar algo en la clase de matemática con sus conocimientos. Cuando encuentran la solución, discuten y exponen la misma con la intención de que el docente ratifique la solución correcta. Esta concepción de los estudiantes del docente como la única fuente de verdad, dio lugar al trabajo sobre herramientas de validación de los resultados obtenidos que les permita autoevaluarse y defender su trabajo.

La experiencia de implementar la resolución de problemas como estrategia de enseñanza en distintos tipos de escuelas del nivel secundario demostró que los alumnos se sienten desafiados y capaces de desarrollar el pensamiento crítico independientemente del contexto en el que está inmersa la institución y que resulta una forma de trabajo más atractiva que las tradicionales.

Bibliografía

Secretaría de evaluación e información educativa. (2022). Resultados a nivel nacional Aprender 2022 en Nivel Secundario. https://www.argentina.gob.ar/sites/default/files/2023/06/_resultados_a_nivel_nacional_aprender_2022_en_nivel_secundario__secretaria_de_informacion_y_evaluacion_educativa.pptx_1.pdf

Ayllón, M., Ballesta-Claver, J., & Gomez, I. (2016) . Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. Propósitos Y Representaciones, 4(1), 169–193. Recuperado de: https://doi.org/http://dx.doi.org/10.20511/pyr2016. v4n1.89

Espinoza, J., Lupiáñez, J. L. & Segovia, I. (2016). La invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático. Electronic Journal or Research in Educational Psychology, 14(2), 368-392.

Fernández, E. & Molina, M. (2016). Indagación en el conocimiento conceptual del simbolismo algebraico de estudiantes de secundaria mediante la invención de problemas. Enseñanza de las ciencias, 34(1), 53-71. Recuperado de: http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/306636

Mancera, E. (2000). Saber Matemáticas es saber resolver problemas. Grupo Editorial

Monroy, J. I. (2014). la resolución de problemas matemáticos y su impacto en pensamiento crítico del ciudadano. Revista de cooperación, 1(3), 79-86. Recuperado de: http://www.revistadecooperacion.com/numero3/03-06.pdf

Rodríguez, L., García, L., & Lozano, M. (2015). El método de proyecto para la formulación de problemas matemáticos. Atenas, 4(32), 100–112.

Rojas, Y. (2015). La resolución de problemas como estrategia metodológica en una clase de matemática de secundaria en el CTP de Venecia, Región E>ducativa de San Carlos, 2015. Tesis en opción al Grado de licenciatura. Universidad Estatal a Distancia, San José, Costa Rica

Ruiz, A. (2013). La reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Perspectiva de la praxis. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, (10), 1-111.

Salazar, L. (2014). Diseño de tareas a partir de la modificación de problemas planteados en libros de texto de matemática. Revista Paradigma, 35(1), 55-77. Recuperado de : http://www.scielo.org.ve/pdf/pdg/v35n1/art03.pdf

Santos, L. (2014). Resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos. México, DF: Trillas.

Polya, G (1981). *Mathematical Discovery: On understanding, learning and teaching problema solving*. New York: Wiley.

Rodríguez, M., Pochulu, M. D., Barreiro, P., Bressan, A., Camós, C., Carnelli, G., ... & Zolkower, B. (2015). Educación matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos.

CONSTRUIR TEORIA EN EL CAMPO DE LOS REALES: ALCANCES Y DESAFÍOS

Betina Duarte , Cecilia Montes de Oca

Universidad Pedagógica Nacional

betina.duarte@unipe.edu.ar , maria.montes@unipe.edu.ar

Categoría del Trabajo: relato de experiencia

Nivel Educativo: educación secundaria

Palabras clave: Reales, Densidad, Completitud, Recta

Resumen

En el proyecto de investigación PICTO 2017-0022, "De la resolución de problemas hacia la construcción de teoría en el aula. Puentes posibles en el campo de los Números Reales" nos propusimos estudiar condiciones didácticas para abordar un proceso de conceptualización del campo de los números reales en el nivel secundario que promueva un pensamiento teórico. Enmarcados en la Teoría de Situaciones diseñamos un conjunto de problemas con el objetivo de explorar y estudiar: las diferentes posibles escrituras de los números en vínculo con la densidad, la representación de los números en la recta, la idea de continuo de la recta numérica, las escrituras decimales infinitas como un nexo entre racionales e irracionales, asumiendo que todas estas cuestiones permiten construir con sentido el significado de los reales. La experiencia derivó en la escritura colectiva de un documento dirigido a docentes cuyas características principales compartimos en esta presentación. Desarrollamos, además, una síntesis de la problemática de investigación y precisamos qué aspectos de la implementación fueron documentados. Señalamos algunas impresiones sobre los logros del proceso de escritura de la experiencia, así como de la implementación y su alcance en este nivel de enseñanza.

Un proyecto de investigación como punto de partida

Las nociones de densidad y completitud constituyen parte de los fundamentos del cálculo infinitesimal, razón por la cual se señala (Bloch et al. (2007), Durand-Guerrier (2018) y Vergnac (2013)) la necesidad de consolidar estos aprendizajes durante el estudio del campo de los reales del que se ocupa la enseñanza en el nivel secundario. Algunos conceptos del Análisis -por ejemplo, las nociones de límite y derivada – si bien son propias de la formación superior en Argentina, también están presentes en el currículum de las escuelas técnicas y constituyen, por lo tanto, un problema que compete a la formación secundaria de este tipo.

El concepto “número real” se construye a través de procesos infinitos, límites y la representación continua sobre la recta. Las nociones de infinito potencial y actual, la representación de un número en la recta como un problema teórico, la escritura decimal infinita y la densidad no son abordadas con la profundidad necesaria para poder sostener la comprensión del número real en el nivel secundario. El conocimiento que los alumnos puedan desarrollar sobre este campo numérico a propósito de sus representaciones, sus características y propiedades sienta la base de este conjunto: los reales. Asumimos la tarea de secuenciar una propuesta de enseñanza que, movilizando las cuestiones relativas a la representación, densidad y completitud y promoviendo un pensamiento teórico sobre los reales permita alcanzar una conceptualización robusta y al mismo tiempo viable en el nivel secundario.

Características de la secuencia

Al analizar las propuestas de enseñanza de números reales en documentos curriculares y libros de texto encontramos alternativas interesantes para números racionales con el tratamiento de su representación y la densidad. Es el avance necesario hacia el conjunto de los irracionales y la mirada global del conjunto de los reales la que parece perder fuerza conceptual con una propuesta centrada en el dominio de cierta operatoria en algunos conjuntos específicos de irracionales. (Bergé et al. 2018)

Decidimos comenzar con actividades sobre los racionales que nos permitiesen consolidar la idea de que toda fracción se puede representar por una expresión decimal finita o periódica y que a su vez a toda expresión decimal finita o periódica le corresponde una fracción. Esta certeza permite luego, avanzar en la comprensión de características de representación de algunos irracionales. Nuestra hipótesis de trabajo comparte un señalamiento de los NAP sobre los objetivos de la enseñanza y las representaciones:

> “La comprensión de que los objetos matemáticos no son objetos físicos sino objetos conceptualizados a partir de una práctica matemática, que no se accede a ellos en forma directa sino a través de sus representaciones, y que es necesario establecer diferencias y relaciones entre los objetos y dichas representaciones” (NAP Ciclo Orientado, pp.13)

Este señalamiento invita a considerar el problema de la representación de los reales como una vía para la comprensión. En este sentido, hemos constituido a los números en objetos de indagación, en algunos casos de orden teórico y en otros de índole práctica. Con la calculadora presente en todo momento una pregunta considerada para distintas escrituras de números fue: ¿qué sabemos del tratamiento que realiza la calculadora acerca de los números decimales y su representación?

Las leyes de formación[1] resultaron un buen estímulo para construir distintos tipos de números racionales e irracionales. Su uso se apoyó en la escritura decimal de los números, una representación aceptada en la escuela. Las expresiones así creadas permitieron confrontar una creencia que algunas investigaciones documentan (Cifuentes et al. 2021) en estudiantes finalizando el nivel secundario, según la cual los irracionales son raros y escasos.

Algunas investigaciones (Licera (2017, Bergé (1998)) señalan que la ambigüedad con la que se trata a los reales en la enseñanza secundaria obedece a la dificultad de pensar un contexto -intra o extra-matemático- en el que los irracionales funcionen como medio para resolver algún problema. Más allá de la situación de medir la diagonal de un cuadrado de área 1, acordamos con estas autoras en la imposibilidad de provocar una génesis artificial a través de problemas por fuera de la propia disciplina para los cuales los números irracionales – y no solo las raíces cuadradas de enteros - se postulen como el conocimiento a poner en juego para producir una solución (Bergé 1998). Fue una intención del proyecto considerar problemas intra-matemáticos para producir una génesis artificial de estos conceptos constituyéndolos en objetos teóricos de indagación.

Este tipo de indagación sostenido a través de las distintas actividades de la secuencia y un posicionamiento teórico de los estudiantes que surge en respuesta a esta propuesta, logran instalar una pregunta ya presente en actividades sobre los racionales: ¿cómo sabemos fehacientemente que estamos frente a un racional? En este caso la pregunta se dirigió al número $\sqrt{3}$. Ubicada la clase en una auténtica duda sobre el tipo de expresión decimal que tiene este número cada docente toma a su cargo la demostración de su irracionalidad. Abordar una demostración por el absurdo demanda atravesar, considerar y responder a cuestiones sobre los modos de producir conocimiento en matemática. Esta demostración es luego reutilizada por las y los estudiantes para analizar otros números y asumimos que disponer de este motor de demostraciones colabora en la comprensión de la infinidad de números irracionales.

[1] Nos referimos a números irracionales dados por sus expresiones decimales infinitas que están determinadas a partir alguna ley que caracteriza la formación de las cifras de esa expresión.

Para enriquecer el posicionamiento teórico de los estudiantes sobre los números reales planteamos la ubicación “ideal” de los números en la recta, distinguiéndola de la representación efectiva sobre el papel. Completamos la secuencia con el estudio de la densidad de los números irracionales y así la de los reales. Conocer métodos para ubicar a cualquier racional y a infinitos irracionales junto con la comprensión de la densidad permite reconocer la presencia de ambos números en la recta y afianzar la idea de que son infinitos.

La secuencia fue implementada entre septiembre y noviembre de 2019 en cuatro escuelas secundarias de CABA en distintos años, tercero a quinto, de escuelas públicas y privadas con orientaciones diferentes. Todas las clases fueron grabadas en video en los momentos colectivos de trabajo y en audios completos. Las actividades desarrolladas por los grupos de estudiantes fueron fotografiadas. También se grabaron audios de algunos grupos de estudiantes.

Aspectos logrados y pendientes

Como primer punto compartimos la modalidad de trabajo lograda entre los integrantes de un equipo constituido por docentes de la universidad y del nivel secundario. Los problemas fueron analizados a priori en forma colaborativa, partiendo de una propuesta de las investigadoras, enriquecida a través de la acción conjunta del grupo. Esto permitió a cada docente disponer de alternativas para promover la actividad de sus estudiantes en la implementación. Un año después de finalizada la experiencia el grupo se abocó a la producción de un documento dirigido a docentes[2]. Mediante reuniones mensuales vía Zoom se produjo una escritura compartida del documento. Todos los encuentros contaban con lecturas previas y quedaban grabados y disponibles para su posterior visualización. Esta segunda etapa se caracteriza por un crecimiento del grupo a través de la escritura y del análisis a posteriori de cada actividad lo que dio lugar a algunos cambios en las actividades. También surgen nuevas preguntas en el grupo sobre aspectos referidos tanto a la enseñanza como al propio contenido enseñado.

El tiempo requerido de cinco semanas para desarrollar toda la secuencia constituye una cuestión a resolver, precisa de un aval institucional, en la medida que el currículum no lo prescribe de este modo en ningún año. Nos hemos preguntado cómo alojar partes de esta secuencia en distintos años. Se nos presenta una nueva pregunta sobre cómo recuperar lo afianzado en cada etapa. Por otra

[2] Participaron en este proceso Carolina Benito, Analía Bergé, Mara Cedrón, Romina Herrera, Cecilia Lamela, Graciela Montes y Mauro Rey además de las autoras de esta comunicación (Duarte et al. 2023). El texto resultante es de libre acceso y puede consultarse en https://editorial.unipe.edu.ar/index.php

parte, existe un cambio de contrato didáctico que los y las estudiantes perciben y cuestionan acerca del tipo de tratamiento del estudio de los reales con un nivel de profundidad al que no están acostumbrados.

Para visibilizar los avances logrados hemos diseñado momentos de producción de conclusiones donde toda la clase se involucra en la recuperación de ideas aceptadas o de preguntas o conjeturas formuladas durante el desarrollo de las actividades propuestas. De este modo generamos procesos de descontextualización de las relaciones producidas durante la resolución de problemas. A partir de ellos podemos hacer avanzar las nociones sobre los reales y promover un posicionamiento teórico de la clase, así como reinvertir estas adquisiciones en futuras ocasiones.

Si bien el tratamiento de la densidad de racionales e irracionales es potente para desestabilizar la presunción de que en la recta casi todo es racional y colabora en la concepción de infinitos irracionales, no es suficiente para separar las ideas de densidad de la de completitud. Aquí hemos encontrado un límite en este nivel de enseñanza.

Conclusiones

Las cuestiones mencionadas alojan en la escuela secundaria la necesidad de considerar problemas intra-matemáticos para construir una génesis escolar para los números reales. La propuesta de enseñanza desarrolla algunos asuntos y es una primera aproximación. Seguramente podrán construirse otras alternativas.

Apoyadas en la experiencia desarrollada consideramos que la noción de completitud tiene una complejidad tal que resulta difícilmente viable en la enseñanza secundaria. Esta noción supone asumir la imposibilidad de explicar las razones que subyacen al axioma de supremo. La necesidad de dotar al conjunto de los reales de una característica que no puede explicarse resulta un asunto casi incomprensible e inatrapable para quienes apenas comienzan a vislumbrar las consecuencias de requerir validaciones y demostraciones a todo lo que se formula.

Por su parte, la continuidad de la recta numérica puede resultar una idea mejor aceptada – y comprendida seguramente- requiriendo para ello aceptar que todos los números ocupan un lugar teóricamente exacto en la recta, más allá de disponer de técnicas que lo aseguren.

La densidad de racionales e irracionales y otros conjuntos numéricos es una zona potente para explorar y hacer avanzar algunas nociones de la clase sobre los reales. Estas cuestiones se ven

enriquecidas cuando se tratan en vínculo con la representación de los números y su ubicación en la recta, dando ocasión para considerar la cuestión de la continuidad de la recta numérica.
Las dobles escrituras de todos los números con expresión decimal finita constituyen otra cuestión sobre la cual vale la pena ahondar (Cedrón et al., 2021) aceptando que habrá en cada clase diferentes niveles de confianza sobre esta cuestión ya que es una idea que confronta con muchas nociones aceptadas y utilizadas por la escuela.

Referencias

Argentina. Ministerio de Educación Nacional. (2012). *Núcleos de Aprendizaje Prioritario. Matemática. Ciclo Orientado. Educación Secundaria*. Recuperado de https://www.educ.ar

Bergé, A. (1998). *La complejidad del número real como objeto a enseñar*. Comunicación presentada a la XLVIII Reunión de Educación Matemática. Bariloche. Argentina.

Bergé, A., Cedrón, M., Duarte, B., Herrera, R., Lamela, C. (2018). *De la Resolución de problemas a la construcción de teoría en el aula: puentes posibles en el campo de los reales*. Comunicación presentada en la en XLI Reunión de Educación Matemática. La Plata. Argentina.

Cedrón, M, Duarte, B., Herrera, R., Lamela, C. (2021). Representación y densidad en los reales: análisis de experiencias de aula. *Revista EFI -DGES*. Vol.7. N°12. pp.109-124. ISSN 2422-5975

Cifuentes, M., Ferrero M. y Montoro V. (2012). *Una experiencia de taller sobre números reales con ingresantes a la universidad*. En Veiga, D. (Ed.). Acta de la IX Conferencia Argentina de Educación Matemática, SOAREM. pp.54-61

Duarte, B. et al. (2023) *Los números reales en la escuela secundaria. Una secuencia posible.*, Buenos Aires, UNIPE: Editorial Universitaria- OEI.

Durand-Guerrier, V. (2018). *La triade discret, dense, continu dans la construction des nombres*. Actes de la CORFEM, Nîmes 13-14 juin 2016.

Durand-Guerrier, V. & Vergnac, M. (2013). *Les réels à la transition secondaire-supérieur, du discret au continu – quelle élaboration?* En: La réforme des programmes du lycée et alors? Actes du colloque IREM, 135-147.

Licera, R. (2017). *Economía y ecología de los números reales en la Enseñanza Secundaria y la Formación del Profesorado* (Tesis de Doctorado no publicada). Universidad Católica de Valparaíso, Chile.

PERSPECTIVAS PREVIAS A LA RESIDENCIA DOCENTE: CONCEPCIONES Y CREENCIAS SOBRE EL EJERCICIO DE LA PROFESIÓN DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA A PARTIR DE LA IMPLEMENTACIÓN DE UN DISPOSITIVO DE FORMACIÓN

Noelia Inés Gómez; Armando Bernardino Schuster

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales – Universidad Nacional de Catamarca

noegomez141@gmail.com

Categoría del Trabajo: Relato de experiencia

Nivel Educativo: Nivel Universitario

Palabras Claves: Matemática, Enseñanza, Formación, Didáctica

Resumen

A partir del problema de la formación inicial de Profesores de Matemática, sustentado en la Teoría Antropológica de lo Didáctico y la caracterización del Profesor de Matemática, se implementa en las cátedras "Práctica de la Enseñanza de la Matemática I y II" un dispositivo de formación llamado "las preguntas de la semana" que permitirá atender a algunas de las cuestiones que giran en torno al problema, a partir de la detección de concepciones y creencias sobre el ejercicio de la profesión del Profesor de Matemática previas a la residencia docente. La implementación del dispositivo consiste en la elaboración de un registro de preguntas y respuestas generadas por los estudiantes que cursan las asignaturas, a partir de las experiencias diarias de observación de clases de Matemática del nivel secundario. Se muestra el desarrollo de la experiencia, detallando alguno de los registros obtenidos y se reflexiona sobre el impacto de ésta en la formación inicial de los futuros profesores.

El problema de la formación inicial de profesores de Matemática

La formación inicial de Profesores de Matemática es un problema que requiere ser analizado continuamente y a partir de distintos enfoques. En Didáctica de la Matemática, muchos enfoques abordan esta problemática, entre ellos, la Teoría Antropológica de lo Didáctico.

A partir de la puesta en evidencia de los fenómenos de la transposición didáctica, la TAD fue uno de los primeros enfoques en considerar como objeto de estudio e

> investigación, no solo las actividades de enseñanza y aprendizaje en el aula, sino todo el proceso que va desde la creación y utilización del saber matemático hasta su incorporación en la escuela como saber enseñado. Dicho objeto de estudio incluye además todas las instituciones que participan en este proceso, entre las que se cuentan el propio profesorado como institución y también aquellas que intervienen en su formación inicial y continua. (Bosch,Gascón, 2019, p. 90)

En este contexto, la formación de profesores se considera como uno de los principales ámbitos de estudio e investigación de la TAD. La importancia de abordar la problemática de la formación del profesorado de Matemática a partir de la TAD radica en que este enfoque permite formular el problema de la formación de la siguiente manera:

¿Cuáles son las cuestiones cruciales con las que deben enfrentarse los profesores en su práctica docente y que puede hacer la formación para ayudarles a construir respuestas satisfactorias a estas cuestiones? (Bosch, Gascón, 2019, p. 96)

Las respuestas a las cuestiones cruciales forman lo que la TAD denomina el equipamiento praxeológico del profesor. La descripción, construcción y difusión de este remiten a problemas con que debe enfrentarse la profesión del profesor y que debe aportar respuestas mediante la elaboración de los recursos técnicos y teóricos - praxeológicos - apropiados. La didáctica de la Matemática toma una función como saber instrumental básico para el profesorado tanto en la detección y formulación de los recursos praxeológicos como en la elaboración y difusión de respuestas.

Otro enfoque que aborda la formación inicial de Profesores de Matemática es el propuesto por Flores (2007). En su trabajo, caracteriza al Profesor de Matemática como un profesional práctico reflexivo, sugiriendo que su formación inicial debe promover y fomentar el desarrollo profesional mediante la capacidad de identificar y resolver situaciones conflictivas en las que emplee estrategias racionales para enfrentar la práctica docente, que en ocasiones se aborda de forma espontánea.

Según esta perspectiva, se propone que los profesores cultiven actitudes reflexivas que les permitan analizar las situaciones comunes en su labor docente y abordar los desafíos profesionales que se presentan. La reflexión, entonces, es vista tanto como un proceso para resolver conflictos y dudas, como una disposición para revisar su propia actuación.

El Profesor reflexivo no solo reflexiona después de la acción, sino que lo hace durante y sobre su acción, buscando la resolución de situaciones prácticas. Esta reflexión resulta esencial para su desarrollo profesional, ya que le permite aprender a partir de su desempeño práctico. En consecuencia, el conocimiento del profesional reflexivo no precede a la acción, sino que se involucra con el conocimiento práctico, que se deriva y se encuentra en la misma acción.

Actuar reflexivamente requiere que el individuo se distancie de los hechos de su experiencia directa, tomando un fragmento de esta y contemplando como una entidad aparte, mientras es consciente de qué aspectos son hechos y cuáles no. El proceso de reflexión comienza al detectar una situación de duda, lo que implica apartarse de la realidad para poner de manifiesto las creencias propias sobre el tema y confrontarlas con la evidencia empírica.

Implementación de un dispositivo de formación

En el campo de la Didáctica de la Matemática, se ha desarrollado un dispositivo de formación llamado "las preguntas de la semana", incorporado en un programa de formación de profesores de matemáticas de secundaria en el Instituto Universitario de Formación de Maestros (IUFM) de Aix-Marsella, bajo la coordinación de Yves Chevallard.

A partir de este modelo, se implementó una iniciativa similar en las cátedras "Práctica de la Enseñanza de la Matemática I y II" del Profesorado de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Catamarca.

En estas cátedras, se invita a los estudiantes a identificar semanalmente problemas, dificultades, dudas, inquietudes o situaciones interesantes que experimenten durante su primera práctica profesional. Con base en estas experiencias, se les pide a los estudiantes que formulen preguntas relacionadas, las cuales deben responder según sus concepciones y creencias. Estas preguntas se envían semanalmente por medios electrónicos.

Posteriormente, en clase, se abordan y discuten estas preguntas en grupo, lo que fomenta la socialización de las experiencias y permite reflexionar y debatir sobre ellas. Este enfoque promueve un aprendizaje activo y una mejora continua en la práctica docente, alienta la reflexión y el intercambio de ideas entre los futuros profesores de matemáticas.

La implementación de este registro tiene el fin de

- Fomentar en los estudiantes una actitud reflexiva constante sobre su experiencia en el proceso formativo.
- Estimular en los alumnos la capacidad de observar de manera más profunda aspectos relevantes relacionados con la práctica docente en Matemática, evitando distraerse en temas superficiales.
- Identificar y analizar la evolución de los estudiantes en cuanto a sus preconceptos sobre el ejercicio profesional, desde el comienzo de la cátedra hasta su desarrollo posterior, considerando que inicialmente se enfocarán en preguntas generales sobre la gestión de

clase y, a medida que adquieran experiencia, se centrarán en cuestiones específicas de la enseñanza de la Matemática.

Avance de la implementación

Actualmente se encuentra en marcha la segunda implementación del dispositivo que dio inicio el año pasado. En esta ocasión se toma un nuevo enfoque para atender a la problemática que da sustento a esta experiencia.

Las preguntas recopiladas forman parte de una primera instancia de aplicación del dispositivo. Se pretende continuar hasta culminar la cursada de la cátedra "Prácticas de la Enseñanza de la Matemática II" donde los estudiantes transitan la residencia docente.

Para analizar el registro de preguntas recopilado, tanto la descripción del contexto en el que emerge la pregunta como la pregunta en sí, fueron agrupadas en tópicos. Las respuestas proporcionadas ponen en evidencia las propias creencias y concepciones sobre distintos aspectos que aluden a la profesión del Profesor de Matemática las cuales van en sintonía o se contraponen con los fundamentos teóricos trabajados a lo largo de la formación inicial.

A continuación, se presentan algunas de las preguntas que forman parte del registro obtenido hasta el momento. Cabe destacar que se seleccionaron las más significativas.

Las Preguntas de la Semana

Fecha	Contexto	Pregunta	Respuesta	Análisis
31-05-2023	O1 observa 6B. P realiza un repaso de los contenidos vistos en la clase anterior, indica a los alumnos que desarrollen las actividades prácticas. En esta situación observé a 3 alumnos que se encontraban distribuidos en distintos sectores del aula que no realizaron ningún tipo de actividad, como así tampoco consultaban ni hablaban con sus compañeros.	**¿Cómo lograr que estos alumnos tengan mayor participación en las actividades e integración con sus compañeros?**	Primeramente, hablar con estos alumnos y preguntarles cual es el motivo por el cual no trabajan en clase, si es porque no entienden el tema explicado, las actividades presentadas, si tienen algún problema personal. Una forma de promover la integración es que los alumnos desarrollen actividades de manera grupal	Tópico: Alumnos que no participan. Concepciones y creencias: aula homogénea en la que todos los estudiantes hacen lo mismo
31/05/2023	02 observa 3A. Observo que utilizan mucho el celular para usar redes sociales o juegos.	**¿Qué hacer para evitar que los alumnos usen el celular y presten más atención?**	Mi idea es enseñar que el celular no solo sirve para juegos y redes sociales, sino también para descargar distintos programas para matemáticas, por ejemplo: calculadoras, graficadora, entre otras, la idea no es prohibir su uso, pero sí aclarar que a la hora de estar exponiendo un tema no deben utilizarlo, y en caso de que no respeten esta pauta, notificar a los preceptores. Por otra parte, permitir su uso a la hora de realizar alguna determinada actividad que requiera de algún programa en específico. Por ejemplo, el	Tópico: Alumnos que no participan Concepciones y creencias: Reconocimiento de la riqueza de la implementación de recursos tecnológicos, negociación del contrato didáctico.

			GeoGebra para graficar una determinada función.	
01-06-2023	O1 observa 3B. En este curso observé una situación en la cual hay alumnos que se sienten identificados con la comunidad LGBT. Compañeros de estos alumnos realizaban comentarios homofóbicos entre sí, a modo de juego.	**¿Cómo lograr que estos alumnos, no se sientan discriminados por el resto?**	Avisar a las autoridades de la escuela (directora, acompañante pedagógica). Tener una charla con todos los alumnos del curso abordando la problemática de la discriminación de género que existe en las escuelas	Tópico: Problemáticas sociales en la adolescencia. Concepciones y creencias: El docente debe atender a la diversidad de situaciones que ocurren en el aula.
01/06/2023	O2 observa 5C. En una determinada clase, P usa la expresión “pasaje de términos” en ecuaciones lineales.	**¿Se debe seguir utilizando dicha expresión o es conveniente aclarar que, para resolver ecuaciones lineales lo que realmente se hace es aplicar propiedades de la igualdad?**	Mi opinión es aclarar en qué consiste las propiedades de las igualdades, dejando en claro que es lo que realmente se hace para la resolución de ecuaciones lineales, y explicando que el “pasaje de términos” es una forma más práctica de enseñar a la hora de resolver ecuaciones lineales.	Tópico: Enseñanza del contenido matemático. Concepciones y creencias: Confrontación con la transposición didáctica del contenido matemático.
06-06-2023	O1 observa 5A. En este curso hay 5 alumnos integrados. Existe el caso de un alumno que requiere la asistencia de un acompañante pedagógico y el mismo no cuenta con esta atención	**¿Cómo trabajar en el aprendizaje de este alumno?**	En este caso sería conveniente hablar con la acompañante pedagógica de la institución respecto de que si existe un informe sobre cuál es el diagnóstico que tiene el alumno, como así también hablar con los padres sobre la forma en la cual se podría trabajar conjuntamente para que el alumno avance en el aprendizaje de la matemática	Tópico: Alumnos integrados. Concepciones y creencias: El docente debe atender a la diversidad de situaciones que ocurren en el aula.
13-06-23	O1 observa 5A. En la institución escolar el día anterior no hubo actividades por duelo. Ocurrió de que una alumna se suicidó	**¿Se debe destinar una porción de la clase para hablar sobre esta problemática con los alumnos? ¿Es una responsabilidad que recae en otras autoridades de la escuela hablar con los alumnos sobre este tema?**	Es adecuado hablar con los alumnos sobre esta problemática, puede suceder que entre los alumnos exista algún tipo de amistad o parentesco familiar con el alumno fallecido y necesitan asistencia psicológica. Es importante también para que los alumnos se expresen e identificar si hay alumnos que tengan algún tipo de problema que requiera ser tratado	Tópico: Acontecimientos excepcionales. Concepciones y creencias: El docente debe atender a la diversidad de situaciones que ocurren en el aula.
14/06/23	O1 observa 6B. P plantea una actividad a los alumnos, la cual deben realizar utilizando el programa Excel. Los alumnos tienen poco conocimiento utilizando este programa, P les dejo un enlace tutorial.	**¿El docente es quien debe enseñarles a los alumnos cómo utilizar el programa a los alumnos? ¿resulta conveniente plantear una actividad con una herramienta que los alumnos desconocen?**	Resulta importante plantear actividades en las cuales no solamente puedan realizarse en el cuaderno. Resulta interesante acercar a los alumnos otras herramientas en las cuales ellos mismos puedan realizar su propia producción	Tópico: Recursos didácticos. Concepciones y creencias: Reconocimiento de la riqueza de la implementación de recursos tecnológicos.
15-06-23	O2 observa 4A. En determinado curso P debe realizar un repaso de un tema anterior y volver a dar de cero el tema que ya había presentado la clase anterior, la situación ocurre debido a un feriado, y al no haber tenido clases continuas, ocurre que los alumnos olvidan los temas.	**¿Cómo actuar si los feriados o paros caen mucho en las horas que debo dar clase?**	Una forma que planteo para que los alumnos no pierden tanta continuidad es usar los recursos tecnológicos, es decir mandar algún video entretenido y didáctico para que vayan viendo los alumnos y así el día que debo dictar la clase resultará mucho más	Tópico: Acontecimientos excepcionales. Concepciones y creencias: Reconocimiento de la riqueza de la implementación de recursos tecnológicos.

			rápido el enseñar el nuevo contenido	

Referencias: O1: Observador 1;**O2**: Observador 2;**P**: Profesor del curso

Conocer inicialmente los preconceptos de los estudiantes permite al equipo de cátedra detectar cuestiones centrales que serán abordadas en los encuentros semanales. En esas instancias, además de la puesta en común, se recupera y recopila material que, junto con la experiencia diaria, será utilizado en el transcurso del tiempo de duración de la cátedra para que los alumnos practicantes hagan una reconstrucción apropiada de respuestas a partir de una reelaboración personal.

Conclusión

A partir del análisis de las preguntas y respuestas obtenidas se observa que, en general, los interrogantes planteados por los alumnos se vinculan con la gestión de la clase sin profundizar demasiado en cuestiones relacionadas con la enseñanza de la Matemática.

Las concepciones y creencias que subyacen las respuestas apuntan a la visión de un profesor de Matemática que pone el foco en el aprendizaje de los alumnos y en donde la enseñanza se caracteriza por la multidimensionalidad.

Se espera que al iniciar el segundo tramo de las prácticas profesionales donde cambiarán el rol de observador a profesor, surgirán (o deberían surgir) interrogantes relacionados específicamente con la enseñanza de la Matemática y destacar allí problemáticas específicas de los contenidos matemáticos impartidos.

Bibliografía

Bosch, M., & Gascón, J. (2009). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. En *Investigación en educación matemática XIII* (pp. 89-114). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado, *3*.

Chevallard, Y. (2001). Aspectos problemáticos de la formación docente. *XVI Jornadas del seminario interuniversitario de Investigación en Didáctica de las matemáticas.*

Flores, P. (2007). Profesores de matemáticas reflexivos: Formación y cuestiones de investigación. PNA, 1(4), 139-158.

Font Moll, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Unión - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *7*(26). Recuperado a partir de http://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/924

Rico L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 8(1), 1-15.

INCORPORACIÓN DE TAREAS DE NATURALEZA STEAM INTEGRADA EN ESPACIOS CURRICULARES DE LA FORMACIÓN TÉCNICA

Esteban Gabriel Molina

FAMAF, Universidad Nacional de Córdoba
Instituto Provincial de Enseñanza Técnica (IPET) Nº 70

molinasback@gmail.com

Categoría: Relato de experiencia
Nivel Educativo: Secundario y Terciario
Palabras claves: STEM, STEAM, integración, escenario de investigación.

Resumen

En este trabajo presento una experiencia de clases con estudiantes de sexto año de una escuela técnica de Córdoba. En el espacio curricular se plantea la realización de un proyecto de diseño de una instalación neumática y previo a eso una actividad para integrar los saberes previos de su trayectoria escolar. Aquí presento la transformación de esta última que comenzó sólo como una guía de ejercicios. Se modificaron e incorporaron tareas de naturaleza STEAM integrada que involucran exploraciones, indagaciones e investigaciones en diferentes escenarios transformando el aula en una verdadera oficina técnica.

FUNDAMENTACIÓN

Desde que comencé a trabajar en el espacio curricular de Materiales y Equipos III, del sexto año, en el IPET Nº70 de Córdoba Capital, me propuse poner en valor una materia que, según los maestros de taller, era poco relevante a pesar de ser parte del grupo de materias de la formación técnica específica. Su dificultad radica en que no posee bibliografía específica y hay que construirla basándose en los lineamientos del diseño curricular de la provincia de Córdoba y la experiencia personal del docente. En este espacio curricular se deben enseñar las máquinas, dispositivos y mantenimiento de instalaciones neumáticas e hidráulicas. Para trabajar este tema debe tomar contenidos de otros espacios que hacen a la trayectoria escolar del Técnico en Industrialización de la Madera y el Mueble. El hecho de haber trabajado durante tres años en el establecimiento me daba cierta incertidumbre acerca de poder aplicar estos contenidos, por lo que planteé la realización de un proyecto de diseño y una actividad preparatoria, esta última es el motivo de este trabajo.

El IPET 70 está ubicado en la Av. Juan B. Justo 4350, colindante con el Centro de Participación Comunal N°1 (CPC Centroamérica). Recibe estudiantes de su zona de influencia que incluye diferentes barrios y conglomerados urbanos precarios de la ciudad.

Como refiere el Informe Final del Fortalecimiento de los Concejos Comunitarios de Niñez y Adolescencia de la Ciudad de Córdoba (Municipalidad de Córdoba, 2012), los estudiantes tendrían dificultades para ejercer plenamente su condición de niños, en relación a algunas formas de organización y dinámicas familiares, ya que muchas veces “hacen de adultos” porque trabajan, cuidan hermanos o familiares. Se evidencian condiciones de hacinamiento y precarias condiciones habitacionales o la convivencia de más de una familia en una unidad habitacional. Atendiendo a este contexto y como una manera de acercarles herramientas que les permitan desarrollarse con autonomía, determinación y seguridad de sus capacidades, es que decidí, plantear la realización de un proyecto de diseño con un enfoque STEAM integrado que los comprometa a la resolución del mismo, y para ello nos basamos en un contexto de la realidad como lo es el taller de carpintería, buscando crear un escenario de investigación que invite a los estudiantes a formular preguntas y explorar explicaciones (Skorsmorse, 2000). Convencido de que, como refiere Couso (2017), la educación STEAM está focalizada en la promoción de futuros ciudadanos de una sociedad democrática, enfrentada a grandes desafíos como los propuestos en los Objetivos de Desarrollo Sostenible de la ONU. En estos, la matemática, así como las ciencias naturales y la tecnología tienen un papel preponderante tanto del lado de las causas como del de las soluciones. Este enfoque busca generar una población con una voluntad democrática de enfrentar entre todos los problemas que se les presenten desde una perspectiva de investigación e innovación socialmente responsable.

El proyecto de diseño de una instalación de aire comprimido para la utilización de máquinas manuales, en el taller de carpintería del colegio es una propuesta de naturaleza STEAM integrada (Ortiz-Revilla et al., 2020). Tiene por objetivos la integración de saberes de distintas disciplinas y particularmente en Matemática la utilización de las operaciones aritméticas fundamentales, uso de calculadora y computadora, utilización de instrumentos de medición de longitudes, técnicas de medición, croquización, realización del plano de planta, aplicación de fórmulas, manejo de diferentes unidades de medida y conversión entre distintos sistemas de medición para efectuar el cálculo de pérdidas, según la longitud equivalente de lo seleccionado para el listado de materiales; cálculo del depósito necesario y elección del compresor de acuerdo a la potencia requerida. El razonamiento matemático y el manejo de las unidades de medida están en juego en cualquier actividad particular desarrollada por los técnicos profesionales (Kent, Bakker, Hoyles y Noss, 2011).

Con el propósito de acercarme al logro de estos objetivos propuestos del proyecto de diseño, planteé una actividad preparatoria para activar los aprendizajes y vivencias de la red de razonamientos que exige la toma de decisiones para la resolución en diferentes situaciones problemáticas. Este concepto *red de razones* de Brandon (1994), fue utilizado en Educación Matemática por Bakker y Derry (2011) para pensar en la compleja estructura de razonamiento, premisas e implicaciones, causas y efectos, motivos de acción y utilidad de las herramientas que impactan en el contexto particular del trabajo.

Desde que me incorporé como docente en 2017 hasta el 2020 que comencé el Doctorado en Educación de las Ciencias Básicas y Tecnología, desarrollaba una actividad previa mediante una guía que les acercaba a los estudiantes en varias clases consecutivas (guía original). Del análisis de la misma pudimos acordar con mi grupo interdisciplinario de investigación, que la guía presentaba la estructura (T, f). Es decir, el contenido de un problema es definible a priori como un par (T, f), donde T es una teoría que se supone que se explica en el curso y f, la fórmula para encontrar la respuesta o establecer una demostración de T, (Brousseau, 1998). El autor refiere que este diseño permite relacionar ciertos conceptos en una estructura de dependencia entre el problema y la solución de manera evidente, por lo tanto logra asimilar las hipótesis a lo que se sabe, las conclusiones a lo que se busca y la resolución a un camino que fácilmente coincidiría con la demostración buscada. Sin embargo, al hablar de aprendizajes, especifica que un concepto aprendido sólo se puede utilizar en la medida en que esté vinculado a otros. Es decir, que el aprendizaje tiene lugar probando diseños sucesivos y relativamente buenos, que habrán de ser rechazados o retomados sucesivamente. Es por ello que se realizó la reestructuración de la actividad preparatoria (actividad preparatoria) teniendo en claro los contenidos que requería reforzar para el proyecto de diseño.

MODIFICACIÓN DE LA ACTIVIDAD PREPARATORIA

Comencemos con la descripción de las diferentes situaciones problemáticas propuestas en la nueva actividad preparatoria, sin dejar de recalcar, que en todos se aplican contenidos matemáticos y de allí la pertinencia de diversificar los escenarios de aprendizaje como establece Skovsmose (2000), de manera de plantear ejercicios propiamente dichos, ejercicios de semirealidad, de semirealidad con investigación y de realidad con investigación, preparándolos para el escenario de aprendizaje real del proyecto de diseño. Detallaré los motivos que nos llevaron a modificar algunos de los ejercicios dados en la guía anterior:

1-Establezca las equivalencias solicitadas: i. 4 km a m: ii. 16 m a mm: iii. 381 mm a dm: iv. 8 dal a l: v. 7 cl a dal: vi. 35 kl a ml: vii. 0,57 hg a g: viii. 895 mg a dg: ix. 34 g a mg:	**TRABAJO PRÁCTICO N°1 "Unidades de medición y presión"** Resuelva aplicando las propiedades que correspondan en las distintas operaciones matemáticas que realice. En cada uno de los ejercicios escriba las operaciones siguiendo la secuencia temporal que desarrolle. Puede usar calculadora o cualquier otro objeto que le sirva para desarrollar la actividad y expréselo en la respuesta final del ejercicio. 1-Un *delivery* que tiene domicilio en el centro de la ciudad de Córdoba, Dean Funes y San Martín, realizó cuatro entregas, para su mayor organización dividió el mapa por la mitad, de manera de poder analizar si sus recorridos son para el norte o para el sur, a los recorridos de zona norte los considera positivos mientras que a los recorridos hacia zona sur los considera negativos. Calcule hacia qué parte del mapa recorrió la mayor distancia. Barrio Alta Córdoba: 32,7dam; Panamericano: 7,136hm; Nueva Córdoba: 673,4cm y Barrio Jardín Espinosa: 1181dm. **a)** Si las entregas tenían 31,238hg; 132,32dag; 18247dg y 2364mg respectivamente ¿En qué zona entregó los pedidos más masivos? **b)** Al registrar su actividad recordó que antes del medio día había llevado envíos de bebidas a esas mismas direcciones y eran 0,75dal; 1/4l; 650cm3 y 1250mm3 respectivamente. Si los líquidos se reparten en botellas medio litro ¿En qué zona se distribuyeron más botellas? ¿Cuántas se repartieron en cada zona?

El primer ejercicio intentaba, mediante una seguidilla de ejercicios cerrados, recuperar el manejo de los diferentes múltiplos y submúltiplos de las magnitudes. La nueva propuesta plantea un desafío mayor, ya que al ponerlos en contexto desarrolla otros contenidos como ubicación espacial, establecer distancias, distinguir la capacidad de un recipiente y hacer la correspondencia entre el volumen a distribuir con los recipientes de determinadas capacidades. El agregado de la ubicación espacial tiene que ver con que, a la hora de realizar el croquis que servirá para la construcción del plano, necesitan establecer puntos de referencia. En los trabajos anteriores esto fue un factor importante de incertidumbre.

El punto dos de la propuesta mantiene las características de ejercicio propiamente dicho de par (T, f) para trabajar equivalencias de longitud con las unidades del sistema inglés.

Como tercer punto se agregó la construcción de un portaretrato que los estudiantes realizan en cuarto año para aplicar distintas maneras de ensamblaje de maderas como caja y espiga, encolado de ángulos, dentellones y vacíos y ensamble a media madera. El objetivo que persigue esta actividad es trasladar las medidas relevadas en el objeto concreto a un software de diseño (Sketchup). Este software, que utilizan los estudiantes desde cuarto año, está incorporado a las computadoras del colegio y en él se hará el plano de la instalación del proyecto de diseño. En años anteriores se pudo identificar que no todos los estudiantes habían logrado el manejo de esta herramienta. Uno de los obstáculos con que se encontraban era poder construir un esquema mental del objeto para poder ser reproducido con el software. Este es un ejemplo de la red de razonamientos a desarrollar, cómo a partir de medidas longitudinales se genera un cuerpo de tres dimensiones con las dificultades que conlleva el manejo de los espacios geométricos, los puntos de referencia y el traslado de las dimensiones a escala para elaborar un esquema mental abstracto que culmine con el trazado de líneas en el espacio tridimensional que represente el objeto en un el plano.

En un ejercicio posterior modificado, la primera consigna es caracterizar un automóvil pequeño ilustrado en una fotografía a partir del dato de la masa. Si bien la foto es bastante clara, sobre modelo y marca, los estudiantes deben confirmarlo con la búsqueda de las características propias de este en alguna página especializada. De esta manera agregamos debate e investigación a un típico ejercicio propiamente dicho. Además se le incorporó el uso de geometría para obtener la superficie sobre la cual se ejerce la presión buscada.

5-Un auto mediano tiene una masa de 1000Kg.  ¿De qué automóvil se trata? Supongamos que la fuerza ejercida por el peso del vehículo está repartida entre las superficies de contacto de los cuatro neumáticos cuya marca en el terreno describe una longitud de 10 cm y un ancho de 18cm. Calcule la presión que ejerce el automóvil sobre el asfalto.

En otro de los ejercicios agregados, los estudiantes realizan experimentos áulicos (con materiales cotidianos y reciclados) para que todos puedan tener la vivencia de calcular, sin instrumento alguno, solo con botellas de agua y un cable tensor, la fuerza para retirar el tapón de la pileta. La gran exigencia es relatar y describir cada uno de los pasos que permitieron conocer la fuerza que debemos aplicar al tapón de la pileta. Esta tarea requiere la utilización de vocabulario técnico-matemático apropiado y la precisión en las unidades de medida utilizadas. La misma entusiasmó a los estudiantes a poner en juego las fórmulas de presión y hacer los cálculos con las correspondientes unidades de medida. Por ser el problema abierto los estudiantes pudieron mejorar los resultados en sucesivas experimentaciones.

El último hace referencia al trabajo y la energía donde la redacción y las diferentes unidades de medida utilizadas les dificulta a los estudiantes poder relacionar los conceptos anteriores con el de potencia (Watt). Al comenzar las preguntas y el debate, los invito a recuperar en qué momentos se habla de ellas (calorías) en la vida cotidiana y empiezan a entender esta relación y llegan a establecer la operación que deviene en la respuesta fundamentada del ejercicio.

Es importante destacar que en cada uno de los problemas de la actividad preparatoria se les solicita que deben responder y fundamentar la respuesta con vocabulario técnico, haciendo una descripción cabal del trabajo realizado para obtener esa respuesta. La alternancia entre los ejercicios propiamente dichos, de aplicación de teoría y fórmula, con los que agregan investigación y la utilización de saberes disciplinares integrados**,** logra que los estudiantes puedan ir avanzando paso a paso. Es notable como requieren la atención del docente en estos últimos y como avanzan sin cuestionamientos en los primeros. La complejidad aparece al consultarles sobre la respuesta que han generado debido a la dificultad de expresar y describir el mecanismo o tecnicismo utilizado lo que devela la necesidad de este tipo de prácticas.

Este juego de consulta y debate a medida que avanzan con los ejercicios de la actividad preparatoria constituye un momento de conexión entre el docente y el estudiante. Al brindarles la guía hago hincapié en que me consulten cada una de las cuestiones que les resulte confusas o dificultosas, asegurándoles que ellos ya lo saben, y que quizás no lo recuerden en ese momento, por ello acepto todo tipo de preguntas, intentando generar un ambiente de trabajo altruista, positivo y sin miedo al ridículo. Confirmando lo que dice Ponte (2005), los momentos de discusión en esta experiencia han sido orientados por un propósito, fundamentales para la negociación de significados y la construcción de conocimientos.

CONCLUSIÓN

La fuerza de esta actividad preparatoria, es que, los estudiantes son el centro de la clase, el escritorio del docente pasa a ser un repositorio de útiles escolares y el docente deambula por los grupos de estudiantes entre consultas y reflexiones. Además, en esta transformación de la actividad preparatoria intenté incorporar distintos tipos de actividades (ejercicios, problemas, exploración, indagaciones, investigaciones, abiertas) teniendo en cuenta la clasificación de Ponte (2005) para culminar en una propuesta abierta como lo es el proyecto de diseño.

Esta nueva propuesta se realizó gracias al trabajo del grupo interdisciplinario que formamos junto a la Doctora Esther Galina y la Doctora Lucía Arena y nos ha permitido percibir el cambio en la perspectiva de los estudiantes. Al entregarles los ejercicios de la actividad, el primer comentario que les surge es que no pueden hacerlo. ¿Por qué tienen tanto texto los ejercicios? ¿Cómo van a responder las respuestas con palabras? ¿Hace falta hacer todos los ejercicios? Nunca nos hicieron responder con tanta precisión los datos, sólo se recuadra el resultado de la operación matemática… Resulta satisfactorio que a partir de esta actividad preparatoria, cuando les presento a los estudiantes el proyecto de diseño que es mucho más complejo, ya no aparecen cuestionamientos como los anteriores, el aula se transforma en un ambiente de trabajo, con diferentes grupos discutiendo, consensuando y construyendo los contenidos solicitados o consultando sobre la manera de lograrlo, como una verdadera oficina técnica. Eso es lo que me interesa que vivencien los estudiantes para que se sientan preparados para afrontar sus trabajos como futuros técnicos.

BIBLIOGRAFÍA:

Bakker, A., & Derry, J. (2011). Lessons from inferentialism for statistics education. *Mathematical Thinking and Learning, 13, 5–26.*

Brandom, R. (1994). *Making it explicit.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Brousseau G. (1998): Théorie des Situations Didactiques. *La Pensée Sauvage*. Grenoble.

Couso D (2017) ¿Por qué estamos en STEM? Un intento de definir la alfabetización STEM para todo el mundo y con valores. *Revista de Ciencias del Profesorado de Ciencias infantiles de primaria y secundaria*.

Kent P., Bakker A., Hoyles C. y Noss R. (2011). Measurement in the workplace: the case of process improvement in manufacturing industry. *ZDM The international journal on mathematics education*.

Municipalidad de Córdoba (2012). *Informe final del fortalecimiento de los consejos comunitarios de niñez y adolescencia de la ciudad de Córdoba*. Córdoba. Argentina.

Ortiz-Revilla J., Adúriz-Bravo A, Greca I. M. (2020). A Framework for Epistemological Discussion on Integrated STEM Education. *Science & Education 29(4),* pp 857-880.

Ponte, J. P. (2005). *Gestão curricular em Matemática*. APM (ed.). Lisboa.

Skovsmose, O. (2000). Landscapes of investigation. *Document series of the center for research in learning mathematics, no. 20*. Roskilde: The Danish University of Education, Roskilde University, Aalborg University.

¿POR QUÉ (-3).(-3) ES 9? UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA

Ivone Patagua, Silvia Baspiñeiro, Carina Renfijes
Universidad Nacional de Salta – Facultad de Ciencias Exactas
Dirección
ivonepatagua@gmail.com

Categoría del Trabajo: Relatos de Experiencias de Enseñanza.
Nivel Educativo: Secundario.
Palabras claves: producto, números enteros, obstáculo, formalismo vacío

Resumen: Durante la educación primaria, los números son abordados al inicio como cantidad de magnitud a través del material concreto, para continuar con su estudio a través de la profundización de regularidades y propiedades del campo de los números naturales. En la educación secundaria, particularmente en el ciclo básico, se van fortaleciendo conjeturas acercándose al concepto formal desde un sentido constructivo.
Este trabajo áulico pretende analizar sugerencias metodológicas que rompen con el obstáculo de formalismo vacío en el aprendizaje de la multiplicación y del producto de números enteros, para brindar una herramienta que dista de la presentación ostensiva de la regla de los signos, a través de la extensión de regularidades encontradas en la multiplicación de números naturales.

INTRODUCCIÓN

Desde la historia de los números enteros, la aceptación como objeto matemático, fue transitando por diferentes dificultades. Una de ellas, se presenta al considerar a la matemática desde una necesidad de contar, y representar situaciones desde lo concreto, lo intuitivo y lo real para justificar su enseñanza. Esta concepción de número como cantidad y soporte físico de los objetos, cambió desde el siglo XIX, hacia una separación de las percepciones sensoriales, para así adentrarnos al estudio del objeto cultural, sus propiedades y representaciones.
En este sentido, se pretende el estudio de una propuesta de trabajo áulico para la ruptura de uno de los obstáculos epistemológicos propios de los números enteros, el formalismo vacío, en relación al aprendizaje de la multiplicación y del producto.

MARCO CONCEPTUAL

Bachelard (1948, como se citó en Camillioni, 1997) establece que un obstáculo epistemológico es lo que se sabe, y como ya se sabe, plantea una inercia que dificulta el proceso de construcción de un saber nuevo.

En este sentido, plantea una serie de obstáculos que docentes y alumnos deben salvar, donde para aprender las ciencias hay que movilizar permanentemente al espíritu, sin dar nada por sentado, dado que si solo se dan respuestas el obstáculo epistemológico "se incrusta" sobre el conocimiento que ya no se cuestiona.

Brousseau (1983) señala que en el aprendizaje, el estudiante compromete los conocimientos anteriores, los somete a revisión, los modifica, los completa o los rechaza para formar nuevas concepciones (p. 172).

Según Vargas Machuca (1990) resulta importante la intuición del estudiante en el proceso de generar nuevos conocimientos, dado que es la expresión de saberes adquiridos los cuales si existen pueden ser modificados, para avanzar a un nuevo objeto de conocimiento. La historia de los números enteros se apoya en este principio epistemológico, ya que todo avance en su conocimiento implica una ruptura con conceptos anteriores. Sin embargo, en la enseñanza de este campo numérico, a menudo parece ser olvidado y reducido a un formalismo vacío, lo cual constituye un obstáculo y conduce a errores.

Al trascender las reglas de cálculo multiplicativas vacías de significación, e integrarse a las operaciones aritméticas previamente aprendidas, se producen errores como: $-5-(-3)=-8$ donde utilizando la regla de los signos - * -= +, transforman la sustracción en adición pero se mantiene el signo del sustraendo, como $-5 + (-3)=-8$ (p.163). Esto nos lleva a pensar que la regla de los signos falla cuando aparece junto a la adición y la sustracción, consecuencia de un trabajo formal sin sentido.

Cid (2016) aporta al respecto, en el estudio de los obstáculos epistemológicos, que los modelos concretos obstaculizan una buena comprensión de la estructura multiplicativa y ordinal de los números enteros, y a su vez son poco eficaces como medio de reconstrucción de la estructura aditiva, en el caso de olvido por parte del alumno. Todo esto debido al alcance del trabajo con estos tipos de modelos dentro de los números positivos, no emergiendo la necesidad de introducir los números enteros.

En este sentido, muchas propuestas de enseñanza aún persisten en utilizar los mismos dejando a un lado la epistemología de los números enteros, o bien se sitúan en la enseñanza desde “lo formal” de este campo numérico produciendo obstáculos y errores que alejan a los alumnos de la compresión de su estructura aditiva y multiplicativa, no habilitando modelos que las justifiquen y les den sentido. (Cid, 2016)

En contraposición a lo antes mencionado, durante el contexto ASPO 2020, en Argentina, emergieron materiales para el trabajo de “la regla de los signos”, desde la suma reiterada de un número entero negativo en conjunto con su representación en la recta numérica, para continuar con el análisis de situaciones aritméticas que involucran la descomposición en dos factores de un producto, la propiedad asociativa y la multiplicación por el (-1) dando como producto el opuesto de un número entero, completando así los posibles productos de multiplicaciones entre números enteros.

El análisis del documento antes mencionado, y de propuestas presentes en libros de textos escolares cuyos autores son investigadores en didáctica de la matemática como Sessa et al (2015) y Grimaldi et al (2011), evidencian puntos comunes en cuanto al trabajo de la regla de los signos. El primer libro propone el trabajo con sumas reiteradas y su presentación en la recta numérica, el segundo presenta actividades desde lo coloquial para hallar el factor que multiplicado a 3 de como producto 15, en conjunto con el mismo planteo pero ahora que el resultado sea -15. Una diferencia entre ambas propuestas es el medio que utilizan, sin embargo una fuerte semejanza es el trabajo con el opuesto de un número.

Las propuestas analizadas, sumadas al trabajo que realizan los alumnos en el nivel primario respecto de las tablas de multiplicar, y la epistemología propia de los números enteros dieron lugar a la experiencia de aula motivo de esta presentación.

DESARROLLO

Esta experiencia fue realizada en cuatro 1° años del Ciclo Básico de la ESO, de tres escuelas públicas, con un promedio de 30 alumnos asistentes, dos docentes en Matemática, e investigadores de la Universidad Nacional de Salta en su rol observador/participante.

Este trabajo, pretende evidenciar la puesta en escena y el análisis de resultados de una propuesta áulica con el objetivo de extender las estrategias involucradas en las tablas de multiplicar y sus regularidades desde los números naturales a los números enteros.

En el nivel primario, algunos estudios previos a la propuesta pueden ser: multiplicar desde un nivel intuitivo reiterando una cantidad, la distribución de los números naturales en tablas para modelizar productos, o desde sucesiones numéricas presentadas en la recta utilizando el recuento de 1 en 1, 2 en 2, 3 en 3, 4 en 4, y así sucesivamente.

Desde actividades anteriores, se trabajó con la concepción que en los números enteros negativos se extiende el orden de los positivos. Así también, la suma de números enteros utilizando como recurso la recta numérica.

Teniendo como punto de partida lo trabajado anteriormente, como ***Tarea 1***, se propone *Realicen las cuentas cuando sea posible 3.5= ; 3.4= ; 3.3= ; 3.2= ; 3.1= ; 3.0= ; ¿Qué tienen en común y diferente las cuentas?*. En este caso, las respuestas coinciden en que las multiplicaciones tienen al 3 como factor y que solo varía el otro factor descendiendo de 1 en 1, así también varía el resultado que "baja" de 3 en 3 hasta llegar a 0.

Como en la ***Tarea 2***, se propone *Realizar las cuentas cuando sea posible 3.(-1)= ; 3.(-2)= ; 3.(-3)= ; 3.(-4)= ; 3.(-5)= ; 3.(-6)= ¿Qué tienen en común y diferente las cuentas en relación a las cuentas de la tarea 1?* Las respuestas que se ponen en juego, son que sigue siendo el 3 el mismo factor en la multiplicación y el otro factor es negativo, y también que el resultado es negativo. A la hora de validar, sostienen sus afirmaciones desde lo perceptivo considerando que el segundo factor "está al revés" y por ende "también el resultado debe estar al revés". En este caso el revés para ellos significa opuesto de un entero positivo, al igual que reconocen que como 3.0= 0, 3.(-1) debe "bajar" 3 unidades, por lo que es -3. En la figura 1, se presentan las tablas organizativas para analizar las regularidades presentes.

Figura 1.

Tablas propuestas de la Tarea 1 y 2

$$\begin{aligned} 3\,.\,5 &= 15 \\ &\downarrow -3 \\ 3\,.\,4 &= 12 \\ &\downarrow -3 \\ 3\,.\,3 &= 9 \\ &\downarrow -3 \\ 3\,.\,2 &= 6 \\ &\downarrow -3 \\ 3\,.\,1 &= 3 \\ &\downarrow -3 \\ 3\,.\,0 &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 3\,.(-1) &= -3 \\ &\downarrow -3 \\ 3\,.(-2) &= -6 \\ &\downarrow -3 \\ 3\,.(-3) &= -9 \\ &\downarrow -3 \\ 3\,.(-4) &= -12 \\ &\downarrow -3 \\ 3\,.(-5) &= -15 \\ &\downarrow -3 \\ 3\,.(-6) &= -18 \end{aligned}$$

Fuente: archivo de planificaciones de clases

Para avanzar se propone la ***Tarea 3***, *Si 3.4=12 ¿Cuánto será 4.3? ¿Por qué? y si 3.(-4)=-12 ¿Cuánto será (-4).3?*

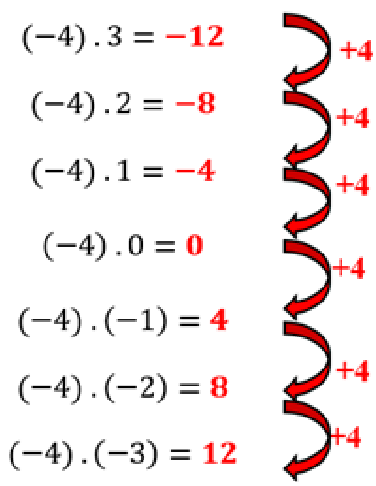
Se trata de establecer relaciones entre los resultados que se obtuvieron, de esa manera avanzar hacia la memorización de productos en números enteros. De los procedimientos de los estudiantes se podrá dar lugar a expresiones por ellos escritas como "fui sumando el mismo número", o "conté de 3 en 3", "si ya sé que 3.4 es 12 es lo mismo que 4.3 es lo mismo", o "solo cambian de lugar pero no de resultado", o "si 3.(-4) es -12 es lo mismo que (-4).3 es lo mismo", evocando implícitamente a la propiedad conmutativa del producto.

A posteriori, se presentaron dos tareas para afianzar lo conjeturado por los estudiantes, hasta el momento, como ***Tarea 4*** donde se pide escriban cuatro multiplicaciones cuyo producto sean números enteros negativos, diferentes a las trabajadas en las tareas anteriores. Para la ***Tarea 5*** se proponen dos items dentro de ella como a) resolver cuentas como 11. 10, (-10).40, 5.(-11), 3.(-40) y (-77).10, (-51).0, el otro item b) escribir de ser posible multiplicaciones cuyo producto den -18, -240 y -1000.

Por último, en la *Tarea 6* se propone **"*Realizar las cuentas cuando sea posible, -4.3= ; -4.2= ; (-4).1= ; (-4).0= ; (-4).(-1)= ; (-4).(-2)= ; (-4). (-3)= ¿Qué tienen en común y diferente las cuentas con las tareas 1 y 2?*"** En la figura 2, se presenta la tabla de multiplicar que organizó la puesta en común y análisis de las respuestas de los alumnos.

Figura 2.

Tabla propuesta de la Tarea 6



Fuente: archivo de planificaciones de clases

En esta última tarea, como se muestra en la Figura 2 se utilizó cómo instrumento lo conjeturado en tareas previas, y emerge el objeto del producto entre dos factores negativos, en este caso "se avanza de 4 en 4" los productos obtenidos, y "si cambia un signo de los números cambia el signo del resultado", o bien "es un espejo desde el 0", según palabras de los estudiantes, estando presente en los análisis el concepto de número opuesto.

La secuencia de tareas abordadas para trabajar la multiplicación y el producto de números enteros, no institucionaliza una regla de los signos, sino que los resultados se obtienen a partir del análisis de regularidades, de números opuestos y de sumas de un mismo número entero. Con lo que, la intuición del estudiante, permitió generar un nuevo conocimiento, con sentido desde tareas sin intervención del docente, extendiendo el trabajo realizado previamente con los números naturales.

Por consiguiente, un estudiante que realiza tareas de manera autónoma profundiza el desarrollo de las maneras de calcular sin recurrir a una regla presentada formalmente para aplicar, en este nuevo campo numérico y sus operaciones.

CONCLUSIÓN

El trabajo con los números enteros produce muchas veces, errores y obstáculos, los cuales son necesarios de estudiar e investigar. En particular la práctica de visita al monumento "regla de los signos" del producto, sin ligarla a un modelo que la justifique y le de sentido, trae aparejada dificultades en los estudiantes al trabajar en forma integrada con las demás operaciones, donde se enfrentan a más signos, por lo que deben decidir qué técnicas, estrategias y saberes utilizar.

En esta propuesta hemos querido avanzar hacia una alternativa que consiste en descubrir un patrón numérico que conduzca a justificar la regla de los signos, desde la movilización de los saberes anteriores de los estudiantes, avanzando de manera autónoma hacia un nuevo conocimiento.

REFERENCIAS

- Brousseau, G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. En N. Bednarz y C. Garnier (Eds.), *Construction des savoirs. Obstacles et conflits* (pp. 41-63), Quebec: Les Editions Agence d'ARC.
- Camilloni, E. (1997). *Los obstáculos epistemológicos en la enseñanza.* Barcelona: Gedisa.
- Cid, E. (2016). Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números enteros. Tesis doctoral. Universidad de Zaragoza. Zaragoza, España.
- Grimaldi, V., Itzcovich, H., Becerril, M.M., García, P., Grimaldi, V. y Ponce, H. (2011) *Matemática en secundaria. 1°CABA/2°ES*. Argentina: Santillana
- Sessa, C., Borsani, V., Lamela, C. y Murúa, R. (2015) *Hacer Matemática ½.* Argentina: Estrada
- Vargas-Machuca, I. e Iriarte Bustos, M. D. (1990). Obstáculos y concepciones en la enseñanza-aprendizaje de los números enteros. En J.L. González, M.D. Iriarte, M. Jimeno, A. Ortiz, E. Sanz, A. Ortiz e I. Vargas-Machuca (Eds), *Números Enteros* (pp. 123-165), Madrid: Síntesis.

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN EL NIVEL UNIVERSITARIO INCORPORANDO HERRAMIENTAS COLABORATIVAS: ASPECTOS DIDÁCTICOS

Diana Patricia Salgado

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)

Avenida Alem 1253, Bahía Blanca, Argentina

Núcleo de investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECYT), Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN)

Paraje Arroyo Seco s/n, Tandil, Argentina

dsalgado@uns.edu.ar

Categoría del Trabajo: Relatos de experiencias (de enseñanza o formación)

Nivel Educativo: Universitario

Palabras clave: universidad, matemática, didáctica, aprendizaje colaborativo

Resumen

Este trabajo presenta resultados de una experimentación realizada en dos oportunidades, una on-line (N=153 estudiantes) y otra presencial (N=160 estudiantes), que involucra un cambio en la metodología de enseñanza de la matemática y en el sistema de evaluación. La propuesta se lleva a cabo en dos cursos de matemática en carreras de Contador Público y Licenciatura en Administración de Empresas, en la Universidad Nacional del Sur, utilizando herramientas colaborativas, promoviendo el trabajo autónomo e incorporando una evaluación continua de la/os estudiantes. Los resultados permiten identificar ventajas en la utilización de herramientas digitales

y dificultades, tanto en estudiantes como en docentes, para adaptarse a un nuevo dispositivo didáctico.

Introducción

En épocas de pandemia Covid 19, durante los años 2020 a 2021, el sistema educativo de todos los niveles se vio forzado a realizar cambios en la metodología de enseñanza-aprendizaje y en el sistema de evaluación (Salgado, 2022). A partir de esta problemática y ante la presencia de cursos muy numerosos de matemática en el nivel universitario, se procede al diseño de una implementación de aprendizaje que promueva la colaboración entre pares, es decir, utilizando una metodología colaborativa y haciendo uso de herramientas digitales. El aprendizaje colaborativo propicia interacciones distintas que las tradicionales en el interior del aula las cuales promueven un aprendizaje significativo (Vaillant y Manso, 2019). Por otra parte, la propuesta de enseñanza que aquí se presenta favorece a la/os estudiantes a iniciarse en el trabajo autónomo, lo que provoca un cambio de roles tanto de estudiantes como de docentes.

Como investigadora en Didáctica la Matemática (Salgado, 2019), esta presentación tiene como objetivo analizar las condiciones y limitaciones que inciden en la vida del dispositivo didáctico diseñado en la universidad de referencia. Así, se presentan resultados cualitativos de una metodología de enseñanza a partir de problemas contextualizados, que utiliza herramientas colaborativas, no sólo entre estudiantes sino también entre docentes, desarrollada en dos oportunidades. La primera de las implementaciones se realizó durante el segundo cuatrimestre de 2021 (Salgado, 2022), plena pandemia Covid 19 y la segunda, en el primer cuatrimestre de 2022, cuando se eliminaron algunas restricciones de aislamiento en el sistema educativo en Argentina. Además, se presenta una transformación en las prácticas de evaluación, en comparación con la forma en la que la/os estudiantes son evaluados en la institución de referencia, proponiéndose una evaluación continua.

Contexto de la experiencia

Los cursos en los que se lleva a cabo la experiencia corresponden a la asignatura Matemática IIC (MIIC) perteneciente al plan de estudio de las carreras Contador Público y Licenciatura en Administración de Empresas en la Universidad Nacional del Sur (UNS). Esta institución posee una estructura departamental, así, por ejemplo, el Departamento de Matemática está a cargo del dictado de las asignaturas de matemática para todas las carreras. Además, las clases se imparten de manera cuatrimestral bajo la modalidad teoría-práctica. Las clases teóricas están a cargo de un/a profesor/a y las horas de práctica, de auxiliares de docencia (profesionales de diferentes disciplinas). La evaluación consiste en instancias de exámenes parciales, recuperatorio y un examen final, siendo éstos los únicos momentos de evaluación.

El programa de estudio de MIIC consta de cuatro módulos relativos a: 1) Sucesiones. Series, 2) Matrices. Sistemas de ecuaciones, 3) Funciones reales de dos variables reales y 4) Optimización en varias variables.

Objetivos de la experiencia

- Que la/os estudiantes se inicien en el aprendizaje colaborativo y en el trabajo autónomo, investigando y estudiando.
- Realizar una evaluación continua de la/os estudiantes.

Descripción de las implementaciones

Las clases se desarrollaron en horarios fijados para la cátedra: dos encuentros semanales de 4hs cada uno. La/os estudiantes debían investigar y estudiar para resolver los cinco trabajos prácticos (TP) propuestos por la cátedra, de manera grupal, sin la previa explicación de la profesora, estimulando de esta manera el trabajo autónomo y colaborativo. Los TP incluían principalmente problemas vinculados con las orientaciones de las carreras y algunos ejercicios intra-matemáticos e involucraron saberes que se detallan en la Tabla 1. La/os estudiantes tuvieron un rol protagónico estudiando e investigando para resolver los problemas, con la guía del personal docente.

TP	Saberes a estudiar
1	Sucesiones, series, interés simple y compuesto
2	Matrices, sistemas de ecuaciones, determinantes
3	Funciones, curvas de nivel
4	Derivadas parciales y aplicaciones, derivada direccional, incrementos, elasticidad
5	Extremos libres y condicionados. Aplicaciones

Tabla 1: Saberes matemáticos estudiados en los trabajos prácticos

La tabla siguiente explicita las características de cada implementación (IMPL1 e IMPL2) con sus similitudes y diferencias (Tabla 2).

<table>
<tr><th>IMPL1 - Segundo cuatrimestre de 2021
Agosto a noviembre</th><th>IMPL2 - Primer cuatrimestre de 2022
Marzo a junio</th></tr>
<tr><td>E_i, i=1,…,153 estudiantes (N=153)</td><td>E_i, i=1,…,160 estudiantes (N=160)</td></tr>
<tr><td>Aula virtual en la plataforma Zoom cedida por el Departamento de Matemática (UNS).</td><td>Clases en aulas físicas en instalaciones de la UNS.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Modalidad de trabajo en clase</td></tr>
<tr><td colspan="2">La/os estudiantes E_i se distribuyeron en grupos de 4 o 5 integrantes cada uno. La mayoría de los grupos se formaron voluntariamente por la/os estudiantes.</td></tr>
<tr><td>Grupos de estudiantes: G_i , i=1,…,33</td><td>Grupos de estudiantes: G_i , i=1,…,25</td></tr>
<tr><td>Cada sesión a cargo de la profesora en las dos primeras horas, luego dos horas con un asistente y 3 ayudantes. Se formaron salas adicionales y cada docente guio a determinados G_i.</td><td>Profesora (a cargo del curso e investigadora), asistente y 3 ayudantes se distribuyeron equitativamente durante las 4 horas de cada encuentro.</td></tr>
<tr><td colspan="2">La/os E_i debían resolver los trabajos prácticos (TP) y entregar su resolución (en forma grupal) en las fechas estipuladas. La resolución fue subida a una Tarea en el aula virtual en Moodle.
Cada E_i debía investigar y estudiar lo necesario y útil para resolver los TP. Para ello podían consultar al personal docente, el material teórico de la cátedra (disponible en Moodle), Internet, la biblioteca digital disponible en Moodle o Biblioteca Central de la UNS, etc.
La resolución de los TP debió editarse en Word, convertirse en formato pdf y subirse a la Tarea correspondiente. Para la realización de cálculos o gráficos, se permitió la utilización de herramientas digitales o softwares, tales como GeoGebra.
La/os docentes tuvieron un rol orientador para facilitar la apropiación del conocimiento.</td></tr>
<tr><td>Cada G_i compartió, en una carpeta en Google Drive, la edición de sus trabajos para que la/os docentes pudieran seguir la evolución de estudiantes y grupos. Incluso la/os E_i podían agregar comentarios donde tuvieran dudas.</td><td>La/os docentes realizaron un seguimiento del trabajo de los G_i en el aula. Cada docente estuvo encargado de guiar a 5 a 6 G_i. Se llevó una planilla con anotaciones importantes sobre la evolución de cada G_i y E_i.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Evaluación</td></tr>
<tr><td colspan="2">Se fijaron fechas estimadas de entrega de los TP, los que fueron calificados con Aprobado (A), Desaprobado (D) o Rehacer.</td></tr>
<tr><td>Cada docente auxiliar hizo de guía y siguió la evolución de determinados G_i, los cuales se dirigían a una sala de la videoconferencia. Seguimiento en Drive: cada grupo G_i compartió una carpeta que incluía el desarrollo de los TPs. Allí se podía corroborar qué E_i editaba el trabajo.</td><td>Seguimiento continuo clase por clase. El personal docente llevó una planilla Excel de anotaciones, compartida en Google Drive, con evaluaciones individuales y grupales.
Los tres docentes auxiliares y la profesora hicieron el seguimiento de 5 ó 6 G_i cada uno.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Cursado</td></tr>
</table>

Se exigió la aprobación de los TP, la participación activa en clase y edición de los TP. En caso contrario, se acordó una instancia de evaluación escrita y/u oral presencial (si fuera posible) individual al finalizar el cuatrimestre.	Se exigió la aprobación de los TP y la asistencia a clase. En caso contrario, se acordó una instancia de evaluación escrita presencial individual al finalizar el cuatrimestre.
Promoción	
Se exigió la aprobación del cursado de la materia y participar de una entrevista oral, en lo posible presencial, al final del cuatrimestre. De no participar de la entrevista oral, se rendiría examen final escrito más adelante.	Se exigió la aprobación del cursado de la materia y participar de una entrevista oral, al final del cuatrimestre. De no participar de la entrevista oral, se rendiría examen final escrito.

Tabla 2: Descripción de las implementaciones

Algunos resultados y conclusiones

Como uno de los logros conseguidos, se destaca que, en ambas implementaciones, la/os estudiantes se iniciaron en el uso del editor de ecuaciones en un procesador de texto (ej. Word), de la herramienta digital colaborativa Google Drive y del software libre GeoGebra. Gran número de estudiantes manifestó desconocer estas herramientas y mostró interés por su uso.

En la IMPL1 no se logró, en general, la participación activa de la/os estudiantes durante las videoconferencias y en Google Drive, sólo una minoría lo hacía, por lo cual resultaba difícil determinar quiénes elaboraban los trabajos prácticos. En cambio, en la IMPL2 se pudo visualizar quienes asistían y colaboraban conjuntamente, hubo discusiones en torno a, por ejemplo, conceptos del cálculo en dos variables, sistemas de ecuaciones lineales e interés simple y compuesto, relacionándolos con saberes previos, creando sus propios significados, modificando y evolucionando la nueva información, claves para un aprendizaje significativo. Además, se hizo énfasis en las interpretaciones económicas, lo que dio sentido al aprendizaje.

Entre las desventajas de esta experiencia, observamos una falla en el armado de los grupos. Algunos de ellos se adaptaron al dispositivo didáctico y se manifestó una cierta unión entre sus integrantes. Otros grupos, en cambio, se fueron disgregando y se produjo la ausencia de sus integrantes. En la IMPL2, esta problemática se hizo más evidente. Seguramente hubiera sido deseable utilizar una técnica adecuada para el armado de los grupos.

Además, no todos los grupos lograron un aprendizaje colaborativo, en el cual los sujetos deben trabajar "juntos", siendo posible la división espontánea del trabajo y en donde los roles pueden cambiar permanentemente, sino que más bien fue un aprendizaje cooperativo en donde cada persona se hizo responsable de una parte del problema que le tocaba resolver para luego ensamblar los resultados parciales en un producto final común. No obstante, es destacable el logro de varios grupos que realizaron un excelente trabajo colaborativo para resolver los problemas, intercambiando información, produciendo conocimiento y mejorando la comunicación social.

Por otra parte, el personal auxiliar reconoció la desventaja de dedicar mucho tiempo a la evaluación continua, por lo cual la profesora e investigadora fue la que debió realizar el mayor trabajo.

Desde el aspecto didáctico, observamos ciertas condiciones y limitaciones en la implementación de esta metodología de enseñanza. Entre las limitaciones, se encuentra la dificultad de docentes y estudiantes para adaptarse a la nueva metodología, desconociéndose que en el aprendizaje colaborativo se aprende distinto, quizás no todos los contenidos habituales pero lo que se aprende se aprende mejor. Así, se observa cierta resistencia al cambio, el/la estudiante siempre espera la explicación de la teoría necesaria para poder realizar los ejercicios y, por su parte, al docente le resulta difícil moverse de su lugar habitual, de único capacitado para incorporar los saberes matemáticos en la comunidad de estudio. Entre las condiciones, es necesario contar con el convencimiento del equipo docente para llevar adelante este tipo de enseñanza y así poder valorar sus ventajas.

Referencias

Salgado, D. (2019). *Diseño, implementación, análisis y evaluación de un Recorrido de Estudio e investigación en el nivel universitario relativo al cálculo en dos variables* (Tesis de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias - Mención Matemática). Tandil: UNICEN. Disponible en https://www.ridaa.unicen.edu.ar/xmlui/handle/123456789/2216

Salgado, D. (2022). Funcionamiento de gestos didácticos en un aula de matemática de nivel universitario durante la pandemia. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias* (REIEC), Tandil, 17(1), Julio 2017, 35-49.

Vaillant, D. y Manso, J. (2019). Orientaciones para la Formación Docente y el Trabajo en el aula: Aprendizaje Colaborativo. Laboratorio de Investigación e Innovación en Educación para América Latina y el Caribe (SUMMA) y La Caixa Foundation.

LOS ESTILOS DE APRENDIZAJE COMO HERRAMIENTA PARA LA PERSONALIZACIÓN. UNA EXPERIENCIA EN EL AULA VIRTUAL

Mariana Schmithalter; Silvia Vrancken; Ana Leyendecker; Marcela Hecklein

Facultad de Ciencias Agrarias - Universidad Nacional del Litoral, Argentina

schmithaltermariana@gmail.com

Categoría del Trabajo: Relato de experiencias de enseñanza

Nivel Educativo: Secundario. Terciario. Universitario

Palabras claves: Estilos de aprendizaje. Matemática. Recursos interactivos. Aprendizaje personalizado.

Resumen

Todas las personas aprendemos de manera diferente, teniendo un estilo particular. Conocer y comprender esto, es un punto de partida para atender a las necesidades de nuestros estudiantes de manera más personalizada. Con esa finalidad, utilizamos un cuestionario que permite caracterizar la forma en que las personas acceden al aprendizaje según cuatro estilos: activo, reflexivo, teórico y pragmático. El mismo fue respondido por alumnos de Matemática I de Ingeniería Agronómica de la Universidad Nacional del Litoral. A partir de los resultados, decidimos adaptar las actividades de enseñanza y aprendizaje de manera de favorecer un desarrollo equilibrado de los estilos.

Creamos una actividad de libro interactivo de Moodle cuyas características potencian los estilos activo y pragmático, que son los que detectamos como menos dominantes. Este recurso permitió a los estudiantes interactuar con los contenidos matemáticos según sus propios ritmos y necesidades, desarrollando numerosos ejemplos y actividades, propiciando la autoevaluación con retroalimentaciones para la superación de las dificultades.

Introducción

Todas las personas aprendemos de manera diferente, manifestando distintas necesidades, expectativas e intereses en el proceso de aprendizaje. Como docentes, comprender la diversidad de nuestros estudiantes, adaptando las actividades de enseñanza y aprendizaje a sus características individuales, puede contribuir en gran medida en la mejora de estos procesos.

Coincidimos con Gros (2018), cuando señala que el éxito del aprendizaje depende en gran medida de la capacidad del estudiante para dirigir y gestionar su propio proceso.

En consonancia con esto, los planteos desde la enseñanza y los seguimientos que realice el docente de las actividades de sus estudiantes, deberán tratar de ajustarse a las particularidades de cada uno. En este sentido, Coll (2016) expresa que la personalización de los aprendizajes es uno de los planteos más explorados en la actualidad en el contexto educativo.

El autor utiliza la expresión *aprendizaje personalizado* para referirse al “aprendizaje que tiene un sentido personal para el aprendiz” (Coll, 2016, p. 6). Una enseñanza diferenciada no implica directamente un aprendizaje personalizado. No solo es necesario respetar las características, intereses y necesidades del alumno, sino que es fundamental tener en cuenta su protagonismo en la conducción de todos los aspectos implicados en su proceso de aprendizaje. “Personalizar el aprendizaje implica dar voz a los aprendices y ofrecerles una elección sobre lo que aprenden, cuándo lo aprenden y/o cómo lo aprenden” (Coll, 2016, p. 7), intentando conectar de esta manera con los intereses y experiencias de la persona.

La personalización de los ambientes requiere considerar de manera amplia, los diferentes factores que influyen en el aprendizaje. Muchos autores reconocen la influencia, a la hora de favorecer aprendizajes significativos, de las preferencias en cuanto a estilos de aprendizaje.

Estilos de aprendizaje

La forma propia como cada individuo aprende se conoce como estilo de aprendizaje. Se refiere a los modos en que cada alumno utiliza su propio método y estrategias para aprender. Alonso et al. (2007) definen los estilos de aprendizaje como los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que sirven como indicadores relativamente estables, de cómo los alumnos perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje.

Se han desarrollado diferentes perspectivas que distinguen formas de aprender. En particular, el modelo de Alonso et al. (2007), basado en teorías cognitivas del aprendizaje, permite categorizar la manera en que las personas acceden al conocimiento de la siguiente forma:

Activos. Son personas espontáneas y arriesgadas, que se implican plenamente en nuevas experiencias. Aprenden mejor cuando se ocupan de una actividad desafiante, y tan pronto disminuye el entusiasmo por la actividad, comienzan a buscar otra.

Reflexivos. Son individuos receptivos, analíticos, actúan primero desde la observación, analizan la situación y luego intervienen en la misma.

Teóricos. Se caracterizan por ser metódicos, racionales, objetivos y estructurados. Resuelven situaciones a través de etapas lógicas, partiendo de teorías y modelos.

Pragmáticos. Son personas prácticas y eficaces. Aprenden mejor cuando tienen la posibilidad de experimentar y aplicar de manera inmediata las ideas aprendidas.

Considerando este marco teórico, abordado por numerosas investigaciones de diferentes países (Campos Ortuño et al., 2022), decidimos indagar los estilos de aprendizaje de nuestros estudiantes, para lo cual aplicamos el cuestionario Honey-Alonso de Estilos de Aprendizaje, CHAEA (Alonso, 1992, como se citó en Alonso et al., 2007). Consta de un total de 80 ítems, que se estructuran en cuatro grupos de 20, correspondientes a características de cada estilo y distribuidos aleatoriamente. Los alumnos deben responder si están más o menos de acuerdo con cada enunciado. A cada respuesta afirmativa se asigna un punto y la puntuación obtenida en cada grupo indica el nivel de preferencia que el sujeto alcanza en el estilo correspondiente.

Los datos se relevaron a una muestra constituida por 221 alumnos, el primer día de cursado de Matemática I de la carrera Ingeniería Agronómica de la Universidad Nacional del Litoral. El análisis de la información obtenida mostró que se reconocen los cuatro estilos de aprendizaje en las preferencias de los estudiantes, aunque uno de ellos tuvo mucho mayor peso. El 58 % de los estudiantes prefirieron el estilo reflexivo, mientras que el 22% el estilo teórico, el 14% el estilo pragmático y solo el 6% el estilo activo.

Es importante considerar que si bien algunas características de los estilos de aprendizaje son relativamente estables, también pueden cambiar. Si la finalidad es el logro de aprendizajes significativos y la autonomía para el aprendizaje, nuestras propuestas de enseñanza deberán pensarse de manera de favorecer el desarrollo de los estilos de una manera equilibrada.

La adaptación de los ambientes virtuales. Una experiencia

La aplicación de las tecnologías de la información en educación tiene actualmente una influencia significativa para la adaptación del aprendizaje. Uno de los alcances más importantes, es la transformación de los tiempos y espacios o entornos para el aprendizaje (Gros, 2018).

En particular, los ambientes virtuales ofrecen diferentes herramientas que facilitan el diseño de propuestas que favorecen un trabajo más personalizado en situaciones que muchas veces se caracterizan además por la masividad de estudiantes. Su interfaz flexible y abierta permite presentar los contenidos en diferentes formatos, con recursos que facilitan la comunicación sincrónica y asincrónica e incorporando espacios de interactividad, adecuados para la creación e intercambio de conocimiento (Castelló et al., 2019).

Un ambiente de aprendizaje que se supone centrado en el estudiante, donde cada uno es responsable de su propio proceso, debe prestar especial atención a la diversidad cognitiva. En entornos mediados por tecnologías, en los que se busca diseñar propuestas que ofrezcan trayectorias diversas a elección del alumno, las preferencias en los estilos de aprendizaje son un elemento a tener en cuenta (Alonso, 1992, como se citó en Alonso et al., 2007).

La indagación acerca de la preferencia de los estilos de aprendizaje nos mostró que uno de los estilos menos desarrollados por nuestros estudiantes es el activo, seguido por el pragmático. Los estilos reflexivo y teórico se asocian, en matemática, con métodos de enseñanza más formales o estructurados, que se basan en la fundamentación y el análisis. Surge así la necesidad de incorporar componentes que contribuyan a mejorar la participación, la experimentación, la toma de decisiones y la resolución de problemas.

Dado que consideramos las aulas virtuales como un complemento importante de las clases presenciales, decidimos iniciar acciones que favorezcan de alguna manera su personalización. En primer lugar, analizamos los objetivos y el programa de estudio de la asignatura, con el fin de determinar los contenidos que pueden ser desarrollados con mediación tecnológica. Por otro lado, revisamos las opciones que brinda la plataforma Moodle, identificando las herramientas que facilitan la visualización y el aprendizaje en matemática.

En la planificación del cursado resolvimos no abordar de manera presencial la forma en que ciertas transformaciones de una función afectan su gráfica, explicando a los alumnos que debían estudiarlo de manera autónoma. Si bien contábamos en el aula virtual con recursos para que aborden su estudio desde diferentes recursos (documento escrito, videos de elaboración propia, links de páginas web), decidimos adaptarlo de manera de potenciar los estilos detectados como menos dominantes en nuestros estudiantes.

Seguimos las sugerencias de Kanninen (2008) en relación a las necesidades y actividades de aprendizaje recomendadas en e-learning de acuerdo a los estilos de aprendizaje. Los alumnos activos se favorecen de la exploración y la observación de manera libre, sin restricciones en cuanto a tiempos. Los pragmáticos se inclinan por los temas prácticos, por lo que es importante ofrecerles múltiples ejemplos y actividades de ese tipo.

Diseñamos un libro interactivo utilizando el contenido *interactive book* de H5P, plataforma de código abierto para la creación, participación y reutilización de contenidos, libres e interactivos, en formato HTML 5 y que puede integrarse a la plataforma Moodle.

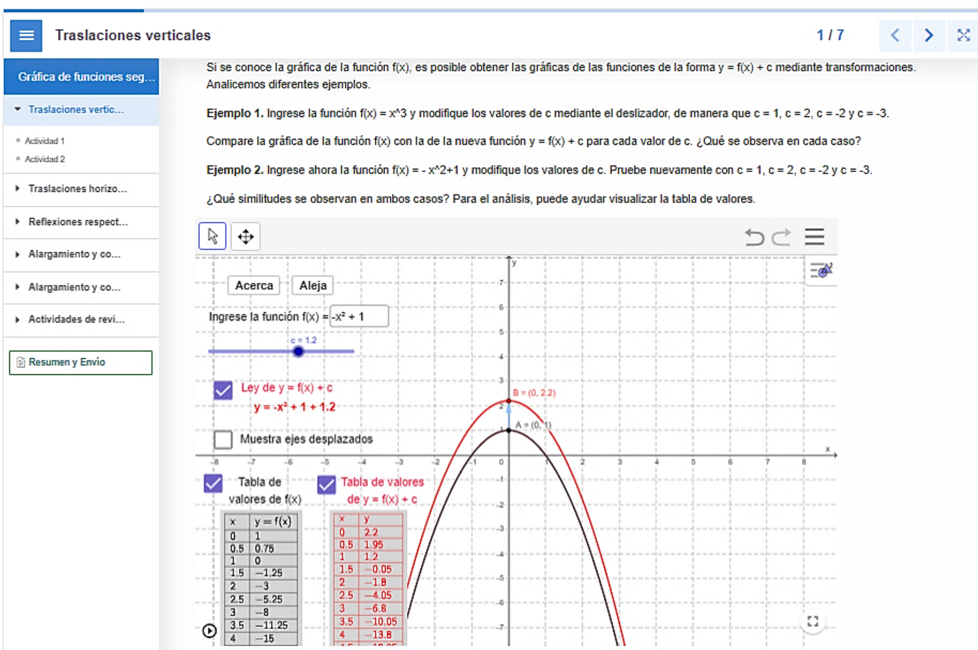
El recurso permite un alto nivel de interactividad, admite el acceso a múltiples enlaces y promueve la toma de decisiones. De esta manera, como señalan Campos Ortuño et al. (2022), se adecua más a los estilos activo y pragmático, pues permite practicar lo aprendido y mantener la disposición para nuevas exploraciones.

La estructura del recurso, cómo lo visualiza el alumno y la forma de acceso a la información, es lineal. Se puede navegar libremente por cada una de siete hojas diferentes. Esto es considerado por Campos Ortuño et al. (2022), acorde a estudiantes activos, ya que disminuye la inversión de tiempo en la interacción. La organización por ramas temáticas da la posibilidad de decidir cuál es el camino que se ajusta más a sus necesidades. Esto favorece a los alumnos pragmáticos, a quienes les gusta trabajar de manera rápida, directa y organizada.

En la Figura 1 se muestra cómo los alumnos acceden a una guía que permite trabajar en distintos registros y explorar las transformaciones de la gráfica de una función a través de un recurso de Geogebra, lo que potencia la comprensión creativa y dinámica de los conceptos. El alumno debe ingresar una función dada y luego puede explorar con otras que él plantee.

Figura 1.

Vista de una hoja del libro interactivo. Experimentación con una función



Como parte integrada al proceso de aprendizaje, el recurso incluye actividades que permiten evaluar la comprensión. “El carácter constructivo, de andamiaje, de las competencias matemáticas exige de unos materiales que permitan la autoevaluación del alumno al final de cada unidad o lección” (Castelló et al., 2019, p. 4). Cada actividad cuenta con opciones de revisión, retroalimentaciones y la posibilidad de volver a intentarlo sin limitaciones.

Resultados y reflexiones finales

Con el fin de indagar sobre la experiencia, implementamos una encuesta a la que respondieron, de manera voluntaria, 141 alumnos. Al consultarles si pudieron comprender el tema a partir del trabajo con el libro interactivo, el 88% respondió de manera afirmativa.

Los alumnos manifestaron un elevado grado de satisfacción con la actividad, destacando el carácter útil y práctico del recurso para el aprendizaje. Enfatizaron la potencialidad de poder analizar sus errores e intentar nuevamente cada actividad de manera de superar las dificultades. Señalaron el uso de Geogebra como graficador que les permitió ver los cambios de manera dinámica y la posibilidad de autoevaluar el aprendizaje.

El uso de la herramienta H5P permitió adaptar un espacio para que los estudiantes interactúen con los contenidos matemáticos y potenciar los estilos de aprendizaje menos dominantes. Se les dio la opción de aprender de manera más activa, manejando sus tiempos y necesidades. Esto favorece el desarrollo de su autonomía y que se sientan artífices de su propio aprendizaje.

Pretendemos continuar con la personalización de nuestros ambientes de aprendizaje, tanto virtuales como presenciales, con el diseño de herramientas, actividades y estrategias que contemplen las distintas variables que deben ponerse en juego para que el alumno aprenda, adaptándose a la variedad de estilos de aprendizaje.

Referencias

Alonso, C., Gallego, D., y Honey, P. (2007). *Los estilos de aprendizaje. Procedimientos de diagnóstico y mejora* (7a ed.). Bilbao: Mensajero.

Campos Ortuño, R; Hernández-Serrano, M; Renes-Arellano, P. y Lena-Acebo, F. (2022). Los Recursos Educativos Abiertos adaptados a estilos de aprendizaje en la enseñanza de competencias digitales en educación superior. *Revista de Estilos de Aprendizaje, 15 (30),4-18.* https://revistaestilosdeaprendizaje.com/article/view/4602/6289

Castelló, J.; Galindo, C.; Gregori, P.; Martínez, V. y Castañeda, J, (2019). Implementación de un entorno virtual para la enseñanza/aprendizaje a distancia de las Matemáticas. En M. Sein-Echaluce Lacleta, A. Fidalgo Blanco y F. García-Peñalvo (Eds.), *Aprendizaje, Innovación y Cooperación como impulsores del cambio metodológico. Actas del V Congreso Internacional sobre Aprendizaje, Innovación y Cooperación* (pp. 353-357). Servicio de Publicaciones Universidad de Zaragoza. https://doi.org/10.26754/CINAIC.2019.0075

Coll, C. (2016). La personalización del aprendizaje escolar. El qué, el por qué y el cómo de un reto insoslayable. En J. M. Vilalta (Dir.). *Reptes de l'educació a Catalunya. Anuari d'Educació 2015.* (Trad. I. Merino). Barcelona: Fundació Jaume Bofill.

Gros, B. (2018). La evolución del e-learning: del aula virtual a la red. RIED. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, 21(2),* 69-82. https://doi.org/10.5944/ried.21.2.20577

Kanninen, E. (2008). Learning Styles and e-Learning. Master of Science thesis, Tampere University of Technology.

GAMIFICACIÓN Y DEBATE: ESTRATEGIAS PARA POTENCIAR EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA

Marino Schneeberger; Mariana Blanco; Cecilia Lell ; María Virginia Rodríguez

Universidad Nacional de Entre Ríos

Facultad de Ciencias Económicas- Urquiza 552- Paraná – Entre Ríos

marino.schneeberger@uner.edu.ar

Categoría del Trabajo: Relato de experiencia de enseñanza

Nivel Educativo: Universitario

Palabras claves: Estrategias innovadoras – Motivación - Aprendizaje del Álgebra- Aplicaciones económicas

Resumen

Este trabajo se enmarca en la convocatoria a la presentación de Proyectos de Innovación e Incentivo a la Docencia que regularmente realiza la Facultad de Ciencias Económicas de la UNER. El mismo tiende a motivar de manera eficiente la participación de los estudiantes que cursan cada asignatura, fomentando la construcción de sus conocimientos y la consolidación de sus aprendizajes, mejorando la posibilidad de ampliar las fronteras de sus capacidades de razonamiento lógico, tanto para comprender las conceptualizaciones teóricas más relevantes, como asimismo para interpretar, plantear y resolver situaciones problemáticas vinculadas a su campo de formación.

Para el logro de esto se planificaron actividades especiales, de manera extracurricular, con la f9inalidad de complementar el abordaje de dos temas relevantes que forman parte de los contenidos de la asignatura, tales como son las funciones lineales y cuadráticas (de manera integrada) y los sistemas de ecuaciones lineales.

Se diseñaron actividades específicas referidas a los temas enunciados precedentemente a partir del uso del software para generación de contenidos interactivos denominado Genially, y de manera complementaria también se hizo uso del programa Socrative, el cuál permite

realizar evaluaciones en entornos digitales, ofreciendo además la posibilidad de conocer opiniones de los estudiantes y resultados obtenidos.

Fundamentación

A pesar de los múltiples esfuerzos que se hacen a diario tendientes a fomentar la motivación y la consecuente participación de los estudiantes durante las clases, no siempre los diversos recursos utilizados durante el desarrollo de las mismas son suficientes para el logro de tal propósito.

Es por este motivo que la cátedra, siempre preocupada y ocupada en hacer que los alumnos comprendan para qué les serán útiles los contenidos trabajados en la asignatura, como así también en fomentar la participación adecuada y efectiva en la construcción de sus conocimientos, ha decidido explorar el impacto que esta técnica novedosa denominada gamificación, y el consecuente debate que a partir de la misma técnica se genera, puede tener en los estudiantes.

Objetivos del trabajo

- Incorporar de manera progresiva y sistemática esta técnica de aprendizaje como una estrategia metodológica complementaria tendiente a fomentar el interés y la participación efectiva de los estudiantes durante el desarrollo de las clases.
- Propiciar la incorporación de un espacio permanente de fortalecimiento de los aprendizajes, con la finalidad de potenciar las capacidades de los estudiantes.
- Implementar estrategias nuevas, complementarias de las más tradicionales, que permitan no sólo fortalecer el abordaje teórico de los contenidos, sino además profundizar las aplicaciones de los mismos.
- Fortalecer la motivación en el aprendizaje propiciando que el alumno se enfrente con diferentes niveles de dificultad creciente, cuya superación les posibilite avanzar de manera paulatina en la consolidación de sus aprendizajes.
- Fomentar el interés, el compromiso, la responsabilidad y la participación, mejorando el razonamiento lógico y las estrategias más adecuadas para la resolución de problemas específicos.

Aspectos teórico-metodológicos de la propuesta

La gamificación es una técnica de aprendizaje, aplicable a los diferentes niveles y ámbitos educativos, que traslada la mecánica de los juegos al ámbito educativo-profesional con el fin de conseguir mejores resultados, ya sea para comprender mejor algunos conocimientos, como así también para mejorar alguna habilidad.

En plena era de la transformación digital, las estrategias educativas y los nuevos métodos de enseñanza se están diversificando dentro y fuera de las aulas.

Estas nuevas estrategias, así como las aplicaciones pertinentes, favorecen los procesos de enseñanza y mejoran los resultados académicos. La gamificación educativa es una de ellas y está abriendo nuevos horizontes a la enseñanza y en los métodos de aprendizaje, con amplio desarrollo fundamentalmente en España a partir de los inicios de este siglo.

Al efecto se consideraron algunos trabajos españoles realizados que se encuentran publicados, como asimismo ciertas actividades desarrolladas en la cátedra en años anteriores, aunque no realizadas de manera sistemática.

Entre los beneficios de la aplicación de esta técnica pueden citarse los siguientes: aumenta la motivación y la predisposición hacia el aprendizaje, enfrenta al alumno con diferentes niveles de dificultad creciente, fomenta la atención y la concentración en la consolidación de los aprendizajes, hace más interesante el abordaje de diferentes contenidos, estimulando las relaciones interpersonales y potenciando el uso de las nuevas tecnologías.

Estas aseveraciones pueden probarse al evaluar la actitud que los estudiantes manifiestan ante el abordaje y tratamiento de un determinado tema de forma tradicional y empleando esta técnica. La predisposición y el interés que se despierta en los diferentes grupos de trabajo que se organizan es notoriamente superior.

Actividades desarrolladas

A modo de ejemplo se desarrolla una de las actividades propuestas a los estudiantes tres días antes del encuentro para que resuelvan, discutan y reflexionen.

Enunciado

El departamento de costos de una empresa constructora de casas prefabricadas proporciona tres tipos de materiales en tres etapas constructivas de sus obras. La etapa constructiva 1 consume en promedio en una semana 1 tonelada del material A, 1 tonelada del material B y 2 toneladas del material C. La etapa constructiva 2 requiere por semana un promedio de 3 toneladas del material A, 4 del B y 5 del C. Por último, para la etapa constructiva 3, el consumo semanal promedio del material A es de 2 toneladas, del material B de 1 tonelada y 5 toneladas del C. Cada semana el departamento de costos proporciona a las obras 25 toneladas del material A, 20 toneladas del material B y 55 toneladas del material C. Si consideramos que todos los materiales se consumen en las obras, ¿Cuántas etapas constructivas de cada tipo se pueden encontrar en proceso cada semana?

Para relexionar y justificar

1. ¿Cuántas soluciones tiene el sistema de ecuaciones?
2. ¿Cuántas soluciones tiene el problema?
3. ¿Todas las soluciones del sistema son soluciones del problema? ¿Por qué?
4. Las siguientes son tres formas equivalentes de expresar la solución del problema:

FORMA 1:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 - 5z \\ z - 5 \\ z \end{pmatrix} \qquad con\ z \in \{5,6,7,8\}$$

FORMA 2:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \left\{ \begin{pmatrix} 15 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} \right\}$$

FORMA 3:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 - 5y \\ y \\ 5 + y \end{pmatrix} \qquad con\ z \in \{0,1,2,3\}$$

a) ¿Cómo se obtiene cada una de éstas formas de expresar las soluciones?

b)¿Cómo podrías verificar que cada una de estas son formas de expresar las soluciones del sistema?

Al inicio del encuentro se asigna, de forma aleatoria, el equipo con el que cada estudiante trabajará , y durante el mismo se establecen los siguientes momentos:

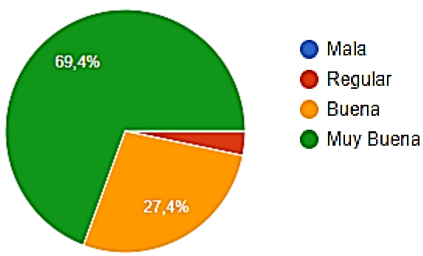
- Presentación de la actividad y debate acerca de las consignas propuestas: en este momento releemos de manera conjunta la actividad, escuchamos las propuestas de resolución e ideas para una posible justificación, generando un debate muy interesante cuyas conclusiones registramos en la pizarra.
- Espacio de completar y responder el cuestionario utilizando Socrative: habilitamos las aulas de Socrative por equipo para que cada uno conteste las preguntas que se realizan sobre las actividades.
- Resolución de la actividad: habiendo contestado según lo que hayan comprendido en el paso anterior revisamos las diferentes formas propuestas durante la reflexión y revisamos cuales son las correctas pero, por sobre todo, identificamos dónde se encuentran los inconvenientes en los razonamientos erróneos.
- Conteo de puntos por equipo: Se contabiliza por equipo el porcentaje de respuestas correctas de cada inciso y se calcula el promedio de dicho porcentaje para colocar el puntaje total obtenido por la actividad.

Los equipos que obtienen los mayores porcentajes en las tres actividades propuestas se llevan un reconocimiento, y todos aquellos que participan efectivamente de las mismas obtienen 5 puntos adicionales a los que pueden obtener en el parcial siguiente.

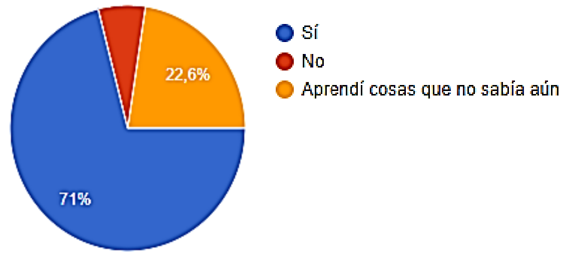
Resultados y Conclusiones

Luego de finalizada la actividad, los estudiantes manifiestan sus apreciaciones y propuestas, algunas de las cuales se muestran a continuación.

¿Cuál es tu clasificación para el Taller?
62 respuestas



¿Consideras que pudiste despejar alguna duda que tenías sobre alguno de estos temas?
62 respuestas



Los siguientes son algunos de los comentarios que los estudiantes dejaron en la encuesta, si así lo deseaban:

- Mi experiencia fue muy buena. El taller me sirvió para despejarme dudas que tenía sobre algunos temas.
- Me encantó el taller, me sirvió mucho y me encanto la actitud y energía de las profes
- Creo que este taller fue muy bueno, no solo por los puntos del premio, sino por las dudas que pude despejar y poner a prueba lo que sé y lo que tengo que mejorar
- Me gusto mucho el taller y me sirvió para despejar dudas y entender mejor los temas.
- No tengo nada en particular que decir, me pareció entretenido y bueno el taller para practicar y reforzar estos temas que se trataron
- Excelente como llevan el taller con humor y ánimo!
- Quiero comentarles que me gustó mucho el taller, me sirvió mucho para entender los temas que no había entendido muy bien con anterioridad y también me sentí muy bien, acompañado y cómodo también me gustó las actividades y la página por la cual las hicimos, también fue muy divertido lo de los grupos y el premio. Sin más nada que decir muchas gracias:)
- Fue entretenido y me saqué dudas
- Muy buena la clase; muy didáctica y me pareció más efectiva la forma de querer practicar y desarrollarlo en forma conjunta
- Me gusta mucho el taller, ya que veo los temas desde otras perspectiva
- Estaría bueno que hagan más talleres así, ya que se hace dinámico y más interesante que una clase común.
- Está buena la dinámica de como se dan los talleres de este estilo
- Me sirve mucho ver ejercicios diferentes a las guias y cosas mas complicados para el dia del parcial poder saber afrontarnos, muchas gracias por el taller...

- Me parece que los talleres son de gran ayuda para ampliar nuestros conocimientos y despejar dudas.
- En lo personal me cuesta bastante la materia por lo que todo lo que se dio sumado a las explicaciones fueron de gran utilidad para mi preparación al segundo parcial. Considero que algo similar antes del primer parcial hubiese sido muy productivo también

Las cuestiones mencionadas en los párrafos anteriores permiten deducir que la actividad desarrollada, empleando esta estrategia metodológica, resultó atractiva y motivadora para los estudiantes.

Se considera además como de gran relevancia, el nivel de participación logrado de parte de los estudiantes, puesto de manifiesto por su sostenida participación tanto en la realización de las tareas previstas como asimismo en el nivel de debate que se genera respecto de cada consigna y sus posibles respuestas e interpretaciones.

Esto permite pensar en la posibilidad de ampliar la incorporación de la misma al abordaje de otros contenidos que sean propicios para ello, sin descuidar la vigilancia y el resguardo de la calidad, profundidad y pertinencia académica en el tratamiento de los mismos.

Bibliografía consultada

- Ander-Egg, E. (1991). El taller: una alternativa de renovación pedagógica. Buenos Aires: Editorial Magisterio del Rio de la Plata.

- Barreiro, P.; Leonian, P.; Marino, T.; Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2017). Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática. Buenos Aires: Ediciones UNGS.

- Sánchez Ovcharov, Carmen. (2020). Nuevas dimensiones de la educación: gamificación, TIC y e-learning, Diálogos intelectuales del siglo XXI. Global Knowledge Academics.

- Sánchez Pacheco, Carlos.(2020). Gamificación en la educación: hacia una pedagogía para involucrar y motivar a los estudiantes. Editorial Académica española.

- Usán Supervía, Pablo y otros. (2020). Gamificación educativa: innovación en el aula para potenciar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Editorial Pregunta.

Reportes de investigación

Esta sección contiene los trabajos que fueron presentados para ser expuestos durante la REM - UMA 2023 como Reportes de Investigación y fueron aceptados por evaluadores para ser publicados.

El proceso de evaluación fue realizado por un conjunto de docentes e investigadores/as de todo el país y coordinado por el Comité Científico REM

UN ANÁLISIS SOBRE LA ARTICULACIÓN ENTRE EL ESTUDIO DE LA TRIGONOMETRÍA EN EL NIVEL SECUNDARIO Y EL NIVEL UNIVERSITARIO

Estefanía Bendersky, Blanca Muñoz Santis, Romina Salum, María Laura Santori

Universidad Nacional del Comahue, Argentina

mlausantori@yahoo.com.ar

Categoría del Trabajo: Trabajo de Investigación.
Nivel Educativo: Nivel secundario y universitario.
Palabras Claves: Trigonometría. Teoría Antropológica de lo didáctico. Profesorado en Matemática.

Resumen: El punto de partida de este trabajo de investigación ha sido la observación de las dificultades con la que se enfrentan los estudiantes del Profesorado Universitario en Matemática (PUMAT) de la Universidad Nacional del Comahue (UNCO), a la hora de resolver problemas en diferentes espacios curriculares de la carrera en los que se requiere el uso de cuestiones relativas a la trigonometría. Usando como sustento teórico la Teoría Antropológica de lo Didáctico, nos proponemos analizar cuáles son los saberes que tienen los ingresantes al PUMAT respecto a la trigonometría, con el objetivo futuro de elaborar una propuesta de enseñanza relacionada con este saber, que retome en la universidad las organizaciones matemáticas que se estudian en la escuela secundaria, permita analizar sus limitaciones, articularlas entre sí e integrarlas en organizaciones más amplias y completas.

Introducción

El punto de partida de este trabajo de investigación ha sido la observación de las dificultades con la que se enfrentan los estudiantes del Profesorado Universitario en matemática (PUMAT) de la Universidad Nacional del Comahue (UNCO), a la hora de resolver problemas en diferentes espacios curriculares de la carrera, en los que se requiere el uso de cuestiones relativas a la trigonometría.

Cabe mencionar que los ingresantes al PUMAT cuentan con un curso de ingreso, no obligatorio, en el que se abordan contenidos de matemática esenciales para el inicio de las materias iniciales de la carrera, pero dentro de estos contenidos no se incluye la trigonometría.

Diversas investigaciones dan cuenta de esta problemática, y cuestionan la forma en que se enseña la trigonometría en los diferentes niveles educativos, principalmente en el nivel secundario. La investigación realizada por Sapag (2021) pone en evidencia que las actividades que se proponen en la escuela secundaria sólo requieren aplicar fórmulas, que llevan a actividades algebraicas descontextualizadas del sentido real de la trigonometría. En general, el estudio de la trigonometría consiste en un proceso memorístico, rutinario y mecánico sin ningún sentido ni utilidad. No se explicita ni se cuestiona por qué o para qué esos saberes merecen ser estudiados.

En la enseñanza de las razones trigonométricas, se destaca sólo al triángulo rectángulo como argumento en su construcción, así lo evidencian diversas líneas de investigación (Maldonado, 2005; Scholz, 2014; Villalva y Navarro 2009). En Montiel (2014) se describe el fenómeno de mecanizar algoritmos, para resolver ecuaciones o identidades trigonométricas, como una aritmetización de la trigonometría, pues se hace énfasis en la operación matemática y no en la actividad matemática en la cual juega un papel importante lo geométrico.

En cuanto a la enseñanza de las funciones trigonométricas, Montiel y Espinosa (2019), observan que generalmente se las introduce con el círculo unitario para la transición entre las razones trigonométricas y las funciones trigonométricas, sin embargo, los estudiantes reflejan dificultades en la comprensión y manejo algebraico dado que las actividades que resuelven son a través de cálculos de longitud de lados y de medida de ángulos en triángulos rectángulos, la cual no justifica el inicio con el trabajo funcional trigonométrico.

A la luz de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, esto sería consecuencia directa del *paradigma monumental* en que la enseñanza actual está inmersa. Este paradigma se caracteriza por considerar al saber transparente, evidente e incuestionable, entonces se estudia como un fin en sí mismo, carente de sentido y de utilidad. Estas cuestiones han desencadenado en los fenómenos didácticos denominados *pérdida de sentido* y *monumentalización del saber* (Chevallard, 2013).

El trabajo de Fonseca (2004) pone de manifiesto una extraordinaria rigidez de la enseñanza de la matemática en el nivel secundario. La respuesta a esta problemática fue la creación de un nuevo dispositivo didáctico, situado dentro de la ingeniería didáctica: “Organizaciones Matemáticas Locales Relativamente Completas (OMLRC)”, que posibilita la conexión entre la Enseñanza Secundaria y la Enseñanza Universitaria, niveles poco estudiados desde la investigación experimental.

Problema de investigación

Como docentes y estudiantes del PUMAT, e integrantes del proyecto de investigación “Caracterización de organizaciones matemáticas para la enseñanza”[1] , nos proponemos analizar cuáles son los saberes que tienen los ingresantes al PUMAT respecto a la trigonometría, para luego elaborar una propuesta de enseñanza que permita su estudio en la universidad por medio de una organización matemática relativamente completa (OMLRC).

Las preguntas que nos proponemos responder a partir de este trabajo de investigación son:

¿Qué se estudia en la escuela secundaria en relación a la trigonometría? ¿Qué se propone estudiar respecto a trigonometría desde el plan de estudio del PUMAT? ¿Qué problemas o situaciones de trigonometría pueden resolver los ingresantes al PUMAT?.

Las respuestas obtenidas serán el puntapié inicial para abordar, en un trabajo futuro, las siguientes cuestiones: ¿Cuáles son las praxeologías matemáticas y didácticas necesarias que un estudiante del PUMat debe tener, respecto a la trigonometría, para que luego las pueda enseñar en sus propias prácticas? ¿Qué características debe tener una propuesta de enseñanza de la trigonometría para que se convierta en una OMLRC?

Decisiones metodológicas

Como ya lo hemos mencionado, como docentes y estudiantes del PUMAT observamos muchas dificultades respecto a la trigonometría en los estudiantes de esta carrera. Al analizar el plan de estudio del PUMAT vemos que no se especifica como contenido a estudiar “trigonometría”, pero obviamente su conocimiento es una herramienta necesaria para abordar otros contenidos como, por ejemplo, vectores, geometría del plano y del espacio, números complejos, modelos de optimización y cuestiones relacionadas con el análisis matemático como por ejemplo el uso de coordenadas polares.

Frente a esto decidimos analizar en primer lugar qué se propone estudiar respecto a trigonometría en los diseños curriculares de las provincias de las que provienen la mayoría de los estudiantes que recibe nuestra universidad: Provincia de Rio Negro y Provincia de Neuquén. Cabe destacar que, como la provincia de Neuquén, hasta el año pasado no contaba con un diseño curricular para la escuela secundaria, para nuestro análisis utilizamos los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (NAP), definidos por el Ministerio de Educación de la Argentina y actualmente en vigencia.

---

[1] Proyecto subsidiado por la Secretaría de Ciencia y Técnica de la Universidad Nacional del Comahue-Departamento de Matemática- Facultad de Economía y Administración.

Además analizamos programas de algunos colegios públicos y privados, como también libros de texto que se suelen usar en los establecimientos del alto valle de Río Negro y Neuquén, enfocándonos en la vinculación entre razones trigonométricas y semejanza de triángulos (o teorema de Thales), el estudio de triángulos no rectángulos (teorema del seno y del coseno), relaciones trigonométricas de cualquier tipo de ángulo acudiendo a la circunferencia trigonométrica, el radián como unidad de medida de ángulo y modelización de situaciones extra e intramatemática mediante funciones trigonométricas.

Si bien el momento y la forma de abordar los contenidos mencionados anteriormente está de alguna manera regulado por los diseños curriculares, constatamos que tanto la organización del saber cómo el tiempo de estudio y duración varía de acuerdo a la provincia (Neuquén o Río Negro) y al tipo de establecimiento educativo; en algunos casos si el contenido no se estudió en el año establecido pasa al próximo año lectivo o no se estudia.

Como las variantes eran tantas, para investigar cómo “vive” este saber en los ingresantes al PUMAT confeccionamos un cuestionario con diecinueve preguntas y actividades para resolver, que se implementó al inicio de este año 2023. El cuestionario fue realizado en forma presencial, por 22 estudiantes.

Para seleccionar los ejercicios propuestos en el cuestionario, nos basamos en conjeturas elaboradas previamente por el grupo de investigación a partir del análisis de los diseños curriculares de Río Negro y Neuquén, de diferentes investigaciones relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de la trigonometría y de las actividades propuestas en libros de texto de la escuela secundaria.

Resultados y conclusiones

Pudimos observar en los diseños curriculares que las razones trigonométricas están establecidas como contenido de estudio, pero no se especifica claramente de qué forma abordarlas (si se vinculan con criterios de semejanza de triángulos o, con el teorema de Thales, por ejemplo). Tal vez se pretende dar libertad al docente (que llevará estos contenidos a la práctica) para elegir la forma en que lleguen los contenidos al aula de clases, pero en tal caso se vuelve a dejar el peso de la responsabilidad de la problemática planteada en manos del profesor a cargo.

La semejanza de triángulos o el teorema de Thales permiten dar un sustento tecnológico a las razones trigonométricas, sin embargo en los libros de texto analizados, son muy pocos los que hacen relación o un trabajo real entre semejanza de triángulos, Thales y razones trigonométricas, incluso la disposición espacial en un mismo libro da cuenta de ello (la unidad de semejanza de triángulos y Thales suele estar un par de unidades más adelante de trigonometría, en el caso en el que los contenidos compartan el mismo libro).

Por otro lado, los diseños curriculares plantean la modelización de situaciones extra e intramatemáticas mediante funciones trigonométricas, seleccionando la representación adecuada a la situación y analizando las características y el comportamiento de las mismas, sin embargo en los libros de textos no hay propuestas de modelización, en general solo se proponen actividades relacionadas con las gráficas y las expresiones de las funciones.

Desde los resultados obtenidos del cuestionario se puede observar que, de lo que se propone resolver, nuestros ingresantes han podido trabajar con mayor "éxito" los ejercicios básicos que involucran el uso del saber de forma directa y/o memorística, cabe destacar que de los 22 estudiantes que realizaron el cuestionario, menos del 50 % lograron resolver ejercicios básicos de trigonometría. Así mismo el número de respuestas a las situaciones que involucran otro tipo de cuestionamiento, interpretación y puesta en juego del saber para lograr resolver la actividad propuesta, es mucho más bajo o casi nulo.

Además, en el análisis observamos que no todos los estudiantes podían dar respuesta a lo pedido, y lo justificaban escribiendo que no habían visto el tema o no se acordaban.

También observamos que los estudiantes no lograron resolver actividades que van desde un enfoque gráfico a un enfoque algebraico. Por ejemplo, no pudieron interpretar un problema planteado gráficamente y llegar a su solución para la cual era necesario resolver una ecuación.

En las actividades donde se requería para su resolución la interpretación de las razones trigonométricas como razón de proporcionalidad, obtuvimos un porcentaje muy bajo de aciertos, más aún solo 4 estudiantes de los 22, intentaron algún tipo de resolución. Efectivamente esto da cuenta de que los estudiantes no logran reconocer el uso de las razones trigonométricas como razones de semejanza de triángulos y sus relaciones y/o vinculaciones con proporcionalidad (o Thales).

Con respecto a los contenidos circunferencia trigonométrica y funciones trigonométricas, evidenciamos por medio del cuestionario que es un tema que la mayoría de los estudiantes plantearon no haberlo visto en la escuela secundaria. Un mínimo porcentaje logró resolver las actividades relacionadas a este contenido.

A partir de lo analizado, podemos concluir que la trigonometría en general, su construcción o reconstrucción de las razones de ser en la enseñanza secundaria, ha sido casi inexistente o, en el mejor de los casos, ha vivido como obras monumentales carentes de sentido. En este estado de cosas, consideramos importante que nuestros estudiantes (quienes estarán formando a nuestros futuros jóvenes) conozcan, vivan y construyan este saber que le ayudará a resolver situaciones y cuestionamientos intra y extramatemáticos.

Coincidimos con Fonseca (2004, 2010) respecto a que las limitaciones e insuficiencias de los contenidos de cada etapa educativa deberían motivar y dar sentido a los contenidos de la siguiente etapa. De nuestro análisis podemos afirmar que en el paso de la enseñanza secundaria a la enseñanza universitaria se pone de manifiesto la ausencia de una actividad matemática que retome las organizaciones matemáticas que se estudian en secundaria relacionadas con la trigonometría, con el objetivo de cuestionarlas, mostrar sus limitaciones, articularlas entre sí e integrarlas en organizaciones más amplias y completas.

Se pone en evidencia la necesidad de elaborar una praxeología matemática relativamente completa en torno al estudio de la trigonometría que pueda abordarse con los estudiantes que ingresan al PUMAT, de manera tal que ayude a la formación profesional de los futuros profesores.

Bibliografía

-Chevallard, Y. (2013). La matemática en la escuela. Por una revolución epistemológica y didáctica. Libros del Zorzal: Buenos Aires, Argentina.

-Fonseca, C. (2004). Discontinuidades Matemáticas y Didácticas entre la Secundaria y la Universidad, Universidad de Vigo, Tesis doctoral.

-Montiel, G. (2014). El rol del discurso matemático escolar en la construcción de significados trigonométricos. En P. Lestón (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 27 (pp. 1771-1779). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

-Maldonado, E. (2005). Un análisis didáctico de la función trigonométrica. México: Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav - IPN.

-Scholz, O. (2014). Construcción de significados para lo trigonométrico en el contexto geométrico del círculo. Tesis de maestría no publicada, Instituto Politécnico Nacional, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada Unidad Legaria. México.

-Sapag, F. R. (2021). Enseñanza de la Trigonometría en la Escuela Secundaria : un análisis praxeológico del currículum y un estudio de caso .Tesis de grado. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina.

-Torres-Corrales, D., & Montiel, G. (2021). Resignificación de la razón trigonométrica en estudiantes de primer año de Ingeniería. Educación matemática, 33(3), 202-232.

-Villalva, M. C., & Navarro, P. D. C. (2009). Un estudio sobre la desarticulación entre la semejanza y la trigonometría en el bachillerato.

EXPLORANDO LAS POSIBILIDADES DE LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA: UN ANÁLISIS DEL CASO DE CHAT-GPT

Carlos Berejnoi, Rosana Mabel Colodro

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Salta
Avda. Bolivia 5150 – (4400) Salta – Argentina
berejnoi@gmail.com

Categoría del trabajo: Investigación
Nivel educativo: Universitario
Palabras clave: Inteligencia artificial (IA), Chat-GPT, Tutoría asistida por IA, Agentes conversacionales

Resumen: La inteligencia artificial (IA) no es algo nuevo, pero la irrupción de Chat-GPT (basado en la arquitectura GPT-3) para el público en general ha llevado su uso a un nivel que resulta difícil de dimensionar. En el ámbito educativo, es inevitable incorporarla, pero es crucial comprender tanto sus ventajas como sus limitaciones para evitar la adopción de malas prácticas docentes que podrían surgir de la implementación de la inteligencia artificial en este ámbito. En este trabajo, se realiza un análisis de la aplicación de Chat-GPT en educación en una asignatura de matemáticas de primer año en el nivel universitario. Se examina su uso como tutor, capaz de proporcionar conceptos teóricos y resolver problemas, y también se explora la posibilidad de incluir actividades en las que los alumnos deben analizar sus conocimientos a partir de las respuestas obtenidas del chat.

INTRODUCCIÓN

La inteligencia artificial (IA) ha experimentado un gran avance en los últimos años, y su uso se ha expandido a una variedad de campos, como la educación, la medicina y la industria.

Pero la gran irrupción al público en general se produjo a fines del año 2022 y principios de 2023, entre otros motivos por la masividad en el uso de Chat-GPT (basado en la arquitectura GPT-3) [1] con acceso gratuito y la disponibilidad de muchas aplicaciones (que usan IA) disponibles en la web.

Antes del 2022 también era habitual usar aplicaciones basadas en IA (pero sin que los usuarios en general tuvieran presente que se trataban de inteligencia artificial), en ámbitos relacionados con el ocio y el trabajo en general, como ser Gmail Smart Compose, Facebook News Feed, Siri (Apple), Alexa (Amazon), Spotify, Netflix y Google Translate, entre otras.

Entre las aplicaciones relacionadas con educación en matemática, además de Geogebra [2], se pueden mencionar Wolfram Alpha [3] (desde 2009), Khan Academy [4] (desde 2006), y Mathway [5] (desde 2009). Wolfram Alpha utiliza técnicas de inteligencia artificial para procesar consultas y generar respuestas y soluciones, la siguiente usa IA en su plataforma de aprendizaje en línea para adaptar y personalizar el contenido de enseñanza según el progreso y las necesidades individuales de los estudiantes, mientras que la última es una aplicación de resolución de problemas matemáticos que utiliza IA para reconocer y analizar ecuaciones matemáticas escritas a mano o ingresadas como texto.

Al tener disponibles tantas aplicaciones y plataformas que usan IA, resulta evidente que hay que aprovechar su gran potencial para ser usada en educación en general, y en matemáticas en particular. Entre las posibilidades, está su uso como apoyo educativo (tutoría asistida por IA).

En este sentido, surge como una gran promesa el chat conversacional Chat-GPT, un modelo de lenguaje creado por OpenAI. Esta aplicación se define a sí misma diciendo *"Soy una inteligencia artificial diseñada para interactuar con los usuarios y brindar respuestas a una variedad de preguntas y temas. Puedo comunicarme en varios idiomas y estoy diseñado para aprender constantemente y mejorar mi capacidad de respuesta. Mi objetivo es ayudar a las personas a obtener información y respuestas precisas de manera rápida y eficiente"* (consulta realizada el 24 de febrero de 2023).

Se plantea el problema del uso de Chat-GPT como tutoría asistida por IA y fuente de información para los alumnos, así como su valor para los educadores en su rol docente, para conocer sus ventajas y limitaciones actuales.

OBJETIVO

Analizar las fortalezas y debilidades de la IA en el contexto de la enseñanza y aprendizaje del Análisis Matemático.

METODOLOGÍA

La IA Chat-GPT fue analizada, en su rol de tutor, desde dos puntos de vista:

1) *Como fuente de información de un tema de la asignatura Análisis Matemático I (AMI)*. En este caso sólo participaron los autores del trabajo. Se solicitó al chat que desarrolle el tema funciones reales, con definiciones y ejercicios explicados paso a paso.

2) *Como ayuda para resolver una situación problemática*. Se requirió a los estudiantes, que estaban finalizando la cursada de Análisis Matemático I (de las carreras de Ingeniería de la Facultad de Ingeniería de la U.N.Sa.), que solicitaran al chat la resolución de un ejercicio del primer parcial de AMI del año 2019, y que analizaran la respuesta dada. Podían en el proceso, repreguntar hasta obtener una respuesta que consideraran válida. La pregunta, idéntica para todos los participantes, involucraba la redacción de la misma ya que se trataba de resolver una situación problemática donde los datos estaban dados en un gráfico, y Chat-GPT trabaja actualmente sólo con texto.

La Fig. 1 muestra la pregunta que los alumnos debían realizar al chat.

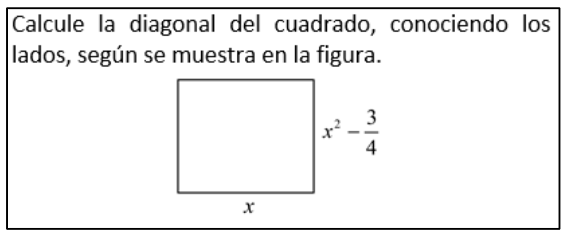


Fig.1 Problema a resolver por Chat-GPT

ANÁLISIS

1) *<u>Chat-GPT como fuente de información de un tema de la asignatura Análisis Matemático I (AMI)</u>*. Las respuestas del chat fueron correctas al definir Función real, dominio, imagen (rango), codominio, función inversa, biyectividad, álgebra de funciones y composición de funciones. Sin embargo, comete muchos errores en la resolución de la mayoría de los ejemplos dados, como por ejemplo al especificar el rango de una función cuadrática y al decir que las funciones exponencial y logarítmica no son biyectivas y que hay que restringir sus dominios para que lo sean. Si bien se logra que corrija los errores, en los últimos casos se requirieron hasta cinco instancias aclaratorias repreguntando al chat.

2) *<u>Chat-GPT como ayuda para resolver una situación problemática</u>*. Realizaron la actividad 21 alumnos. En general, las preguntas de los estudiantes fueron bien redactadas, y Chat-GPT respondió cometiendo el mismo error en todos los casos: calculó la medida de la diagonal del cuadrado en función de la variable *x* (Fig. 1), sin calcular su valor a partir del hecho de que los lados de un cuadrado son iguales.

Lo que se observó es la reacción de los alumnos frente a la primera respuesta dada por el chat. La mayoría repreguntó de manera de guiar al programa para llegar al valor de la diagonal, sólo tres alumnos no repreguntaron. Sin valorar la respuesta de la IA, es positiva la madurez que alcanzaron los alumnos al terminar el cursado de la materia.

El hecho de que los estudiantes puedan guiar al chat en un tema de la asignatura puede ser un indicio de una actividad para los alumnos para contribuir en el proceso de aprendizaje: sugerir a los estudiantes un tema para que analicen la respuesta del chat, y establezcan un diálogo hasta lograr una respuesta satisfactoria, detectando los puntos donde la IA comete errores.

Posteriormente a la realización de la actividad, se solicitó a los 21 alumnos que respondan a una encuesta, cuyo eje central estaba referido a su opinión respecto a su interacción con el Chat-GPT, respondieron a dicha encuesta solo 17 alumnos.

Encuesta: El 94.1% de los encuestados conocía esta IA, pero sólo el 64,7% ya lo había usado. De 11 respuestas del uso que le había dado con anterioridad, 6 respondieron por ocio y 8 por estudio, algunos coinciden en ocio y estudio.

Sólo se obtuvo una opinión negativa sobre el chat. Al examinar la forma en que este estudiante interactuó con él, se nota que, aunque hizo varias preguntas adicionales, no consiguió formular las adecuadas para obtener la respuesta deseada.

Algunos afirman que es una herramienta útil o muy útil, sin dar mayores precisiones. En general coinciden en que es interesante y sirve para aspectos teóricos, para buscar información en forma sencilla, pero que hay que ser cautelosos en las respuestas. Para temas teóricos es bien visto por los encuestados, pero no así para cálculos matemáticos.

Un alumno dijo "*Ayuda bastante en ciertos casos en donde uno, por más que busque en videos de YouTube o en Google algún ejercicio que no sabe si estará bien o mal resuelto, basta con preguntar a chat-gpt para ver alguna posible respuesta. Es de aclarar que algunas veces acierta en lo solicitado pero otras veces no. Es por ello que siempre hay que verificar con un docente la respuesta de la IA.*"

Lo interesante de las actividades de los alumnos, además del relevamiento que demostró que la mayoría ya conocía el chat pero que no era usado por todos, es la interacción que tuvieron con el mismo, la forma de hacer la pregunta y de repreguntar. La dinámica de repregunta, generada por respuestas iniciales insatisfactorias del chat, desencadena un proceso de ajuste cognitivo. Los estudiantes, al enfrentarse a respuestas que no cumplían sus expectativas, reformularon sus preguntas de manera de que el chat respondiera de forma más precisa. Este proceso implica una evaluación crítica de su propio entendimiento y la capacidad de comunicar sus inquietudes de forma comprensible. Las nuevas preguntas, redactadas a partir de las respuestas previas, reflejaron claridad conceptual, lo que sugiere una mejora en la habilidad para plantear y resolver problemas de manera efectiva. En este sentido, este tipo de actividades puede resultar ser una herramienta muy potente en la enseñanza y aprendizaje del análisis matemático.

DISCUSIÓN

El uso de la IA en la educación implica un desafío enorme en la innovación de prácticas de enseñanza y de aprendizaje, con los riesgos que implican, siendo necesario la discusión a nivel político y con los actores educativos y quienes toman decisiones [7]. Para ello es necesario tener conocimiento de las aplicaciones disponibles, con sus ventajas y limitaciones.

En este trabajo se analiza el posible uso del Chat-GPT en la educación, particularmente en matemática de primer año de Ingeniería. En la actualidad no se pueden automatizar los procesos educativos, ni utilizar el Chat-GPT como tutor independiente de la guía del docente, sino priorizar enfoques centrados en el estudiante. La IA en educación ofrece oportunidades, pero se debe utilizar de manera equilibrada y responsable para aprovechar su potencial [8].

Todavía resulta peligroso utilizar a esta IA como tutor automático, a pesar de que la encuesta realizada arroja como resultado que muchos alumnos lo utilizan como fuente de información en conceptos teóricos, ya que está probado por lo mencionado en la sección anterior que el Chat-GPT no es confiable en este sentido, ofreciendo una baja tasa de aciertos en las respuestas. Teniendo en cuenta esto y la experiencia realizada con los alumnos, se plantea como uso del chat la programación de actividades (por parte del docente) donde los alumnos deben realizar preguntas al chat y analizar sus respuestas, de modo de despertar el espíritu crítico y puedan detectar los errores que comete la IA.

También hay que pensar que la inteligencia artificial (IA) tiene el potencial de transformar la educación en varios aspectos: no sólo están los chats conversacionales como Chat-GPT (para utilizarlos como fuente de información o en la resolución de problemas matemáticos), también puede usarse la IA en la producción de material didáctico, como voces, videos con personajes e imágenes generadas. Existen herramientas de IA gratuitas y de acceso amplio, que brindan recursos educativos de calidad.

Lo bueno de usar IA en primer año es la presentación de estas herramientas (con las ventajas y limitaciones que presentan) a los estudiantes, quienes seguramente le sacarán provecho durante toda la carrera (es inevitable incluir la IA en la educación actual).

Entre las limitaciones actuales de Chat-GPT, también se pueden mencionar la falta de fuentes (no indica de dónde saca la información) y el hecho de no conectarse a internet para buscar respuestas.

Pero también puede usarse de muchas formas, algunas en tareas de organización o administrativas en tareas diarias de educación, y otras en el proceso educativo: por ejemplo, la redacción de instrumentos evaluativos (ejercicios de examen y rúbricas) y actividades para los alumnos que contribuyan a la construcción del aprendizaje.

CONCLUSIONES

En la actualidad, Chat-GPT puede tomarse como herramienta complementaria en la educación, puede ser especialmente útil para obtener respuestas rápidas, pero no reemplaza el aprendizaje en profundidad y la comprensión de los conceptos. Es importante utilizarla como una ayuda para el estudio y complementarla con otras fuentes de información.

El uso del chat implica un proceso interactivo que puede ser usado en el aprendizaje centrado en el alumno, programándose actividades donde el alumno debe interactuar con el chat para construir conocimiento analizando las respuestas que arroja la IA.

También puede resultar útil para el docente en diversos usos, entre los cuales se pueden mencionar la revisión de la redacción de preguntas de examen y la elaboración de rúbricas para la evaluación de los alumnos.

REFERENCIAS

[1] Chat-GPT. Recuperado el 3 de mayo de 2023, de https://chat.openai.com/.

[2] Geogebra. Recuperado el 3 de mayo de 2023, de https://www.geogebra.org/.

[3] Wolfram|Alpha. Recuperado el 3 de mayo de 2023, de https://www.wolframalpha.com/.

[4] Khan Academy. Recuperado el 3 de mayo de 2023, de https://es.khanacademy.org/.

[5] Mathway. Recuperado el 3 de mayo de 2023, de https://www.mathway.com/es/Algebra.

[7] Miao, F.; Holmes, W; Huang, R. y Zhang, H. *Inteligencia artificial y educación. Guía para las personas a cargo de formular políticas*. UNESCO, 2021. Pub. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, Paris, Francia, UNESCO, 2021, ISBN 978-92-3-300165-7.

[8] Tuomi, I. *The Impact of Artificial Intelligence on Learning, Teaching, and Education. Policies for the futur*e, Eds. Cabrera, M., Vuorikari, R & Punie, Y., EUR 29442 EN, Publications Office of the European Union, Luxembourg, 2018, ISBN 978-92-79-97257-7, doi:10.2760/12297, JRC113226.

EDUCACIÓN MATEMÁTICA INCLUSIVA
UN APORTE DESDE LA FORMACIÓN INICIAL

Caicheo, Nancy; García, Valeria Lourdes; Malik de Tchara, Claudia

Universidad Nacional de la Patagonia Austral. Unidad Académica San Julián
Colón 1570, Puerto San Julián, Provincia de Santa Cruz

valerialourdesgarcia@gmail.com

Categoría del trabajo: Trabajo de investigación
Nivel Educativo: Superior
Palabras clave: Educación Matemática; Educación Inclusiva; Formación inicial docente; Educación Primaria

Resumen: Esta comunicación es una reflexión respecto a la investigación, como parte constitutiva de la formación inicial y continua de Docentes de Primaria, a partir de herramientas teóricas que permiten describir, interpretar y explicar procesos de enseñanza y de aprendizaje de la Matemática en aulas inclusivas, como campo de acción de estrategias de mejoramiento en las prácticas áulicas. Asimismo, se incluye una estudiante de Trabajo Social para favorecer el desarrollo de actitudes para el abordaje interdisciplinario, integral y crítico de lo social, con sentido ético y democrático, con respeto a la diversidad y los derechos humanos.
El Proyecto adopta el enfoque de la Educación Matemática Inclusiva (EMI), orientado a garantizar el acceso a una educación de calidad para todos los estudiantes, favoreciendo la eliminación de barreras y aumentando su participación para el logro óptimo de sus aprendizajes. En igual sentido, para el diseño y creación de recursos didácticos se adopta el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA), que reconoce como recurso accesible aquel pensado desde su origen para todos los posibles usuarios que podrían llegar a hacer uso de él.

Marco teórico de referencia

El enfoque de educación inclusiva sostiene que todos los niños pueden aprender si las escuelas construyen las condiciones pedagógicas y didácticas necesarias, y parte de considerar que todos los estudiantes tienen derecho a educarse juntos. De modo que no son los niños los que deben adaptarse a las condiciones escolares sino que son las escuelas las que deben transformarse para educar a todos en contextos inclusivos (Cobeñas y Grimaldi, 2018, pp. 43-44).

El DUA dirige sus acciones al desarrollo de productos y entornos de fácil acceso para el mayor número de personas posible, sin la necesidad de adaptarlos o rediseñarlos de una forma especial.

Cobeñas y Grimaldi (2018) plantean que los debates actuales sobre educación inclusiva se basan en distintas perspectivas: legal, sociológica y política, ética-filosófica, pedagógica y didáctica, que demandan de la comunidad en general y educativa en particular, reflexión y acción en pos de que las escuelas se conviertan en contextos inclusivos para todos los estudiantes, tendiente a garantizar el derecho de educarse juntos. Cabe mencionar, que la perspectiva didáctica considera que los fracasos escolares nunca son interpretados como problemas que devienen de las características del alumnado, sino que son problemas inherentes a la enseñanza y las instituciones educativas. Esto implica que incluir es considerar que todos los alumnos pueden aprender. No es simplemente estar físicamente en una escuela común: es estar aprendiendo juntos.

Se entiende necesario, desde la formación inicial de docentes de Primaria y Licenciados en Trabajo Social, un trabajo reflexivo sobre la educación inclusiva en general y la EMI en particular, con el fin de resignificar la mirada actual sobre la matemática escolar. Las actividades de investigación constituyen y proyectan una mejora en la calidad de vida de las personas y se pueden pensar como una inversión, que realiza la Universidad, para que el estudiante en su proceso de aprendizaje investigue de manera crítica, colaborativa y con personas portadoras de diferentes saberes.

Relación del Proyecto de Investigación con la Formación Docente

La creación de recursos didácticos para aulas inclusivas contempla las posibilidades que ofrecen los recursos analógicos y digitales. En el diseño y desarrollo de algunos recursos analógicos se vienen empleando las tecnologías de impresión 3D e impresión en Braille. La impresión 3D refiere a las tecnologías que crean un objeto, modelo tangible o prototipo desde un archivo digital 3D. Entre las ventajas de la impresión en 3D se destaca su fácil utilización y adaptabilidad. La propuesta, en el marco de este proyecto, es que los objetos creados sean descargables de manera libre y gratuita. En el contexto tecnológico actual y propendiendo a la educación inclusiva, recuperamos nuevamente los aportes de Cobeñas y Grimaldi (2018), destacando que: supone un proceso, que tiene como fin la constante identificación y eliminación de las barreras a la participación y el aprendizaje de todo su alumnado; propone una forma de pensar la discapacidad, la educación y el derecho; promueve un giro que va desde poner el énfasis en las limitaciones del alumnado a ponerlo en las *barreras* que genera la escuela. Desde esta perspectiva que se construye la noción de *apoyos*, definidos por Boots y Ainscow (2000) en Cobeñas et al. (2021): como todas aquellas modificaciones que las escuelas producen en pos de asegurar la plena participación y aprendizaje del alumnado con discapacidad. Esto implica acompañar/posibilitar/sostener/ facilitar la participación y los procesos de enseñanza y de aprendizaje considerando a todo el alumnado. La contracara de los apoyos son las barreras. Encontramos varios tipos de barreras: físicas, comunicacionales, actitudinales, didácticas.

Puesto que la educación y el conocimiento (en particular, el conocimiento matemático) es un derecho de todas las personas, es responsabilidad del sistema educativo y de los colectivos docentes revisar ciertos modos usuales de mirar a los estudiantes (en tanto más capaces o menos capaces), desafiando de este modo algunas lógicas históricas de los niveles y de las instituciones. Entonces: ¿qué podemos pensar y hacer como escuela, como colectivo de docentes, para enseñarles a todos los estudiantes, incluso a aquellos a los que no estamos llegando actualmente? Esta es hoy una pregunta central para pensar la inclusión.

Se destaca el rol de la Universidad en los procesos formativos de docentes de primaria, se apuesta al avance de la Enseñanza de la Matemática en Aulas inclusivas, aspecto que tiene escaso desarrollo en la actualidad. La investigación como campo de acción de estrategias de mejoramiento en las prácticas áulicas, cuenta con el aporte y mirada activa de estudiantes avanzados y graduados que logran acercarse a la metodología de la investigación educativa, participando desde "el hacer" en la planificación, puesta en marcha y registro de las actividades. Luego, en el ejercicio de la tarea docente, en el "quehacer en el aula", avanzan en la experimentación e implementación de algunos o varios aspectos de las actividades vivenciadas.

Desarrollo y aportes

La educación inclusiva es un derecho humano, y al mismo tiempo, una perspectiva pedagógica que parte de identificar que los sistemas educativos pueden ser particularmente excluyentes con algunos grupos sociales, se hace necesario entonces promover modificaciones en modos de pensar y accionar en pos de efectivizar el derecho a la educación. Esto involucra un proceso activo y constante de identificación y eliminación de barreras al aprendizaje y a la participación, así como de construcción de apoyos.

Por esto, es importante generar espacios de intercambio y capacitación que permitan reflexionar e ir transformando las prácticas docentes, el sistema, sus características, su organización y de esta manera lograr construir una educación inclusiva. En el marco del trabajo de investigación se propicia la producción colaborativa y contar con diferentes "miradas" que permiten aprender a "mirar con otros sentidos", debiendo derribar barreras y construir apoyos al compartir las tareas con personas con discapacidad.

Como grupo de investigación se considera que la escuela inclusiva es aquella en la cual se trabaja en pos de eliminar las barreras y crear apoyos en procesos colectivos y colaborativos, bajo el principio: todos los alumnos pueden aprender juntos. Este trabajo se encontrará con barreras pedagógicas y didácticas, por lo que es fundamental valorar las situaciones que permitan desarrollar en los estudiantes ideas y generalizaciones.

Apuntamos a comprender a la educación inclusiva como "la identificación y eliminación de todas las políticas, culturas y prácticas educativas que puedan tener como efecto formas de exclusión educativa de las personas con discapacidad, y el consiguiente desarrollo de apoyos y formas de enseñanza basadas en el supuesto de que todos pueden aprender y que deben hacerlo juntos en espacios inclusivos" (Ainscow, 2002 en Cobeñas y Grimaldi, 2018).

En busca de favorecer la construcción de apoyos materiales para la inclusión, surge un trabajo inicial de búsqueda y análisis de archivos de diseño digital gratuitos, con el fin de seleccionar una serie de recursos que podrían ser empleados en aulas inclusivas. Algunos ejemplos de estos recursos, seleccionados hasta la actualidad y que se muestran en la figura 1, son: partes de fracciones, dados, y reglas, todos con inscripción en braille para facilitar su uso en personas con disminución visual y ciegas. En la actualidad estos recursos se encuentran en la etapa de testeo y mejoramiento de calidad para ser manipulados e interpretados sin lugar a errores. Es necesario mencionar en este momento que, en el marco del proyecto se considera que el material en sí mismo no garantiza la inclusión, por lo cual resulta necesario diseñar propuestas educativas inclusivas, desde la base de la perspectiva didáctica planteada por Cobeñas y Grimaldi (2018) y detallada previamente en este trabajo.

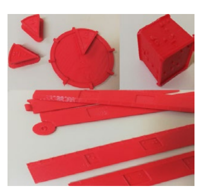


Figura 1: *Algunos objetos 3D impresos en el marco del Proyecto de Investigación*

Algunas reflexiones y resultados

Este artículo comparte un enfoque sobre la educación inclusiva en general y la EMI en particular, que se sustenta en un cambio de paradigma de la discapacidad. Según Ainscow (2004) las barreras experimentadas por los alumnos tienen su origen en maneras de pensar preconcebidas (p. 15) e invita a tener una mirada diferente, ampliada y posicionarse desde otro lugar a la hora de avanzar en el análisis crítico de situaciones que involucren aspectos relacionados con los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la Matemática de estudiantes con discapacidad. En este sentido, "cuando pensamos en el aula de matemática inclusiva no nos referimos solamente a aceptar que todos los alumnos estén allí. Estamos pensando en incluir sus ideas, valorarlas, incorporarlas a la comunidad de producción de la clase, someterlas a discusión, ponerlas en relación con otras ideas" (Espinoza et al., 2013, citado por Escobar y Grimaldi, 2015). Coincidimos con Lerner (2007) en que "los chicos tienen que ser incluidos como personas que aprenden" (p. 5). Asimismo, en el marco de la formación de docentes de primaria, compartimos con Sadovsky (2010) que "es esencial formar maestros que se acerquen a los alumnos con la convicción y el compromiso de que todos pueden -y deben- aprender en la escuela" (p. 105).

En este contexto, resulta fundamental el trabajo colaborativo entre todos los actores que participan del proceso educativo, parafraseando a Escobar y Grimaldi (2015), la diversidad en el aula debe abordarse poniendo en valor la mirada de todos los actores involucrados de modo de conocer diversas perspectivas y evitar una mirada sesgada e insuficiente.

Dentro del encuadre teórico resultó imprescindible cambiar la perspectiva de la concepción de discapacidad; tomando como base el modelo social, según Palacios (2008): "[...] no son las limitaciones individuales las raíces del problema, sino las limitaciones de la propia sociedad, para prestar servicios apropiados y para asegurar adecuadamente que las necesidades de las personas con discapacidad sean tenidas en cuenta […] partiendo de la premisa de que toda vida humana es igualmente digna, desde el modelo social se sostiene que lo que puedan aportar a la sociedad las personas con discapacidad se encuentra íntimamente relacionado con la inclusión y la aceptación de la diferencia" (p. 104).

Desde el modelo social de la discapacidad y la vinculación de las nociones de barreras y apoyos se apunta a ofrecer alternativas para el trabajo en aulas inclusivas.

Se propició un trabajo reflexivo con el fin de fomentar, desde la formación inicial y continua, la construcción de una cultura escolar inclusiva, que considere la diversidad como una oportunidad para enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

Para dar continuidad a este PI se prevé trabajar en la construcción colaborativa de micro secuencias didácticas, para el abordaje de la educación matemática en aulas inclusivas y la producción y mejora de recursos 3D para luego difundir en redes de forma gratuita.

Referencias bibliográficas

Ainscow (2004). El desarrollo de sistemas educativos inclusivos: ¿cuáles son las palancas de cambio? Journal of Educational Change. https://www.researchgate.net/publication/228634802_El_Desarrollo_de_Sistemas_Educativos_Inclusivos_cuales_son_las_palancas_de_cambio

Cobeñas, P.; Grimaldi, V. (2018) Construyendo una educación inclusiva II. Aportes para repensar la enseñanza en escuelas para todos. La Plata: Asociación Azul.

Cobeñas P., Grimaldi V., Broitman C., Sancha I. y Escobar M. (2021). La enseñanza de las matemáticas a alumnos con discapacidad / - 1a ed. - La Plata: EDULP. https://libros.unlp.edu.ar/index.php/unlp/catalog/view/1635/1614/5265-1Broitman

Escobar y Grimaldi (2015). El conocimiento matemático como derecho. Nuevas coordenadas políticas para pensar y transformar las prácticas de enseñanza. Actas IV Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. Universidad Nacional de La Plata.

Lerner, D. (2007) Enseñar en la diversidad. Conferencia dictada en las Primeras Jornadas de Educación Intercultural de la Provincia de Buenos Aires, Argentina: "Género, generaciones y etnicidades en los mapas escolares contemporáneos". Dirección de Educación Intercultural, La Plata, Argentina, 2007. http://servicios2.abc.gov.ar/lainstitucion/organismos/lecturayescritura/recomendados/ensenar_en_la_diversidad.pdf

Palacios, A. (2008). El modelo social de discapacidad: orígenes, caracterización y plasmación en la Convención Internacional sobre los Derechos de las Personas con Discapacidad. Madrid: CINCA https://www.cermi.es/sites/default/files/docs/colecciones/Elmodelosocialdediscapacidad.pdf

Sadovsky, P. (2010). La enseñanza de la matemática en la formación docente para la escuela primaria. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación. http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL005901.pdf

NIVELES DE RAZONAMIENTO SOBRE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS DE ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA PARA ADULTOS

Yanina Redondo – Liliana Tauber

Facultad de Humanidades y Ciencias – Universidad Nacional del Litoral

yaniredondo@gmail.com

Categoría del Trabajo: Trabajos de Investigación

Nivel educativo: Secundario – Grado – Posgrado

Palabras claves: Educación Estadística, Cultura Estadística, Razonamiento Estadístico, Educación Secundaria para Adultos

Resumen

Se analizan razonamientos estadísticos que evidencian estudiantes de educación secundaria para adultos, que no trabajaron Estadística en su educación formal, en una tarea de comparación de distribuciones. Se elabora un modelo que permite observar el razonamiento estadístico, y a partir del mismo, se realiza un análisis de contenido que muestra que, algunos estudiantes, asocian elementos implícitos en los gráficos, mientras que otros solo se basan en conocimientos informales u opiniones de la realidad que los circunda. Por un lado, estos resultados pueden potenciar el desarrollo de propuestas didácticas que favorezcan la introducción de conceptos estadísticos en la Educación Secundaria y, por el otro, el modelo propuesto permitiría evaluar el razonamiento del estudiantado.

Introducción

Desde hace tiempo, la información estadística abunda y circula a través de diferentes medios de comunicación. No sorprende entonces que el mundo actual reconozca la necesidad de que la educación formal tome la responsabilidad de la formación estocástica, puesto que la misma aporta a la formación de un ciudadano con opinión y postura crítica frente a la información emergente (Garfield y Ben-Zvi, 2008). Nuestro país no es ajeno a esto, aunque casi paradójicamente, al momento de iniciar este trabajo, los contenidos de Estadística no forman parte de la actualización de contenidos desarrollada para todos los circuitos de Escuelas de Enseñanza Media para Adultos de la provincia de Santa Fe (Dirección Provincial de Educación

Permanente de Jóvenes y Adultos, 2019). Buscando aportar a la formación de estos estudiantes, y de brindar evidencias que puedan servir de fundamento para el diseño de propuestas didácticas que propicien la inclusión de los conceptos estocásticos en este tipo de escuelas, realizamos una investigación que busca analizar los razonamientos estadísticos que surgen al resolver tareas en las que se involucran gráficos estadísticos.

Marco de referencia

Diversos autores refieren a la *Cultura estadística*, para identificar las competencias que cualquier persona necesita para opinar con fundamentos en la sociedad de la información. En Batanero et al. (2013), dicho término se asocia con la comprensión de ideas estocásticas fundamentales y con un adecuado manejo de técnicas de análisis de datos. Así mismo, Gal (2002) identifica elementos cognitivos y disposicionales, asociados con las aptitudes necesarias para ser culto estadísticamente. Junto con esto, es importante reconocer los razonamientos estadísticos que, como plantean Wild y Pfannkuch (1999), son necesarios para resolver problemas y enfrentarse de manera crítica a la información estadística. Puede verse que la *Cultura estadística* implica comprender la información gráfica que aparece en los medios, resulta interesante entonces conocer cómo razonan los estudiantes sobre la misma. Gerber et al. (1995), sugieren que la comprensión gráfica debe ser una actividad sociocultural desde edades tempranas y por ello, enfatizan en la necesidad de aprender a utilizar este tipo de representaciones en las distintas etapas del currículo escolar. Además, el lenguaje gráfico constituye un instrumento fundamental de la "*transnumeración"*, que es una de las formas de razonamiento estadístico, identificadas por Wild y Pfannkuch (1999, pp. 227), puesto que los gráficos son esenciales para la organización, descripción y análisis de los datos y permiten realizar una "traducción" de los datos a los resúmenes y a las conclusiones.

El razonamiento sobre gráficos ha sido estudiado por muchos autores. Curcio (1989) y Friel et al. (2001), desarrollaron una taxonomía cuyas categorías permiten distinguir entre leer los datos, leer entre los datos, leer más allá de los datos y leer detrás de los datos. Por su parte, Gerber et al. (1995), identifican categorías de comprensión de gráficos de estudiantes de educación primaria y secundaria, a partir de un modelo de siete niveles, con diferentes competencias que se ponen en práctica. Por su parte, Fitzallen (2006) presenta un modelo de graficación con TIC, y desarrolla un instrumento de evaluación de los razonamientos sobre datos mediados con tecnología . A partir de estos referentes y teniendo en cuenta ciertas adaptaciones, identificamos descriptores para analizar la lectura de los gráficos y definimos nuevas categorías que consideramos permitirán analizar las respuestas dadas a nuestro cuestionario. A continuación, se presenta dicho sistema de cuatro categorías:

Nivel 1: Razonar desde la lectura personal del mundo. En el mismo se consideran respuestas que se apoyen en conocimientos informales sobre la situación del barrio o que dejen entrever opiniones personales que no se fundamentan en la información del gráfico presentado.

Nivel 2: Razonar a partir de los datos. Implica aquellos razonamientos que provengan de reconocer y mencionar, correcta o erróneamente, información contenida en los gráficos. Es decir, cuando se hace referencia a la lectura del contenido del gráfico: variables, categorías, frecuencias, datos, unidades elementales, entre otros.

Nivel 3: Razonar por medio de la comprensión de los datos. Involucra respuestas basadas en los resúmenes, pero es más profundo que el nivel anterior en el sentido de que incluye acciones como comparaciones (entre gráficos, entre categorías, entre variables), operaciones con datos o frecuencias extraídas de los gráficos, elaboración de informes que permitan describir la información, fundamentación a partir de los datos, entre otras.

Nivel 4: Razonar más allá de los datos. Es el más complejo, incluye aquellos razonamientos que, si bien están basados en los datos, dejan entrever inferencias, conclusiones, fundamentaciones sobre la validez o falsedad de afirmaciones, búsqueda de tendencias.

Metodología, instrumento y sujetos de estudio

La investigación es cualitativa, exploratorio-descriptiva, inductiva (explorar, describir y luego generar perspectivas). La técnica es el análisis de contenido (a través de las respuestas de los estudiantes), basado en los niveles de razonamiento descritos. Se adopta una perspectiva interpretativa que no pretende generalizar sus resultados (Hernández et al., 2006). Los sujetos de estudio son 29 alumnos de 5º año, de dos escuelas de Educación Secundaria para Adultos, situadas en barrios periféricos de la ciudad de Santa Fe, que nunca han estudiado Estadística a nivel curricular. Los mismos se seleccionan de manera accidental, dado que son los sujetos a los que se ha tenido acceso, considerando que son pocas las instituciones de educación para adultos.

Como instrumento, se diseñó un cuestionario con tres tareas que involucran la interpretación de datos resumidos en gráficos estadísticos, aunque en este trabajo presentamos solo el análisis de la primera parte de la tarea 1 (Cuadro 1). Los resúmenes utilizados provienen de una encuesta realizada a estudiantes de las mismas instituciones de los sujetos de estudio, que cursaron un año antes de la realización de esta investigación. Dado que se pretende analizar si los estudiantes realizan una lectura crítica basada en los datos o si responden a partir de opiniones personales, las tareas fueron elaboradas a partir de temáticas vinculadas con su propio entorno.

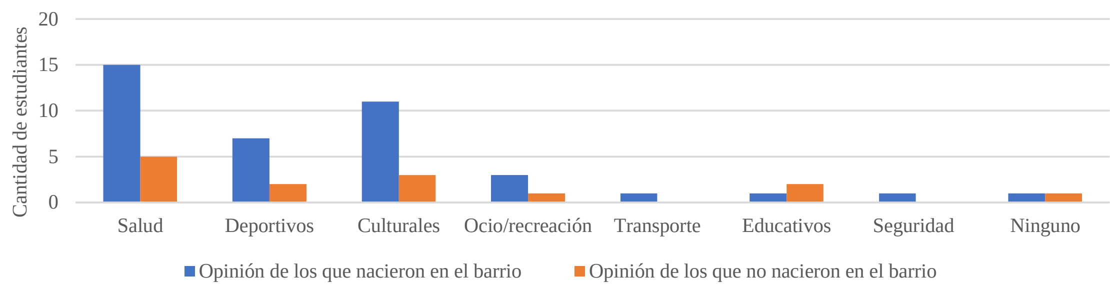
Cuadro 1. Tarea 1-a) del cuestionario

ACTIVIDAD 1

Durante el año 2020, y en el marco de un proyecto educativo, se realizó una encuesta a los estudiantes de 5º año de la EEMPA Nº 1318. Dicha encuesta pretendió indagar acerca de algunas características del grupo, así como ciertas concepciones y opiniones sobre el barrio Alto Verde. Una de las preguntas de dicha encuesta fue: ¿qué tipo de servicio considerás que falta en el barrio?, pudiendo seleccionar todas las respuestas que cada encuestado consideraba necesarias. El *gráfico 1.1* resume las respuestas dadas por los estudiantes.

a. ¿Cómo describirías lo que observas en el gráfico siguiente? Elaborá un escrito en el cual expreses las características generales de la información que en el mismo se resume.

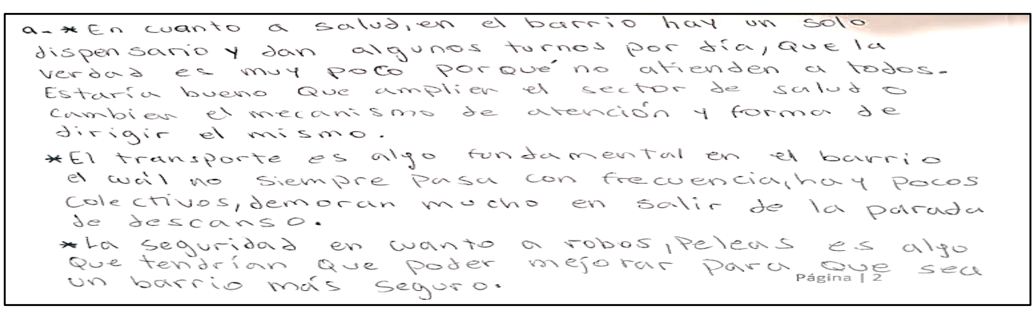
Gráfico 1.1. ¿Qué servicios le falta al Bº Alto Verde?



Análisis de las respuestas dadas a la tarea 1-a)

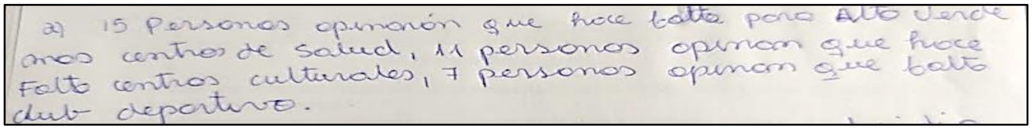
En esta tarea se espera que, al menos, se realice una descripción de las categorías de la variable con mayores frecuencias y una comparación entre lo elegido por los encuestados nacidos en el barrio y los que no. Así, según la profundidad alcanzada, podrían aparecer diferentes descriptores, ya sea porque solo reconozcan las variables, sus categorías o frecuencias (*Nivel 2*), comparen u operen con las mismas o expresen fundamentos basados en la información (*Nivel 3*) o, si en dicho informe se expresan algunas tendencias observadas en el resumen (*Nivel 4*). No obstante, consideramos que, puede que no se consideren los datos, basando sus respuestas en opiniones personales o en conocimientos sobre la realidad del barrio (*Nivel 1*). A partir del análisis previo del instrumento, se revisaron las respuestas, buscando identificar el nivel de razonamiento empleado por cada alumno. Compartimos algunas de estas respuestas, seleccionadas con el fin de mostrar ejemplos de los diferentes niveles de razonamiento .

Figura 1: Respuesta dada por el Alumno 5


a.- * En cuanto a salud, en el barrio hay un solo dispensario y dan algunos turnos por día, que la verdad es muy poco porque no atienden a todos. Estaría bueno que amplien el sector de salud o cambien el mecanismo de atención y forma de dirigir el mismo.
* El transporte es algo fundamental en el barrio el cual no siempre pasa con frecuencia, hay pocos colectivos, demoran mucho en salir de la parada de descanso.
* La seguridad en cuanto a robos, peleas es algo que tendrían que poder mejorar para que sea un barrio más seguro.
Página | 2

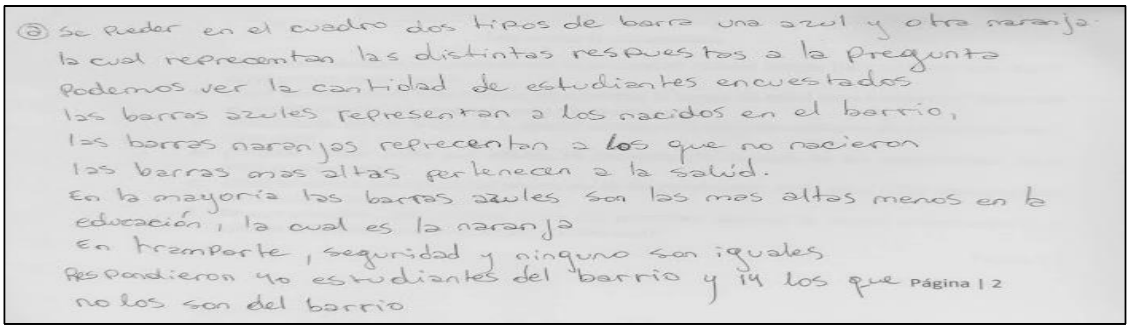
El Alumno 5 (Figura 1), escoge tres categorías de la variable principal pero las describe basándose en sus opiniones personales, en su conocimiento de la realidad del barrio. Por esta razón, ubicamos su razonamiento en *Nivel 1*, puesto que solo expresa fundamentos a partir de su propia lectura del mundo y no utiliza datos para fundamentar.

Figura 2: Respuesta del Alumno 8


a) 15 Personas opinaron que hace falta para Alto Verde
mas centros de salud, 11 personas opinan que hace
Falta centros culturales, 7 personas opinan que falta
club deportivo.

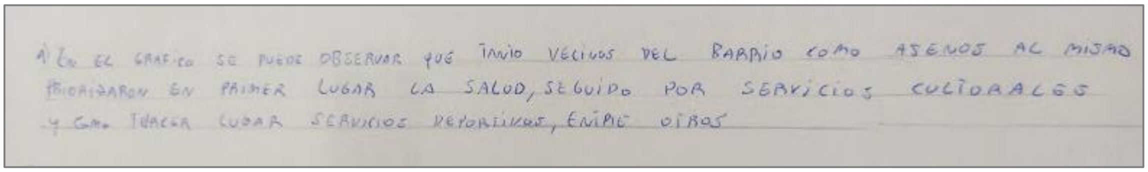
En la Figura 2, se presenta un ejemplo de razonamiento de *Nivel 2*, ya que el estudiante realiza una lectura directa de la información del gráfico, reconoce categorías y frecuencias de la variable, es decir, tiene un nivel básico de razonamiento a partir de los datos.

Figura 3: Respuesta del Alumno 3


a) Se pueden en el cuadro dos tipos de barra una azul y otra naranja
la cual reprecentan las distintas respuestas a la pregunta
Podemos ver la cantidad de estudiantes encuestados
las barras azules representan a los nacidos en el barrio,
las barras naranjas reprecentan a los que no nacieron
las barras mas altas pertenecen a la salud.
En la mayoría las barras azules son las mas altas menos en la
educación, la cual es la naranja
En tranporte, seguridad y ninguno son iguales
Respondieron 40 estudiantes del barrio y 14 los que Página | 2
no los son del barrio

Si bien el Alumno 3 (Figura 3) no redacta un informe estadístico, se puede ver que identifica categorías de comparación, lo cual se evidencia cuando indica: “*las barras azules representan a los nacidos en el barrio, las barras naranjas reprecentan a los que no nacieron”* e identifica algunas categorías de la variable principal: *“las barras más altas pertenecen a la salud”*. Asimismo, compara frecuencias de manera informal: *“En tranporte, seguridad y ninguno son iguales”*. No obstante, expresa la cantidad de personas que respondieron la encuesta (*“Respondieron 40 estudiantes del barrio y 14 los que no los son del barrio”*), aunque de manera incorrecta, ya que suma las frecuencias absolutas de cada categoría sin tomar en cuenta que, en el enunciado se indicaba que cada encuestado podía elegir más de un servicio. Por todo ello, lo ubicamos en el *Nivel 3*, ya que evidencia un cierto grado de comprensión de los datos.

Figura 4: Respuesta del Alumno 20


A) EN EL GRAFICO SE PUEDE OBSERVAR QUE TANTO VECINOS DEL BARRIO COMO AJENOS AL MISMO
PRIORIZARON EN PRIMER LUGAR LA SALUD, SEGUIDO POR SERVICIOS CULTURALES
Y EN TERCER LUGAR SERVICIOS DEPORTIVOS, ENTRE OTROS

Consideramos que la respuesta del Alumno 20 (Figura 4) puede englobarse dentro del *Nivel 4* puesto que intenta concluir más allá de los datos el observar tendencias de ambas distribuciones y de manera comparativa.

Reflexiones finales

Nuestros resultados evidencian distintos niveles de razonamiento estadístico en las respuestas, desde un nivel informal a otras que integran elementos más complejos, como la lectura de los elementos de un gráfico estadístico, la comparación de categorías, incluso hasta lo que podría considerarse como la búsqueda de tendencias a partir de los datos. Si bien ningún sujeto disponía de formación estadística formal, es posible identificar razonamientos adecuados, lo que nos anima a incluir la Estadística en la Educación Secundaria para Adultos. Los niveles de jerárquicos propuestos pueden servir como indicadores para evaluar el razonamiento de los estudiantes y para la planificación de propuestas que desarrollen el razonamiento estadístico de manera progresiva.

Bibliografía

- Batanero, C; Díaz, C.; Contreras, J.M. y Roa, R. (2013): El sentido estadístico y su desarrollo. *Números, 83*, 7-18.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension.* Reston, VA: N.C.T.M.
- Dirección Provincial de Educación Permanente de Jóvenes y Adultos. (2019). Circular 0002. Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe.
- Fitzallen, N. (2006). A Model of Students' Statistical Thinking and Reasoning about Graphs in an ICT Environment. *Actas de la 29ª Conferencia Anual del Grupo de Investigación de Matemáticas de Australasia*.
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research* 71 i*n mathematics Education, 32*(2), 124-158.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review 70*(1), 1-25.
- Garfield, J., Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Gerber, R., Boulton-Lewis, G y Bruce, C. (1995). Children's understanding of graphic representation of quantitative data. *Learning and Instruction 5*: 70-100.
- Hernández, C. R., Fernández, C., Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review, 67* (3), 221-248.

PROFESORES PENSANDO EL INFINITO EN LOS NUMEROS REALES

Andrea Rivera - Virginia Montoro

Depto. de Matemática – UNCo (Bariloche) IPEHCS (UNCo – CONICET)
andreb.rivera@gmail.com; vmontoro@gmail.com

Categoría del Trabajo: Trabajo de investigación
Nivel Educativo: secundario-universitario
Palabras claves: infinito – número real – profesores – concepciones

Resumen: Realizamos un análisis acotado de una entrevista a dos docentes de matemática de escuela secundaria, con el objetivo de estudiar la dinámica de las ideas sobre el infinito matemático en relación con el número real en un contexto de reflexión entre pares. Estos docentes, se relacionan con el objeto matemático específico desde dos perspectivas: la conceptualización matemática y su papel de enseñante o el posible aprendizaje de sus estudiantes. Advertimos que, en el sentido otorgado a los números reales en la narrativa sobre sus prácticas, prepondera la identificación del número con su representación y la aplicación de algoritmos. Ponen en juego distintas concepciones del infinito en relación con los números reales aun cuando pueden resultar contradictorias. Una concepción de infinito actual que pudo ser construida en sus estudios universitarios, se ve opacada buscando maneras de hacer más "comprensibles" estos abstractos conceptos, manifestando incluso concepciones alternativas y lábiles.

Introducción

La comprensión del número real está mediada por importantes obstáculos epistemológicos (Artigue, 1995; entre otros) entre los que se destaca la dificultad para concebir el infinito actual (o también llamado matemático), noción que requirió más de dos milenios para ser aceptada por la comunidad matemática (Arrigo et al., 2011, entre otros). Estudios que indagan sobre concepciones de las personas (tanto docentes como estudiantes) respecto del infinito matemático muestran que la comprensión de éste es contraintuitiva, lábil -en el sentido de que no es unívoca, sino que se muestra poco estable, cambiante con el contexto y el tipo de demanda de las tareas a resolver- (Fischbein et al., 1994, entre otros) y que requiere de contextos educativos que propicien la reflexión a través de intervenciones de enseñanza específicas

(Montoro, 2005; Sfard, 1994; entre otros). Hemos notado que, las concepciones sobre el infinito no son estáticas, sino que muchas veces cambian activamente durante un proceso de reflexión con pares (Rivera et al., 2022).

En la Matemática escolar, por lo general, se distinguen los números racionales de los irracionales mediante su representación en el sistema decimal. Este hecho trae aparejado dificultades teóricas, ya que si sabemos que un número es irracional (por construcción o por demostración) sabemos que tiene una expresión decimal infinita no-periódica, sin embargo, dada una expresión decimal infinita (sin más detalles) no podremos saber si se trata de un número racional o irracional. Destacamos que la cualidad de ser racional o irracional es intrínseca del número independiente de la notación utilizada y que, tanto para racionales como para irracionales, la notación decimal involucra la aceptación del infinito actual. Esto se debe a que es necesario considerar las infinitas cifras *simultáneamente presentes*. Considerarlas en forma potencial (como un proceso sin fin) puede convertirse en un obstáculo para la comprensión del número real. Por ejemplo, podría llevar a pensar que $0,\hat{9}$ es menor estricto a 1 porque “siempre se podrán seguir agregando nueves, entonces siempre le faltaría un poco”.

Por otra parte, el Diseño Curricular de la Escuela Secundaria (Ministerio de Educación de Río Negro, 2017) propone la identificación de los irracionales con ejemplares muy especiales (la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro, la relación entre la longitud de la diagonal de un cuadrado y su lado, el número áureo) o con sus aproximaciones racionales.

El objetivo general de nuestra investigación es estudiar la dinámica de cambio de las comprensiones, de estudiantes y docentes sobre el infinito matemático con relación al número real, a través de entrevistas semiestructuradas tomadas luego de responder un cuestionario. Este cuestionario sobre la comprensión del número real fue aplicado, en un estudio previo, a 307 estudiantes con distinto grado de formación matemática en la secundaria y la universidad (Montoro y Ferrero 2022; Montoro y Scheuer, 2016). Describimos muy sintéticamente las clases de respuestas encontradas en términos de comprensiones sobre el infinito en el contexto del número real: 1) *Ajenidad*, denotan que no se apropian del problema. 2) *Finitistas* (explicitas o no), en las que se dan justificaciones propias de interacciones con colecciones finitas. 3) De *Infinito como indefinido*, denotan una imposibilidad de operar con el infinito. 4) *Infinitista en un sentido común*, ya sea pensando el infinito como una *única cantidad infinita* o concibiendo al infinito como un proceso sin fin -*infinito potencial*-. 5) *Infinitistas en un sentido matemático* (cardinal o actual), pensando las colecciones de infinitos elementos presentes simultáneamente -infinito matemático-.

Presentamos un análisis preliminar y acotado de una entrevista tomada a dos docentes de matemática de secundaria en ejercicio en un contexto de reflexión con pares. Entendemos que, además de las ideas respecto al número real y el infinito, también se verán reflejadas sus ideas respecto a la enseñanza y el aprendizaje de estos temas.

Metodología

Participantes: dos docentes de Matemática de escuela secundaria con 14 años de experiencia.

Relevamiento de la información: dos instrumentos de manera no simultánea: un cuestionario escrito y entrevistas semiestructuradas y video-filmadas. El cuestionario es el que se describe en la introducción. El mismo consta de 10 tareas relacionadas con el orden, la densidad, la representación en la recta y la completitud de los números reales, como así también con la notación infinita de números y la cardinalidad de conjuntos numéricos. Por cuestiones de extensión de este trabajo, el protocolo del cuestionario no es presentado aquí.

Luego de haber contestado el cuestionario, en forma individual y en sus domicilios, se entrevistó a la pareja de docentes en busca de profundizar en sus comprensiones sobre el número real y su relación con el infinito, basándonos en sus reflexiones y comentarios sobre sus respuestas al cuestionario y poniendo especial énfasis en la dinámica de cambio producida en estas comprensiones (o las resistencias), durante la interacción. En este sentido, propiciamos la discusión para observar cómo cambian sus ideas activamente, por qué se modifican, cómo conviven y cómo fluyen. Sostenemos que éstas no son estáticas y se ven influenciadas por la tarea, el contexto, la reflexión y la interacción. Atendemos al proceso de comprensión de cada participante, particularmente enfocándonos en sus explicaciones, discordancias, coexistencia de concepciones contrapuestas y/o aparición de ideas nuevas.

Teniendo en cuenta su rol docente, también realizamos preguntas sobre sus ideas en cuanto a la enseñanza del número real. Estas preguntas estuvieron orientadas por un estudio anterior (Ferrero y Montoro, 2011).

Procedimiento de Análisis: se transcribió la entrevista en su totalidad y se determinaron los episodios relevantes para este estudio, describiendo, discutiendo y analizando cualitativamente los mismos a fin de observar cambios en las concepciones y el proceso de comprensión de cada participante respecto del número real en un contexto de reflexión; como así también rescatando la voz de los docentes en sus argumentaciones sobre sus prácticas. El análisis de cada episodio fue discutido y consensuado con al menos dos investigadoras del grupo.

Resultados

Pensamiento algorítmico opacando el concepto de número real. En el cuestionario, Ana describe la condición de ‘ser un número irracional’ como *“números con infinitas cifras* *decimales no periódicas"*. Sin embargo, durante la entrevista, menciona que la definición que trabaja (en la escuela) es que *"no se pueden escribir como fracción"*. Al explicarlo dice: "*porque después de dar un exacto, un mixto, un periódico, siempre hay un* ***algoritmo*** *que me permite… pero el infinito te llena el pizarrón hasta allá y ¿dónde termina? ¿y cuándo lo terminamos de escribir? No se puede escribir como fracción*". Observamos que manifiesta que no encuentra la forma de "escribirlos" (literalmente, escribirlos como fracción a través del algoritmo que se enseña) descartando de este modo la propiedad *esencial* de los irracionales de no ser cociente de enteros. Julio, también se basa en este algoritmo al expresar que los irracionales "*son aquellos que no pueden* ***obtenerse*** *como la razón de dos números enteros. No pueden* ***expresarse*** *como fracción"* y con anterioridad ha dicho que enseña el algoritmo para expresar un racional como fracción. Ambos se apoyan en el (conocido) algoritmo (o la ausencia de éste) dándole al mismo una gran relevancia, lo que concuerda con el enfoque propuesto en los contenidos mínimos provinciales para la escuela secundaria.

En otro momento de la entrevista, Julio resalta que para ubicar un número en la recta numérica es conveniente **pasarlo** a fracción dándole, nuevamente, un lugar preponderante al algoritmo. Sin embargo, luego parece manifestar una confrontación entre dos algoritmos que él enseña y promueve para comparar números: "pasar a fracción" y "comparar posicionalmente en notación decimal". Al contarle que les estudiantes suelen comparar posicionalmente diciendo que la parte entera de $0,\hat{9}$ es 0 y de 1 es 1, entonces $0,\hat{9}$ es menor que 1, Julio menciona que "*uno lo enseña así"* (sin realizar una distinción entre decimales finitos e infinitos) reconociendo que es una forma de comparar que él suele enseñar en la escuela dándole preponderancia epistémica. Explicita el conflicto al notar que los dos algoritmos producen resultados contradictorios al decir: "*vos ves* $0,\hat{9}$ *y 1,* $0,\hat{9}$ *es menor, pero pasalo a la fracción, son iguales"*. No obstante, él dice "*es 2,3, no es* $2{,}2\hat{9}$" y manifiesta que se lo debería ubicar "*un poquito corrido*" de 2,3 en la recta, lo cual muestra que si bien $2{,}2\hat{9}$ da en el pasaje a fracción 23/10, no significaría que es **igual** a 2,3 sino que ese es el **resultado** del algoritmo.

Un conflicto similar al expresado en el párrafo anterior aparece en otro episodio donde el algoritmo para **pasar** a fracción contrapone la intuición de Ana: en una de las tareas del cuestionario se presenta el intervalo abierto (1,2) y se les pregunta si se puede encontrar el número que se encuentra lo más cerca posible de 2 y que pertenezca al intervalo. Ana responde que no *"porque la densidad de R es así, entre dos encontrás otro y, entre esos, otro y otro y otro infinitamente te vas a acercar, infinitamente"* y Julio dice que, para él, les estudiantes dirán que es el $1,\hat{9}$. Esto genera dudas en Ana, manifestando que "*intuitivamente, es el que más se acerca, pero la teoría dice que va a haber otro en el medio*". Ana contrapone la intuición con lo que, según sus palabras, la "*teoría de la densidad"* dicta, pero además confronta el lugar central que le da al algoritmo para pasar a fracción porque al intentar encontrar un número entre $1,\hat{9}$ y 2, no logra hacerlo porque da 2. Expresa "*es muy raro*" y "*es una fisura la pregunta*". Parece producirse una paradoja entre su conocimiento matemático, la intuición y la aplicación del algoritmo que trabaja en el aula.

Los irracionales unos pocos números raros. En cuanto a, qué le responderían a un/una estudiante que pregunta para qué sirven los números irracionales, Ana señala, basándose en sus conocimientos matemáticos, que tienen un "*fin muy matemático*" (completar a los reales). Luego, agrega que "*específicamente en geometría, π, por ejemplo, o el número de oro…*". Ana considera que les estudiantes reconocen fundamentalmente a π y φ, ejemplos característicos de este conjunto que, como dijimos, el Diseño Curricular fomenta que se trabajen puntualmente, lo cual, creemos, puede generar que sean pensados por les alumnes como unos pocos números raros. Algo similar comenta Julio, él dice que sirven para ***medir*** la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 1 y 1, actividad sugerida en el DC para trabajar números irracionales.

Las concepciones de infinito. Al contar cómo muestra a sus estudiantes que los números irracionales no pueden escribirse como fracción, Ana dice que "*el infinito te llena el pizarrón*" presentándolo como un número muy grande lo cual deja entrever una concepción **finitista**. Sin embargo, pareciera basarse en una concepción de **infinito como indefinido** al mencionar que los números irracionales (al ser infinitos) *"no se pueden terminar de escribir"* porque no se podría predecir cómo sigue el número. Esa indefinición no está presente al trabajar con decimales infinitos periódicos porque en esos casos se sabe qué sigue e incluso puede llevarlos a una "expresión finita" al *pasarlos* a fracción. En un momento de este episodio, Ana se pregunta "*¿y dónde termina?"* de lo que subyace una concepción de **infinito potencial**, asumiendo al infinito como un proceso sin fin. En otro momento de la entrevista vuelve a manifestar esta concepción al explicar por qué no se puede encontrar el número más cercano a 2 que pertenezca al intervalo (1,2): "*entre dos encontrás otro y, entre esos, otro y otro y otro infinitamente* ***te vas a acercar, infinitamente***". En cuanto a Julio, también expresa distintas concepciones de infinito en sus reflexiones. En varias ocasiones expresa que "*el infinito es muy raro*" y también señala que es muy difícil para les estudiantes *en el infinito* dado que "*es muy abstracto y difícil de ver*" lo cual muestra una concepción de **infinito como indefinido.** En otro momento de la entrevista manifiesta una concepción de **infinito potencial** al expresar "*esto es $0,\hat{9}$ y esto es 1,* ***no llega 1***" y también al decir que les estudiantes deben ubicar el $2{,}2\hat{9}$ *"un poquito corrido"* de 2,3 en la recta numérica. En ese episodio, Julio expresa que él enseña a sus estudiantes que la mejor forma de ubicar números en la recta es pasarlos a fracción (hablando particularmente del $2{,}2\hat{9}$); parece que utiliza el algoritmo como un modo para pasar a algo finito que podría verse como una concepción **finitista** (por elección). Julio y Ana no distinguen entre decimales finitos e infinitos al conversar sobre comparar números en notación decimal posicionalmente, como si se desdibujara la diferencia entre lo finito y lo infinito. Ambos dicen que $2{,}2\hat{9} < 2{,}3$, lo que muestra que no consideran los infinitos 9s **en acto**. Este pensamiento lo expresan de distintas formas: que se redondea (finitista), que siempre se puede seguir agregando 9s (potencial) o quizás perciben los infinitos 9s como una totalidad, sin que se haya realizado el paso (actualización o cosificación del infinito) para que sea 2,3 en forma actual. En reiteradas ocasiones recurren a explicaciones finitistas a modo de "simplificar" estos conceptos.

Conclusiones

Notamos que en esta experiencia, Julio y Ana se relacionan con el objeto matemático específico desde dos perspectivas: una desde la ciencia matemática y otra desde su enseñanza. Advertimos que en el sentido de los números reales presente en la narrativa de las prácticas de estos profesores de secundaria la aplicación de algoritmos tiene un papel central, lo cual está fomentado desde el enfoque del diseño curricular y opaca el sentido matemático de estos temas. En esta línea, percibimos que intentan realizar las tareas y la presentación de los números irracionales en el sentido que se propone en el Diseño Curricular que parece buscar una matemática con el foco puesto en la enseñanza de algoritmos (no sus fundamentos, sino su aplicación); algo similar ocurre al trabajar con las aproximaciones racionales de los irracionales (sea para medir -la hipotenusa-, calcular -la longitud de la circunferencia- o por redondeo). Esto podría generar que no se trabaje la caracterización matemática de los números irracionales con la abstracción que la caracteriza y se pierda su sentido matemático teórico.

Por otra parte, tanto Julio como Ana, ponen en juego distintas concepciones de números real y de infinito a lo largo de la entrevista aun cuando pueden parecer contradictorias. Recurren frecuentemente a explicaciones finitistas o con un sentido de infinito potencial. Creemos que esto puede estar relacionado con la labilidad de las concepciones de infinito encontradas en diversas poblaciones (como vimos en la introducción). Pareciera que una concepción de infinito actual que pudo ser construida en sus estudios universitarios, se ve opacada por su visión didáctica, buscando maneras de hacer más "comprensibles" estos conceptos de matemática avanzada. Manifiestan concepciones alternativas y lábiles inducidas por la necesidad de explicitarlos frente a una clase escolar. Vemos como el obstáculo epistemológico que refiere concebir el infinito actual se convierte en un obstáculo didáctico a la hora de enseñar los números reales, ya que apelar a explicaciones finitistas puede convertirse en un obstáculo para la comprensión del infinito actual y por consiguiente la del número real.

Bibliografía

Arrigo, G., D'Amore, B. y Sbaragli S. (2011). *Infinitos infinitos. Historia, filosofía y didáctica del infinito matemático*. Ediciones Didácticas Magisterio.

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios de cálculo: Problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En Artigue et al, *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática* (97-140). Iberoamérica.

Ferrero, M, y Montoro, V. (2011). Consulta a profesores como medio de aproximación a las concepciones de los estudiantes del número real. *Revista de Educación Matemática*, 26, 1-14

Fischbein E., Jehiam, R. y Cohen D. (1994). The irrational numbers and the correspond-ing epistemological obstacles. In *Proceedings of the XVIII PME, Lisboa*, (*2),* 352-359.

Ministerio de Educación de Río Negro (2017). Educación Matemática, *Diseño Curricular ESRN.*

Montoro, V. (2005). Al infinito y más acá: concepciones de estudiantes universitarios. *Infancia y Aprendizaje, 28*(4), 409 - 427. ISSN:0210-3702.

Montoro, V. y Ferrero, M. (2022). Diversidad de ideas construidas por estudiantes de los números reales, los números irracionales, el orden y la densidad. *Revista de Educación Matemática, 37*(1), 61–92.

Montoro, V. y Scheuer, N. (2016, setiembre) [Ponencia] *El número real y el infinito. Compresiones de estudiantes secundarios y universitarios*. LXV REM-UMA. Bahía Blanca.

Rivera, A., Alsina, J. y Montoro, V. (2022, 22 de septiembre) [Ponencia trabajo de investigación]. *Infinitos conviviendo en un estudiante: las reflexiones de D*. REM-UMA. Neuquén.

Sfard, A. (1994). Reification as the Birth of Metaphor. *Learning of Mathematics*, *14*(1), 44-55

PROBLEMAS INTEGRADORES PARA ENSEÑAR Y APRENDER MATEMÁTICA EN CIENCIAS ECONÓMICAS

Marino Schneeberger, Fernando Yusef Domínguez, Melisa Fernández

Universidad Nacional de Entre Ríos

Facultad de Ciencias Económicas- Urquiza 552- Paraná – Entre Ríos

marino.schneeberger@uner.edu.ar

Categoría del Trabajo: Trabajo de investigación

Nivel Educativo: universitario

Palabras claves: Análisis – Tipos de problemas – Sistematización – Elaboración de instrumentos.

Resumen

Si bien existe variada bibliografía respecto de las aplicaciones de la matemática en la resolución de problemas diversos del campo de las ciencias económicas y de la administración, no siempre la misma se encuentra organizada respecto de los diferentes niveles de complejidad correspondientes a los distintos temas que se trabajan en un nivel de formación básico en el área, tanto de los contadores como también de los futuros economistas y profesionales de la administración y gestión en general.

Es por este motivo que el presente trabajo de investigación que se desarrolla en la Facultad de Ciencias Económicas de la UNER, propone hacer un relevamiento y un análisis bibliográfico de lo existente y, a partir de ello, organizarlo, sistematizarlo, categorizarlo y elaborar nuevos instrumentos problematizadores que resulten más abarcativos e integradores de los diferentes contenidos abordados, implementándolos en el aula y evaluando resultados.

Se pretende, finalmente, elaborar un material bibliográfico que incluya todo lo producido, aplicado y evaluado, con la finalidad de contar con instrumentos que puedan ser empleados durante el desarrollo de las clases en las diferentes asignaturas que abarca el proyecto, el cuál sea además puesto a disposición de todos aquellos docentes de diferentes instituciones.

Desarrollo de la propuesta

A efectos de lograr mayor claridad se describirá de forma breve y precisa el marco teórico, la hipótesis, el objetivo principal, la metodología y las tareas realizadas hasta la fecha, dado que el proyecto tiene una duración de dos años.

Marco teórico

Durante muchos años se estableció una diferencia, podría decirse taxonómica, entre lo que se entendía y consideraba como economía discursiva (aquella parte del razonamiento económico establecido mediante el lenguaje natural) y economía matemática (entendida como la otra parte del razonamiento económico que emplea el lenguaje y la lógica de la matemática en su desarrollo).

En pleno siglo XXI esta manera de enfocar la cuestión resulta muy relevante, dado que cualquiera que practica la disciplina económica no tiene otra alternativa que recurrir a la aplicación de herramientas matemáticas, aunque más no sea una simple representación gráfica.

Un profesional formado en el campo de las ciencias económicas que no maneje con cierta solvencia el lenguaje y ciertas herramientas matemáticas se verá relegado a consultar sólo una parte de la literatura existente en su ámbito de formación profesional.

El campo económico y empresarial es muy complejo, y es por este motivo que la alternativa es siempre tratar de simplificar el análisis considerando sólo aquellas variables que influyen de modo más directo y con mayor relevancia sobre el fenómeno considerado. Es decir, las que se consideran de mayor peso relativo en la explicación del fenómeno objeto de estudio. Se trata, en definitiva, de modelizar aunque sea de una forma simple el problema empleando herramientas matemáticas, con la finalidad de dar lugar a un modelo económico-matemático que facilite el análisis y la eventual resolución del problema de la manera más objetiva posible, posibilitando realizar predicciones ante la modificación de las variables intervinientes, evitando ambigüedades que eventualmente podrían tergiversar las conclusiones a las que se arribe.

Para establecer las principales líneas de acción del proyecto se ha adherido a la postura sostenida por Barreiro, P. y otros (2017), en " Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática".
Se pretende, mediante la ejecución de la investigación, analizar los enfoques de las diferentes propuestas, categorizarlas, sistematizarlas por temas y por orden de complejidad y, a partir de esto, enriquecerlas formulando otras que resulten un aporte con un mayor nivel de integración para ser aplicadas en el aula y evaluar resultados.

Hipótesis

La observación, selección y uso, que generalmente se hace de los problemas propuestos por los diferentes textos de consulta habitual, permite afirmar que estos problemas están planteados por temas específicos, con cierto gradualismo en lo que refiere a su complejidad, pero muy pocas veces se encuentran problemas cuyo planteo lleve a integrar varios contenidos , posibilitando al estudiante tener una mirada más compleja acerca de determinada cuestión relacionada con su área de formación profesional específica.

Objetivo general

Realizar un relevamiento de los diferentes tipos de problemas que contienen los libros existentes de uso corriente de matemática aplicada al área de las ciencias económicas, administrativas y de negocios y, a partir del análisis de los mismos, seleccionar aquellos que se consideren más pertinentes, caracterizarlos según orden de complejidad , y elaborar nuevos instrumentos que sean más integradores de los diferentes temas para aplicarlos en las clases y evaluar los resultados obtenidos por los estudiantes, culminando este proceso con una publicación que pueda tener la más amplia difusión.

Metodología y tareas realizadas para alcanzar los objetivos

A partir del análisis y la sistematización de la bibliografía existente, se trabajará sobre la elaboración de situaciones problemáticas integradoras de diferentes contenidos de la disciplina, que permitan a los estudiantes tener una visión más holística de los temas que, en la mayoría de las ocasiones, se desarrollan y aplican de manera aislada, a medida que se avanza con el abordaje de los distintos contenidos. El resultado aspira a contribuir a que los estudiantes puedan visualizar, a medida que transcurren en el cursado de las diferentes materias o asignaturas del área matemática, de qué modo los contenidos se van integrando a los anteriores y de esta manera visualizar de un modo más compacto las aplicaciones en su campo de formación profesional específico, lo que les permitirá la resolución de problemas diversos.

Se encuentran en análisis alrededor de treinta (30) textos de uso frecuente, que abordan temas de matemática aplicada a las ciencias económicas, considerando las siguientes variables: diferentes tipos de ejercicios y problemas encontrados para cada tema específico, distintos tipos de ejercicios y problemas que integren más de un contenido específico, características de las diversas consignas que aparecen en los textos vinculadas a cada uno de los temas, tipos de situaciones propuestas, si existiesen en los libros que se consulten, como herramientas de autoevaluación de los contenidos trabajados, grado de coherencia y/o pertinencia entre el nivel de desarrollo teórico y el grado de dificultad de las actividades prácticas propuestas.

Puede sintetizarse el plan de actividades de la siguiente forma: búsqueda y análisis de bibliografía específica referida a matemáticas aplicadas a la economía y a la administración; análisis de los instrumentos de uso más frecuente empleados hasta el momento para ilustrar y aplicar los contenidos desarrollados y, en base a los resultados logrados con los mismos, desarrollar nuevos instrumentos que resulten más integradores y apropiados para potenciar las aplicaciones de los diferentes contenidos matemáticos; aplicación y validación de estos instrumentos con la totalidad de los estudiantes que cursen las asignaturas Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas, Cálculo II y Matemática para Economistas y, finalmente, extraer conclusiones y realizar recomendaciones para futuras investigaciones que puedan surgir vinculadas a la temática, culminando con la redacción del informe final, para su divulgación en reuniones de departamento y en diferentes eventos científicos y de educación matemática los resultados obtenidos, con la finalidad de enriquecerlos en base a los aportes recibidos en estas instancias.

Resultados y conclusiones parciales

Hasta el momento se ha podido realizar el análisis, en diferentes textos, de algunos de los temas que habitualmente se desarrollan en un curso de Álgebra Aplicada y de Cálculo Aplicado.

Se ha constatado, tal como estaba previsto en la hipótesis del trabajo de investigación, que los libros contienen muchos problemas de aplicación, pero referidos, generalmente, a temas aislados, no pudiendo de esta manera integrar la mayoría de los abordados hasta el momento en el curso correspondiente.

A modo de ejemplo de lo hasta aquí desarrollado por el equipo, se han seleccionado para mostrar en este trabajo, dos de los problemas diseñados de manera tal que permitan integrar, de manera explícita y clara, varios de los temas trabajados hasta el momento de abordar el contenido específico.

En la elaboración de estos problemas se atendió a las consideraciones que, acerca de la importancia del problema en la enseñanza, sostiene Barell,J. (2007) en " El aprendizaje basado en problemas", como así también la innovadora propuesta que plantea Maggio, M. (2018) en "Reinventar la clase en la universidad".

A tal efecto, se seleccionó un tema del módulo de álgebra lineal, tal como lo son las ecuaciones matriciales, y uno correspondiente al curso de cálculo multivariado, que es la optimización sujeta a restricciones de funciones económicas.

Si bien los problemas elaborados no parecen en principio totalmente innovadores, si lo son si se considera la manera de formular los mismos y la explicitación en cada una de las consignas cuyas soluciones parciales posibilitan obtener la solución al problema planteado.

Problema de ecuaciones matriciales

Una fábrica automotriz posee tres etapas de ensamblado. En cada una de ellas se desarrollan partes diferentes de dos modelos de autos, uno de tipo familiar y el otro de alta gama. Las horas necesarias de trabajo de mano de obra especializada se encuentra descripta en la tabla 1, en tanto que los montos en miles de unidades monetarias que los operarios de cada etapa deben cobrar por hora se detallan en la tabla 2.

TABLA 1

	Modelo Familiar	Alta Gama
Etapa 1	4	6
Etapa 2	1	5
Etapa 3	3	2

TABLA 2

	Operarios de Pulido y Detalles	Ingenieros	Operarios de Ensamblado
Modelo Familiar	1	2	1
Alta Gama	3	2	3

Se sabe que durante el mes de febrero se invirtió en los sueldos de los operarios de pulido y detalles un total de 464 mil u.m., 312 mil u.m. en los ingenieros y 208 mil u.m. en los operarios de ensamblado.

A partir de estos datos se pide determinar, empleando dos procedimientos diferentes, la cantidad de operarios que se desempeñaron durante el mes de febrero en la fábrica en cada una de las actividades.

La resolución de este problema requiere aplicar, en forma ordenada y gradual, los siguientes contenidos del módulo de álgebra lineal: vectores, matrices, operaciones entre las mismas, operaciones elementales entre filas o renglones, planteo y resolución de un sistema de ecuaciones lineales mediante el método de Gauss, para uno de los procedimientos solicitados en la consigna; y determinantes y ecuaciones matriciales para el otro procedimiento requerido en el enunciado.

a) Problema de optimización de funciones económicas con restricciones o ligaduras

Una fábrica produce transformadores de energía de alta tecnología, para lo cuál requiere personal altamente calificado y una importante inversión. Los analistas económicos de la firma han modelizado la función de producción mediante la fórmula $P(K,L)= 1000\ K^{1/3}\ L^{2/3}$, donde K representa el monto de dinero requerido y L la mano de obra calificada también necesaria para llevar delante de modo eficiente el proceso productivo. Además se ha determinado que cada unidad de K cotiza a 250 unidades monetarias y cada unidad de L a 150 unidades monetarias, sabiendo que se dispone de 100000 unidades monetarias en total. En estas condiciones se solicita evaluar el máximo nivel de producción posible y analizar la variabilidad de este nivel por cada unidad monetaria adicional que la empresa esté dispuesta a invertir. Adicionalmente se pretende determinar el dominio de definición y los conjuntos de nivel del campo escalar que modeliza el proceso, realizando e interpretando las representaciones gráficas correspondientes.

Al plantear e ir resolviendo parcialmente este problema así formulado se integran la totalidad de los conceptos abordados en el desarrollo del módulo funciones de varias variables, o también denominados campos escalares, desde el concepto de campo escalar hasta el de optimización sujeta a restricciones. Se considera que este abordaje, a partir del enunciado de situaciones problemáticas cuya solución exija de manera explícita el tratamiento simultáneo de diferentes temáticas , contribuirá a potenciar la integración de contenidos que permitan al estudiante acceder a una visión holística de los contenidos.

Referencias bibliográficas

- Barell,J. (2007). El aprendizaje basado en problemas. Argentina. Manantiales.
- Barreiro, P.; Leonian, P.; Marino, T.; Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2017). Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática. Buenos Aires: Ediciones UNGS.
- Maggio, M. (2018). Reinventar la clase en la universidad. Argentina. Paidós.

XXXIV Encuentro de Estudiantes de Matemática

Cursos para estudiantes

Cuatro caras del transporte óptimo

Rocío Díaz Martín
Vanderbilt University

Resumen: El curso pretende ser un acercamiento al problema de transportar, de manera óptima, una distribución de masa a otra. El eje del curso será explorar cuatro maneras distintas de modelar y optimizar el transporte: el enfoque de Monge, el de Kantorovich, la formulación dual y la dinámica. Se discutirán entonces conexiones con la geometría, el cálculo variacional, la programación lineal, las ecuaciones diferenciales parciales. Por lo tanto, tener conocimientos previos en materias como álgebra lineal, cálculo en varias variables, espacios métricos, probabilidad y teoría de la medida, ecuaciones diferenciales y análisis funcional es recomendable. Sin embargo, el mayor objetivo del curso es dar cuenta de la interconexión de distintas áreas de la matemática al encarar este tópico. Es decir, la intención es que nos llevemos un panorama de la variedad de ideas que involucra el transporte óptimo.

Referencias:

[1] Santambrogio, F. Optimal Transport for Applied Mathematicians. Calculus of Variations, PDEs and Modeling. Birkhäuser, 2015.

[2] Thorpe, M. Introduction to optimal transport. Lecture Notes, University of Cambridge, 2018.

[3] Villani, C. Topics in Optimal Transportation. Graduate Studies in Mathematics. Volume 58. American Mathematical Society, 2003.

Curso para estudiantes

Introducción a la geometría algebraica real

Daniel Perrucci
Universidad de Buenos Aires

Resumen: En este curso daremos una breve introducción a la geometría algebráica real, que es la rama de la geometría algebráica en la que el foco está puesto sobre el cuerpo de los números reales en vez del cuerpo de los números complejos u otro cuerpo algebraicamente cerrado. Estudiaremos las ideas principales de la respuesta afirmativa al problema 17 de Hilbert, que plantea si todo polinomio en varias variables con coeficientes reales que solo toma valores no negativos admite necesariamente una reescritura como una suma de cuadrados de funciones racionales. Finalmente, presentaremos algunos problemas abiertos relacionados con polinomios positivos y sumas de cuadrados.

Curso para estudiantes

El Principio de compacidad por concentración

Analía Silva
Universidad Nacional de San Luis

Resumen: El objetivo del curso es abordar el Principio de Compacidad por concentración, que es una herramienta desarrollada por P.L Lions en los 80's para encontrar soluciones a ciertas ecuaciones críticas.
Para dar una descripción más en detalle, el espacio de Sobolev $W^{1,2}$ es el espacio de las funciones que pertenecen a L^2 y cuyas primeras derivadas (en un sentido más débil) también pertenecen a L^2. Dicho espacio es el marco funcional adecuado para encontrar soluciones de ciertas ecuaciones. Más precisamente, se estudian puntos críticos de funcionales asociados a la ecuación y se logra ver que dichos puntos son soluciones en un sentido más débil de la ecuación. Esto es lo que se conoce como el Método directo de Cálculo de variaciones. Una herramienta fundamental en este método es el Teorema de inmersión de Sobolev que dice que la inclusión de $W^{1,2}$ en L^q es continua para $q \leq 2^*$ y compacta para $q < 2^*$, donde $2^* = \frac{2n}{n-2}$ es el llamado exponente crítico.
Cuando nuestra ecuación posee un crecimiento crítico, es decir cuando una de sus términos es una potencia de orden 2^*, no podemos garantizar la compacidad del funcional usando el Teorema de inmersión y necesitamos utilizar otra estrategia. El Principio de Compacidad por concentración, resuelve este problema y es la pieza clave para estudiar los problemas críticos. Este teorema analiza qué pasa cuando una sucesión converge débil y no fuerte. Dicho resultado ha sido extendido a numerosos contextos y aplicado para demostrar la existencia de soluciones para problemas críticos. El curso será autocontenido, conocimientos de Teoría de la medida y Análisis funcional son bienvenidos pero no excluyentes.

Curso para estudiantes

Una introducción a la teoría de dimensión de fractales

Ignacio García
Universidad Nacional de Mar del Plata

Resumen: La gráfica de la función de Weierstrass, que es continua pero no derivable en ningún punto, o el ejemplo de Cantor de un conjunto compacto no numerable y con interior vacío, constituyen ejemplos clásicos de conjuntos fractales, que pueden describirse como objetos que exhiben características interesantes en una amplia gama de escalas. La teoría de dimensión provee herramientas para comprender cómo este tipo de conjuntos llena el espacio. Existen varias nociones de dimensiones, y en este curso veremos una introducción a esta teoría, poniendo especial énfasis en las dimensiones caja y Assouad. Se mostrarán algunas aplicaciones, que si el tiempo lo permite, incluirán ejemplos relacionados con atractores de sistemas dinámicos, teor ía de números y problemas de inmersión de espacios métricos. Requisitos previos: Conocimientos básicos de espacios métricos y topología de conjuntos en $\mathbb{R}^d$.

Curso para estudiantes

Nil geometría

Gabriela Paola Ovando
Universidad Nacional de Rosario

Resumen: La Nil geometría es la geometría asociada al grupo de Heisenberg de dimensión tres, el cual puede presentarse como el conjunto de matrices reales 3x3, triangulares y con 1's en la diagonal. La Nil geometría es uno de los ocho modelos propuestos por Thurston en su Conjetura de geometrización, completamente probada por Grigori Perelman en 2003 y la cual implica en su prueba la Conjetura de Poincaré. En este curso estudiaremos la geometría del grupo de Heisenberg de dimensión tres, marcando diferencias con el caso euclídeo e introduciendo la geometría de nilvariedades, esto es, la de grupos de Lie 2-pasos nilpotentes y sus cocientes.

Curso para estudiantes

Modelar, analizar y controlar sistemas biomédicos: implementaciones y simulaciones computacionales

Marcelo Actis y Mara Pérez
Universidad Nacional del Litoral

Resumen: En este curso buscaremos, a partir de casos concretos vinculados al control de enfermedades infecciosas, introducir fundamentos teóricos y técnicas actuales del modelado de sistemas biológicos. Desde allí, vislumbraremos cómo interactúan y dialogan diversos aspectos de la matemática como ser los sistemas dinámicos, el control óptimo, el análisis numérico, entre otros. Realizaremos implementaciones computacionales que nos permitan simular dichos sistemas y realizar algunas aproximaciones al control óptimo de los mismos. Esperamos que este curso les permita vislumbrar la multiplicidad de conceptos, técnicas y miradas de la matemática que entran en juego a la hora de aplicarla a problemas reales de la biología, la ecología, la medicina y la bioingeniería.

Curso para estudiantes

Sistemas Dinámicos E Inteligencia Artificial Aplicados Al Modelado De Datos

Gabriel Mindlin
Universidad de Buenos Aires

Resumen: La dinámica no lineal apunta a dilucidar los mecanismos básicos necesarios para reflejar el comportamiento temporal de un sistema natural. Las técnicas de análisis y modelado de datos que propone la inteligencia artificial (redes profundas, reservorios computacionales, redes recurrentes, como ejemplos), ostensiblemente resignan la visión mecanicista, por un paradigma de modelado orientado a partir de los datos. En este curso se analizarán en paralelo estas aproximaciones, aparentemente antagónicas, y se discutirán luces y sombras de cada una.

Asamblea de Estudiantes

Se realizó el día martes 19 de septiembre de 13:30 a 17 hs e incluyó las guiente actividades:

- Charla e Integración Estudiantil;
- Sorteo de obsequios para estudiantes presentes;
- Charla informativa sobre las becas CONICET a cargo del Dr. Alberto Becchio (Cirector del CCT CONICET Salta Jujuy).

Integrando Género, Ciencia y Diversidad

Conferencia de Género y Ciencia

¿Por qué seguimos hablando de género(s) y matemáticasPor qué seguimos hablando de género(s) y matemáticas?

Sara Isabel Pérez
Universidad Nacional de Quilmes

Esta pregunta surge, de a ratos y desde distintos lugares. Las desigualdades de género, las violencias, la discriminación, en efecto, han estado en el centro de demandas colectivas, han sido objeto de consideración social, de legislación que garantizó nuevos derechos, de políticas públicas. Sin embargo, las desigualdades en el campo académico y científico subsisten. Las violencias explícitas e implícitas, en distintos ámbitos de la vida social, más o menos sutiles, permanecen. Algunas se profundizan. Pero, además, nos encontramos con un panorama que nos obliga a reflexionar sobre los modos de continuar avanzando hacia la igualdad de género. En la escena nacional e internacional sectores ultraconservadores ponen en cuestión principios básicos de igualdad y respeto a los derechos humanos. Y, entre otros temas, cuestionan la relevancia de la educación sexual integral, minimizan las desigualdades y las violencias por motivos de género y sexualidades y proponen restricciones a derechos sexuales y reproductivos. E inclusive desde los sectores progresistas o que promueven sociedades más justas e igualitarias se cuestiona la importancia que se le ha asignado a esta agenda. En palabras de Sarah Ahmed: "Que te oigan como si estuvieras haciendo una queja pesada es que te consideren una pesada, que consideren que estás distrayendo a alguien de "trabajos más importantes" que tiene que hacer en otra parte". (Ahmed, 2022:11). Por todo esto, una vez más vale la pena reunirnos para pensar y debatir de manera colectiva qué es lo que pasa en el campo de las STEM. Revisar críticamente la situación que atraviesan jóvenes, mujeres y diversidades que enseñan, aprenden e investigan en este campo resulta necesario para generar instituciones que contribuyan a la producción y difusión crítica del conocimiento, la formación de docentes e investigadores y que garanticen plenamente los derechos humanos de las personas que transitan por ellas cotidianamente.

Ahmed, Sarah. 2022. ¡Denuncia! El activismo de la queja frente a la violencia institucional. Buenos Aires: Caja Negra.

Taller de género

Deconstruyendo estereotipos: percepciones y prácticas de las violencias de género en la universidad.

Mg. Luz del Sol Sanchez y Prof. Beatriz Estefania Guevara
Comisión de la Mujer de la U.N.S.a - C.I.U.N.Sa.

La violencia de género en el ámbito de las universidades es un factor constitutivo de las manifestaciones de poder históricamente desiguales entre los géneros y una violación de los Derechos Humanos. De acuerdo a investigaciones realizadas, en las universidades ha predominado la visión y la construcción androcéntrica del conocimiento, lo que no ha posibilitado la incorporación de la perspectiva de género y la diversidad sexual. Esta relación de dominio masculino hace referencia a que no responde a una determinación biológica, sino que es una construcción cultural, social, económica y política. Por esta razón resulta imperativo reflexionar sobre los estereotipos de género. Por lo expuesto, la Comisión de la Mujer de la U.N.Sa. – Secretaría de Extensión U.N.Sa. propone el taller Deconstruyendo estereotipos: percepciones y prácticas de las violencias de género en la universidad, con el objetivo es interpelar y desmontar las estructuras patriarcales que subordinan a las mujeres y a quienes no responden con el estereotipo hegemónico normativo a fin de detectar situaciones de violencias en la academia. Tratar el tema de las violencias de género en el marco de la Reunión Anual de UMA 2023, supone un verdadero compromiso con la erradicación de este problema que se sustenta en las bases de las estructuras sociales y que nos atraviesa como seres humanos y sujetos de derechos.

Actividades de Divulgación

Conferencia de Divulgación

¿Es confiable nuestra intuición?

Marilina Carena
Universidad Nacional del Litoral

Resumen: Durante la charla recorreremos distintas situaciones en las que, por alguna razón, la respuesta o solución va en contra de lo que podemos intuir en un primer momento. Lo haremos mediante adaptaciones de algunos problemas y paradojas clásicos de la Matemática.

XV Festival de la Matemática

El Festival de Matemática es un evento abierto a todo público, con entrada libre y gratuita.

El objetivo es compartir algunos aspectos interesantes de la matemática e incentivar la curiosidad de todo el público mediante diversas actividades como juegos de mesa, magia, muestra de posters, charlas de divulgación y algunas sorpresas más!

Se realizó el día Jueves 21 de septiembre, con las siguientes actividades:

- La geometría proyectiva y la pintura (Alejandra Villegas).
- Un paseo geométrico a través de las piedras y el barro: presencia de regularidades en el arte alfarero y rupestre del antiguo y profundo noroeste (Martin Herran).
- Estrategia ganadora en la Fórmula 1: un análisis estadístico en el Gran Premio de Francia (Ezequiel Chocobar).
- Construcciones de triángulos al azar (Héctor Funes).
- ¿Cómo vemos un objeto frente a dos espejos? Una formulación matemática para un fenómeno físico (Gabriel Soto).
- Las Flores visten de cónicas (Beatriz Soliz).

Resúmenes de las Comunicaciones de Divulgación

Comunicaciones de Divulgación - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 8:40 $\sim$ 9:20

TRANSFORMACIONES: LA BASE DE LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Miguel Angel Reyes
Universidad Nacional de Salta, Argentina
reyesmiguelpk@gmail.com

En la actualidad, nos vemos atravesados desde diferentes ámbitos, y por diferentes motivos con recursos y aplicaciones tecnológicas, y sin tomar dimensión de ello, convivimos con dispositivos que utilizan inteligencia artificial. La poca difusión, el impacto , riesgos y beneficios que esta tecnología 4.0 impone a toda la sociedad, es abordada desde una mirada técnica y sofisticada por parte de expertos, sin poder ser comunicado en un diálogo hacia la sociedad.

Entendiendo esta realidad, y teniendo formación en áreas que conforman las bases del desarrollo en temas de inteligencia artificial, modelos de redes neuronales, análisis de datos, principios estadísticos involucrados, además de programación; se diseñó un ciclo de charlas temáticas para diferente público.

Este ciclo de charlas se tituló:TRANSFORMACIONES, UNA MIRADA MATEMÁTICA DE LA TECNOLOGÍA . El mismo se encuentra en implementación en diferentes espacios , como ser fundaciones, instituciones educativas, público en general entre otras. Tiene por objetivo despertar interés y vocación por las ciencias en su conjunto , puntualizando el profundo impacto y el alcance que las matemáticas realizaron a lo largo de la historia desembocando hoy en día en la cuestionada INTELIGENCIA ARTIFICIAL.

Por otra lado cabe mencionar que esta charla abarca tres dimensiones; primero una revisión de los conceptos y evolución de lo que es una transformación, culminando en las transformaciones que simulan los procesadores computacionales al implementar una red neuronal. Por otro lado se pretende despertar vocación y conocimiento sobre el uso , riesgos y beneficios de la utilización de esta tecnología, y finalmente se abordan y proponen diferentes escenarios beneficios con la implementación de las inteligencias artificiales con la mirada puesta en el desarrollo laboral , y la actualización , renovación de puestos de trabajo involucrados con esta revolución industrial 4.0 .

Comunicaciones de Divulgación - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 9:20 ∼ 9:40

El número Pi en la camiseta del campeón

Marcela Villagra
Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
mvillagr@campus.ungs.edu.ar

En el marco de la celebración por el Día Internacional de la Matemática, en la Universidad Nacional de General Sarmiento (UNGS) se organizó un evento de tres días de duración, bajo el nombre Día Pi en la UNGS, en el cual, entre otras actividades, dictamos un taller donde invitamos a los participantes a develar porqué en la camiseta de la selección nacional de fútbol, además de tener ahora las tres estrellas de campeón del mundo, nuestra camiseta de Argentina tiene al número pi presente en sus franjas.

Atendiendo al objetivo del evento de generar vínculos con estudiantes y docentes de escuelas secundarias, estudiantes y graduados del profesorado en matemática y de carreras afines, y con el público en general, mediante actividades de comunicación pública de la ciencia en Matemática; y a la recomendación realizada por The International Day of Mathematics [1], en este taller realizamos la experiencia de lanzar palillos de un tamaño adecuado sobre la camiseta, y con un poco de matemática, basados en la clásica experiencia conocida como La aguja de Buffon, obtenemos aproximaciones para el número pi.

En un esfuerzo conjunto entre el Instituto de Ciencias (ICI), Instituto del Desarrollo Humano (IDH) y el Museo Imaginario (institutos de la UNGS) diseñamos e implementamos este taller, destinado principalmente a docentes y estudiantes de las escuelas medias. Con una duración de 45 minutos aproximadamente, el mismo se desarrolló en cada uno de los tres días que duró el evento.

Nuestro objetivo fundamental para este taller es mostrar que aprender matemática es intentar aprender el pensamiento matemático, que es el que se lleva a cabo en la investigación matemática, continuando con la línea de la popularización de la matemática y comunicación pública de las ciencias que se está llevando a cabo en la UNGS desde hace algunos años en cada evento de estas características.

En un primer paso diseñamos y elaboramos las "camisetas" y los palillos. Las "camisetas" eran, en realidad, lonas plásticas de aproximadamente 1,2m x 1m, con franjas de 10 cm pintadas de celeste y blanco. Los palillos eran de plástico de 10 cm de largo por 3mm de espesor.

El desarrollo del taller consistió, en primera instancia, en organizar a los estudiantes en 5 equipos de 6 o 7 integrantes, cada uno frente a una camiseta pegada al piso y provistos de 100 palillos. Seguidamente, cada equipo deja caer los 100 palillos sobre su camiseta y contabiliza cuántos de ellos tocan alguna de las rayas divisorias entre franjas. En un pizarrón anotamos la proporción lograda por cada equipo, calculada como cantidad de los palillos que intersecan alguna de las rayas, sobre la cantidad total de palillos. Luego, comentamos que se puede demostrar que, por argumentos geométricos, si la distancia entre franjas es igual a la longitud del palillo, la probabilidad de que el palillo cruce alguna de las líneas divisorias entre franjas, es 2/pi. Con los números obtenidos por cada equipo corroboramos lo predicho por la teoría. Finalmente promediamos los resultados obtenidos, vimos que la aproximación mejora y aprovechamos para reflexionar y charlar sobre la Ley de los grandes números.

Observamos que el taller tuvo una gran aceptación entre los estudiantes al ver que el número pi se encuentra presente en la camiseta de Argentina. Además, creemos que una experiencia de estas características, al no ser evidente la relación entre el número pi, las franjas y los palitos, genera en los estudiantes un interés por seguir profundizando en la formalización del problema.

Trabajo en conjunto con Darío Devia (Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina) y Nicolás Sirolli (Universidad de Buenos Aires, Argentina).

Referencias

[1] The International Day of Mathematics (IDM), https://www.idm314.org

---

Comunicaciones de Divulgación - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 9:40 ∼ 10:00

Una propuesta diferente de acercamiento de la Matemática

ANDRES BARREA
FAMAF-UNC, ARGENTINA
andres.barrea@unc.edu.ar

En el marco del programa "Los científicos van a la escuela" del Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación, se realizo un trabajo conjunto con la Escuela IPEM 320 Jorge Cafrune de la ciudad de Córdoba. La primera parte de esta experiencia, durante el primer semestre de 2023, la cual tuvo una modalidad diferente a las habituales en este tipo de proyecto desde su inicio, cambiando las formas tradicionales de acercamiento de la Matemática a los alumnos sobre todo en este tipo de propuestas . La idea es presentar los lineamientos que se adoptaron para su realización como los resultados obtenidos, asimismo lo que se espera para la segunda parte del proyecto.

Comunicaciones de Divulgación - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 10:30 ∼ 11:10

Veo, Comprendo y Aplico

Ezequiel Alejandro Ortega
Universidad Nacional Guillermo Brown, Instituto Universitario para el desarrollo productivo y Tecnologico , Universidad Tecnologica Nacional, Universidad Nacional de Lomas de Zamora, Universidad Nacional de San Martin, Ministerio de Educacion de G.C.B.A., Argentina
ortega.ezequielalejandro@gmail.com

Veo, Comprendo y Aplico es un proyecto significativo que tiene como objetivo promover la cultura matemática en niños/as y adolescentes. A través de actividades lúdicas y desafiantes, se busca despertar el interés y la pasión por las matemáticas desde temprana edad, con el fin de inspirar vocaciones científicas y mejorar la calidad e inclusión de la educación.

Para ello se propuso estimular y motivar a los alumnos a través de la lúdica y la competencia sana, promover la participación de los estudiantes en espacios de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ampliar las posibilidades de aplicación de lo aprendido en pruebas de competición regional y nacional, y establecer alianzas con otras instituciones educativas, organizaciones y empresas interesadas en promover la cultura matemática. El proyecto iniciado en el año 2022 y con continuidad y ampliación en el corriente año, se enfoca en cuatro áreas principales para lograr estos objetivos.

En primer lugar, se coordinó un grupo de profesores de la Universidad Nacional Guillermo Brown, para brindar preparación a la competencia "Olimpiada matemática" organizada por la OMA, mediante clases personalizadas y orientación específica para mejorar el rendimiento de los participantes. Esta preparación busca no solo potenciar los conocimientos matemáticos, sino también fomentar la confianza y el interés en la resolución de problemas.

En segundo lugar, se estableció coordinación con las escuelas de educación primaria en 2022 y de educación secundaria en 2023 del distrito de Almirante Brown, para generar interés en las competencias matemáticas y promover la cultura matemática en la comunidad. A través de alianzas estratégicas con las instituciones educativas, se creó un entorno propicio para el aprendizaje y la participación activa de los estudiantes.

En tercer lugar, se fomentará el desarrollo de habilidades matemáticas y la creatividad a través de actividades lúdicas y desafiantes. Estas actividades permitirán a los participantes enfrentar desafíos estratégicos y estimulantes, impulsando aprendizajes significativos que despertarán su curiosidad y pasión por las matemáticas. Se buscará que los estudiantes descubran el placer de resolver problemas, exploren diferentes enfoques y fortalezcan su capacidad para trabajar en equipo.

Por último, se buscará obtener y recursos adicionales para ampliar y fortalecer las actividades del proyecto. A través de la presentación de propuestas a programas de apoyo a la educación y la ciencia, se buscará asegurar la sostenibilidad y el crecimiento continuo de "Veo, Comprendo y Aplico". Además, se prevé la creación de un espacio virtual donde los participantes puedan acceder a recursos, actividades y desafíos adicionales, promoviendo el aprendizaje continuo y autónomo de las matemáticas.

En cuanto a los antecedentes, en el año 2022 se establece el Centro Local de Innovación y Cultura (CLIC) en colaboración entre la Universidad Nacional Guillermo Brown, la Subsecretaría de Ciencia y Tecnología e Innovación de la Provincia de Buenos Aires y el área de Educación y Cultura de Almirante Brown. En el marco de este centro, se ejecutó una actividad de preparación para competencias internacionales de matemática llamada "Simulacro de evaluaciones Canguro". Esta actividad tuvo un impacto directo en 600 niños y niñas de 5º y 6º grado de 4 escuelas primarias de la zona. (1)

Durante este evento, se contó con la participación de estudiantes de diferentes escuelas, quienes se involucraron en una serie de talleres interactivos diseñados para estimular su creatividad y aprendizaje. Estos talleres ofrecieron una variedad de propuestas, todas ellas centradas en la interacción, con preguntas orientativas presentadas por los facilitadores y la posibilidad de que los participantes manipularan los materiales.(2)

El primer taller, titulado "Mundial de Grafos", combinó la teoría de grafos con elementos del Mundial de Fútbol. Los estudiantes tuvieron la oportunidad de explorar conceptos de gráficos mientras aplicaban estrategias relacionadas con el fútbol. Este enfoque lúdico y práctico permitió a los participantes comprender mejor los conceptos abstractos y fomentar su creatividad.

El segundo taller, llamado "Jugada de Gol", desarrolló prototipos que proyectaban haces de luz. Mediante la manipulación de estos prototipos, los estudiantes experimentan la emoción de realizar jugadas de gol. Esta actividad les brindó la oportunidad de explorar la relación entre la luz, el movimiento y la precisión, y los motivó a desarrollar habilidades de resolución de problemas y pensamiento estratégico.

El tercer taller, “Precisión y Equilibrio”, presentó a los participantes una serie de desafíos matemáticos y físicos que podrían manipular para alcanzar objetivos específicos. Los estudiantes se enfrentarán a situaciones en las que aplicarán principios de precisión y equilibrio para resolver problemas. Esta experiencia práctica les permitió comprender conceptos abstractos a través de la experimentación y desarrollar su capacidad para abordar desafíos de manera creativa.

Por último, el “taller tridimensional”. Herramienta reconocida por el Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación Educativa del MERCOSUR en el premio MCTIE, bajo el tema “Tecnologías para la Economía del Conocimiento”, como el proyecto ganador de los países de la región galardonado en la categoría “investigador Junior” con difusión y publicación a nivel MERCOSUR, además de presentación en sede oficial del Mercosur en Brasilia – Brasil y en congresos /ferias educativas. El mismo, brindó a los participantes la oportunidad de explorar elementos y cuerpos geométricos mediante un prototipo de gran tamaño. Además, cada estudiante pudo crear su propio mini prototipo usando acetato, el cual podría llevar a cabo y utilizar sus teléfonos celulares. A través de un código QR, accedieron a un vídeo de YouTube relacionado con los conceptos presentados en el taller. Esta combinación de experiencias prácticas y recursos tecnológicos les permitió a los estudiantes sumergirse en el mundo de la geometría tridimensional de una manera tangible y emocionante. (3)(4)(5)

En resumen, “Veo, Comprendo y Aplico” es un proyecto integral que busca despertar el interés y la pasión por las matemáticas a través de actividades lúdicas, competencias y alianzas estratégicas. Mediante la preparación para la competencia en olimpiadas matemáticas organizada por la OMA, la coordinación con escuelas, el desarrollo de habilidades matemáticas y creativas, y la obtención de financiamiento adicional, se busca promover la cultura matemática, inspirar vocaciones científicas y mejorar la calidad de la educación en matemática.

En la postulación a la convocatoria, es grato expresar el interés en replicar algunas o varias de las actividades realizadas en el evento del año 2022, en particular, los talleres interactivos que estimularon la creatividad y el aprendizaje de los estudiantes en el XV Festival de Matemática. Se considera que estos talleres abordaron diversos conceptos, desde la teoría de los gráficos hasta la geometría tridimensional, y permitieron a los participantes aplicar habilidades matemáticas, físicas y estratégicas en un entorno práctico y lúdico. Estas actividades pueden ser adaptadas y replicadas en diferentes contextos, inspirando a más estudiantes a disfrutar y comprender las matemáticas de una manera divertida y motivadora.

Nos complace tener la oportunidad de presentar nuestro proyecto y esperamos que consideren nuestra propuesta para la sesión de divulgación. Nuestro compromiso se basa en fomentar la cultura matemática y desarrollar habilidades en niños, niñas y adolescentes, reconociendo el poder transformador que las matemáticas tienen, para construir un futuro mejor en inspirar vocaciones cientificas en edad temprana.

¡Muchas gracias! Ortega Ezequiel Alejandro (6)

Referencias

[1] https://twitter.com/unaboficial/status/1588281153706168321

[2] https://www.instagram.com/p/CkI1MCqrYGX/

[3] https://www.mercosur.int/premio-mercosur-en-ciencia-y-tecnologia/

[4] https://www.mbc.org.br/wp-content/uploads/2019/09/Pr

[5] https://launion.com.ar/nota/-14551/2018/12/el-lomense-que-obtuvo-el-primer-puesto-como-ldquojoven-investigadorrdquo

[6] https://www.linkedin.com/in/ezequiel-alejandro-ortega-3b1a81150/

Comunicaciones de Divulgación - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 11:10 $\sim$ 11:30

Desafiando Límites: Boxplots y Simulaciones en la Carrera de Fórmula 1

Ezequiel Francisco Chocobar
Facultad de Ciencias Exactas - Universidad Nacional de Salta , Argentina
ezequiel.chocobar@exa.unsa.edu.ar

En este trabajo, exploraremos tres temas fascinantes relacionados con el análisis de datos en el contexto de la Fórmula 1. Estos datos serán los tiempos de vuelta de varios pilotos que dan en un circuito en específico que se realizan en la segunda parte de la Práctica 2 de un Gran Premio (GP) de Fórmula 1.

Comenzaremos analizando los "Boxplots" o llamado "Diagrama de Cajas y Bigotes", una herramienta gráfica que nos permite visualizar y comprender la distribución de datos en un conjunto de variables, este conjunto será los tiempos de vuelta y la cantidad de vueltas que hacen los pilotos realizando lo que se llama Simulación de Carrera. Al analizar las simulaciones de carrera, podemos descifrar algunas estrategias de carrera, estudiando futuros adelantamientos, paradas en boxes, gestión de neumáticos, etc.. Estas estrategias son esenciales para maximizar el rendimiento durante una carrera real y obtener la mejor posición posible. Nos vamos a ayudar de Microsoft Excel 2016 para hacer las gráficas y también para hacer análisis de algunas fórmulas del mismo programa.

Luego, nos sumergiremos en la emocionante predicción de un posible podio para el día de la Carrera. Utilizaremos algunas herramientas de estadísticas para predecir los resultados de las carreras y anticipar los pilotos que ocuparán los primeros lugares teniendo en cuenta las diferentes medidas de posición y dispersión, como el promedio, cuartiles, desvío estándar, etc. Por ejemplo, el primer cuartil representa el 25

Por último, exploraremos una introducción a las estrategias de carrera. Algunas implican menos paradas en boxes para mantener una posición en pista, mientras que otras pueden optar por paradas más frecuentes para tener neumáticos frescos y un mayor rendimiento en determinados momentos de la carrera. Esto se mostrará mediante gráfico de líneas.

También se hará una visualización de imágenes de lo trabajado en un taller de enseñanza matemática JEM SALTA 2023 donde se explicó el armado de los diagramas y la comparación de las mismas para una futura aplicación de estadística descriptiva al aula.

Trabajo en conjunto con Cinthia Noelia del Valle Vides (Universidad Nacional de Salta, Argentina).

Referencias

[1] Walpole, R. (2012). Probabilidad y Estadistica para Ingenieria y Ciencias. Pearson.

[2] Ana de Bressan y Oscar Bressan. (2008). Probabilidad y Estadistica: Como trabajar con niños y jovenes. Novedades Educativas.

[3] Ramirez, S. (2022). ¿Qué son y para qué sirven las prácticas libres en un Gran Premio de Fórmula 1?

[4] Guzman, M. d. (2004). Tendencias innovadoras en educación matematica.

[5] Ahumada, C. (2015). Notas de Estadistica Descriptiva. Fac. de Cs Exactas-Universidad Nacional de Salta.

[6] Valverde Berrocoso, J., Garrido Arroyo, M. C. y Fernández Sánchez, R. (2010). Enseñar y aprender con tecnologías: Un modelo teorico para las buenas practicas con TIC. Revista Electrónica Teoría de la Educación: Educación y cultura en la sociedad de la información.

[7] https://www.desafiandoexcel.com/buscador-de-formulas/.

Comunicaciones de Divulgación - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 11:30 $\sim$ 11:50

Las Iguanas Matemáticas de Escher

Andrea Carolina Antunez

Universidad Nacional de General Sarmiento., Argentina
aantunez@campus.ungs.edu.ar

Resumen: Este trabajo ofrece una propuesta de comunicación pública de la ciencia en Matemática centrada en el teselado de superficies y patrones repetitivos para crear mosaicos. La iniciativa utiliza actividades lúdicas e interactivas con materiales concretos, destacando las teselaciones de M.C. Escher. Diseñado para diferentes niveles educativos y contextos, la propuesta involucra a los participantes en la exploración de condiciones geométricas para lograr teselaciones regulares y crear nuevas figuras. La implementación incluyó un stand y taller en eventos como “Día Pi en la UNGS” y la Feria Internacional del Libro de Buenos Aires, atrayendo a un variado público y generando un espacio atractivo para divulgar la ciencia matemática.

Descripción: El uso de patrones repetitivos es una técnica comúnmente utilizada en el arte y la arquitectura para crear mosaicos de gran belleza. El término teselación, de origen matemático, se refiere a lo que comúnmente se conoce como mosaico, es decir, un conjunto de figuras colocadas una al lado de otra sin dejar huecos.

En este trabajo, presentamos una propuesta de comunicación pública de la ciencia en Matemática que incluye actividades lúdicas e interactivas con materiales concretos en torno a la temática del teselado de superficies. El objetivo de la propuesta es involucrar a quienes participan en la exploración de las condiciones geométricas de las figuras que permiten teselar en forma regular una superficie y la construcción de figuras nuevas que generen nuevas representaciones. En particular, las actividades invitan a los participantes a develar los secretos matemáticos que están detrás de algunas teselaciones del famoso artista M.C. Escher.

La propuesta fue realizada para distintos niveles de implementación en función del nivel educativo del público y las condiciones del contexto donde se implementa (feria científica, taller lúdico, aula escolar, etc). Además, la misma fue elaborada e implementada en diversas actividades realizadas en conjunto entre investigadores docentes, no-docentes y estudiantes del Instituto de Ciencias (ICI), del Instituto del Desarrollo Humano (IDH) y el Museo Interactivo Imaginario de la Universidad Nacional de General Sarmiento (UNGS).

En el marco de la celebración por el Día Internacional de la Matemática en 2023, en la UNGS se realizó el evento “Día Pi en la UNGS” con actividades durante tres días consecutivos. Para este evento, diseñamos e implementamos una muestra de stand y un taller, de aproximadamente 45 minutos de duración, destinado a docentes y estudiantes de escuelas medias. En este evento, el objetivo fundamental es generar vínculos con la comunidad mediante actividades de divulgación relacionadas con la matemática. En particular, se buscó poner en evidencia que la necesidad de aprender matemática es muy similar a aprender el pensamiento matemático, que es el que se lleva a cabo en la investigación en matemática.

Por un lado, para su implementación en formato stand, se diseñaron un kit de figuras con diversas formas regulares e irregulares en madera cortada con laser, repartidas en cajas contenedoras de piezas iguales. A cada participante que interactuaba en el stand se le proponía cubrir una superficie con las figuras (iguales entre sí) tomadas de alguna de las cajas, sin dejar huecos entre las mismas. A partir de esta interacción, se incentivaba a la reflexión sobre las características de las figuras que resultaban ser mosaicos y que por lo tanto lograban teselar una superficie. Esta situación le permitía a quien asesoraba en el stand a conversar sobre cuestiones relacionadas con la actividad, comentando en esta conversación tanto la historia como algunos conceptos matemáticos detrás del teselado.

Esta propuesta de stand, gracias a su versatilidad, pudo ser implementada nuevamente en varios encuentros regionales a través de guías del Museo Imaginario. En particular, fue presentada en stand en la 47° Feria Internacional del libro de Buenos Aires, con la participación activa de más de 600 personas de diferentes edades.

Por otro lado, la propuesta también fue planificada para su implementación en formato de taller o áulico, donde los kits utilizados contenían piezas suficientes para poder ser trabajados por un grupo de 40 personas en simultáneo. En esta planificación, quien dirige la actividad coordina una serie de momentos donde se interactúa con piezas diversas con el objetivo de armar superficies teseladas con la mayor amplitud posible y se reflexiona sobre sus características. En particular, la actividad está soportada con una exposición de imágenes artísticas que cuentan la historia del teselado y una applet en Geogebra que permite visualizar sobre cómo encontrar figuras similares a los lagartos de Escher.

La propuesta se implementó por primera vez para adolescentes del nivel secundario en el evento "día Pi en la UNGS", dejando evidencias de una interesante atracción hacia las figuras de lagartos y la dinámica de construcción similar a la de usar rompecabezas.

En conclusión, este trabajo presenta una propuesta atractiva y flexible para la comunicación pública de la ciencia en Matemática, que puede adaptarse a diversos contextos y niveles educativos. Utilizando actividades lúdicas e interactivas, se logra involucrar al público en la temática del teselado de superficies y su relación con el arte de M.C. Escher.

Trabajo en conjunto con Dario Daniel Devia (Instituto del Desarrollo Humano, Universidad Nacional de General Sarmiento, Buenos Aires, Argentina), Marcela Patricia Villagra (Instituto de Ciencias, Universidad Nacional de General Sarmiento, Buenos Aires, Argentina), Alberto Enrique Aguirre (Museo Interactivo de Ciencias "Imaginario", Universidad Nacional de General Sarmiento, Buenos Aires, Argentina), Martina Cajal (Instituto de Ciencias, Universidad Nacional de General Sarmiento, Buenos Aires, Argentina) y Agustina Silva (Universidad Nacional de General Sarmiento, Instituto del Desarrollo Humano, Buenos Aires, Argentina).

Comunicaciones de Divulgación - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 16:50 ∼ 17:10

Día Pi en la UNGS

Leffler Johana Romero María Itatí
Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
itatiromero95@gmail.com

En el marco de la celebración del Día Internacional de las Matemáticas impulsado por la UMALCA y la IMU, en el mes de marzo se desarrollan mundialmente actividades relacionadas con la Matemática. En este contexto, en el presente año, en la Universidad Nacional de General Sarmiento (UNGS) se realizó por primera vez el evento Día Pi en la UNGS.

El evento está destinado a estudiantes y docentes de escuelas secundarias, a estudiantes y graduados del profesorado en matemática y de carreras afines, y al público en general. Busca establecer vínculos con los actores mencionados mediante actividades de comunicación pública de la ciencia en Matemática desarrolladas en talleres, stands, charlas y juegos, intentando mostrar que aprender matemática es intentar aprender el pensamiento matemático, que es el que se lleva a cabo en la investigación en matemática.

El mismo contó con talleres de cupos limitados en los que se abordaron temas matemáticos desde una perspectiva lúdica e interactiva con el fin de estimular y promover la experimentación y reflexión con la Matemática en estudiantes de escuelas secundarias y del público en general. Contó, además, con stands de recorrido libre a cargo de docentes y graduados de la UNGS, de otras universidades nacionales y gestionados por institutos terciarios de la zona, que buscaron acaparar la atención y el acercamiento de lxs visitantes a la matemática de una manera divertida. También se dieron charlas. En las mismas participaron oradores invitados de la UNGS y de otras universidades, en las que en un ambiente distendido y con la interacción con el público, se contaron temas matemáticos y sus aplicaciones en la vida cotidiana. Además, se realizó un concurso de fotografía destinado principalmente a estudiantes de las escuelas secundarias participantes, que tuvo como objetivo contar, desde la perspectiva de los estudiantes, la mirada que tienen de la matemática presente en el contexto del conurbano bonaerense. Asimismo, también el evento dispuso de un espacio lúdico en el cual una serie de juegos matemáticos y no matemáticos, estuvieron disponibles para su uso y la recreación del público participante.

La organización del evento fue llevada a cabo por docentes del Instituto de Ciencias (ICI) e Instituto del Desarrollo Humano (IDH) junto con personal No Docente del Museo Imaginario, todas instituciones pertenecientes a la Universidad. Los fondos con los que se financió fueron fondos propios de la Universidad. Cabe destacar que el evento contó con una importante participación de estudiantes del profesorado de matemática y de carreras afines en el rol de voluntarios.

Esta primera edición del Día Pi en la UNGS, que se realizó los días 29, 30 y 31 de marzo del presente año, tuvo una concurrencia de 19 escuelas secundarias de los partidos de Quilmes, Tigre, Pilar, Malvinas Argentinas, José C. Paz, Moreno y San Miguel. Asistieron aproximadamente 1300 personas, entre estudiantes secundarios, docentes, acompañantes y público en general. En el evento se ofrecieron diariamente: 9 stands (6 a cargo de los institutos ICI e IDH y el Museo Imaginario, 1 a cargo de la Secretaría General y 2 a cargo de todos los institutos terciarios de la región). 6 talleres diarios a cargo de docentes de nuestra universidad y universidades invitadas que se repitieron dos veces por día. 1 charla (2 días a cargo de investigadores de otra universidad y 1 día a cargo de un investigador docente de la UNGS). En el concurso de fotografía participaron 54 estudiantes de escuelas secundarias, se entregaron premios a los tres primeros lugares y a una mención especial.

Dada la repercusión favorable que tuvo el evento Día Pi en la UNGS en su primera edición, entendemos que el mismo generó un espacio de acercamiento de las escuelas secundarias y sus integrantes, como así también del público en general a la Matemática, pero también a un ambiente académico, de actores que en su mayoría poseen escaso conocimiento sobre la Universidad y de su relación con la comunidad. Consideramos que esto último es una de las características destacables del evento, y deseables, principalmente por universidades inmersas en un contexto como el de influencia de la UNGS. Por ello es que esperamos continuar generando estos espacios para fortalecer los vínculos con la comunidad, y en nuestro caso, a través de un acercamiento de la Matemática a la misma.

Trabajo en conjunto con Julio Amadeo Coiro (Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina), Enrique Aguirre (Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina), Marcela Villagra (Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina), Darío Devia (Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina), Andrea Antúnez (Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina) y Gladys Antúnez (Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina).

Comunicaciones de Divulgación - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 17:10 ∼ 17:30

Divulgación en tres dimensiones: Matemática materializada a través de la impresión.

Correa Valentina Feresín Sofía
Universidad Nacional del Litoral, Argentina
sofiaferesin@gmail.com

Presentaremos nuestra experiencia en la utilización de la impresión 3D como herramienta para comprender y comunicar conceptos matemáticos. Contaremos nuestra experiencia en cómo, mediante la impresión de objetos tridimensionales, es posible visualizar de manera tangible algunos principios abstractos de la matemática.

Comentaremos el desarrollo de objetos rodantes y el armado de una actividad de comunicación alrededor de ellos para festivales de ciencia. Además, mostraremos el modo en que las nuevas habilidades adquiridas en el diseño e impresión 3D permitieron mejorar otras actividades de comunicación de la ciencia desarrolladas por nuestro grupo.

Trabajo en conjunto con Valentina Correa (FIQ - UNL, Argentina), Marcelo Actis (FIQ - UNL, Argentina), Gabriel Bernal (FIQ - UNL, Argentina), Nahuel Cabrera (FIQ - UNL, Argentina), Anibal Chicco Ruiz (FIQ - UNL, Argentina), Eros Girardi (FIQ - UNL, Argentina), Pablo Quijano (FIQ - UNL, Argentina), Brenda Rivera (FADU - UNL, Argentina), Francisco Sosa (FIQ - UNL, Argentina), Mara Perez (FIQ - UNL, Argentina) y Itatí Zocola (FIQ - UNL, Argentina).

Comunicaciones de Divulgación - Comunicación - Miércoles 20 de septiembre, 17:30 ∼ 17:50

"Historia de una Abstracción", un ciclo de charlas sobre el rol de la percepción de la matemática a través del tiempo

Daniel Grimaldi
esparCiencia, Argentina
grim.daniel@gmail.com

¿Qué es la matemática? ¿Por qué aún no tenemos una definición clara? Estas preguntas de naturaleza filosófica son el motor de este trabajo, pero no para buscar sus respuestas finales. El objetivo de este trabajo y su producto final es el de conocer el impacto de las respuestas a estas preguntas, que fueron dadas por filósofes e investigadores a través de la historia, ya que con ellas se moldearon una manera de entender la matemática, de enseñarla, de comunicarla, de aplicarla y hasta de investigarla. La pregunta que sí pretende responder este proyecto es ¿qué es lo que los públicos de la ciencia y la cultura científica han estado entendiendo por matemática y cómo eso ha actuado dentro del entramado de la generación del conocimiento de la disciplina y en general?

Para empezar a darnos una idea de por qué esta pregunta resulta interesante, debemos destacar que las interpretaciones de la matemática, cualesquiera sean, siempre han girado principalmente en torno a personajes icónicos del conocimiento científico, aunque no necesariamente especializades en matemática. Elles han dado su opinión sobre el concepto de matemática desde su lugar, que luego se reprodujo a la sociedad. Esto generó que no haya una mirada integral, sino que cada comunidad científica, atravesada por los conocimientos de su disciplina y de su conocimiento cultural, diera su manera de entender qué es la matemática. Por otro lado, hay que destacar que el comienzo de la hiperespecialización de las disciplinas científicas ocurrió recién en los últimos 200 años. Por lo que antes de eso, no existía una comunidad matemática distinguida que pudiera dar su propia definición, y aún hoy esa comunidad no ha resuelto los debates internos que la aquejan en ese sentido, dado que en muchos casos sigue aferrada aún a los viejos conceptos. Se puede destacar por ejemplo, las identificaciones que hay sobre lo que es "matemática pura", "matemática aplicada" y "aplicaciones de la matemática", el reduccionismo de las ciencias a aplicaciones de la matemática o bien su oposición extrema de considerar a la matemática como una mera herramienta del conocimiento científico.

Esta falta de mirada integral o que al menos tolere diferentes perspectivas es uno de los motivos que no permite ponernos de acuerdo en lo que es la matemática (ni siquiera nos podemos poner de acuerdo si va en plural o singular, aunque yo, por mi acervo cultural, usaré el singular). A veces se la presenta como algo distinguido dentro de la didáctica STEAM (acrónimo en inglés de "Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemática"), pero hay universidades que la presentan como ciencia, mientras que en otras forma parte de las facultades de ingeniería. A nivel divulgativo esto se puede percibir en textos de reconocimiento internacional, como los de Adrián Paenza, Pablo Amster y Eduardo Saenz de Cabezón. Si bien estos autores buscan dar una nueva imagen de la matemática, y logra con creces mostrarla más amena a la sociedad, por diferentes motivos lo terminan haciendo dentro de los estándares y preconcepciones que ya se tiene de la disciplina, no generando una nueva manera de entender a la matemática sino reforzando cómo se la percibe en las diferentes comunidades científicas de sus países de origen y trabajo académico.

Esta diversidad, que sería muy fructífera si no estuviera tironeada por oposiciones que definen al resto de las partes del conocimiento, hace que resulte muy dificultosa una comunicación pública de la matemática real. Curiosamente, esto no es algo que se vea en otras disciplinas: todes tenemos una clara percepción de lo que es la música, la física, la biología, la medicina y la ingeniería civil, todes conocemos sus similitudes y diferencias.

Esta característica única de la disciplina en cuestión, hoy se nos presenta entonces como una necesidad a resolver, buscando una perspectiva de la matemática que unifique a todas las demás. De esta necesidad surge este proyecto, que propone como camino integrarse al actual paradigma de la comunicación publica de la ciencia y la tecnología: mostrar al conocimiento científico como parte de la cultura y de la cotidianeidad de los pueblos. Viendo a la matemática como una actividad intrínsecamente humana, indudablemente cobra otro sentido. A los teoremas y demostraciones, a la objetividad y la atemporalidad de sus resultados, se le agregan historias humanas, subjetivas, temporales, atravesadas por el contexto de su lugar de origen, que nos muestran que hay una matemática no contada, anulada, pero que es la que en realidad le da todo su sentido y es capaz de reinterpretar todas sus facetas conocidas.

Noticiero de la Unión Matemática Argentina
http://www.union-matematica.org.ar/noticiero/
ISSN 1514-9595 (En línea)
Volumen 58, No. 1, diciembre de 2023.
noticiero@union-matematica.org.ar