NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Conferencias Plenarias

CONFERENCIA REY PASTOR

Percolación de primera pasada y aprendizaje de distancias

Pablo Groisman
Universidad de Buenos Aires

Consideremos una muestra de n puntos de una subvariedad (desconocida) del espacio euclídeo (posiblemente de alta dimensión). Esta situación es muy común en muchos problemas con datos. Atacaremos el problema de definir distancias entre los puntos que sean valiosas para aprender la variedad. Luego estudiaremos su comportamiento y cómo utilizarlas para tareas diversas como: clustering (agrupamiento), reducción de dimensión, análisis topológico de datos (TDA), estimación de densidad, transporte óptimo. Veremos también que las distancias propuestas están íntimamente relacionadas con un problema clásico en probabilidad: percolación de primera pasada; que nos brinda un abanico de problemas abiertos que son muy simples de enunciar.

CONFERENCIA SANTALÓ

¿Se pueden oír las simetrías?

Emilio Lauret
Universidad Nacional del Sur

Comenzaremos con una fugaz introducción a la geometría espectral inversa apoyándonos en la famosa y elocuente pregunta "¿Se puede oír la forma de un tambor?". Luego, repasaremos diversas situaciones en que el espectro del Laplaciano puede distinguir espacios geométricamente especiales como por ejemplo los espacios simétricos.

CONFERENCIA CALDERÓN

¿Cómo propagan las ondas la aleatoriedad?

Andrea Nahmod
University of Massachusetts Amherst

Las ondas están en todas partes en la naturaleza. Surgen en la mecánica cuántica, la fibra óptica, el ferromagnetismo, la atmósfera, el agua y muchos otros modelos. Tales fenómenos de ondas nunca son demasiado suaves o simples, siendo el subproducto de interacciones no lineales. Comprender y describir el comportamiento dinámico de tales modelos bajo ciertas condiciones de ruido o dada una colección estadística inicial, y tener una descripción precisa de cómo se propaga la aleatoriedad inherente en estos modelos es fundamental para predecir con precisión los fenómenos de ondas al estudiar el mundo natural.

En esta charla, Andrea Nahmod comenzará describiendo cómo las herramientas clásicas de la probabilidad ofrecen un marco robusto para entender la dinámica de las ondas a través de conjuntos apropiados en el espacio de fases en lugar de trayectorias dinámicas microscópicas particulares. Continuará explicando el cambio de paradigma fundamental que surge del "escalado correcto" en este contexto y cómo abrió la puerta a revelar las estructuras aleatorias de las ondas no lineales que viven en altas frecuencias y escalas finas. Luego, discutirá cómo estas ideas rompieron el estancamiento en el estudio de las medidas de Gibbs asociadas con las ecuaciones de Schrödinger no lineales en el contexto de la mecánica estadística de equilibrio y el modelo hiperbólico ϕ_3^4 en el contexto de la teoría cuántica de campos constructiva. Finalmente, terminará con algunos desafíos abiertos sobre la propagación a largo plazo de la aleatoriedad y la dinámica fuera del equilibrio.

Conferencia González Dominguez

Lógicas subestructurales modales

Manuela Busaniche
Universidad Nacional del Litoral

En los últimos años muchos sistemas de lógicas no clásicas han surgido para modelar distintos tipos de razonamientos. Generalmente, cada sistema se plantea de manera independiente, para resolver algún problema particular, y junto con el desarrollo del sistema surgen también técnicas y herramientas para su investigación. La teoría de lógicas subestructurales presenta un marco uniforme en el que se pueden analizar una gran variedad de sistemas no clásicos desarrollados a partir de diferentes motivaciones. Dentro de los sistemas subestructurales encontramos algunos muy conocidos como ser el cálculo intuicionista, los sistemas de lógicas relevantes, las lógicas multivaluadas, las difusas y también la lógica clásica puede tratarse como caso particular de lógica subestructural. Por otro lado, y de manera totalmente independiente, los sistemas de lógicas modales se plantean como extensiones de la lógica clásica que incorporan al lenguaje operadores que permiten interpretar nociones como creencia, posibilidad, conocimiento, obligaciones y tiempo entre otros. En esta charla plantearemos sistemas de lógicas subestructurales con operadores modales. Resaltaremos las ventajas de contar con este tipo de sistemas y abordaremos brevemente los desafíos que surgen en su estudio.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Conferencia Científica

Conferencia en honor a Alicia Dickenstein

Alicia Dickenstein: polinomios, geometría, aplicaciones, Matemax.... y mucho mas!

Carlos D'Andrea
Universidad de Barcelona

En esta charla-homenaje a Alicia Dickenstein intentaremos mostrar algunos resultados relevantes de su trayectoria académica, centrándonos en los discriminantes de sistemas de polinomios.

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 1: Álgebra y Geometría

Pares de Gelfand generalizados, nuevos ejemplos

José Ignacio García
Universidad Nacional de Salta - Facultad de Ciencias Exactas, Argentina
joseigarcia@exa.unsa.edu.ar

Sea N un grupo de Lie nilpotente y K un subgrupo compacto de $Aut(N)$ (grupo de automorfismos de N). Uno de los primeros resultados de Benson, Jenkins y Ratcliff establece que, si (K, N) es un par de Gelfand entonces N es a lo sumo 2-pasos nilpotente. La noción de pares de Gelfand fue generalizada para el caso en que K es un grupo unimodular no compacto. En [5] y en [6] exhibimos familias de pares de Gelfand generalizados (K, N) tales que N es un grupo de Lie m pasos nilpotente con $m > 2$. Ahora, sea $N = \mathcal{S} \ltimes H_n$ el grupo de Lie 3 pasos nilpotente con H_n el grupo de Heisenberg de dimensión $(2n+1)$ y $\mathcal{S}$ el grupo de matrices simétricas $n \times n$. En esta charla, caracterizaremos $Aut(N)$ y mostraremos un subgrupo K de $Aut(N)$ tal que (K, N) es un par de Gelfand generalizado.

Trabajo en conjunto con Silvina Campos (Universidad Nacional de Salta, Argentina) y Linda Saal (Universidad Nacional de Córdoba).

Referencias

[1] Astengo, F., Di Blasio, B., Ricci, F. *Gelfand transforms of polyradial functions on the Heisenberg group*, J. Funct. Anal. **251**, (2007) 772–791.

[2] Benson, C., Jenkins, J., Ratcliff, G. *On Gelfand pairs associated with solvable Lie groups*, Trans. Amer. Math. Soc. **321** (1990) 85-116.

[3] Benson, C., Jenkins, J., Ratcliff, G. *Bounded K-spherical function on Heisenberg group*, J. Funct. Anal. **105**, (1992) 409–443.

[4] Benson, C., Jenkins, J., Ratcliff, G. *The orbit method and Gelfand pairs associated with nilpotent Lie groups*, J. Geom. Anal. **9**, (1999) 569–582.

[5] Campos, S., García, J. and Saal, L. *Generalized Gelfand pairs associated to m-step nilpotent Lie groups*, J. Geom. Anal. **33**, Article number: 54 (2023).

[6] Campos, S., García, J. and Saal, L. *Spherical analysis attached to some m-step nilpotent Lie group*, J. Fourier Anal. Appl. **30**, Article number: 20 (2024).

[7] Fischer,V., Ricci, F., Yakimova, O., *Nilpotent Gelfand pairs and spherical transforms of Schwartz functions III. Isomorphisms between Schwartz spaces under Vinberg condition*, arxiv 1210.7962.

[8] Gallo, A., Saal, L., *A generalized Gelfand pair attached to a 3-step nilpotent Lie group*, J. Fourier Anal. Appl. Vol **26**, 62 (2020).

[9] Lauret, J. *Gelfand pairs attached to representations of compact Lie groups*, Transform. Groups **5**, (2000) 307–324.

[10] Ratcliff, G., *Symbols and orbits for 3-step nilpotent Lie groups*, J. Funct. Anal. **62** (1985), 38–64.

DOMINIOS PRINCIPALES NO EUCLÍDEOS

Nicolás Allo Gómez
Universidad de Buenos Aires, Argentina
nicolas.allo.93@gmail.com

En cualquier curso de Teoría de Números se enseña la importancia que tienen los dominios de factorización única (DFU) a la hora de resolver ecuaciones. Una de las implicaciones básicas al respecto es que todo dominio principal es un DFU. Otro hecho conocido es que todo dominio euclídeo (es decir, un dominio con algoritmo de división) es un dominio principal. Sin embargo, ninguna de estas implicaciones es una equivalencia. Existen infinitos contraejemplos conocidos de DFU que no son principales (por ejemplo, para cualquier A DFU que no sea un cuerpo se tiene que el anillo de polinomios $A[X]$ es un DFU que no es un dominio principal). En cuanto a dominios principales que no son euclídeos, existe un contraejemplo clásico: el anillo de enteros del cuerpo cuadrático $\mathbb{Q}[\sqrt{-19}]$ (ver, por ejemplo, [1]). Otro contraejemplo menos conocido es el anillo $\mathbb{R}[X,Y]/\langle X^2+Y^2+1\rangle$ que encontramos mencionado en [2], con un esbozo de demostración no del todo clara. Recientemente di una demostración más constructiva del resultado esencial que permite probar que el ejemplo anterior es efectivamente un dominio principal, y que usa fuertemente el hecho de que la clausura algebraica de $\mathbb{R}$ es $\mathbb{C}$. En esta comunicación hablaremos sobre una familia más general de contraejemplos que encontramos. Más precisamente, hemos demostrado el siguiente Teorema:

Si K es un cuerpo real, entonces el anillo $K[X,Y]/\langle X^2+Y^2+1\rangle$ es un dominio principal que no es euclídeo.

Trabajo en conjunto con Juan Sabia (Ciclo Básico Común, Universidad de Buenos Aires e IMAS, CONICET-UBA).

Referencias

[1] Oscar A. Campoli. A Principal Ideal Domain That Is Not a Euclidean Domain. The American Mathematical Monthly, 1988.

[2] Quotient of polynomials, pid but not euclidean domain? https://math.stackexchange.com/questions/864212/quotient-of-polynomials-pid-but-not-euclidean-domain, 2014.

CONSTRUCCIÓN DE SOLVARIEDADES HIPERCOMPLEJAS A PARTIR DE POLINOMIOS ENTEROS

Adrián Andrada
FAMAF - Universidad Nacional de Córdoba y CIEM - CONICET, Argentina
adrian.andrada@unc.edu.ar

Para cada número natural $n \geq 2$, definimos una familia de polinomios $\Delta_n \subset \mathbb{Z}[x]$ de la siguiente manera: un polinomio $p \in \mathbb{Z}[x]$ está en Δ_n si y sólo si:

1) el grado de p es n,
2) las raíces de p son n números reales positivos diferentes,
3) $p(0) = (-1)^n$.

En esta charla mostraremos cómo asignar a cada $p \in \Delta_n$ una matriz $A_p \in \mathfrak{gl}(4n+3,\mathbb{R})$ de manera que el álgebra de Lie casi abeliana $\mathfrak{g}_p = \mathbb{R} \ltimes_{A_p} \mathbb{R}^{4n+3}$ posea una estructura hipercompleja, usando resultados en [1]. Más aún, el grupo de Lie simplemente conexo G_p asociado a $\mathfrak{g}_p$ posee un retículo Γ_p, y entonces la solvariedad $\Gamma_p \backslash G_p$ hereda una estructura hipercompleja. Exhibiremos propiedades de las solvariedades así obtenidas y de las familias Δ_n de polinomios enteros.

Trabajo en conjunto con María Laura Barberis (FAMAF - Universidad Nacional de Córdoba y CIEM - CONICET).

Referencias

[1] A. Andrada, M. L. Barberis, Hypercomplex almost abelian solvmanifolds, J. Geom. Anal. 33 (2023), Article 213.

Producto cup en la cohomología de Hochschild en grado 1 de extensiones triviales de álgebras gentiles

Carlos Antunes Percíncula
Universidad de Buenos Aires, Argentina
antunes.p.carlos@hotmail.com

En esta charla hablaremos de la extensión trivial TA de un álgebra de dimensión finita A y su cohomología de Hochschild. Es poco lo que se sabe de $HH^*(TA)$ en general, e incluso para familias particulares de álgebras como las álgebras gentiles, cuya (co)homología está bien estudiada [1], no se conoce más allá del grado 1. Cuando A es una k-álgebra de dimensión finita se sabe que el espacio vectorial $HH^1(TA)$ se descompone como suma directa de otros cuatro espacios: la cohomología de A en grado 0 y 1, el dual de la homología de A en grado 1 y otro espacio $\mathrm{Alt}_A(DA)$ asociado al dual de A [2]. En un trabajo de C. Strametz [3] se transfiere la estructura de álgebra de Lie de $HH^1(TA)$ a esta descomposición y se describe el corchete de Gerstenhaber entre los sumandos. Sin embargo todavía no está estudiado cómo es el producto cup entre estas componentes. Presentaremos algunos resultados en esa dirección para el caso en el que A es gentil.

Trabajo en conjunto con Andrea Solotar (Universidad de Buenos Aires).

Referencias

[1] C. Chaparro, S. Schroll, A. Solotar, M. Suárez-Álvarez. The Hochschild (co)homology of gentle algebras. Preprint, arXiv:2311.08003.

[2] C. Cibils, E. Marcos, M. J. Redondo, A. Solotar. Cohomology of split algebras and of trivial extensions. Glasgow Mathematical Journal, 45(1):21–40, 2003.

[3] C. Strametz. Structure d'algèbre de Lie de la cohomologie de Hochschild en degré un et groupe d'automorphismes extérieurs, Univerté Montpellier II, 2002.

Homología de álgebras de grupoides

Guido Arnone
Instituto de Investigaciones Matemáticas Luis A. Santaló (UBA-CONICET), Argentina
garnone@dm.uba.ar

Las álgebras de grupoides —más conocidas como álgebras de Steinberg— generalizan tanto a las álgebras de grupos como a una amplia familia de análogos algebraicos de C*-álgebras (álgebras de Leavitt, Katsura, y más generalmente Exel-Pardo).

En esta charla daremos una introducción a estas álgebras y comentaremos algunos resultados recientes sobre su homología de Hochschild.

Trabajo en conjunto con Guillermo Cortiñas (IMAS UBA-CONICET) y Devarshi Mukherjee (Universität Münster).

Clasificación de las álgebras de Lie casi abelianas nilpotentes que admiten estructura hipercompleja

María Laura Barberis
FAMAF - Universidad Nacional de Córdoba, CIEM - CONICET, Argentina
mlbarberis@unc.edu.ar

Un álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ se dice casi abeliana si posee un ideal casi abeliano de codimensión 1, es decir, $\mathfrak{g} = \mathbb{R}e_0 \ltimes_A \mathbb{R}^n$, donde la acción de e_0 en el ideal abeliano $\mathbb{R}^n$ está dada por la matriz $A \in \mathfrak{gl}(n, \mathbb{R})$. Si G es un grupo de Lie con álgebra de Lie $\mathfrak{g}$, la existencia de una estructura geométrica invariante a izquierda en G impone restricciones en A. En [1] caracterizamos las álgebras de Lie casi abelianas que admiten estructura hipercompleja, es decir, un par de estructuras complejas que anticonmutan. En el presente trabajo, obtenemos la clasificación de dichas álgebras en el caso nilpotente. El teorema de clasificación se basa en una generalización de la forma de Jordan para matrices cuaterniónicas (ver [2]). Discutiremos también el problema de clasificación en el caso no nilpotente.

Trabajo en conjunto con Adrián Andrada (FAMAF - Universidad Nacional de Córdoba, CIEM - CONICET).

Referencias

[1] A. Andrada, M. L. Barberis, Hypercomplex almost abelian solvmanifolds, J. Geom. Anal. 33 (2023), Article 213.

[2] L. Rodman,Topics in quaternion linear algebra, Princeton Series in Applied Mathematics, Princeton University Press, 2014.

MÉTODOS COMBINATORIOS PARA ESTUDIAR LA INDICABILIDAD LOCAL DE GRUPOS

Agustín Nicolás Barreto
Universidad de Buenos Aires, Argentina
agustin.nbarreto@gmail.com

Un grupo se dice indicable si admite un morfismo no trivial a los enteros y es localmente indicable si todos sus subgrupos no triviales y finitamente generados son indicables. Estos grupos han adquirido gran relevancia en las últimas décadas por su relación con varios problemas conocidos en álgebra, topología y geometría. En los últimos tiempos, junto a Gabriel Minian hemos desarrollado métodos para estudiar indicabilidad local de grupos a partir de sus presentaciones.

Más recientemente, hemos combinado estos resultados con métodos combinatorios derivados de la teoría de Morse discreta. Esta teoría fue desarrollada por Forman en los años 90 como variante de la teoría de Morse clásica y es una herramienta poderosa que combina ideas de combinatoria y topología.

En esta charla, voy a contar estos resultados y algunas aplicaciones que se derivan de ellos.

Trabajo en conjunto con Gabriel Minian.

Referencias

[1] A. N. Barreto, E. G. Minian, Local indicability of groups with homology circle presentations. arXiv:2308.07447.

[2] X. Fernández, Morse theory for group presentations.Trans. Amer. Math. Soc. 377 (2024), no.4, 2495–2523.

[3] R. Forman, A user's guide to discrete Morse theory. Sém. Lothar. Combin. 48 (2002), Art. B48c, 35 pp.

[4] J. Howie, On the asphericity of ribbon disc complements. Trans. Amer. Math. Soc. 289 (1985), no.1, 281–302.

[5] E. G. Minian, Morse theory of Bestvina-Brady type for posets and matchings. Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A154 (2024), no.1, 209–220.

GRUPOS FUNDAMENTALES DE FORMAS ESPACIALES ESFÉRICAS ISOSPECTRALES

Mauro Colantonio
Instituto de Matemática de Bahía Blanca (INMABB), Argentina
maucolantonio@hotmail.com

Se llama *forma espacial esférica* a una variedad Riemanniana de la forma S^{2d-1}/Γ, donde Γ es un subgrupo discreto de $Iso(S^{2d-1}) = O(2d)$ que actúa libremente en la esfera redonda S^{2d-1}. En esta charla consideraremos grupos Γ no cíclicos tales que todos sus subgrupos de Sylow son cíclicos; estos son llamados grupos de Tipo I.

El objetivo de este trabajo es determinar la relación entre dos grupos Γ_1 y Γ_2 en el caso que S^{2d-1}/Γ_1 y S^{2d-1}/Γ_2 sean isospectrales, es decir, sus correspondientes Laplacianos tiene el mismo espectro. A. Ikeda en 1979 mostró que Γ_1 y Γ_2 son isomorfos cuando d es primo. Aquí mostraremos, para d arbitrario, cierta relación entre los grupos y también un ejemplo no isomorfo.

HOMOLOGÍA DE ÁLGEBRAS DE GRUPOIDES II

Guillermo Cortiñas
IMaS, Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Argentina
gcorti@dm.uba.ar

Esta charla complementa la propuesta por Guido Arnone del mismo título. Un resultado clásico sobre la homología de Hochschild de un álgebra de grupo $k[G]$, debido a Burghelea [1], establece una descomposición en suma directa $HH_*(k[G]) = \bigoplus_\xi H_*(Z_{g_\xi}, k)$, donde la suma está indexada por las clases de conjugación de G, g_ξ es un representante de la clase ξ, Z_g es el centralizador y H es la homología de grupos. En particular, como el centralizador de la clase del elemento neutro es todo G, se tiene que $H_*(G, k)$ es un sumando directo de $HH_*(k[G])$. En la charla veremos que con bastante generalidad, la homología de un grupoide amplio $\mathcal{G}$ es sumando directo de la homología de Hochschild de su álgebra $k[\mathcal{G}]$ y que bajo hipótesis adicionales, se tiene un análogo de la descomposición de Burghelea. Luego especializaremos al caso del grupoide de Exel-Pardo asociado a una acción autosimilar de un grupo en un grafo dirigido [2].

Trabajo en conjunto con Guido Arnone (IMaS-DM, FCEyN, UBA, Argentina) y Devarshi Mukherjee (Universität Münster, Alemania).

Referencias

[1] Burghelea, D. The cyclic homology of the group rings. Comm. Math. Helv. 60 (1985), 354–365.

[2] Exel, R., Pardo, E. Self-similar graphs, a unified treatment of Katsura and Nekrashevych C^*-algebras, Adv. Math. 306 (2017), 1046–129, DOI 10.1016/j.aim.2016.10.030.

SISTEMAS RALOS CON ALTA MULTIPLICIDAD LOCAL

Alicia Dickenstein
Dto. de Matemática, FCEN, UBA e IMAS (UBA-CONICET), Argentina
alidick@dm.uba.ar

Consideremos un sistema ralo de n polinomios de Laurent en n variables con coeficientes complejos y soporte en un conjunto finito A. Es conocido que el número máximo de raíces aisladas en el toro n-dimensional del sistema es el volumen normalizado de la cápsula convexa de A (la cota BKK). En este trabajo exploramos la siguiente pregunta: si la cardinalidad de A es igual a n+m+1, ¿cuál es la multiplicidad de intersección local máxima en un punto del toro en términos de n y m?

Este estudio fue iniciado por Gabrielov en el caso multivariado. Damos una cota superior que siempre se alcanza en el caso de circuitos (m=1) y, bajo una hipótesis técnica genérica, es considerablemente menor para cualquier codimensión m. También presentamos un sistema ralo particular con alta multiplicidad local con exponentes en los vértices de un polítopo cíclico y explicamos el fundamento de nuestra elección. Nuestro trabajo plantea varias preguntas interesantes.

Trabajo en conjunto con Frédéric Bihan (Université Savoie Mont Blanc, Francia) y Jens Forsgård.

REPRESENTACIONES DE UNA FAMILIA DE ÁLGEBRAS DE HOPF PUNTEADAS

Fernando Fantino
FaMAF-UNC, Argentina
fernando.fantino@unc.edu.ar

Las álgebras de Hopf complejas punteadas de dimensión finita sobre grupos diedrales $\mathbb{D}_m$, de orden $2m$ con $m = 4t$ y $t \geq 3$, es conocida. Dicha clasificación contempla familias de álgebras que son bosonizaciones y otras que son levantamientos no triviales de bosonizaciones denotadas A_I y $B_{I,L}$. En esta charla daremos algunos resultados generales sobre las representaciones de estas últimas y describiremos representaciones irreducibles de las álgebras $B_{I,L}$ para cardinales de I y de L bajos.

Trabajo en conjunto con Juan Hidalgo (FaMAF-UNC).

Construcción de Álgebras de Lie rígidas

Estela Fátima Fernández
Universidad Nacional de Tucumán, FACET, Argentina
efernandez@herrera.unt.edu.ar

Determinar si un álgebra de Lie es rígida o no, es un problema difícil. Existen algunos criterios y algunas familias conocidos de álgebras rígidas.

Si un álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ tiene segundo grupo de cohomología adjunta nulo, $H^2(\mathfrak{g},\mathfrak{g}) = 0$, entonces $\mathfrak{g}$ es rígida. A éstas se las llama *algebraicamente rígidas*.

Dos familias importantes, de álgebras no solubles, fueron consideradas por Richardson [1] y Carles [2] respectivamente.

(1) Productos semidirectos de semisimples $\mathfrak{s}$ por una representación irreducible V: $\mathfrak{s} \ltimes V$

(2) Álgebras $\mathfrak{g}$ completas, esto es con $H^0(\mathfrak{g},\mathfrak{g}) = H^1(\mathfrak{g},\mathfrak{g}) = 0$, y nilradical abeliano.

En esta charla describiré la construcción de algunas familias nuevas de álgebras de Lie algebraicamente rígidas, de los siguientes tipos:

(a) $\mathfrak{s} \ltimes V$, donde $\mathfrak{s}$ es semisimple y V una representación de $\mathfrak{s}$, no necesariamente irreducible, o una deformación de éstas.

(b) $\mathfrak{s} \ltimes V \oplus \mathbb{C}$, donde $\mathfrak{s}$ es semisimple y V una representación de $\mathfrak{s}$, no necesariamente irreducible, o una deformación de éstas.

Describiré en particular los siguientes casos:

(a) $\mathfrak{sl}_2 \ltimes (\mathbb{C}^j \oplus \mathbb{C}^k)$, con j y k pares.

(b) $\mathfrak{sl}_2 \ltimes \mathbb{C}^n \oplus_\mu \mathbb{C}$, $n \geq 2$, para cierto 2-cociclo μ.

También mostraré que las álgebras rígidas presentadas por Carles, se obtienen como casos particulares de esta construcción. Por ejemplo, el álgebra de Carles $(\mathfrak{s} \oplus \mathbb{C}) \ltimes V$, satisface que

$$(\mathfrak{s} \oplus \mathbb{C}) \ltimes V \simeq \mathfrak{s} \ltimes V \oplus_\sigma \mathbb{C},$$

para un 2-cocíclo σ adecuado.

Este es un trabajo en proceso que es parte de mi tesis doctoral, bajo la supervisión de Paulo Tirao.

Referencias

[1] R. Richardson Jr., On the rigidity of semi-direct products of Lie algebras, Pac. J. Math. 22, 339–344 (1967).

[2] R. Carles, Sur certainess classes d'algèbres de Lie rigides, Math. Ann. 272, 477–488 (1985).

Autovalores negativos del Laplaciano conforme

Guillermo Henry
Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET, Argentina
ghenry@dm.uba.ar

Sea (M, g) una variedad riemanniana cerrada de dimensión $n \geq 3$. El Laplaciano conforme es el operador lineal elíptico definido por

$$L_g := \frac{4(n-1)}{(n-2)}\Delta_g + s_g,$$

donde Δ_g y s_g denotan el operador de Laplace-Beltrami y la curvatura escalar, respectivamente. El significado geométrico del Laplaciano conforme es el siguiente: si h es una métrica riemanniana en la clase conforme de g, esto es $h = u^{\frac{4}{n-2}} g$ para alguna función positiva u, entonces la curvatura escalar de (M, h) es

$$s_h = L_g(u)u^{-\frac{n+2}{n-2}}.$$

El espectro de L_g es una sucesión no decreciente autovalores que tiende a infinito. El signo de cada autovalor es un invariante conforme. Es bien sabido que en cada clase conforme existe una métrica de curvatura escalar constante y su signo coincide con el signo del primer autovalor del Laplaciano conforme. Por lo tanto, hay obstrucciones a la existencia de métricas con primer autovalor no nulo. Sin embargo, no hay obstrucciones para la existencia de métricas con primer autovalor negativo.

Sea $\Lambda_0(M)$ el mínimo número de autovalores no positivos que un Laplaciano conforme de una métrica de M puede tener. En esta charla, mostraremos que para todo $k \geq \Lambda_0(M)$, existe una métrica riemanniana M

tal que el Laplaciano conforme tiene exactamente k autovalores negativos. También discutiremos sobre cotas superiores de $\Lambda_0(M)$.

Trabajo en conjunto con Jimmy Petean (CIMAT, GTO, México).

Representaciones irreducibles de álgebras de Hopf punteadas sobre grupos diedrales.

Juan Vidal Alejandro Hidalgo
Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
juan.hidalgo.355@unc.edu.ar

Las álgebras de Hopf complejas punteadas de dimensión finita sobre grupos diedrales $\mathbb{D}_m$, de orden $2m$ con $m = 4t$ y $t \geq 3$, han sido clasificadas en [1]. Dicha clasificación contempla familias de álgebras que son bosonizaciones y otras que son levantamientos no triviales de bosonizaciones denotadas A_I y $B_{I,L}$. En [2], hemos dado el conjunto completo de representaciones irreducibles de las álgebras $A_{(i,n)}(\lambda)$. En esta presentación daremos algunos resultados generales sobre las representaciones de estas últimas y describiremos la lista de todas las representaciones irreducibles de las álgebras $B_{(i,k,l)}(\theta, \mu)$, que resultan de considerar $\#I = \#L = 1$. Además, damos una descripción del radical de Jacobson de estas álgebras.

Trabajo en conjunto con F. Fantino (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina).

Referencias

[1] F. Fantino, G. A. García, On pointed Hopf algebras over dihedral groups, Pacific. J. Math. 252 (2011), 69–91.

[2] F. Fantino, J. Hidalgo, A. Mejia Castaño, C. Mörschbacher, V. Rodrigues, Irreducible Representations of Hopf Algebras over Dihedral Groups, Journal of Algebraic Combinatorics, 29-12-2022; 1–29.

Nullstellensatz ralo, resultantes ralas y determinantes de complejos

Gabriela Jeronimo
Universidad de Buenos Aires & CONICET, Argentina
jeronimo@dm.uba.ar

El Nullstellensatz de Hilbert establece que dados polinomios $f_1, \dots, f_k \in K[t_1, \dots, t_n]$ con coeficientes en un cuerpo K, el conjunto de sus ceros comunes en $\overline{K}^n$ (donde $\overline{K}$ es una clausura algebraica de K) es vacío si y solo si el ideal que generan $f_1, \dots, f_k$ en $K[t_1, \dots, t_n]$ es todo el anillo. Desde el punto de vista efectivo, el problema consiste en dar un procedimiento algorítmico para decidir si esto ocurre y encontrar, a partir de $f_1, \dots, f_k$, una identidad de Bézout,

$$\sum_{i=1}^{k} g_i f_i = 1,$$

que lo certifique. Un enfoque ampliamente estudiado, que se remonta a [4], consiste en dar cotas superiores para los grados de polinomios $g_1, \dots, g_k$ en una identidad de Bézout, lo que reduce el problema a una cuestión de Álgebra Lineal. Si $k = n + 1$, una herramienta clásica relacionada es la resultante que, dados grados $d_1, \dots, d_{n+1} \in \mathbb{N}$, es un polinomio en los coeficientes de polinomios homogéneos genéricos en $n + 1$ variables de dichos grados que se anula para una especialización de coeficientes en K si y solo si los polinomios con dichos coeficientes no tienen ceros comunes en el espacio proyectivo sobre $\overline{K}$.

En esta comunicación nos concentraremos en el caso ralo: dados conjuntos finitos $\mathcal{A}_1, \dots, \mathcal{A}_k \subset \mathbb{Z}^n$, consideramos polinomios (de Laurent) con soportes en $\mathcal{A}_i$, es decir, de la forma $f_i = \sum_{a \in \mathcal{A}_i} c_{i,a} t^a \in K[t_1^{\pm 1}, \dots, t_n^{\pm 1}]$, $i = 1, \dots, k$. El problema del Nullstellensatz efectivo en este contexto es caracterizar los soportes de polinomios $g_1, \dots, g_k$ en una identidad de Bézout si $f_1, \dots, f_k$ no tienen ceros comunes en $(\overline{K} \setminus \{0\})^n$ (ver [5] para resultados generales sobre este problema).

Presentaremos un refinamiento de un resultado de [6] sobre los soportes de polinomios en una identidad de Bézout para polinomios de Laurent ralos sin ceros comunes en la variedad tórica asociada a sus soportes. Esta hipótesis adicional, que puede verse como una generalización de que los polinomios no tengan ceros comunes en el espacio proyectivo en el caso clásico, permite obtener conjuntos de soportes considerablemente más chicos que en el caso general.

Para $k = n+1$, daremos también nuevas fórmulas para calcular la resultante rala (polinomio que generaliza la noción clásica de resultante a este contexto; ver por ejemplo [3]) como el determinante de un complejo de tipo Koszul. Este resultado provee una simplificación de la construcción dada en [2] para el cálculo de la resultante rala con el enfoque de Canny-Emiris (ver [1]).

Trabajo en conjunto con Carlos D'Andrea (Universitat de Barcelona & Centre de Recerca Matemàtica, España).

Referencias

[1] J. Canny, I. Emiris. An efficient algorithm for the sparse mixed resultant. Applied algebra, algebraic algorithms and error-correcting codes (San Juan, PR, 1993), 89–104, Lecture Notes in Comput. Sci., 673, Springer, Berlin, 1993.

[2] C. D'Andrea, G. Jeronimo, M. Sombra. The Canny-Emiris Conjecture for the Sparse Resultant. Found. Comput. Math. 23 (2023), no. 3, 741–801.

[3] C. D'Andrea, M. Sombra. A Poisson formula for the sparse resultant. Proc. Lond. Math. Soc. (3) 110 (2015), no. 4, 932–964.

4] G. Hermann. Die Frage der endlich vielen Schritte in der Theorie der Polynomideale. Math. Ann. 95 (1926), no. 1, 736–788.

[5] M. Sombra. A sparse effective Nullstellensatz. Adv. in Appl. Math. 22 (1999), no. 2, 271–295.

[6] J. Tuitman. A refinement of a mixed sparse effective Nullstellensatz. Int. Math. Res. Not. (2011), no. 7, 1560–1572.

MUTATION OF τ-EXCEPTIONAL SEQUENCES FOR NAKAYAMA ALGEBRAS

Maximilian Kaipel
Univerity of Cologne, Germany
mkaipel@uni-koeln.de

In the representation theory of hereditary finite-dimensional algebras, exceptional sequences are classical and their mutation is well-known to be transitive and satisfy braid group relations. For non-hereditary algebras, complete exceptional sequences generally do not exist. Using τ-tilting theory, a generalisation of classical tilting theory using Auslander-Reiten theory, Buan-Marsh generalised exceptional sequences to all finite-dimensional algebras in such a way that complete τ-exceptional sequences always exist.

Recently, mutation of τ-exceptional sequences was defined by Buan-Hanson-Marsh, generalising the hereditary setting. However, they are only able to characterise transitivity of the mutation for algebras with two simples. In this talk, I will explain how a dual viewpoint of Mendoza-Treffinger enables us to better understand the mutation of τ-exceptional sequences, which leads to a proof that mutation of τ-exceptional sequences is transitive for Nakayama algebras. This is joint work with A. Buan and H. Terland.

Trabajo en conjunto con Aslak Buan (NTNU, Norway) y Håvard Terland (NTNU, Norway).

POLINOMIOS RACIONALES NO-NEGATIVOS Y SUMAS DE CUADRADOS EN CONJUNTOS SEMI-ALGEBRAICOS FINITOS

Teresa Krick
UBA & CONICET, Argentina
krick@dm.uba.ar

Contaré un trabajo en progreso con Lorenzo Baldi (MPI Leipzig) y Bernard Mourrain (INRIA Université Côte d'Azur), que extiende resultados previos sobre polinomios racionales no negativos sobre ceros de un polinomio dado y sumas de cuadrados en una variable, obtenidos con Bernard y Agnes Szanto, al caso de un polinomio racional multivariado, no-negativo sobre un conjunto semialgebraico cerrado básico finito definido por polinomios racionales, y su certificación por sumas de cuadrados de polinomios racionales.

Referencias

[1] T. Krick, B. Mourrain, A. Szanto. Univariate rational sums of squares. Revista de la Unión Matemática Argentina Vol. 64(2) (2023) 215-237. Special volume: Mathematical Congress of the Americas 2021, Contributions from Special Session speakers. https://doi.org/10.33044/revuma.2904

Descomposición en suma de cuadrados de polinomios positivos con coeficientes racionales

Santiago Laplagne
IC, FCEyN, UBA, Argentina
slaplagn@dm.uba.ar

Presentamos un ejemplo de un polinomio estrictamente positivo con coeficientes racionales que puede descomponerse como una suma de cuadrados de polinomios con coeficientes reales pero no con coeficientes racionales. Esto responde a una pregunta abierta de C. Scheiderer planteada como la segunda pregunta en la sección 5.1 de su trabajo “Sums of squares of polynomials with rational coefficients”. Verificamos que el ejemplo que construimos define una hipersuperficie proyectiva no singular, dando también una respuesta positiva a la tercera pregunta planteada en esa sección.

Espacios simétricos espectralmente distinguidos

Emilio Lauret
Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina
emilio.lauret@uns.edu.ar

Se espera que el espectro del operador de Laplace-Beltrami distinga propiedades geométricas especiales. En particular, un espacio simétrico compacto no debería poder ser isospectral a una variedad Riemanniana no simétrica. Este problema natural resultó ser extremadamente difícil, al punto que los únicos espacios simétricos espectralmente distinguidos que conocemos hasta el momento son las esferas redondas de dimensión ≤ 6.

Una versión más simple es mostrar que el espectro distingue a un espacio simétrico compacto M entre todas las métricas homogéneas en M. Los casos conocidos hasta el momento son los espacios simétricos compactos de rango real uno (i.e. esferas redondas, espacios proyectivos reales, complejos y cuaterniónicos, y el plano de Cayley). En esta charla mostraremos dos nuevas familias infinitas de espacios simétricos compactos irreducibles de rango real mayor a uno en donde se cumple lo esperado.

Trabajo en conjunto con Juan Sebastián Rodríguez (Pontificia Universidad Javeriana, Colombia)..

Implementación de algoritmos para álgebras de Lie rígidas. Caso so(5)

Isabel del Valle Lomas
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología- Universidad Nacional de Tucumán, Argentina
ilomas@herrera.unt.edu.ar

En el proyecto PIUNT en el que trabajo DEFORMACIONES DE ÁLGEBRAS DE LIE 3, estudiamos las álgebras de Lie rígidas y en particular la construcción de nuevas álgebras de Lie rígidas a partir de estas. Determinar cuáles son estas componentes irreducibles dentro de una variedad algebraica fija es una tarea aún inconclusa. Utilizando como herramienta la cohomología, un álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ que tiene segundo grupo de cohomología adjunta nulo, $H_2(\mathfrak{g}, \mathfrak{g}) = 0$, podemos concluir que $\mathfrak{g}$ es rígida. Ya en álgebras de Lie de dimensión baja, los espacios involucrados para determinar dicha cohomología son de dimensiones considerables por lo que su cálculo manual es complicado. Una herramienta para resolver este problema es utilizar un software que realice el cálculo en forma directa, pero aún así estos también tienen la misma limitación, la dimensión del álgebra. Otra herramienta es la teoría de peso máximo, que simplifica el problema, pero determinar los vectores de peso máximo de dicha descomposición resulta una tarea también complicada. Lo que voy a presentar, con ayuda de las dos herramientas antes mencionadas, es cómo a partir de la aplicación de procedimientos, que he elaborado, obtuve los resultados que necesito para poder realizar los cálculos que necesito. Dentro de este amplio campo de estudio, estoy trabajando con las álgebras de Lie de tipo B_n, en el caso de $so(5)$, de dimensión 10, los cálculos para obtener resultados utilizan un gran número de ecuaciones, con más de 30

incógnitas en algunos casos. En esta comunicación propongo mostrar los resultados que voy obteniendo para el caso particular del álgebra $so(5)$, cómo implementé procedimientos en computadora para ir obteniendo resultados parciales y las conclusiones obtenidas para este caso. No encontré publicaciones de este tipo, para esta álgebra de Lie por lo que considero que este trabajo es un aporte dentro del proyecto.

Referencias

[1] W. Fulton, J. Harris, "Representation Theory A First Course", Graduate Texts in Mathematics 129.

[2] J. E. Humphreys, "Introduction to Lie algebras and Representation Theory", Springer-Verlag, New York.

CURRENTS Y VARIFOLDS - ¿PARA QUÉ NOS SIRVEN?

Julián Masliah
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA, Argentina
julianmasliah@gmail.com

Para el 24 de Julio de 2024 voy a haber defendido mi Tesis de Licenciatura, dirigida por Gabriel Larotonda, sobre el trabajo conjunto de Fernando Codá Marques y André Neves que en 2014 logró probar la conjetura de Willmore.

Esta conjetura, postulada en el 1965 por Tom Willmore, afirma que para cualquier superficie compacta sin borde en el espacio tridimensional con género no nulo (es decir, no homeomorfa a una esfera), la integral del cuadrado de su curvatura media es al menos $2\pi^2$.

A pesar de que las ideas detrás de la demostración son muy técnicas e incluyen matemática descubierta en el siglo XXI, una parte fundamental de la dificultad de la prueba surge de que las superficies, como objetos, no se comportan tan bien como a uno le gustaría. Por lo tanto, la mayor parte de la demostración trabaja con objetos que no son variedades diferenciales, sino generalizaciones de ellos.

El objetivo de esta charla será introducir ambos objetos: por un lado las Currents, relacionadas al área del análisis funcional, y por el otro los Varifolds, relacionados al área de la teoría de la medida. Daré sus definiciones formales, explicaré de qué forma se pueden pensar como generalizaciones de subvariedades diferenciales, y expondré algunas de las ventajas que trabajar con estas generalizaciones ofrecen sobre trabajar con subvariedades a secas.

También discutiré cómo se los puede usar para probar resultados sobre superficies, mostrando así algunas de sus amplias aplicaciones en la geometría diferencial.

Referencias

[1] F. C. Marques, A. Neves. Min-Max Theory and the Willmore Conjecture, Annals of Mathematics, (2) 179 (2014), número 2, 683–782.

[2] L. Simon. Lectures on Geometric Measure Theory, Proc. Centre Math. Anal., Australian National Univ. 3, Australian National University Centre for Mathematical Analysis, Canberra, (1983).

[3] L. Simon. Introduction to Geometric Measure Theory (2014), 131–180.

SERIES DE POINCARÉ GENERALIZADAS

Roberto Miatello
FaMAF, Argentina
miatello@famaf.unc.edu.ar

Sea $G = SL(2, R)$ y Γ un subgrupo de índice finito de $SL(2, Z)$ actuando sobre H, el semiplano superior de Poincaré por transformaciones de Moebius. Las series de Poincaré son funciones en G que proveen un sistema de generadores para las formas automorfas holomorfas en H. Estas fueron estudiadas inicialmente por Hecke y Petersson quien las usó para construcción de todas las funciones meromorfas en una superficie de Riemann compacta. Posteriormente, Maass (1949), Selberg (1956) y luego Neunhöffer y Niebur (1973) extendieron la noción construyendo series de Poincaré analíticas reales, las que no son funciones holomorfas sino autofunciones del Laplaciano hiperbólico.

En colaboración con Nolan Wallach (en J.Funct. Analysis, 1989) extendimos la construcción, de $SL(2, R)$ a todos los grupos de Lie simples G de rango real 1 ($SO(n, 1)$, $SU(n, 1)$, $Sp(n, 1)$ y F_4^1) (notar que $SL(2, R) \simeq$

$SO(2,1)$), probando que los valores especiales y residuos de las nuevas formas generan todas las formas automorfas analíticas reales en G, excepto aquellas cuyos coeficientes de Fourier son todos nulos.

En conjunto con Roelof Bruggeman (Representation Theory, 2024), en el caso particular del grupo $G = SU(2,1)$, hemos construido familias más amplias de series de Poincaré, asociadas a representaciones irreducibles unitarias del subgrupo unipotente maximal N de G, probando que, ahora sí, los valores especiales y residuos de estas nuevas familias generan un sistema completo de formas automorfas para G/Γ. Tenemos la expectativa de que una construcción análoga permitirá extender el resultado a todo grupo de Lie semisimple G de rango real 1.

Degeneraciones de álgebras de Lie con estructuras complejas abelianas

Fernanda Nuño
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Tucumán , Argentina
fernuno@herrera.unt.edu.ar

Una álgebra de Lie real g se dice que admite una estructura compleja si existe una transformación lineal $J : \mathfrak{g} \to \mathfrak{g}$ tal que $J^2 = -Id_{\mathfrak{g}}$, donde $Id_{\mathfrak{g}}$ representa la transformación identidad de $\mathfrak{g}$ en $\mathfrak{g}$, y además el tensor de Nijenhuis de $(\mathfrak{g}, J)$ se anula; es decir:

$$NJ(X,Y) := [X,Y] - [JX,JY] + J([JX,Y] + [X,JY]) = 0,$$

para todo X, Y en $\mathfrak{g}$.

Una estructura compleja abeliana sobre una álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ es una transformación lineal $J : \mathfrak{g} \to \mathfrak{g}$ tal que $J^2 = -Id$ y se anula el tensor:

$$AJ(X,Y) := [JX,JY] - [X,Y].$$

En esta presentación, exploraré las degeneraciones de álgebras de Lie nilpotentes de dimensión 6 dotadas con una estructura compleja abeliana. Estas estructuras, definidas por la condición tensorial especificada, juegan un papel fundamental en el estudio de la geometría de grupos de Lie. Determinaré qué álgebras, dentro de la clasificación establecida por Andrada, Barberis y Dotti [1], pueden degenerar en otras bajo la acción de un grupo particular.

Explicaré cómo se logra esto, a través del cálculo de invariantes, incluyendo las dimensiones de los espacios de derivaciones y de derivaciones extendidas. Estos invariantes permiten distinguir de manera efectiva las álgebras que no degeneran.

Los resultados obtenidos contribuyen a una comprensión más profunda del espacio de álgebras de Lie con estructuras complejas abelianas y ofrecen nuevas perspectivas sobre el problema de clasificación. Además, los hallazgos tienen potenciales aplicaciones en áreas como la geometría diferencial y la física teórica.

Este es un trabajo en proceso que es parte de mi tesis de magister, bajo la supervisión del Dr. Edison Alberto Fernández-Culma.

Referencias

[1] I. Andrada, M. L. Barberis, I. Dotti. Classification of abelian complex structures on 6-dimensional Lie algebras, Journal of the London Mathematical Society 83 (2011), 232–255.

Acciones Nil-afines en grupos de Lie solubles

Marcos Origlia
UNC, Argentina
marcosoriglia@gmail.com

Todo grupo de Lie simplemente conexo y soluble G admite una acción simple y transitiva en un grupo de Lie nilpotente N via transformaciones afines. Estas acciones se denominan Nil-afines. Además de este resultado de existencia no se conoce mucho sobre cuáles grupos de Lie G y N admiten acciones Nil-afines. El caso en el que ambos grupos de Lie son nilpotentes fue estudiado por Burde-Dekimpe. En esta charla discutiremos este problema en el caso G soluble (no nilpotente). También comentaremos la relación que hay entre las acciones Nil-afines y las estructuras denominadas “post-Lie algebras”. Esto es parte de un proyecto en colaboración con Jonas Deré (KU Leuven).

Trabajo en conjunto con Jonas Deré (KU Leuven, Bélgica).

Referencias

[1] J. Deré, M. Origlia. Simply transitive NIL-affine action of solvable Lie groups, Forum Mathematicum (2021). https://doi.org/10.1515/forum-2020-0114

[2] J. Deré, M. Origlia. On post-Lie algebras structures coming from simply transitive NIL-affine actions. arXiv:2401.02503.

EL FLUJO MAGNÉTICO EN NILVARIEDADES HEISENBERG

Gabriela Paola Ovando
Departamento de Matemática - ECEN - FCEIA, Universidad Nacional de Rosario, Argentina
gabriela@fceia.unr.edu.ar

El objetivo de este trabajo es mostrar avances en el estudio de la integrabilidad del flujo magnético en nilvariedades Heisenberg. Estas variedades se obtienen como cocientes $\Lambda\backslash H_n$ donde Λ es un subgrupo discreto del grupo de Heisenberg H_n , tal que el cociente resulta compacto.

Para considerar este flujo se trabaja con la estructura simpléctica “twisted”, que es una modificación de la estructura simpléctica usual del espacio cotangente y a partir de ella se define una estructura de Poisson con la que se estudia la completa integrabilidad del flujo magnético. Para nilvariedades Heisenberg se sabe que el flujo geodésico es completamente integrable por funciones diferenciables pero el problema para el flujo magnético está abierto. Se observa que este flujo depende de la fuerza de Lorentz que interviene en la ecuación magnética. El objetivo es extender algunas fórmulas de primeras integrales del flujo geodésico al magnético. Y orientar las nuevas primeras integrales. necesarias para probar la completa integrabilidad.

Es un trabajo en colaboración con M. Subils, coautor también de los trabajos previos sobre trayectorias magnéticas en nilvariedades 2-pasos nilpotentes [1,2].

Trabajo en conjunto con Mauro Subils, Universidad Nacional de Rosario..

Referencias

[1] G. Ovando, M. Subils, Magnetic trajectories on 2-step nilmanifolds, J. Geom. Analysis 33. Art. 186 (2023).

[2] G. Ovando, M. Subils, Closed magnetic trajectories on Heisenberg nilmanifolds, Preprint (2024).

EL ÁLGEBRA DE OPERADORES DIFERENCIALES ASOCIADOS A UN PESO MATRICIAL

Ines Pacharoni
FaMAF- Univ. Nac. de Cordoba, Argentina
ines.pacharoni@unc.edu.ar

Dado un peso matricial W de tamaño $N \times N$ consideramos el álgebra $\mathcal{D}(W)$ de todos los operadores diferenciales D con coeficientes polinomiales que tienen a una sucesión $(P_n(x))$ de polinomios ortogonales matriciales con respecto a W como autofunción, i.e.

$$P_n \cdot D = \Lambda_n P_n, \quad \text{con } \Lambda_n \in \mathrm{Mat}_N(\mathbb{C}), \text{ para todo } n \in \mathbb{N}_0$$

En esta trabajo estudiamos la relación que existe entre éstas algebras y las transformaciones de Darboux entre pesos matriciales.

En particular daremos una descripción del álgebra asociada a pesos que son suma directa de pesos escalares de tipo Hermite, Laguerre o Jacobi.

Trabajo en conjunto con Ignacio Bono Parisi (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina).

La Ext-álgebra de las deformaciones infinitesimales

María Julia Redondo
Universidad Nacional del Sur, Argentina
juliaredondo@gmail.com

Sea A una k-álgebra asociativa de dimensión finita, sea f un 2-cociclo de Hochschild de A, y sea A_f la deformación infinitesimal de A asociada a f. Bajo ciertas condiciones sobre el cociclo f, describimos la estructura de álgebra de la Ext-álgebra de A_f en términos de la Ext-álgebra de A. El método utilizado para conseguir esta descripción es la construcción explícita de resoluciones proyectivas minimales de A_f-módulos en términos de las resoluciones proyectivas de A-módulos.

Trabajo en conjunto con Lucrecia Román (Universidad Nacional del Sur, Argentina) y Fiorela Rossi Bertone (Universidad Nacional del Sur, Argentina).

Referencias

[1] M. J. Redondo, L. Román, F. Rossi Bertone. The Ext-algebra for infinitesimal deformations. Journal of Pure and Applied Algebra, Vol. 228 (10), 2024, 107688.

Sobre la geometría de los divisores de cero del álgebra de sedeniones

Silvio Reggiani
Universidad Nacional de Rosario, Argentina
reggiani@fceia.unr.edu.ar

El álgebra de sedeniones $\mathbb{S}$ puede obtenerse a partir del álgebra de octoniones $\mathbb{O}$ vía la construcción de Cayley-Dickson, es decir, los elementos de $\mathbb{S}$ son pares $(a, b) \in \mathbb{O} \times \mathbb{O}$ con la multiplicación y la conjugación definidas por

$$(a, b)(c, d) = (ac - d^*b, da + bc^*), \qquad (a, b)^* = (a^*, -b)$$

respectivamente, en donde $a \mapsto a^*$ es la conjugación usual en $\mathbb{O}$. Resulta así que $\mathbb{S}$ es un álgebra no-asociativa de dimensión real 16. A diferencia de los octoniones, $\mathbb{S}$ no es un álgebra de división: tiene divisores de cero. La topología de los divisores de cero en $\mathbb{S}$ está determinada por un fibrado principal

$$SU(2) \longrightarrow G_2 \longrightarrow V_2(\mathbb{R}^7)$$

sobre la variedad de Stiefel $V_2(\mathbb{R}^7)$. En este trabajo estudiamos la geometría de los divisores de cero en $\mathbb{S}$, la cual viene dada como la geometría de subvariedad de dos inclusiones naturales

$$G_2 \hookrightarrow S^{13} \times S^{13}, \qquad V_2(\mathbb{R}^7) \hookrightarrow S^{13}$$

que se corresponden con ciertas métricas G_2-invariantes en G_2 y $V_2(\mathbb{R}^7)$.

Sobre las representaciones de una familia 2-paramétrica de álgebras de Hopf punteadas

Alfio Antonio Rodriguez
CIEM-FAMAF, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
alfio.antonio.rodriguez@unc.edu.ar

Para cada $\ell \geq 1$ y $\lambda, \mu \in k$, donde k es un cuerpo algebraicamente cerrado, estudiamos las representaciones de una familia de álgebras de Hopf punteadas $A_{\lambda,\mu}$, las cuales surgen como deformaciones del álgebra graduada $\mathcal{FK}_3 \# kG_{3,\ell}$, donde $\mathcal{FK}_3$ es álgebra de Fomin-Kirillov y $G_{3,\ell}$ es un grupo finito no abeliano.

Calculamos los módulos simples, sus cubiertas proyectivas, damos una descripción de los productos tensoriales, y estudiamos su tipo de representación. Observamos que nuestra descripción se bifurca según la forma del cociclo de Hopf involucrado en la deformación. Este es un hecho -a priori, lejanamente- relacionado con un resultado presente en [3].

Finalmente, mostramos que la categoría tensorial $RepA_{\lambda,\mu}$ es graduada, cuya graduación $\bigoplus_{j=0}^{\ell-1} \mathcal{R}_j$ es tal que para $j = 0$ resulta tensorialmente equivalente a $RepH_\lambda$, categoría estudiada en [2], artículo que motivó el desarrollo del trabajo [1] que presentamos en esta charla.

Trabajo en conjunto con Agustín García Iglesias (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina).

Referencias

[1] A. García Iglesias, A. Rodriguez, On the representations of a family of pointed Hopf algebras. arXiv:2403.08945.

[2] A. García Iglesias, Representations of pointed Hopf algebras over $\mathbb{S}_3$. Rev. Unión Matemática Argentina 51 (1) (2010) 51–78.

[3] A. García Iglesias, J. I. Sánchez, Hopf cocycles associated to pointed and copointed deformations over $\mathbb{S}_3$. arXiv:2203.16342.

COHOMOLOGÍA DE HOCHSCHILD DE EXTENSIONES DE CORONAS

Franco Nicolás Rufolo
Universidad de Buenos Aires, Argentina
francorufolo@hotmail.com

La cohomología de Hochschild de una extensión de un álgebra por un bimódulo no es conocida en general. Incluso en el caso en el que el bimódulo es el dual del álgebra, muy poco se sabe, excepto en grados 0 y 1, ver [1]. En este trabajo estudiamos las extensiones de álgebras en algunos ejemplos de la familia de coronas: álgebras de dimensión finita con ciertas condiciones sobre su carcaj ordinario.

Trabajo en conjunto con Andrea Solotar (Universidad de Buenos Aires).

Referencias

[1] C. Cibils, E. Marcos, M. J. Redondo, A. Solotar. Cohomology of split algebras and of trivial extensions. Glasg. Math. J., 45(1) 21–40, 2003.

UN PROBLEMA DE CONTROL DE GEODÉSICAS ORIENTADAS SUJETAS A MOVIMIENTOS INFINITESIMALMENTE HELICOIDALES CON PASO CONSTANTE

Marcos Salvai
FAMAF (Universidad Nacional de Córdoba) y CIEM (Conicet), Argentina
marcos.salvai@unc.edu.ar

Sea $\mathcal{G}$ la variedad diferenciable de dimensión cuatro que consiste en todas las rectas orientadas (no parametrizadas) de $\mathbb{R}^3$. Estudiamos la controlabilidad del sistema de control en $\mathcal{G}$ dado por la condición de que una curva en $\mathcal{G}$ describa en cada instante, a nivel infinitesimal, un helicoide con rapidez angular prescripta α. De hecho, planteamos el problema análogo más general dado por el sistema de control en la variedad $\mathcal{G}_\kappa$ de todas las geodésicas completas orientadas de la forma espacial tridimensional de curvatura κ: $\mathbb{R}^3$ para $\kappa = 0$, S^3 para $\kappa = 1$ y el espacio hiperbólico de dimensión tres para $\kappa = -1$. Obtenemos que el sistema es controlable si y sólo si $\alpha^2 \neq \kappa$. En el caso esférico con $\alpha = \pm 1$, una curva admisible permanece en el conjunto de fibras de una fibración de Hopf fija de S^3.

También abordamos y resolvemos el problema de Kendall (también llamado de Oxford) en este marco: encontrar el menor número de transiciones de curvas continuas a trozos que unen dos rectas orientadas arbitrarias, con trozos en ciertas familias distinguidas de curvas admisibles.

Trabajo en conjunto con Mateo Anarella (Universidad Católica de Lovaina, Bélgica).

Cociclos de Hopf asociados a levantamientos de álgebras de Nichols de tipo Cartan A_2

José Ignacio Sánchez
FAMAF - CIEM, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
jose.ignacio.sanchez@mi.unc.edu.ar

El programa para la clasificación de álgebras de Hopf punteadas de dimensión finita con corradical abeliano fue iniciado a principios de este siglo por N. Andruskiewitsch y H.J. Schneider en [1]. Años más tarde, I. Angiono y A. García Iglesias, probaron en [2] que la clasificación está totalmente controlada por cociclos de Hopf; sin embargo, no son dados explícitamente. Más recientemente, en [3] se planteó una estrategia para recuperar los cociclos involucrados en estos resultados de clasificación, dando como ejemplo aquellos que aparecen en los levantamientos de algebras de Nichols de tipo Cartan A_2 con parametro $q = -1$.

De este modo, en esta charla recordamos el concepto de cociclos de Hopf y deformaciones, repasando además dicha estrategia para su cálculo explícito. Finalmente, como resultado damos la descripción explícita de los cociclos relativos a las deformaciones asociadas a un álgebra de Nichols de tipo Cartan A_2, para cualquier parámetro q; es decir, completamos el caso A_2.

Referencias

[1] N. Andruskiewitsch, H.-J. Schneider. Finite quantum groups over abelian groups of prime exponent, Ann. Sci. Ec. Norm. Super. 35, 1–26, (2002).

[2] I. Angiono, A. García Iglesias. Liftings of Nichols algebras of diagonal type II. All liftings are cocycle deformations. Selecta Math. 25, no. 1, Paper No. 5, 95 pp. (2019).

[3] A. García Iglesias, J. Sánchez. On the computation of Hopf cocycles, with an example of diagonal type, Glasg. Math. J. 65, Issue 1, pp. 141–169 (2023).

El problema variacional asociado a trayectorias magnéticas en el grupo de Heisenberg y propiedades geométricas

Mauro Subils
Universidad Nacional de Rosario, Argentina
subils@fceia.unr.edu.ar

Una trayectoria magnética es una curva γ en una variedad riemanniana (M, g) que satisface la ecuación

$$\nabla_{\gamma'}\gamma' = F\gamma'$$

donde ∇ es la conexión de Levi-Civita y F es un tensor de tipo (1,1) anti-simétrico tal que su 2-forma asociada es cerrada, llamado fuerza de Lorentz. El problema inverso del cálculo variacional asociado a esta ecuación que consiste en determinar la existencia de un Lagrangiano $L : TM \to \mathbb{R}$ tal que las trayectorias magnéticas sean puntos críticos del funcional $\int L(\gamma(t), \gamma'(t))dt$. En esta charla, mostraremos la existencia y las características de ciertos lagrangianos cuando M es el grupo de Heisenberg, g una métrica invariante a izquierda y F una fuerza de Lorentz invariante a izquierda.

Trabajo en conjunto con Gabriela Ovando (Universidad Nacional de Rosario, Argentina).

Pares de Bochner de tipo Laguerre

Victoria Torres
CIEM, Argentina
victoria.torres.999@unc.edu.ar

Dado un peso matricial W tenemos asociado a él un producto interno, una única sucesión de polinomios ortogonales mónicos $\{P_n\}_{n\in\mathbb{N}_0}$, y el álgebra $\mathcal{D}(W)$ de todos los operadores diferenciales que tienen cada polinomio P_n como autofunción.

El Problema de Bochner consiste en determinar qué pesos matriciales cumplen que su álgebra $\mathcal{D}(W)$ contiene algún operador de segundo orden. Para el caso escalar el mismo Bochner demostró que los únicos pesos que satisfacen esa propiedad son las familias de pesos clásicos de Hermite, Laguerre y Jacobi. Para el caso matricial, este problema aún no está completamente resuelto.

En esta charla mostraremos una clasificación de todos los pesos matriciales 2×2 del tipo Laguerre que son solución al Problema de Bochner y cuyo operador de segundo orden tiene autovalor triangular. También estudiaremos algunas propiedades de sus álgebras $\mathcal{D}(W)$.

Trabajo en conjunto con Ignacio Bono (CIEM, Argentina) , Yanina González (Universidad Nacional de Cuyo, Argentina) e Inés Pacharoni (CIEM, Argentina).

ÁLGEBRAS DE GRUPO TORCIDAS SUS APLICACIONES A ÁLGEBRAS GENTILES TORCIDAS

Sonia Trepode
CEMIM, FCEyN. Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina
strepode@gmail.com

Las álgebras de grupo torcidas juegan un rol importante en teoría de representaciones de k-álgebras de dimensión finita. Recientemente las álgebras gentiles torcidas han captado la atención de varios investigadores.

En esta charla discutiremos algunas propiedades y aplicaciones de álgebras de grupo torcidas. Estudiamos extensiones escindidas de álgebras gentiles torcidas, algunos ejemplos son extensiones triviales de álgebras, extensiones por relaciones de álgebras y extensiones por relaciones parciales de álgebras. Con el objetivo de estudiar álgebras de grupos torcidas de extensiones por relaciones de álgebras nos enfocamos en cortes admisibles de extensiones por relaciones. Obtenemos una caracterización, en términos de cortes admisibles, de cuáles álgebras producen la misma extensión por relaciones.

Por otro lado, obtenemos invariantes como la cohomología de Hochschild de álgebras gentiles torcidas y la dimensión de representación de álgebras gentiles torcidas.

Trabajo en conjunto con Yadira Valdiveso-Diaz, Universidad de las Américas Puebla..

TÉCNICAS Y HERRAMIENTAS EN EL ESTUDIO DE REPRESENTACIONES

Cristian Vay
FaMAF-UNC, Argentina
ha.vay.eh@gmail.com

En esta presentación exploraremos algunos métodos empleados en el estudio de las representaciones de álgebras de dimensión finita con descomposición triangular, bases PBW y muchos isomorfismos. Por ejemplo, las álgebras envolventes de álgebras de Lie restringidas, los grupos cuánticos pequeños o los dobles de Drinfeld de álgebras de Nichols tienen estas propiedades. Las ideas que se compartirán son adaptaciones de estrategias bien conocidas en Teoría de Lie, que pueden ser útiles también para otras álgebras.

ÁLGEBRAS HOM-LIE

Sonia Vanesa Vera
CIEM-UNC, Argentina
svera@unc.edu.ar

Las álgebras Hom-Lie son resultado del estudio del estudio de deformaciones de las álgebras de Witt y Virasoro, son una generalización de las álgebras de Lie mediante la torsión de la identidad de Jacobi por un mapeo lineal. En esta charla presentaremos una clasificación de las álgebras Hom-Lie de dimensión 3, exhibiremos cuales son rígidas y mostraremos las álgebras Hom-Lie no Lie de dimensión 4 asociadas a un mapa lineal particular.

Trabajo en conjunto con María Alejandra Alvarez (Universidad de Antofagasta, Chile).

Referencias

[1] A. Alvarez, S. Vera. On rigid 3-dimensional Hom-Lie algebras. J. Algebra, Vol. 588, (2021), 166–188.

[2] A. Alvarez, S. Vera. On 4-dimensional Hom-Lie algebras. Springer Procc. in Maths and Statistics: Math. Mideling in Physical Sciences. (2023), 79–86.

Subvariedades totalmente geodesicas en espacios homogeneos

Francisco Vittone
Universidad Nacional de Rosario, Argentina
franvittone@gmail.com

Se estudia la existencia de subvariedades totalmente geodésicas de dimensiones bajas en espacios homogéneos compactos naturalmente reductivos.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 2: Análisis

Cotas inferiores para la dimensión intermedia de proyecciones ortogonales y otras imágenes.

Nicolas Angelini
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
nicolas.angelini.2015@gmail.com

Dado un conjunto compacto $E \subset \mathbb{R}^d$, un problema clásico en teoría geométrica de la medida es estudiar como se relacionan la dimensión del conjunto y la dimensión de su proyección ortogonal sobre $V \in G(d,m)$, $P_V(E)$, donde $1 \leq m \leq d$ y $G(d,m)$ es el conjunto de subespacios lineales m-dimensionales de $\mathbb{R}^d$. El problema ha sido abordado para diferentes dimensiones, tales como la dimensión de Hausdorff, la disensión Box y la dimensión θ-intermedia.

Los perfiles de dimensión θ-intermedios ($\dim_\theta^m$), introducidos en [1], resuelven el problema para el caso de la dimensión θ-intermedia. De hecho, el siguiente resultado es válido:

Dado $E \subset \mathbb{R}^d$ acotado, $m \leq d$ entonces

$$\dim_\theta P_V(E) = \dim_\theta^m E$$

para todo $\theta \in (0,1]$ y $\gamma_{d,m}$-casi todo $V \in G(d,m)$.

Dichos perfiles dependen de la integración de ciertos kernels con respecto a medidas de probabilidad soportadas en E, lo cual los hace en general difíciles de calcular y poco manipulables. En este trabajo presentamos dos cotas inferiores para los perfiles de dimensión θ-intermedios. La primera de ellas en función del espectro superior de Assouad, $\dim_A^\alpha$, la cual nos brinda información importante y no trivial, como por ejemplo, obtenemos como corolario, que si $m \geq \dim_{qA} E$ (dimensión Quasi-Assouad) entonces $\dim_\theta E = \dim_\theta P_V(E)$ para casi todo $V \in G(d,m)$, lo cual en principio, sin utilizar la cota inferior, no es evidente. La segunda cota obtenida es en función de perfiles de dimensión θ-intermedios de dimensión superior, lo cual nos permite comparar las dimensiones intermedias de proyecciones en subespacios lineales de diferente dimensión. Además, demostramos que dicha cota inferior es la mejor posible, es decir, que existe un conjunto tal que dicha desigualdad es en efecto una igualdad.

Finalmente, utilizando resultados obtenidos en [2], extrapolamos las cotas obtenidas a funciones más generales que el proyector ortogonal.

Referencias

[1] Projection theorems for intermediate dimensions. Burrell, Stuart A. and Falconer, Kenneth J. and Fraser, Jonathan M. 2021. Journal of Fractal Geometry, Mathematics of Fractals and Related Topics.

[2] Dimensions of fractional Brownian images. Burrell, Stuart. 2021

Concentración de grafos con métricas y atributos aleatorios alrededor del grafo medio

Exequiel Arias
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Catamarca, UNCa, Argentina
exearias01@gmail.com

Un grafo no dirigido, ponderado en las aristas y con atributos en los vértices es una 4-upla $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \bar{a}, W)$ donde $\mathcal{V} = \{1, \ldots, n\}$ son los vértices, $\mathcal{E} = \{\{i,j\} : i \neq j \in \mathcal{V}\}$ son las aristas, $\bar{a} = (a_1, \ldots, a_n)$ son los pesos en los vértices con $\sum_{i=1}^n a_i = 1$ y $a_i > 0$ para todo $i \in \mathcal{V}$ y $W = (w_{ij})_{i,j=1,\ldots,n}$, $w_{ij} = w_{ji}$, $w_{ii} = 0$ y $w_{ij} \geq 0$ son ponderaciones de las aristas que pueden representar una métrica entre los vértices i y j. Esta métrica depende de la elección inicial de atributos $\bar{a}$ de los vértices y ponderaciones W de las aristas. Por otra parte, la elección inicial suele ser intrínsecamente aleatoria. Por consiguiente, en vez de un grafo $\mathcal{G}$ tenemos variables aleatorias valuadas en grafos, $\mathcal{G}_\omega$. En este trabajo, usando la teoría de Cramér-Chernoff [1] y el Lema de Hoeffding [2], estudiamos la convergencia a cero cuando t tiende a infinito de las probabilidades de "lejanía" entre $\mathcal{G}_\omega$ y $\mathbb{E}(\mathcal{G})$ definido por las medias de $\bar{a}(\omega)$ y $W(\omega)$, precisamente

$$\mathcal{P}(\{\omega \in \Omega : \mathbf{d}(\mathcal{G}_\omega, \mathbb{E}(\mathcal{G})) > t\}).$$

Resulta claro que una buena definición de distancia entre grafos ponderados con atributos se hace necesaria. Para esta definición, que va a resultar ser una casi-métrica, primero consideramos la distancia entre espacios métricos desde el enfoque de Gromov-Lipschitz [3] y las distancias entre medidas probabilísticas de Kantorovich-Rubinstein [4].

Sean (X, d, μ) e (Y, δ, ν) dos espacios métricos con μ y ν probabilidades borelianas. Sea $\Lambda = \{f : (X, d) \to (Y, \delta)\ bi-Lipschitz\}$ y, si $\Lambda \neq \emptyset$, para cada $f \in \Lambda$ definimos las medidas probabilísticas $\tilde{\mu}_f = \nu \circ f$ y $\tilde{\nu}_f = \mu \circ f^{-1}$. Sea ρ_X una distancia entre medidas probabilísticas en X y ρ_Y una distancia entre medidas probabilísticas en Y. Definimos la distancia de **Gromov-Lipschitz** con ρ_X y ρ_Y entre (X, d, μ) e (Y, δ, ν) como

$$d_{GL}^{\rho_X \rho_Y}((X, d, \mu), (Y, \delta, \nu)) = \inf_{f \in \Lambda}\{|\log dil(f)| + |\log dil(f^{-1})| + \rho_X(\mu, \tilde{\mu}_f) + \rho_Y(\nu, \tilde{\nu}_f)\}$$

donde $dil(f) = \sup_{x_1 \neq x_2} \frac{\delta(f(x_1), f(x_2))}{d(x_1, x_2)}$ es el coeficiente de dilatación de f.

Para esta cantidad $d_{GL}^{\rho_X \rho_Y}$, probamos propiedades métricas básicas. Luego restringimos la familia de espacios y consideramos que ρ_X y ρ_Y son métricas de Kantorovich-Rubinstein en cada espacio, obtenemos una definición de casi-métrica $d_{GL}^{KR}((X, d, \mu), (Y, \delta, \nu))$.

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (IMAL, CONICET, UNL, CCT CONICET Santa Fe, Argentina) e Ivana Gómez (IMAL, CONICET, UNL, CCT CONICET Santa Fe, Argentina).

Referencias

[1] Stéphane Boucheron, Gábor Lugosi, and Pascal Massart, "Concentration inequalities", Oxford University Press, Oxford, 2013, A nonasymptotic theory of independence, With a foreword by Michel Ledoux.

[2] Wassily Hoeffding. "Probability inequalities for sums of bounded random variables."J. Amer. Statist. Assoc., 58:13–30, 1963.

[3] Misha Gromov, "Metric structures for Riemannian and non-Riemannian spaces", Progress in Mathematics, vol. 152, Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1999, Based on the 1981 French original.

[4] Cédric Villani. "Optimal transport. Old and new." Grundlehren Math. Wiss., 338[Fundamental Principles of Mathematical Sciences]. Springer-Verlag, Berlin, 2009.

Desigualdades débiles mixtas con dos pesos para operadores del Análisis Armónico.

María Rocío Ayala
Facultad de Ingeniería Química - Universidad Nacional del Litoral, Argentina
rocioayalazara@gmail.com

Sea $\mathcal{T}$ el operador Maximal de Hardy-Littlewood o un operador de Calderón-Zygmund y sea S el operador definido por $S(f) = \frac{\mathcal{T}(fv)}{v}$, donde v es un peso en la clase RH_∞. En este trabajo se prueban desigualdades débiles mixtas con pares de pesos (u, w) de modo que el operador S sea acotado de $L^1(wv)$ en $L^{1,\infty}(uv)$. Este tipo de desigualdades son modificaciones de las obtenidas por E. Sawyer en [5] para el caso $u = w$ y v en A_1. También probamos desigualdades del mismo estilo para versiones fraccionarias de estos operadores. Los resultados obtenidos generalizan los probados en [3] y [4]. Además, son variantes de los obtenidos en [1] y [2].

Trabajo en conjunto con Berra Fabio (Facultad de Ingeniería Química, Universidad Nacional del Litoral, Argentina) y Pradolini Gladis (Facultad de Ingeniería Química, Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Referencias

[1] F. Berra, M. Carena, G. Pradolini. Mixed weak estimates of Sawyer type for commutators of generalized singular integrals and related operators. Michigan Math. J. 68 (2019), 52–564.

[2] F. Berra, M. Carena, G. Pradolini. Mixed weak estimates of Sawyer type for fractional integrals and some related operators, J. Math. Anal. Appl. 479 (2019), no. 2, 1490–1505.

[3] D. Cruz-Uribe, C. Pérez. Sharp two weight, weak type norm inequalities for singular integral operators. Mathematical Research Letters 6 (1999), 417–427.

[4] D. Cruz-Uribe, C. Pérez. Two-weight, weak-type norm inequalities for fractional integrals, Calderón-Zygmund operators and commutators. Indiana University Mathematics Journal Vol. 49, No. 2 (Summer, 2000), pp. 697–721.

[5] E. Sawyer. A weighted weak type inequality for the maximal function. Proc. Amer. Math. Soc. 93 (1985) no. 4, 610–614.

Wavelets de Haar generalizadas y regularidad Lipschitz de funciones

Juliana Boasso
IMAL-CONICET, Argentina
jboasso@santafe-conicet.gov.ar

Motivados por su aplicación en la construcción y uso de exponentes de tipo Hurst [6] para el análisis de dinámicas asociadas al comportamiento del Río Paraná, demostramos en este trabajo algunas desigualdades básicas que completan y extienden los resultados en [1], [2] y [3]. En [2] y [3] se extienden los resultados en [5], (ver también [4]). En [1], en cambio, se introduce la métrica (ultramétrica) diádica δ adecuada en $\mathbb{R}_+$ para que las wavelets de Haar unidimensionales usuales permitan caracterizar completamente las clases de Lipschitz determinadas por δ en $\mathbb{R}_+$. Esta métrica es la que definimos a continuación en n dimensiones. Ciertas anisotropías en los datos empíricos que nos interesan cuantificar, sugieren que las wavelets definidas por métricas no isótropas como las parabólicas, y algunas de sus variantes, pueden producir mejores indicadores. Enunciamos, sin embargo, el resultado en su versión sencilla asociada al sistema diádico clásico en $\mathbb{R}^n$. Denotemos con $\mathbb{R}^n_+$ al conjunto $\{\mathbf{x} = (x_1, \cdots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_i \geq 0, i = 1, \cdots, n\}$. Sea $\mathcal{D} = \bigcup_{j\in\mathbb{Z}} \mathcal{D}_j$ siendo $\mathcal{D}_j = \left\{Q_{j,\mathbf{k}} : j \in \mathbb{Z}, \mathbf{k} \in \mathbb{N}^n_0\right\}$ la familia de los cubos diádicos en $\mathbb{R}^n_+$ dados por $Q_{j,\mathbf{k}} = \prod_{i=1}^n [k_i 2^{-j}, (k_i+1)2^{-j})$. Sean $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ dos puntos en $\mathbb{R}^n_+$, definimos en $\mathbb{R}^n_+$ la ultramétrica $\delta(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \text{ínf}\{|Q| : \mathbf{x}, \mathbf{y} \in Q; Q \in \mathcal{D}\}$. Esto nos permite considerar en el espacio métrico $(\mathbb{R}^n_+, \delta)$ las funciones de clase Lipschitz con exponente $\alpha > 0$. Una función $f : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$ está en $Lip_\delta(\alpha)$ si y solo si para alguna constante C se tiene la desigualdad $|f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{y})| \leq C\delta^\alpha(\mathbf{x},\mathbf{y})$, para todo $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n_+$.

Teorema. *Sea* $\mathcal{H} = \left\{H^\lambda_{j,\mathbf{k}} : j \in \mathbb{Z}; \mathbf{k} \in \mathbb{N}^n_0; \lambda = 1, \cdots, 2^n - 1\right\}$ *una base de Haar de* $L_2(\mathbb{R}^n_+)$ ([7]). *Entonces una función* f*, integrable sobre cada* $Q \in \mathcal{D}$*, pertenece a* $Lip_\delta(\alpha), \alpha > 0$ *si y solo si existe una constante* $A > 0$ *tal que*

$$\left|\left\langle f, H^\lambda_{j,\mathbf{k}}\right\rangle\right| \leq A\left|Q_{j,\mathbf{k}}\right|^{\alpha+\frac{1}{2}} = A2^{-jn(\alpha+\frac{1}{2})},$$

para todo $j \in \mathbb{Z}$*, todo* $\mathbf{k} \in \mathbb{N}^n_0$ *y todo* $\lambda = 1, \cdots, 2^n - 1$.

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (IMAL-CONICET) y Luis Espínola (INALI-CONICET).

Referencias

[1] Aimar H., Arias E. y Gómez I. Haar wavelet characterization of dyadic Lipschitz regularity. Revista de la UMA. 2024. https://doi.org/10.48550/arXiv.2403.00677.

[2] Aimar H. y Bernardis A. Fourier versus wavelets: a simple approach to Lipschitz regularity. Rev. UMA, vol. 40, no. 1–2, pp. 219-224, 1996.

[3] Aimar H, Bernardis A, Nowak L. Haarlet analysis of Lipschitz regularity in metric measure spaces. Sci China Math, 2012, 55(5): 967–975. https://doi.org/10.1007/s11425-012-4367-1.

[4] Daubechies, I. Ten Lectures on Wavelets. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.

[5] Holschneider M. y Tchamitchian P. Regularite locale de la fonction 'non-differentiable' de Riemann. Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen. Springer Verlag. pp. 102–124, 1990.

[6] Hurst H. Long-term storage capacity of reservoirs. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 116:770–808, 1951.

[7] Wojtaszczyk P. A Mathematical introduction Of Wavelets. London Mathematical Society Students Texts, 1997. https://doi.org/10.1017/CBO9780511623790.

EXTENSIONES $\ell^{r(\cdot)}$-VECTORIALES DE OPERADORES DEFINIDOS EN ESPACIOS $L^{p(\cdot)}$

Marcos Bonich
IMAS Instituto de Investigaciones Matemáticas “Luis A. Santalo” - Universidad de Buenos Aires, Argentina
bonichmarcos@gmail.com

Un operador lineal acotado $T : L^q(U,\mu) \to L^p(V,\nu)$ tiene extensión ℓ^r-vectorial acotada si existe una constante $C > 0$ tal que

$$\|\|\|(Tf\_i)\_i\|\_\ell^r\|\_L^p(V,\nu) \leq C\,\|\|\|(f\_i)\_i\|\_\ell^r\|\_L^p(U,\mu),$$

para toda sucesión de funciones $(f_i)_i \subset L^q(U,\mu)$. El estudio de estas extensiones comenzó en los años ‘30, a partir de los trabajos de Bochner, Marcinkiewicz, Paley y Zygmund (ver, por ejemplo, [4]) y sigue siendo de gran interés hasta el día de hoy. Dichas extensiones se generalizan para operadores definidos en espacios de Lebesgue con exponente variable, los cuales han cobrado gran relevancia en los últimos años debido a sus aplicaciones en distintos campos (ver [2,3]). En [1] demostramos que, para ciertos rangos de r, TODO operador lineal acotado $T : L^{q(\cdot)}(U,\mu) \to L^{p(\cdot)}(V,\nu)$ tiene extensión ℓ^r-vectorial acotada.

En esta charla mostraremos que, bajo ciertas hipótesis, también es posible reemplazar el espacio ℓ^r por $\ell^{r(\cdot)}$, extendiendo algunos resultados de [1] al contexto de estos espacios de sucesiones más generales. Adicionalmente, mencionaremos algunas aplicaciones de estos resultados para ciertos operadores singulares y maximales.

Trabajo en conjunto con Daniel Carando y Martín Mazzitelli.

Referencias

[1] Bonich M., Carando D., and Mazzitelli M. Marcinkiewicz-Zygmund inequalities in variable Lebesgue spaces. Banach J. Math. Anal., Birkhäuser, Springer, 2024.

[2] Cruz-Uribe D., Fiorenza A. Variable Lebesgue spaces: Foundations and Harmonic Analysis. Birkhäuser, Springer, Basel, 2013.

[3] Diening L., Harjulehto P., Hästö P., and Ruzicka M. Lebesgue and Sobolev spaces with variable exponents. Springer, 29-3-2011.

[4] Marcinkiewicz J. and Zygmund A. Quelques inégalités pour les opérations linéaires. Fund. Math., 32: 113–121, 1939.

DESIGUALDADES CON PESOS LOCALES EN EL ESPACIO DE LEBESGUE VARIABLE

Adrián Cabral
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UNNE; IMIT - CONICET, Argentina
cabral.ea@gmail.com

En esta charla presentamos desigualdades con pesos en el espacio de Lebesgue variable $L^{p(\cdot)}(w)$ para pesos locales w que están asociados a una función de radio crítico ρ.

Estos resultados pueden aplicarse tanto para obtener desigualdades para operadores localizados en el contexto del operador de Schrödinger $\mathcal{L} = -\Delta + V$, como también para operadores clásicos para los cuales se conoce una desigualdad análoga en $L^p(w)$ con pesos locales en el sentido usual, es decir, con $|B| \leq 1$.

ESPACIOS DE TIPO JOHN-NIRENBERG GAUSSIANOS

Estefanía Dafne Dalmasso
IMAL (CONICET-UNL) - FIQ (UNL), Argentina
dafnedalm@gmail.com

En [3], John y Nirenberg introdujeron el bien conocido espacio BMO($\mathbb{R}^d$) de funciones de oscilación media acotada, pero también consideraron una variante de la condición BMO. Esta otra condición es la conduce a la definición de los llamados espacios de John-Nirenberg, JN_p para $p \in (1,\infty)$.

Dado un cubo Q_0 en $\mathbb{R}^d$ y $p \in (1,\infty)$, una función $f \in L^1(Q_0)$ se dice que pertenece a $\mathrm{JN}_p(Q_0)$ cuando la cantidad

$$\|f\|_{\mathrm{JN}_p(Q_0)} = \sup\left(\sum_i |Q_i|\left(\frac{1}{|Q_i|}\int_{Q_i}|f - f_{Q_i}|dx\right)^p\right)^{1/p}$$

es finita, donde el supremo se toma sobre todas las familias numerables de cubos $\{Q_i\}_{i=1}^{\infty}$ que son disjuntos dos a dos y están contenidos en Q_0. Aquí, $f_{Q_i} = \frac{1}{|Q_i|}\int_{Q_i} f dx$.

Similarmente, una función $f \in L^1_{\mathrm{loc}}(\mathbb{R}^d)$ pertenece a $\mathrm{JN}_p(\mathbb{R}^d)$ cuando $\|f\|_{\mathrm{JN}_p(\mathbb{R}^d)}$ es finita, siendo $\|\cdot\|_{\mathrm{JN}_p(\mathbb{R}^d)}$ definida análogamente, sobre $\mathbb{R}^d$ en lugar de Q_0.

Los espacios JN_p fueron considerados en la teoría de interpolación por Stampacchia [5] y Campanato [1]. En la última década, se han publicado diversos trabajos sobre los espacios de John-Nirenberg, como por ejemplo los de tipo diádicos en [4], los de John-Nirenberg-Campanato en [7], versiones localizadas de JN_p en [6], y de tipo sparse en [2], entre otros. También surgen nuevas definiciones de espacios JN_p cuando los cubos se reemplazan por otros conjuntos en espacios métricos con medida más generales, los cuales dependen de las propiedades de solapamiento que poseen estos conjuntos.

Además, se sabe que $L^p \subset \mathrm{JN}_p \subset L^{p,\infty}$, y que ambas contenciones son estrictas, por lo que los espacios JN_p son espacios intermedios entre los clásicos espacios de Lebesgue y su versión débil.

En esta charla introduciremos los espacios de John–Nirenberg $\mathrm{JN}_p(\mathbb{R}^d, \gamma)$, siendo $d\gamma(x) = \pi^{-d/2}e^{-|x|^2}dx$ la medida gaussiana en $\mathbb{R}^d$ y $p \in (1,\infty)$. Las familias de cubos admisibles, esto es, aquellas donde la medida gaussiana resulta doblante, serán claves en la definición de estos espacios. Veremos algunas propiedades de los mismos, y comentaremos sobre un resultado de dualidad para $\mathrm{JN}_p(\mathbb{R}^d, \gamma)$.

Trabajo en conjunto con Jorge J. Betancor (Universidad de La Laguna, España) y Pablo Quijano (IMAL (CONICET-UNL) - FIQ (UNL), Argentina).

Referencias

[1] Campanato, S. Su un teorema di interpolazione di G. Stampacchia. Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (3) 20 (1966), 649–652.

[2] Domínguez, O., and Milman, M. Sparse Brudnyi and John-Nirenberg spaces. C. R. Math. Acad. Sci. Paris 359 (2021), 1059–1069.

[3] John, F., and Nirenberg, L. On functions of bounded mean oscillation. Comm. Pure Appl. Math. 14 (1961), 415–426.

[4] Kinnunen, J., and Myyryläinen, K. Dyadic John-Nirenberg space. Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A 153, 1 (2023), 1–18.

[5] Stampacchia, G. The spaces $\mathcal{L}^{(p,\lambda)}$, $N^{(p,\lambda)}$ and interpolation. Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (3) 19 (1965), 443–462.

[6] Sun, J., Xie, G., and Yang, D. Localized John-Nirenberg-Campanato spaces. Anal. Math. Phys. 11, 1 (2021), Paper No. 29, 47.

[7] Tao, J., Yang, D., and Yuan, W. John-Nirenberg-Campanato spaces. Nonlinear Anal. 189 (2019), 111584, 36.

Una generalización de la transformada integral de Mellin

Gustavo Dorrego
FACENA-UNNE, Argentina
gadorrego@exa.unne.edu.ar

En esta comunicación se presenta una generalización de la transformada integral de Mellin en el contexto del cálculo fraccionario con peso y respecto de una función. Esta generalización viene dada por la fórmula

$$\mathcal{M}_{\psi,\omega}[f(x)](p) = \int_0^\infty (\psi(x))^{p-1}\omega(x)f(x)\psi'(x)dx,$$

donde $\psi : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ es diferenciable y tal que $\psi' > 0$ y $\psi(x) \to \infty$ para $x \to \infty$; mientras que ω es una función cuyas condiciones dependen del espacio de funciones al que pertenezca la función f.

Se estudia las condiciones para la convergencia, se enuncian y prueban algunas propiedades y se muestra la utilidad de esta transformada en la resolución de una ecuación diferencial de orden fraccionario con derivada de Riemann-Liouville de una función respecto de otra y con peso.

Trabajo en conjunto con Luciano Luque (FACENA-UNNE).

Referencias

[1] Fernández, A., Fahad HM. Weighted Fractional Calculus: A General Class of Operators. Fractal and Fractional. 2022; 6(4):208. https://doi.org/10.3390/fractalfract6040208

[2] Aziz, T., Rehman, M.u. Generalized Mellin transform and its applications in fractional calculus. Comp. Appl. Math. 41, 88 (2022). https://doi.org/10.1007/s40314-022-01802-9

Soluciones de la divergencia en espacios de Hardy-Sobolev

Ricardo Durán
Universidad de Buenos Aires, Argentina
rduran@dm.uba.ar

El análisis variacional de las ecuaciones clásicas de la mecánica se basa fuertemente en diversas desigualdades que involucran una función y sus derivadas (desigualdades de Poincaré, Korn, etc.). Muchas de estas desigualdades son consecuencia del siguiente resultado:

Dados un dominio acotado n-dimensional Ω y una función de integral cero $f \in L^p(\Omega)$, existe un campo vectorial $\mathbf{u}$, cuyas componentes se anulan en el borde de Ω y tanto ellas como sus derivadas primeras están en $L^p(\Omega)$, tal que

$$\mathrm{div}\mathbf{u} = f \text{ en } \Omega \quad \text{y} \quad \|\nabla u\|_{L^p} \leq C\|f\|_{L^p}$$

donde la constante C depende solo de p y de Ω.

Este resultado ha sido demostrado de diversas maneras y se sabe que vale para $1 < p < \infty$ bajo hipótesis muy generales sobre el dominio. También es conocido que el resultado no vale en el caso $p = 1$, por lo que resulta natural la pregunta de si será válido si se reemplaza L^1 por el espacio de Hardy H^1.

El objeto de este trabajo es extender la existencia de solución al caso $\frac{n}{n+1} < p \leq 1$ donde ahora f es una distribución perteneciente al espacio de Hardy H^p y soportada en $\overline{\Omega}$. Este resultado era conocido pero nuestra demostración es mucho más simple y puede extenderse al caso de espacios de Hardy con pesos.

Trabajo en conjunto con María Eugenia Cejas (Universidad Nacional de La Plata e IMAS, UBA-CONICET).

Un teorema ergódico para la media de Karcher en dimensión infinita

Eduardo Ghiglioni
IAM - CMaLP, Argentina
eghiglioni@gmail.com

Sea $\mathcal{H}$ un espacio de Hilbert infinito dimensional. En este contexto la métrica natural en $\mathbb{P}$ (operadores positivos), es una métrica de Finsler donde la longitud de una curva suave a trozos $\alpha : [a, b] \to \mathbb{P}$, y $A, B \in \mathbb{P}$, está definida como

$$\mathrm{L}(\alpha) := \int_a^b \|\alpha^{-1/2}(t)\alpha'(t)\alpha^{-1/2}(t)\| \; dt.$$

Usando esta definición de longitud, se puede definir la siguiente distancia

$$d_\infty(A, B) = \text{ínf}\{\mathrm{L}(\alpha) : \ \alpha \text{ es una curva suave a trozos que une } A \text{ con } B\}.$$

Recientemente, se extendió la media de Karcher al caso de medidas de probabilidad de operadores positivos en un espacio de Hilbert infinito dimensional. Más precisamente, dada $\mu \in \mathcal{P}^1(\mathbb{P})$, la ecuación de Karcher

$$\int_{\mathbb{P}} X^{1/2} \log(X^{-1/2}AX^{-1/2})X^{1/2} d\mu(A) = 0,$$

tiene una única solución definida positiva $\Lambda(\mu)$. Llamaremos a dicha solución como la media de Karcher. En esta charla consideraremos un espacio de probabilidad (Ω, μ) y una función totalmente ergódica $\tau : \Omega \to \Omega$. Nuestro objetivo es estudiar un nuevo teorema ergódico para funciones $F \in L^1(\Omega, \mathbb{P})$, donde $\mathbb{P}$ es el cono abierto de operadores estrictamente positivos actuando en un espacio de Hilbert (separable). En este resultado, usaremos las medias inductivas para promediar los elementos de la órbita. A partir de estas medias probaremos que casi seguro estos promedios convergen a la media de Karcher de la medida $F_*(\mu)$.

Trabajo en conjunto con Jorge Antezana (Departamento de Matemática de la Universidad Autónoma de Madrid, España - UNLP, Argentina - IAM, Argentina), Yongdo Lim (Department of Mathematics, Sungkyunkwan University, Suwon, Korea), Miklós Pálfia (Department of Mathematics, Corvinus University of Budapest, Hungary - Bolyai Institute, Interdisciplinary Excellence Centre, University of Szeged, Hungary).

CONJUNTOS DÉBILMENTE POROSOS Y PESOS DE LA CLASE A_1 DE MUCKENHOUPT EN ESPACIOS DE TIPO HOMOGÉNEO

Ignacio Javier Gómez Vargas
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (CONICET - UNL). Santa Fe, Argentina
ignaciogomez@santafe-conicet.gov.ar

En este trabajo, extendemos los conceptos de porosidad débil y de duplicación de la función de poro maximal, introducidos por Mudarra [1] en espacios métricos, y probamos su equivalencia con la pertenencia de $d(\cdot, E)^{-\alpha}$ a la clase A_1 para algún $\alpha > 0$. Nuestra demostración extiende los resultados de [1, 2] y también provee un nuevo enfoque basado en una construcción de R. Macías y C. Segovia en "*A Well Behaved Quasi-distance for Spaces of Homogeneous Type*" [3].

Sea (X, d, μ) un espacio de tipo homogéneo (ETH) tal que las d-bolas son conjuntos abiertos. Denotamos con K a la constante triangular óptima para d en X, es decir, $d(x, z) \leq K(d(x, y) + d(y, z))$ para todo $x, y, z \in X$ y K es el mínimo número real positivo con esta propiedad. Dado E, un subconjunto no vacío de X, consideramos la colección $\Lambda(x, r; d, E) = \{s \in (0, 2Kr) : \exists y \in X \text{ tal que } B(y, s) \subset B(x, r) \setminus E\}$. El supremo de $\Lambda(x, r; d, E)$ mide el radio del poro maximal en $B(x, r)$ con respecto a E. La función que a cada bola $B(x, r)$ le asigna ese supremo, $\rho_E(B(x, r)) = \sup \Lambda(x, r; d, E)$, se denomina "función de poro maximal". Un conjunto $E \subset X$ distinto de vacío es débilmente poroso si existen $\sigma, \gamma \in (0, 1)$ tales que para toda d-bola B en X se tiene que existe un número finito $N = N(B)$ de bolas $\{B(x_i, r_i)\}_{i=1}^{N}$ tales que: (i) $B(x_i, r_i) \cap B(x_j, r_j) = \emptyset$ para $i \neq j$ y $B(x_i, r_i) \subset B \setminus E$ para todo $1 \leq i \leq N$; (ii) $r_i \geq \gamma \rho_E(B)$ para todo $i = 1, \ldots, N$ y (iii) $\sum_{i=1}^{N} \mu(B(x_i, r_i)) \geq \sigma \mu(B)$.

En lo que respecta a las clases de pesos de Muckenhoupt, éstas se encuentran bien definidas en ETH [4, 5]. En particular, una función real no negativa localmente integrable w definida en X es un peso de $A_1(X, d, \mu)$ si existe una constante $C > 0$ tal que la desigualdad $\frac{1}{\mu(B)} \int_B w d\mu \leq C \operatorname{ess\,inf}_B w$ vale para toda bola B en (X, d). Con esto, el resultado principal puede enunciarse de la siguiente manera.

Teorema. *Sea (X, d, μ) un ETH tal que toda bola es un conjunto abierto y sea $E \subset X$ no vacío. Las siguientes afirmaciones son equivalentes.*

(I) *E es débilmente poroso y ρ_E es duplicante;*

(II) *existe $\alpha > 0$ tal que $d(\cdot, E)^{-\alpha} \in A_1(X, d, \mu)$, donde $d(x, E) := \inf\{d(x, e) : e \in E\}$ para todo $x \in X$.*

La propiedad de duplicación de ρ_E significa que existe una constante $C(E)$ tal que $\rho_E(B(x, 2r)) \leq C(E)\rho_E(B(x, r))$ para todo $x \in X$ y todo $r > 0$. Los resultados de esta comunicación están contenidos en [6].

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (IMAL) y Ivana Gómez (IMAL).

Referencias

[1] Carlos Mudarra. Weak porosity on metric measure spaces, 2024. arXiv 2306.11419.

[2] Theresa C. Anderson, Juha Lehrbäck, Carlos Mudarra, and Antti V. Vähäkangas. Weakly porous sets and Muckenhoupt A_p distance functions, 2022. arXiv 2209.06284.

[3] Roberto Macías and Carlos Segovia. A well behaved quasi-distance for spaces of homogeneous type. Trabajos de Matemática IAM, 32:1–18, 1981.

[4] Hugo Aimar and Roberto A. Macías. Weighted norm inequalities for the Hardy-Littlewood maximal operator on spaces of homogeneous type. Proceedings of the American Mathematical Society, 91(2):213–213, February 1984.

[5] A. Calderón. Inequalities for the maximal function relative to a metric. Studia Mathematica, 57(3):297–306, 1976.

[6] Hugo Aimar, Ivana Gómez, and Ignacio Gómez Vargas. Weakly porous sets and A_1 Muckenhoupt weights in spaces of homogeneous type, 2024. arXiv 2406.14369, IMAL Preprints.

DESIGUALDADES DE TIPO HERMITE-HADAMARD UTILIZANDO DIFERENTES NOCIONES DE CONVEXIDAD

Paulo Matias Guzmán
Universidad Nacional del Nordeste - Facultad de Ciencias Agrarias , Argentina
paulo.guzman@comunidad.unne.edu.ar

En este trabajo, estudiamos y exploramos una clase de desigualdades integrales de Hermite-Hadamard utilizando diferentes nociones de convexidad a través de integrales ponderadas. La desigualdad de Holder será importante ya que se utiliza para crear esta clase, que tiene diversas aplicaciones en la teoría de optimización. También estudiamos ciertas desigualdades de tipo trapezoidal y estimaciones de error de punto medio.

Debido a sus múltiples aplicaciones dentro y fuera de la matemática, las funciones convexas tienen un rol destacado en Matemática.

Se dice que una función $f : I \to \mathbb{R}$, $I := [a, b]$ es convexa si

$$f\big(\lambda x + (1-\lambda)y\big) \leq \lambda\psi(x) + (1-\lambda)\psi(y), \tag{1}$$

para todo $x, y \in I$ y $\lambda \in [0, 1]$. Si se invierte la desigualdad última, entonces la función f es cóncava en dicho intervalo.

En el marco de las funciones convexas, una de las desigualdades más conocidas es la de Hermite-Hadamard. Para cierta función convexa f, en el intervalo $[a, b]$, se cumple que,

$$f\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \frac{1}{b-a}\int \_a^b f(x)dx \leq \frac{f(a)+f(b)}{2}. \tag{2}$$

Algunas de las nociones de convexidad que utilizaremos en este trabajo, para una función convexa f, son:

Sea $h : [0, 1] \to \mathbb{R}$ una función no negativa, $h \neq 0$ y $f : I = [0, +\infty) \to [0, +\infty)$. Si la desigualdad

$$f\left(t\xi + m(1-t)\varsigma\right) \leq h^s(t)f(\xi) + m(1-h^s(t))f\left(\frac{\varsigma}{m}\right) \tag{3}$$

se cumple para todo $\xi, \varsigma \in I$ y $t \in [0, 1]$, donde $m \in [0, 1]$, $s \in [-1, 1]$, entonces la función f se llama (h, m)-convexa modificada del primer tipo en I.

Análogamente, tenemos:

Sea $h : [0, 1] \to \mathbb{R}$ una función no negativa, $h \neq 0$ y $f : I = [0, +\infty) \to [0, +\infty)$. Si se cumple la desigualdad

$$f\left(t\xi + m(1-t)\varsigma\right) \leq h^s(t)f(\xi) + m(1-h(t))^s f\left(\frac{\varsigma}{m}\right) \tag{4}$$

para todo $\xi, \varsigma \in I$ y $t \in [0, 1]$, donde $m \in [0, 1]$, $s \in [-1, 1]$, entonces la función f se llama (h, m)-convexa modificada del segundo tipo en I.

A partir de las nociones de convexidad previas, se deducen resultados que involucran otras nociones, por ejemplo, funciones m-convexas, s-convexas.

En los resultados, también será importante el uso de la función Beta. Ésta es una función especial relacionada fuertemente con la función gamma y los coeficientes binomiales. Se la define de la siguiente manera,

$B(x, y) = \int_0^1 s^{x-1}(1-s)^{y-1}ds$, donde $R(x) > 0$ y $R(y) > 0$.

Los operadores generalizados que utilizamos en nuestro trabajo son del tipo:

Sean $\alpha > 0$, y $\alpha \neq 1, 2, 3, ...$, $n = [\alpha] + 1$, $f \in AC^n[a, b]$, el espacio de funciones que tienen las n-ésimas derivadas absolutamente continuas. Las derivadas fraccionarias de Caputo del lado derecho y del lado izquierdo de orden α se definen de la siguiente manera:

$$\left({}^C D^{\alpha}_{a+} f\right)(x) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)}\int_a^x \frac{f^{(n)}(t)dt}{(x-t)^{\alpha-n+1}},\ x > a, \qquad \left({}^C D^{\alpha}_{b-} f\right)(x) = \frac{(-1)^n}{\Gamma(n-\alpha)}\int_x^b \frac{f^{(n)}(t)dt}{(t-x)^{\alpha-n+1}},\ mb > x.$$

Sean $\alpha > 0$, y $\alpha \neq 1, 2, 3, ...$, $n = [\alpha] + 1$, $f \in AC^n[a, b]$, el espacio de funciones que tienen las n-ésimas derivadas absolutamente continuas. Las k-derivadas fraccionarias de Caputo del lado derecho y del lado izquierdo de orden α se definen de la siguiente manera:

$$\left({}^C D^{\alpha,k}_{a+} f\right)(x) = \frac{1}{k\Gamma_k(n-\frac{\alpha}{k})}\int_a^x \frac{f^{(n)}(t)dt}{(x-t)^{\frac{\alpha}{k}-n+1}},\ x > a, \qquad \left({}^C D^{\alpha,k}_{b-} f\right)(x) = \frac{(-1)^n}{k\Gamma_k(n-\frac{\alpha}{k})}\int_x^b \frac{f^{(n)}(t)dt}{(t-x)^{\frac{\alpha}{k}-n+1}},\ b > x.$$

En este trabajo obtenemos nuevas desigualdades integrales, en el marco de funciones con diferentes nociones de convexidad, utilizando integrales ponderadas.

Referencias

[1] G. Farid, A. Javed, A. U. Rehman, M. I. Qureshi, On Hadamard-type inequalities for differentiable functions via Caputo k-fractional derivatives, Cogent Mathematics (2017), 4: 1355429 https://doi.org/10.1080/23311835.2017.1355429

[2] F. Jarad, T. Abdeljawad, T. Shah, On the weighted fractional operators of a function whith respect to another function, Fractals, Vol. 28, No. 8 (2020) 2040011 (12 pages) DOI: 10.1142/S0218348X20400113

[3] T. U. Khan, M. A. Khan, Generalized conformable fractional integral operators, J. Comput. Appl. Math. 2019, 346, 378–389.

[4] J. E. Nápoles Valdes, A Review of Hermite-Hadamard Inequality, Partners Universal International Research Journal (PUIRJ), Volume: 01 Issue: 04 October-December 2022, 98–101 DOI:10.5281/zenodo.7492608

[5] J. E. Nápoles Valdés, F. Rabossi, A. D. Samaniego, Convex functions: Ariadne's thread or Charlotte's spiderweb?, Advanced Mathematical Models & Applications Vol.5, No.2, 2020, pp.176–191.

Expansión de Taylor en espacios de Lebesgue con exponente variable

Fabián Eduardo Levis
Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQYN, Argentina
flevis@exa.unrc.edu.ar

Las desigualdades de Taylor son reconocidas desde hace tiempo como herramientas indispensables en el campo del análisis matemático, ofreciendo valiosas perspectivas sobre el comportamiento y la precisión de las aproximaciones polinómicas de Taylor. Estas desigualdades establecen cotas superiores para la discrepancia entre una función y su expansión de Taylor, proporcionando una medida cuantificable del error de aproximación.

Denotamos por $B(x_0, \epsilon)$ el intervalo abierto centrado en $x_0 \in \mathbb{R}$ con radio $\epsilon > 0$. Siguiendo la notación de [1], consideramos el espacio local de Lebesgue con exponente variable $L^{p(\cdot)}_{\text{loc}}(\mathbb{R})$, la clase de exponente variable $P_0^{\log}(\mathbb{R})$ localmente log-Hölder continuo y la norma de Luxemburg promediada en $L^{p(\cdot)}(B(x_0, \epsilon))$

$$\|f\|^{\oslash}_{L^{p(\cdot)}(B(x_0,\epsilon))} = \text{ínf}\left\{\lambda > 0 : \frac{1}{|B(x_0,\epsilon)|}\int_{B(x_0,\epsilon)} \left(\frac{|f(x)|}{\lambda}\right)^{p(x)} dx \le 1\right\}.$$

En este trabajo, mostramos desigualdades de Taylor en $L^{p(\cdot)}_{\text{loc}}(\mathbb{R})$. Más precisamente, damos desigualdades que evalúan el error en la expansión de Taylor de orden ℓ alrededor de x_0, $F_{x_0,\ell}(f)(x) = \sum_{i=0}^{\ell} \frac{1}{i!} D^i f(x_0)(x - x_0)^i$, para funciones en el espacio tipo Sobolev de exponente variable $W^{\ell,p(\cdot)}_{\text{loc}}(\mathbb{R})$, es decir, con derivadas débiles en $L^{p(\cdot)}_{\text{loc}}(\mathbb{R})$, utilizando la norma de Luxemburg promediada sobre $B(x_0, \epsilon)$. Concretamente, demostramos el siguiente:

Teorema (Desigualdad de Taylor): Para $\ell \in \mathbb{N}$ y $p \in P_0^{\log}(\mathbb{R})$ con $\|p\|_\infty < \infty$, existe una constante $\omega_p > 0$ tal que

$$\|\epsilon^{-\ell}(f - F_{x_0,\ell}(f))\|^{\oslash}_{L^{p(\cdot)}(B(x_0,\epsilon))} \le \omega_p \|D^\ell f - D^\ell f(x_0)\|^{\oslash}_{L^{p(\cdot)}(B(x_0,\epsilon))},$$

para todo $0 < \epsilon < \frac{1}{4}$, $f \in W^{\ell,p(\cdot)}_{\text{loc}}(\mathbb{R})$, y casi todo $x_0 \in \mathbb{R}$.

Como consecuencia, demostramos que una función de tipo Sobolev de exponente variable $W^{\ell,p(\cdot)}_{\text{loc}}(\mathbb{R})$ admite una expansión finita en serie de Taylor en casi todos los puntos de $\mathbb{R}$. Además, damos una aplicación de nuestros resultados en la mejor aproximación en $L^{p(\cdot)}$. Específicamente, probamos que los coeficientes de los polinomios de mejor aproximación en $L^{p(\cdot)}$ a una función de tipo Sobolev variable en $B(x_0, \epsilon)$ convergen a las derivadas débiles de dicha función en x_0 cuando ϵ tiende a cero, para casi todos los puntos $x_0 \in \mathbb{R}$.

Cabe destacar que estos resultados amplían aquellos publicados recientemente en [2] en espacios de tipo Orlicz-Sobolev.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C614-2), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 203/23) y CONICET (PIP 112-202001-00694CO).

Trabajo en conjunto con Hilde L. Bianchi (Universidad de Buenos Aires), Federico D. Kovac (Universidad Nacional de la Pampa, Facultad de Ingeniería) y Claudia N. Rodríguez (Universidad Nacional de Río Cuarto).

Referencias

[1] L. Diening, P. Harjulehto, P. Hästö, M. Ruzicka, Lebesgue and Sobolev Spaces with Variable Exponents, Springer, Heidelberg, 2011.

[2] F.D. Kovac, F.E. Levis, Taylor's inequalities in Orlicz-Sobolev type spaces, Math. Nachr. 296 (2023), 1190–1203.

Condiciones para los núcleos de la transformada de Riesz y su adjunta asociadas al operador $-\Delta + \mu$

Gabriela Rocío Lezama
IMAL(UNL-CONICET), Argentina
lgabrielarocio@gmail.com

En este trabajo analizaremos el comportamiento de la transformada de Riesz y su adjunta, denotadas por R_μ y R_μ^*, respectivamente, asociadas al operador $L_\mu = -\Delta + \mu$, con μ una medida de Radón no negativa en $\mathbb{R}^d$ y $d \geq 3$, para la cual existen constantes δ_μ, C_μ, $D_\mu > 0$ tales que

$$\mu(B(x,r)) \leq C_\mu \left(\frac{r}{R}\right)^{d-2+\delta_\mu} \mu\left(B(x,r)\right) \quad \text{y} \quad \mu(B(x,2r)) \leq D_\mu \left(\mu(B(x,r)) + r^{d-2}\right),$$

para todo $x \in \mathbb{R}^d$ y $r \in (0,R)$.

Para V una función potencial que satisface la condición de Reverse Hölder de orden $q > d/2$, la medida $d\mu(x) = V(x)dx$ satisface ambas condiciones con $\delta_\mu = 2 - d/q$.

Se sabe además que los núcleos de las transformadas de Riesz R_V y R_V^* cumplen condiciones de tamaño y suavidad puntuales para $q > d$, mientras que para el caso $q \in \left(\frac{d}{2}, d\right)$, el núcleo de R_V^* cumple condiciones de tipo Hörmander. Esto nos permite obtener propiedades de acotación en espacios L^p y en espacios de tipo BMO con pesos en la clase A_p^ρ definida en [1], donde la función de radio crítico, denotada por ρ, resulta ser una pieza fundamental en el análisis de dichos operadores.

En el caso de una medida general μ como antes, las condiciones de tamaño y suavidad puntuales para $\delta_\mu > 1$ fueron probadas en [2]. Mostraremos que pueden obtenerse condiciones de tipo Hörmander para el núcleo de R_μ^* cuando $\delta_\mu < 1$, lo que nos permitirá analizar la aplicación de resultados de acotación en contexto más generales.

Trabajo en conjunto con Marisa Toschi (IMAL (CONICET-UNL); FHUC (UNL)) y Estefanía Dalmasso (IMAL (CONICET-UNL); FIQ (UNL)).

Referencias

[1] B. Bongioanni, E. Harboure, and P. Quijano, Weigthed inequalities for Schrodinger type singular integrals, J. Fourier. Anal. Appl., 25 (2019), no. 3, 595–632.

[2] Shen, Z. On fundamental solutions of generalized Schrödinger operators. J. Funct. Anal. 167, 2 (1999), 521–564.

El Operador Maximal de Hardy-Littlewood y la relación con el Operador de Mejor Aproximación Polinomial

Rosa Alejandra Lorenzo
Departamento de Matemática-Instituto de Matemática Aplicada San Luis (IMASL)-Universidad Nacional de San Luis
rlorenzo77@gmail.com

Sea Φ la clase de todas las N-funciones $\varphi : [0,\infty) \to [0,\infty)$ y sea Ω un subconjunto medible y acotado de $\mathbb{R}^n$. Para cada $\varphi \in \Phi$, definimos el espacio de las funciones medibles Lebesgue f definidas sobre Ω.

$$L^\varphi(\Omega) = \{f \text{medibles} : \int_\Omega \varphi(\lambda|f(x)|)dx < \infty, \text{para algún } \lambda > 0\},$$

donde dx es la medida de Lebesgue sobre $\mathbb{R}^n$.

Dada una función $f \in L^\varphi(\Omega)$, se define a $\mu_\varphi(f)$, como el operador multivaluado de mejores aproximantes por polinomios a la función f. Es decir, un polinomio $P \in \mu_\varphi(f)$ si y sólo si, se cumple

$$\int_\Omega \varphi(|f(x) - P|)dx = \inf_{Q \in \Pi^m} \int_\Omega \varphi(|f(x) - Q|)dx,$$

para todo $Q \in \Pi^m$, el espacio de los polinomios algebraicos, definidos sobre $\mathbb{R}^n$ de grado a lo sumo m.

A partir de la caracterización que se obtiene del operador de mejor aproximación, estudiamos su extensión a $L^{\psi^+}(\Omega)$, donde ψ^+ denota la derivada por derecha de la función φ.

Una manera habitual de obtener desigualdades fuertes cuando se estudia aproximación de funciones en espacios de Orlicz es trabajar con operadores maximales. En este trabajo se obtienen desigualdades de tipo fuerte utilizando la relación entre el operador maximal de Hardy-Littlewood y el operador maximal $M_\varphi(f)$, siendo φ una N-función.

Para finalizar, definimos una función maximal polinomial relacionada a los coeficientes del operador polinomial extendido la cual estimamos introduciendo un operador maximal.

La función polinomial maximal es una función semicontinua inferiormente y por lo tanto medible.

Los resultados mencionados son una extensión de los trabajos de Acinas, Favier y Zó [1] y de Acinas y Favier [2].

Trabajo en conjunto con Sergio Favier (Instituto de Matemática Aplicada San Luis-Universidad Nacional de San Luis) y Sonia Acinas (Universidad Nacional de La Pampa).

Referencias

[1] S. Acinas, S. Favier, F. Zó. Inequalities for extended best polinomial approximation operator in Orlicz Spaces. Acta Mathematica Sinica, 35: 185–203, 2019.

[2] S. Acinas, S. Favier. Multivalued extended best Phi polinomial approximation operator. Numerical Functional Analysis and Optimization, 37: 1339–1353, 2016.

DESIGUALDADES DE OPERADORES Y EL TEOREMA DE KREIN-SMUL'JAN

Francisco Martínez Pería
CMaLP-UNLP e IAM-CONICET, Argentina
martinezperia@gmail.com

Dados dos operadores autoadjuntos acotados A y B actuando en un espacio de Hilbert $\mathcal{H}$, supongamos que B es indefinido (i.e. no es semidefinido positivo ni semidefinido negativo). El Teorema de Krein-Smul'jan [1] caracteriza la existencia de un escalar $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que $A + \lambda B \geq 0$ y describe al conjunto de λ's admisibles como un intervalo cerrado.

El objetivo de esta charla es, dados operadores autoadjuntos acotados $A, B_1, \dots, B_m$, presentar algunos resultados que caracterizan la existencia de escalares $\lambda_1, \dots, \lambda_m \in \mathbb{R}$ tales que

$$A + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i B_i \geq 0.$$

Trabajo en conjunto con Santiago Gonzalez Zerbo (IAM-CONICET) y Alejandra Maestripieri (IAM-CONICET).

Referencias

[1] M. G. Krein and Ju. L. Smul'jan, Plus-operators in a space with indefinite metric, in: Twelve Papers on Functional Analysis and Geometry, Amer. Math. Soc. Transl. 85 (1969), 93–113.

ANÁLISIS DE CIERTOS ESPACIOS DE OSCILACIÓN MEDIA ACOTADA

René Morari
Universidad Nacional Comahue, Argentina
rmorari1@gmail.com

Los espacios de Nakai, denotados por bmo_w, contienen funciones tales que su oscilación media en una bola está acotada por una función w que depende del radio y también del centro de la misma [2]. Dichos espacios son de gran utilidad en el estudio de estimaciones de operadores del análisis armónico.

En esta dirección, consideramos una función $w : \mathbb{R}^n \times [0,\infty) \to [0,\infty)$ dada por $w(x,t) = t^{\alpha-n}\|\chi_{B(x,t)}\|_{\phi^*_{p(\cdot),q(\cdot)}}$, con $0 < \alpha < n$, donde $\|\cdot\|_{\phi^*_{p(\cdot),q(\cdot)}}$ es la norma de Luxemburg en el espacio de Zygmund generalizado asociado a la conjugada de $\phi_{p(\cdot),q(\cdot)}(x,t) = t^{p(x)}\log(e+t)^{q(x)}$. Las funciones $p(\cdot)$ y $q(\cdot)$ son definidas en $\mathbb{R}^n$, positivas y medibles con ciertas condiciones de decaimiento estándar en la bibliografía [1].

Entonces, para w definida como antes se demostraron las siguientes propiedades

$$\begin{aligned} w(x,t) &\le Cw(x,s), && \forall x \in \mathbb{R}^n,\ \forall t < s; \\ w(x,2t) &\le Cw(x,t), && \forall x \in \mathbb{R}^n,\ \forall t > 0; \\ |x-y| < t \Rightarrow w(x,t) &\le Cw(y,t), && \forall x,y \in \mathbb{R}^n,\ \forall t > 0. \end{aligned}$$

Además, se probó que existe una constante $C > 0$ tal que

$$\int_r^{\infty} \frac{w_\alpha(x,t)}{t}\frac{dt}{t} \le C\frac{w_\alpha(x,r)}{r},$$

para todo $x \in \mathbb{R}^n$ y $r > 0$, donde $w_\alpha(x,t) = t^\alpha w(x,t)$.

Con estas propiedades y aplicando un resultado visto en [2] tenemos un resultado de acotación para una extensión del operador Integral Fraccionaria I_α en este contexto.

Trabajo en conjunto con Trabajo en conjunto con ALEJANDRA PERINI (UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE) y MAURICIO RAMSEYER (IMAL (UNL-CONICET)).

Referencias

[1] Melchiori, L., Pradolini, G. and Ramos, W. “Commutators of po- tential type operators with Lipschitz symbols on variable Lebesgue spaces with different weights”. *preprint arXiv:1907.05946* (2019).

[2] Ramseyer, M., Salinas, O. and Viviani, B. “Fractional integrals and Riesz transforms acting on certain Lipschitz spaces”. Michigan Mathematical Journal, 65(1), 35–56. (2016).

NEW WEIGHTED INTEGRAL INEQUALITIES AND FRACTIONAL CONSEQUENCES

JUAN EDUARDO Nápoles Valdés
UNNE-FaCENA, UTN-FRRE, Argentina
jnapoles@exa.unne.edu.ar

In Mathematics, the notion of convex function plays a very prominent role due to its multiple applications and its theoretical overlaps with various other areas of science (see [10] for more information).

One of the most important inequalities for convex functions is the well-known Hermite-Hadamard inequality (see [4,5] and [9] for additional details):

$$\psi\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right) \le \frac{1}{\nu_2-\nu_1}\int_{\nu_1}^{\nu_2}\psi(x)dx \le \frac{\psi(\nu_1)+\psi(\nu_2)}{2}.$$

In the last 25 years, we have witnessed a great growth in the number of researchers and their productions, interested in the Hermite-Hadamard Inequality. These productions have focused on the following work directions:

1. Using different notions of convexity.
2. Refinement of the mesh used (there is a crucial issue in this direction of work, suppose we use instead of a and b, the ends of the interval, the points a, $\frac{a+b}{2}$ and b, then we must ensure that at the midpoint, the integral operator used, does not have a jump, since the result would not be guaranteed in all $[a,b]$).

3. Improved estimates of the left and right members of Hermite-Hadamard inequality.

4. Using new generalized and fractional integral operators.

In [2] we presented the following definitions.

Let $h : [0, 1] \to \mathbb{R}$ be a nonnegative function, $h \neq 0$ and $\psi : I = [0, +\infty) \to [0, +\infty)$. If inequality

$$\psi(\tau\xi + m(1-\tau)\varsigma) \leq h^s(\tau)\psi(\xi) + m(1 - h^s(\tau))\psi(\varsigma)$$

is fulfilled for all $\xi, \varsigma \in I$ and $\tau \in [0, 1]$, where $m \in [0, 1]$, $s \in [-1, 1]$. Then a function ψ is called a (h, m)-convex modified of the first type on I.

Let $h : [0, 1] \to \mathbb{R}$ nonnegative functions, $h \neq 0$ and $\psi : I = [0, +\infty) \to [0, +\infty)$. If inequality

$$\psi(\tau\xi + m(1-\tau)\varsigma) \leq h^s(\tau)\psi(\xi) + m(1 - h(\tau))^s\psi(\varsigma)$$

is fulfilled for all $\xi, \varsigma \in I$ and $\tau \in [0, 1]$, where $m \in [0, 1]$, $s \in [-1, 1]$. Then a function ψ is called a (h, m)-convex modified of the second type on I.

Interested readers can verify that the previous definitions contain many of the known notions of convexity.

A new way to define an integral operator, and take a first step in generalizing the known results, is to consider a certain weight in the definition of the operator integral, as follows: (see [2])

Let $\phi \in L_1[a_1, a_2]$ and let w be a continuous and positive function, $w : I \to \mathbb{R}^+$, with first derivative integrables on I. Then the weighted fractional integrals are defined by (right and left respectively):

$$\begin{aligned} I^w_{a_1+}\phi(t) &= \int_{a_1}^t w'''\left(\frac{a_2-t}{a_2-a_1}\right)\phi(t)\,dt, \quad t > a_1 \\ I^w_{a_2-}\phi(t) &= \int_t^{a_2} w'''\left(\frac{t-a_1}{a_2-a_1}\right)\phi(t)\,dt, \quad t < a_2. \end{aligned}$$

The consideration of the third derivative of the weight function w is given by the nature of the problem to be solved, it can also be considered the first and second derivative.

To have a clearer idea of the amplitude of the previous Definition, let's consider some particular cases of the weight w''':

a) Putting $w'''(t) \equiv 1$, we obtain the classical Riemann integral.

b) If $w'''(t) = \frac{t^{(\alpha-1)}}{\Gamma(\alpha)}$, then we obtain the Riemann-Liouville fractional integral.

c) With convenient weight choices w''' we can get the k-Riemann-Liouville fractional integral right and left, the right-sided fractional integrals of a function ψ with respect to another function h on $[a, b]$ (see [1]), the right and left integral operator of [6], the right and left sided generalized fractional integral operators and the integral operators of [7] and [8], can also be obtained from above Definition by imposing similar conditions to w'.

d) Of course there are other known integral operators, fractional or not, that can be obtained as particular cases of the previous one, but we leave it to interested readers.

In 2015, Caputo and Fabrizio proposed the following operator (see [3]:

Let $0 < \alpha \leq 1$, $f \in AC^1[\nu_1, \nu_2]$. The right-sided and left-sided Caputo-Fabrizio fractional derivative of order α are defined as follows:

$$\begin{aligned} \left({}^C D^\alpha_{\nu_1+} f\right)(t) &= \frac{B(\alpha)}{1-\alpha}\int_{\nu_1}^t f'(x)e^{-\frac{\alpha(t-x)^\alpha}{1-\alpha}}dx, t > \nu_1 \\ \left({}^C D^\alpha_{\nu_2-} f\right)(t) &= -\frac{B(\alpha)}{1-\alpha}\int_t^{\nu_2} f'(x)e^{-\frac{\alpha(x-t)^\alpha}{1-\alpha}}dx, t < \nu_2, \end{aligned}$$

where $B(\alpha)$ is a normalization function such that $B(0) = B(1) = 1$.

Their corresponding integral operators given by:

Let $0 < \alpha \leq 1$, $f \in AC^1[\nu_1, \nu_2]$. The right-sided and left-sided Caputo-Fabrizio integral of order α are defined as follows:

$$\begin{aligned} \left({}^{CF} I^\alpha_{\nu_1+} f\right)(t) &= \frac{1-\alpha}{B(\alpha)}f(t) + \frac{\alpha}{B(\alpha)}\int_{\nu_1}^t f(y)dy, t > \nu_1 \\ \left({}^{CF} I^\alpha_{\nu_2-} f\right)(t) &= \frac{1-\alpha}{B(\alpha)}f(t) + \frac{\alpha}{B(\alpha)}\int_t^{\nu_2} f(y)dy, t < \nu_2, \end{aligned}$$

where $B(\alpha)$ is a normalization function such that $B(0) = B(1) = 1$.

In this paper we obtain new integral inequalities, within the framework of (h, m)-convex functions modified of second type, using weighted integrals. Various consequences for fractional integrals of type CF are presented throughout the work.

Referencias

[1] A. Akkurt, M. E. Yildirim, H. Yildirim, On some integral inequalities for (k, h)-RiemannLiouville fractional integral, NTMSCI 4, No. 1, 138–146 (2016). http://dx.doi.org/10.20852/ntmsci.2016217824

[2] B. Bayraktar, J. E. Nápoles V., A note on Hermite-Hadamard integral inequality for (h, m)-convex modified functions in a generalized framework, submited.

[3] M. Caputo, M. Fabrizio, A new definition of fractional derivative without singular kernel, Prog. Fract. Differ. Appl. 1 (2) (2015) 73–85.

[4] J. Hadamard, Étude sur les propriétés des fonctions entiéres et en particulier d'une fonction considérée par Riemann, J. Math. Pures App. 9, 171–216 (1893).

[5] C. Hermite, Sur deux limites d'une intégrale définie, Mathesis3, 82 (1883).

[6] F. Jarad, T. Abdeljawad, T. Shah, On the wighted fractional operators of a function with respect to another function, Fractals, Vol. 28, No. 8 (2020) 2040011. DOI: 10.1142/S0218348X20400113

[7] F. Jarad, E. Ugurlu, T. Abdeljawad, D. Baleanu, On a new class of fractional operators, Adv. Differ. Equ. 2017, 247.

[8] T. U. Khan, M. A. Khan, Generalized conformable fractional integral operators, J. Comput. Appl. Math. 2019, 346, 378–389.

[9] J. E. Nápoles Valdes, A Review of Hermite-Hadamard Inequality, Partners Universal International Research Journal (PUIRJ), Vol. 1, No. 4, 2022, 98–101. DOI:10.5281/zenodo.7492608

[10] J. E. Nápoles Valdés, F. Rabossi, A. D. Samaniego, Convex functions: Ariadne's thread or Charlotte's spiderweb?, Advanced Mathematical Models & Applications Vol.5, No.2, 2020, pp.176–191.

Acotación de Sucesión de Operadores, el aporte de Cotlar en el Teorema de Carleson

José Luis Nieva
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UNCa, Argentina
jln@exactas.unca.edu.ar

En este artículo se presenta un análisis de la teoría de integrales singulares, desarrollada por Calderón y Zygmund, con el objetivo de analizar los operadores usados en las integrales singulares y su aplicación al estudio de la convergencia del desarrollo en serie de Fourier en espacios de funciones integrables de Lebesgue, para obtener, usando las condiciones del lema de Cotlar y su generalización, las acotaciones de sucesiones de operadores usados en la demostración del teorema de Carleson realizada por C. Fefferman.

Trabajo en conjunto con Erick Galay (Universidad Nacional de Catamarca, Argentina), Marcos Juárez (Universidad Nacional de Catamarca, Argentina) y Andrea Espeche (Universidad Nacional de Catamarca, Argentina).

Multiplicadores de Haar, distancias diádicas y operadores de Calderón-Zygmund en el contexto bilineal en espacios de tipo homogéneo.

Luis Nowak
Departamento de Matemática(FaEA, Universidad Nacional del Comahue) y Instituto de Investigaciones en Tecnología y Ciencias de la Ingeniería (IITCI) CONICET, Argentina
luisenlitoral@yahoo.com.ar

En este trabajo abordamos el estudio de operadores de tipo multiplicadores de Haar bilineal en el contexto de espacios de tipo homogéneo. Si (X, d, μ) es un espacio de tipo homogéneo, D es una familia diádica y H es un sistema de Haar asociado, entonces estudiamos operadores de la forma

$$T_\eta^0(f,g)(x) = \sum_{Q\in D} \sum_{\substack{h_i\in H \\ h_i\in H(Q) \\ i=1,2,3}} \eta(x,Q)\langle f,h_1\rangle\langle g,h_2\rangle h_3(x),$$

$$T^1_\eta(f,g)(x)=\sum_{Q\in D}\sum_{\substack{h\in H\\ h\in H(Q)}}\eta(x,Q)\langle f,h\rangle\langle g,h\rangle\frac{\chi_Q(x)}{\mu(Q)},$$

$$T^2_\eta(f,g)(x)=\sum_{Q\in D}\sum_{\substack{h\in H\\ h\in H(Q)}}\eta(x,Q)\left\langle f,\frac{\chi_Q}{\mu(Q)}\right\rangle\langle g,h\rangle h(x),$$

$$T^3_\eta(f,g)(x)=\sum_{Q\in D}\sum_{\substack{h\in H\\ h\in H(Q)}}\eta(x,Q)\langle f,h\rangle\left\langle g,\frac{\chi_Q}{\mu(Q)}\right\rangle h(x),$$

donde $H(Q)$ es el conjunto de todas las funciones de Haar con soporte Q.

Más precisamente, estudiamos condiciones sobre la función η que impliquen que los operadores anteriores resulten estar asociados a núcleos de Calderón-Zygmund en el sentido de tener una representación integral con un núcleo con buenas propiedades de acotación y regularidad.

Dada la naturaleza diádica de las funciones de Haar, consideramos métricas asociadas a familias diádicas como sustituto natural de la métrica euclídea. Así, las funciones de Haar resultan ser de tipo Lipschitz en este contexto con métrica diádica. Esta condición de regularidad de las funciones de Haar, sumada a una hipótesis similar sobre la función η permite probar que los operadores T^i_η con $i=0,1,2,3$ son operadores bilineales de Calderón-Zygmund en el espacio métrico (X,δ,μ) donde δ es la métrica diádica asociada a la familia diádica D. Tales resultados se resumen en el siguiente enunciado.

Teorema: Sea (X,d,μ) un espacio de tipo homogéneo, D una familia diádica y H un sistema de Haar asociado. Sea δ la métrica diádica inducida por la familia diádica D. Sea $\eta: X\times D\to\mathbb{R}$ una función que es medible en $x\in X$ para cada $Q\in D$. Entonces

1) si existe una constante positiva B tal que $|\eta(x,Q)|\le\frac{B}{\mu(Q)^{1/2}}$ for $x\in X$, $Q\in D$ y $|\eta(x,Q)-\eta(x',Q)|\le B\dfrac{\delta(x,x')}{\mu(Q)^{3/2}}$ for $Q\in D$ and $x,x'\in X$ entonces la función

$$K(x,y,z)=\sum_{Q\in D}\sum_{\substack{h_i\in H(Q)\\ i=1,2,3}}\eta(x,Q)h_1(y)h_2(z)h_3(x)$$

es un núcleo δ-bilineal de Calderón-Zygmund sobre (X,δ,μ).

2) si existe una constante positiva B tal que $|\eta(x,Q)|\le B$ para $x\in X$, $Q\in D$ y $|\eta(x,Q)-\eta(x',Q)|\le B\dfrac{\delta(x,x')}{\mu(Q(h))^{1/2}}$ for $Q\in D$ and $x,x'\in X$ entonces las funciones

$$K_1(x,y,z)=\sum_{Q\in D}\sum_{\substack{h_i\in H(Q)\\ i=2,3}}\eta(x,Q)\chi_Q(y)h_2(z)h_3(x),$$

$$K_2(x,y,z)=\sum_{Q\in D}\sum_{\substack{h_i\in H(Q)\\ i=1,3}}\eta(x,Q)h_1(y)\chi_Q(z)h_3(x),$$

$$K_3(x,y,z)=\sum_{Q\in D}\sum_{\substack{h_i\in H(Q)\\ i=1,2}}\eta(x,Q)h_1(y)h_2(z)\chi_Q(x),$$

son núcleos δ-bilineal de Calderón-Zygmund sobre (X,δ,μ).

3) si existe una constante positiva B tal que $|\eta(x,Q)|\le B$ para $x\in X$, $Q\in D$ y $|\eta(x,Q)-\eta(x',Q)|\le B\dfrac{\delta(x,x')}{\mu(Q(h))^{1/2}}$ for $Q\in D$ and $x,x'\in X$ entonces los operadores T^2_η y T^3_η son acotados de $L^4(X)\times L^4(X)$ en $L^2(X)$. Así, T^2_η y T^3_η son operadores bilineales de Calderón-Zygmund.

Como aplicación, consideramos los operadores

$$S^{i,j,k}(f,g)=\sum_{L\in D^+}A^{i,j,k}_L(f,g),$$

con

$$A^{i,j,k}_L(f,g)=\sum_{\substack{I\in D_i(L)\\ J\in D_j(L)\\ K\in D_k(L)}}\alpha_{I,J,K,L}\langle f,\tilde h_I\rangle\langle g,\tilde h_J\rangle h_K,$$

donde $D_m(L)$ es el conjunto de todos los subintervalos diádicos del intervalo diádico L tal que $|Q| = 2^{-m}|L|$ para $m \in \mathbb{N}$, $|\alpha_{I,J,K,L}| \leq \frac{(|I||J||K|)^{1/2}}{|L|^2}$ y el par $(\tilde{h}_I, \tilde{h}_J) \in \left\{(h_I, h_J), (\frac{\chi_I}{|I|}, h_j), (h_I, \frac{\chi_J}{|J|})\right\}$. Estos operadores juegan un rol central en la teoría de representación de operadores de Calderón-Zygmund bilineales como se muestra en el trabajo BILINEAR REPRESENTATION THEOREM de Kangwei Li, Henri Martikainen, Yumeng Ou, Emil Vuorinen. Las técnicas utilizadas y los resultados obtenidos en nuestro trabajo permiten probar que tales operadores $S^{i,j,k}$ resultan ser operadores bilineales de Calderón-Zygmund cuando consideramos la métrica diádica asociada a la familia diádica usual en el contexto euclídeo.

Trabajo en conjunto con Raquel Crescimbeni (IITCI, Dpto. Matemática-FaEA-UNComa) y Claire Huang (Saint Louis University, EEUU).

Referencias

[1] H. Aimar, A. Bernardis and B. Iaffei. Multiresolution approximation and unconditional bases on weighted Lebesgue spaces on spaces of homogeneous type, J. Approx. Theory, 148 (2007) 12–34.

[2] H. Aimar and I. Gómez. On the Calderón-Zygmund structure of Petermichl's kernel, C.R. Acad. Sci. Paris, Ser.I 356 (2018) 509–516.

[3] H. Aimar, R. Crescimbeni y L. Nowak. Singular Integrals with Variable Kernels in Dyadic Settings. Acta Mathematica Sinica, English Series. Volume 39, pages 1565–1579, (2023)

DINÁMICA DE OPERADORES DE MULTIPLICACIÓN EN EL ESPACIO DE HARDY DE SERIES DE DIRICHLET

Matías Palumbo
Universidad Nacional de Rosario, Argentina
matiaspalumbo19@gmail.com

La dinámica de operadores lineales consiste en el estudio de propiedades topológicas de las órbitas de operadores lineales sobre espacios de Banach, es decir, en el estudio de los conjuntos resultantes a partir de las iteraciones de un operador. Un concepto clave es la noción de operador hipercíclico, esto es, un operador tal que la órbita de algún elemento es densa en el espacio.

En el caso de espacios de funciones, son de interés los operadores de multiplicación asociados a ciertas funciones φ. Estos operadores se suelen notar por M_φ, y a cada elemento f del espacio en cuestión le asignan el elemento $M_\varphi(f) = \varphi f$.

Analizamos la dinámica de los operadores de multiplicación y sus adjuntos en el espacio de Hardy de series de Dirichlet, denotado $\mathfrak{H}_2$. Las series de Dirichlet son funciones analíticas de la forma

$$f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n n^{-s},$$

con coeficientes $a_n \in \mathbb{C}$, y el espacio $\mathfrak{H}_2$ refiere a las series de Dirichlet tales que

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 < \infty.$$

En este espacio, caracterizamos a los operadores adjuntos de multiplicación M_φ^* hipercíclicos a partir de la imagen de φ.

Una herramienta crucial en este trabajo es la transformada de Bohr, una aplicación que a través del Teorema Fundamental de la Aritmética identifica a las series de Dirichlet con funciones analíticas en infinitas variables.

Trabajo en conjunto con Santiago Muro (Universidad Nacional de Rosario, Argentina) y Rodrigo Cardeccia (Instituto Balseiro, Argentina).

La dimensión exacta del conjunto de Liouville: el lado de Fourier

Iván Polasek
IMAS-CONICET, Argentina
ivanpolasek17@gmail.com

Trabajamos con medidas de Rajchman soportadas en conjuntos de dimensión de Hausdorff 0. Sabemos que en estos casos la dimensión de Fourier es 0, esto es, una tal medida μ debe decaer a cero más lentamente que cualquier recíproco de una potencia $\xi^{-\alpha}$.

Nos interesa entender qué decaimientos son aceptables para medidas soportadas en algún conjunto específico. En el caso particular del conjunto de números de Liouville $\mathbb{L}$, hemos retomado un resultado de Bluhm para probar un teorema que garantiza que la condición necesaria de decaer más lentamente que cualquier recíproco de potencia es en espíritu suficiente. A su vez, usamos la invariancia por traslaciones enteras de $\mathbb{L}$ para construir análisis y ejemplos interesantes que escapan a la clasificación dada por el teorema mencionado.

Trabajo en conjunto con Ezequiel Rela (IMAS–CONICET).

Operadores de variación asociados a semigrupos generados por operadores de Hardy

Pablo Quijano
IMAL (UNL–CONICET), Argentina
pabloquijanoar@gmail.com

Consideramos $\{W^{\alpha}_{\lambda,t}\}_{t>0}$, el semigrupo generado por $-\mathbb{L}^{\alpha}_{\lambda}$, donde $\mathbb{L}^{\alpha}_{\lambda}$ es un operador de Hardy en el semiespacio. El operador $\mathbb{L}^{\alpha}_{\lambda}$ involucra un laplaciano fraccionario y está definido como

$$\mathbb{L}^{\alpha}_{\lambda} = (-\Delta)^{\alpha/2}_{\mathbb{R}^d_+} + \lambda x_d^{-\alpha}, \quad \alpha \in (0,2], \lambda \geq 0.$$

Para $\rho > 0$ y $\{a_t\}_{t>0}$ un conjunto de números complejos, se define el operador de ρ-variación $\mathcal{V}(\{a_t\}_{t>0})$ como

$$\mathcal{V}_{\rho}(\{a_t\}_{t>0}) = \sup_{\{t_i\}_{i=1}^{n},\ n\in\mathbb{N}} \left(\sum_{j=0}^{n-1} \left| a_{t_{j+1}} - a_{t_j} \right|^{\rho} \right)^{1/\rho},$$

siendo $\{t_i\}_{i=1}^{n}$ una sucesión creciente de números positivos.

Además, si para algún $p \in (1,\infty)$, T_t es un operador acotado en $L^p(\Omega,\mu)$ para todo $t>0$, siendo (Ω,μ) un espacio de medida, el operador de variación $\mathcal{V}_{\rho}(\{T_t\}_{t>0})$ se define como

$$\mathcal{V}_{\rho}(\{T_t\}_{t>0})(f)(x) = \mathcal{V}(\{T_t(f)(x)\}_{t>0}), \quad f \in L^p(\Omega,\mu).$$

Mostraremos que es posible probar que para $k \in \mathbb{N}$, el operador de ρ-variación $\mathcal{V}_{\rho}\left(\left\{t^k \partial_t^k W^{\alpha}_{\lambda,t}\right\}\right)$ es acotado en $L^p(\mathbb{R}^d_+, w)$ para todo $p \in (1,\infty)$ y $w \in A_p(\mathbb{R}^d_+)$, siendo $A_p(\mathbb{R}^d_+)$ la p-clase de pesos de Muckenhoupt en $\mathbb{R}^d_+$.

Trabajo en conjunto con Jorge J. Betancor (Universidad de La Laguna, España) y Estefanía Dalmasso (IMAL (UNL–CONICET), FIQ(UNL)).

Análisis Microlocal de una Transformada de Radon sobre Líneas V Dobles y su Aplicación en Imágenes

Mariel Rosenblatt
Instituto de Ciencias, Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
mrosen@campus.ungs.edu.ar

Las transformadas tipo Radon modelan una amplia gama de dispositivos de adquisición de imágenes basadas en emisión de radiación. En este trabajo, nos centramos en una configuración de cámara Compton 2D con un detector lineal, que se modela con la transformada de Radon en líneas V. La falta de datos es un problema intrínseco de la cámara Compton, lo cual compromete la reconstrucción de las imágenes, pues la solución analítica para la reconstrucción, conocida como fórmula de retroproyección filtrada, asume un detector de tamaño infinito.

La teoría del análisis microlocal se fundamenta en el análisis de Fourier y la geometría diferencial y se aplica dentro del marco de la teoría clásica de la transformada de Radon y los operadores integrales. Esta teoría proporciona una caracterización precisa de las singularidades adicionales o artefactos que surgen en la reconstrucción de la imagen, los cuales no son inherentes al objeto original.

En este trabajo definimos una transformada de Radon en líneas V dobles y desarrollamos los resultados teóricos necesarios para obtener una fórmula de retroproyección filtrada para funciones en $\mathcal{S}(\mathbb{R}^2)$, el espacio de funciones de la clase de Schwartz, que además sean pares en la segunda coordenada, con soporte contenido en $\mathbb{R}^2 \setminus \{(x_1, 0),\ x_1 \in \mathbb{R}\}$. Asimismo, implementamos una modificación a la fórmula de retroproyección filtrada para aplicarla en la práctica a funciones integrables de soporte compacto, con el objetivo de reconstruir imágenes y reducir las singularidades añadidas o artefactos. El operador de reconstrucción propuesto se puede caracterizar como un operador integral que exhibe propiedades pseudodiferenciales al aplicarse a funciones pares en la segunda coordenada. Esta característica es fundamental, ya que establece el marco teórico necesario para respaldar la utilidad del operador como una herramienta efectiva en la reconstrucción de imágenes, disminuyendo la presencia de artefactos.

Trabajo en conjunto con Marcela Morvidone (Universidad Nacional de San Martín, Argentina) y Javier Cebeiro (Universidad Nacional de San Martín y CNEA FCDN, Argentina).

ESTABILIDAD DE MEDIDAS CRISTALINAS ANTE PERTURBACIONES ALEATORIAS

Luciano Gabriel Scazzola
IAM-CONICET, Argentina
lucianoscazzola@gmail.com

Las medidas cristalinas son medidas atómicas para las cuales vale una fórmula de Poisson. En otras palabras, su transformada de Fourier distribucional vuelve a ser una medida atómica. Debido al interés por el comportamiento de estas medidas frente a perturbaciones y motivados por resultados recientes relacionados con perturbaciones aleatorias de retículos y conjuntos modelos de Meyer, nos hemos propuesto estudiar el comportamiento de las medidas cristalinas frente a perturbaciones aleatorias, tanto de su soporte, como de la masa de cada átomo. En esta charla, comentaremos los resultados obtenidos en conjunto con Jorge Antezana y su relación con otros trabajos.

Trabajo en conjunto con Jorge Antezana (CMaLP-UNLP, IAM-CONICET, UB).

Referencias

[1] O. Yakir, Recovering the lattice from its random perturbations, Int. Math. Res. Not. IMRN 8 (2022), 6243–6261.

[2] M. Petrache, R. Viera, Almost sure recovery in quasi-periodic structures, ArXiv.org/abs/2112.11613.

[3] N. Lev, A. Olevskii, Quasicrystals and Poisson's summation formula, Invent. Math. 200 (2015), 585–606.

[4] P. Kurasov, P. Sarnak, Stable polynomials and crystalline measures, J. Math. Phys. 61 no.8 (2020), 083501, 13 pp.

[5] M. Baake, U. Grimm, Mathematical diffraction of aperiodic structures, Chem. Soc. Rev., 41 (2012).

[6] A. Olevskii, A. Ulanovskii, Fourier Quasicrystals with Unit Masses, Comptes Rendus. Mathématique, 358 no. 11-12 (2020), 1207–1211.

[7] Y. Meyer, Measures with locally finite support and spectrum, PNAS 113 (12) 3152-3158.

ENFOQUE SPARSE PARA LA ACOTACIÓN DEL OPERADOR INTEGRAL FRACCIONARIO LOCAL CON DOS PESOS.

Juan Manuel Sotto Ríos
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral. "Dra. Eleonor Harboure" (UNL-CONICET), Argentina
JuanMSotto@gmail.com

Para un conjunto $\Omega \subsetneq \mathbb{R}^n$ abierto y no vacío y $\beta \in (0,1)$, consideramos la familia de cubos $\mathcal{F}_\beta = \{Q(x,l) : l < \beta\, d(x,\Omega^c)\}$, donde d es la métrica d_∞. En este trabajo estudiamos desigualdades con dos pesos de la Integral fraccionaria local I_β^γ, con $0 < \gamma < 1$, definida para $f \in L^1_{\mathrm{loc}}(\Omega)$ como:

$$I_\beta^\gamma f(x) = \int_{Q(x,\beta d(x,\Omega^c))} \frac{f(y)}{|x-y|^{n(1-\gamma)}}\,dy\,,$$

para cada $x \in \Omega$. Para esto, consideramos un par de pesos (u,v) en la clase $A^{\tau,\gamma}_{p,q,\varphi,\psi}$, con $1 < p \leq q < \infty$, $\tau \in (0,1)$, definida por la condición reforzada:

$$\sup_{Q\in\mathcal{F}_\tau} |Q|^{\gamma+\frac{1}{q}-\frac{1}{p}} \left\|u^{\frac{1}{q}}\right\|_{\varphi,Q} \left\|v^{-\frac{1}{p}}\right\|_{\psi,Q} < \infty\,,$$

donde en cada uno de los pesos se considera una norma promediada de Luxemburgo con respecto a las funciones de Young φ y ψ, ver [1]. Con esto, obtuvimos el siguiente resultado

Teorema : Sean $1 < p \leq q < \infty$ y $0 < \tau, \gamma < 1$. Para φ y ψ funciones de Young tal que $\overline{\varphi} \in B_{q'}$ y $\overline{\psi} \in B_p$,consideremos un par de pesos $(u,v) \in A^{\tau,\gamma}_{p,q,\varphi,\psi}$. Entonces, para cada $\beta \in (0,\tau)$ se tiene:

$$I_\beta^\gamma : L^p(\Omega, v) \to L^q(\Omega, u)\,.$$

En la demostración del teorema se utiliza una técnica con operadores de tipo Sparse similares a las que aparecen en [1]. Además obtuvimos, como aplicación, el siguiente resultado de inmersión:

$$W^{1,p}_{\rho,v}(\Omega) \subset L^q(\Omega, u\rho^q)$$

donde estos espacios están definidos como en [2]. Estos resultandos mejoran, en este contexto geométrico en particular, los obtenidos en [2].

Trabajo en conjunto con Mauricio Ramseyer (IMAL (UNL-CONICET); FIQ (UNL)) y Oscar Salinas (IMAL (UNL-CONICET); FIQ (UNL)).

Referencias

[1] David Cruz-Uribe. Two-weight inequalities for fractional integral operators and commutators. In Advanced courses of mathematical analysis VI, pages 25–85. World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2017.

[2] Ramseyer, M., Salinas, O. and Toschi, M. Two-weight boundedness for local fractional maximal and applications. In European Journal of Mathematics 9, 109 (2023).

INTERACCIONES DE ORDEN SUPERIOR

Joaquín Toledo
IMAL-CONICET, Argentina
joaquintoledo@santafe-conicet.gov.ar

La teoría clásica de campos parte del potencial de Newton como recíproco de la métrica de Euclides. Este núcleo $\frac{1}{d(x,y)}$ induce por integración, en la variable y, el potencial generado por una densidad $f(y)$, produciendo así un operador lineal. Cuando esta idea se extiende a interacciones de orden superior a dos, una forma análoga de potencial produciría un operador multilineal, o un tensor de orden mayor que dos. Esta mirada induce la consideración de "atracciones" o "afinidades" de orden superior y nociones de "métricas" en grupos de elementos de cardinal mayor que dos. Nos limitaremos aquí al caso de grupos de tres elementos.

Precisemos: Si X es un conjunto y $\mathbf{d} : X^3 = X \times X \times X \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ es una función que vale cero en la diagonal Δ_3 de X^3 y solo sobre ella, que es invariante por permutaciones σ de $\{1,2,3\}$, es decir $\mathbf{d}(\sigma(x_1,x_2,x_3)) = \mathbf{d}(x_{\sigma(1)}, x_{\sigma(2)}, x_{\sigma(3)}) = \mathbf{d}(x_1,x_2,x_3)$ y satisface una desigualdad del tipo

$$\mathbf{d}(x_1,x_2,x_3) \leq K \text{máx}\{\mathbf{d}(x_1,x_2,u), \mathbf{d}(x_1,x_3,u), \mathbf{d}(x_2,x_3,u)\}$$

para todos $u, x_1, x_2, x_3 \in X$, entonces decimos que **d** es una cuasi-métrica de orden tres. En [1] se prueba que una noción de atracción o afinidad transitiva a entre pares de elementos de X siempre tiene una estructura Newtoniana $a = \varphi(d)$ con φ convexa y d cuasi-métrica en X.

En este trabajo estudiamos el problema de casi-metrización de afinidades de tercer orden. Ilustramos la técnica en conjuntos de series temporales de EEG (Electroencefalografía) en neurociencias. El resultado principal se resume en el siguiente enunciado:

Teorema: Sea X un conjunto. Sea $\mathbf{a} : X^3 \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, una afinidad de tercer orden, es decir:

(a.1) $\mathbf{a} \circ \sigma = \mathbf{a}$ si $\sigma(x_1, x_2, x_3) = (x_{\sigma(1)}, x_{\sigma(2)}, x_{\sigma(3)})$ y σ es permutación de $\{1, 2, 3\}$;

(a.2) $\mathbf{a}(\overline{x}) = +\infty$ si y solo si $\overline{x} \in \Delta_3 \quad (x_1 = x_2 = x_3)$;

(a.3) Si $\mathbf{a}(x_1, x_2, u) > \lambda$, $\mathbf{a}(x_1, u, x_3) > \lambda$ y $\mathbf{a}(u, x_2, x_3) > \lambda$ entonces $\mathbf{a}(x_1, x_2, x_3) > \frac{\lambda}{C}$ para alguna constante $C > 1$ y todo $\lambda > 0$.

Entonces, si $\mathcal{V}(r) = \{\overline{x} = (x_1, x_2, x_3) \in X^3 : \mathbf{a}(\overline{x}) > \frac{1}{r}\}$, y $\mathcal{V}^{(3)} = \{(x_1, x_2, x_3) : \exists v \in X/(x_1, x_2, v) \in \mathcal{V}, (x_1, x_3, v) \in \mathcal{V}, (x_2, x_3, v) \in \mathcal{V}\}$ se tiene que

$(\mathcal{V}_1)$ $\mathcal{V}(r_1) \subseteq \mathcal{V}(r_2)$, $\infty > r_2 > r_1 > 0$;

$(\mathcal{V}_2)$ $\sigma(\mathcal{V}(r)) = \mathcal{V}(r)$, para toda σ y para todo $r > 0$;

$(\mathcal{V}_3)$ $\bigcup_{r>0} \mathcal{V}(r) = X^3$;

$(\mathcal{V}_4)$ $\bigcap_{r>0} \mathcal{V}(r) = \Delta_3$;

$(\mathcal{V}_5)$ existe $K \geq 1 : (\mathcal{V}(r))^{(3)} \subseteq \mathcal{V}(Kr)$, para todo $r > 0$;

y la función $\mathbf{d}(x_1, x_2, x_3) = \text{ínf}\{r > 0 : \overline{x} \in \mathcal{V}(r)\}$ es una casi-métrica de orden tres con la que **a** tiene estructura Newtoniana, es decir $\mathbf{a} \simeq \frac{1}{\mathbf{d}^\alpha}$ para algún $\alpha > 0$.

La idea subyacente proviene de la aplicación que hacen Macías y C. Segovia en [4] del Lema de metrización de Huke Frink [2] , [3] de uniformidades con bases numerables.

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (IMAL-CONICET) y Ivana Gómez (IMAL-CONICET).

Referencias

[1] H. Aimar and I. Gómez. Affinity and distance. On the Newtonian structure of some data kernels. Analysis and Geometry in Metric Spaces, 6(1):89–95, 2018.

[2] A. Huke Frink. Distance functions and the metrization problem. Bull. Amer. Math. Soc., 43(2):133–142, 1937.

[3] J. L. Kelley. General topology. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1975. Reprint of the 1955 edition [Van Nostrand, Toronto, Ont.], Graduate Texts in Mathematics, No. 27.

[4] R. A. Macías and C. Segovia. Lipschitz functions on spaces of homogeneous type. Adv. in Math., 33(3):257–270, 1979.

EXTRAPOLACIÓN DE COMPACIDAD Y UNA CLASE DE OPERADORES PSEUDODIFERENCIALES

Rodolfo H. Torres
Universidad de California, Riverside, USA
rodolfo.h.torres@ucr.edu

El teorema de extrapolación de Rubio de Francia se ha convertido en una herramienta poderosa para la extensión de la acotación de un operador desde un espacio de Lebesgue con peso a otros espacios. A través de los años, este teorema clásico ha sido generalizado a varios otros contextos, resultando muy útil en muchas aplicaciones. Más recientemente, varios autores han estudiado algunas extensiones para extrapolar compacidad. Presentaremos una alternative simple de dicha extrapolación de compacidad y mostraremos una nueva aplicación a una cierta clase de operadores pseudodiferenciales, estableciendo su compacidad en espacios de Lebesgue con peso.

Trabajo en conjunto con María Jesús Carro y Javier Soria, Universidad Complutense, Madrid, España.

ACOTACIÓN DE CONMUTADORES DE OPERADORES FRACCIONARIOS

Bruno Urrutia
IMAL (CONICET - UNL), Argentina
bruno_m77@hotmail.com

Dada una función localmente integrable b y un operador integral T, su conmutador $[T, b]$ se define como $[T, b]f := T(bf) - bT(f)$, para alguna función apropiada f. En [1], los autores estudiaron el comportamiento de conmutadores, logrando mostrar que si T es un operador de Calderón-Zygmund, entonces es acotado de $L^p(\mathbb{R}^n)$ en sí mismo si y sólo si el símbolo b pertenece a $BMO(\mathbb{R}^n)$. También se probó que si los conmutadores $[R_j, b]$, $1 \leq j \leq n$ son acotados (siendo R_j las transformadas de Riesz), luego necesariamente $b \in BMO(\mathbb{R}^n)$. Para el caso fraccionario se tiene la siguiente caracterización: $b \in BMO(\mathbb{R}^n)$ si y sólo si el conmutador de la integral fraccionaria clásica $[I_\alpha, b]$ es acotado de $L^p(\mathbb{R}^n)$ en $L^q(\mathbb{R}^n)$, con $1/q = 1/p - \alpha/n$ (ver [2]). Por otro lado, en [3] se dan condiciones necesarias y suficientes sobre el símbolo b para la acotación $L^p(\mathbb{R}^n) \longmapsto BMO$ de conmutadores de operadores integrales singulares y fraccionarios en el caso límite $p = d/\alpha$.

En cuanto al estudio de operadores integrales asociados a una función de radio crítico, dar una caracterización para la acotación de sus conmutadores puede ser muy difícil. En [4], los autores dieron condiciones suficientes para la acotación de conmutadores de operadores integrales singulares, con núcleos que cumplen condiciones de tamaño y suavidad de tipo Hörmander, y de operadores integrales fraccionarios, cumpliendo condiciones de tamaño y suavidad puntales. En nuestro trabajo, a través del estudio de operadores maximales, logramos un resultado de acotación de operadores integrales fraccionarios entre espacios de Lebesgue con pesos, cuando el símbolo b pertenece a ciertos espacios de tipo BMO asociados a una función de radio crítico. A diferencia del trabajo realizado en [4], los núcleos de los operadores cumplen condiciones de tipo Hörmander, más débiles que las puntuales.

Trabajo en conjunto con Bruno Bongioanni (Universidad Nacional del Litoral, Argentina) y Marisa Toschi (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Referencias

[1] R. R. Coifman, R. Rochberg and Guido Weiss. Factorization theorems for Hardy spaces in several variable. The Annals of Mathematics, Second Series, Vol. 103, No. 3 (May, 1976), pp. 611–635.

[2] S. Chanillo. A note on commutators. Indiana Univ. Math. J. 31 (1982), no. 1, 7–16.

[3] E. Harboure, C. Segovia, J. L. Torrea. Boundedness of commutators of fractional and singular integrals for the extreme values of p. Illinois J. Math. 41 (1997), no. 4, 676–700.

[4] B. Bongioanni, A. Cabral, E. Harboure. Lerner's inequality associated to a critical radius function and applications. J. Math. Anal. Appl. 407 (2013), 35–55.

MEJOR APROXIMACIÓN Y EXTENSIÓN EN ESPACIOS DE LORENTZ GAMMA

Ludmila Zabala
Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina
lzabala@exa.unrc.edu.ar

Los espacios de Lorentz, junto con sus numerosas modificaciones y extensiones como los espacios de Lorentz Gamma y los espacios de Orlicz-Lorentz, ocupan una posición central en la teoría de espacios de Banach. Estos espacios son cruciales para la interpolación de operadores lineales y están íntimamente relacionados con las desigualdades ponderadas.

Sean $a \in \mathbb{R}^+$ y L_0 la clase de todas las funciones medibles de Lebesgue que son finitas en casi todo punto sobre $(0, a)$ y que toman valores en la recta extendida $\mathbb{R}^*$. Para $f \in L_0$, denotamos su reordenamiento decreciente por f^* y consideramos el operador de Hardy definido por

$$f^{**}(t) = \frac{1}{t}\int_0^t f^*, \quad t > 0.$$

Sean $p \in \mathbb{R}^+$ y $w : (0, a) \to (0, \infty)$ una función peso integrable según Lebesgue. Para $f \in L_0$, definimos $F_{w,p}(f) = \int_0^a (f^{**})^p w$ y denotamos por $\Gamma_{w,p}$ al espacio de Lorentz Gamma, dado por

$$\Gamma_{w,p} = \{f \in L_0 : F_{w,p}(f) < \infty\}.$$

En estas condiciones se verifica que $\Gamma_{w,p} \subseteq \Gamma_{w,p-1}$ si $1 \leq p < \infty$.

En este contexto, introducimos el operador (multivaluado) de mejor $F_{w,p}$-aproximación $\mathcal{P}^S_{w,p} : \Gamma_{w,p} \to 2^S$ desde subespacios de Haar $S \subset L^\infty$ de dimensión finita para funciones en $\Gamma_{w,p}$, $1 \leq p < \infty$, mediante la condición

$$g \in \mathcal{P}^S_{w,p}(f) \quad \text{si} \quad F_{w,p}(f-g) = \operatorname*{ínf}_{h \in S} F_{w,p}(f-h).$$

Mostramos que $\mathcal{P}^S_{w,p}(f)$ es no vacío para $1 \leq p < \infty$, y unitario cuando $p > 1$. Utilizando transformaciones que preservan medidas, obtenemos una caracterización de $g \in \mathcal{P}^S_{w,p}(f)$, que permite la extensión de $\mathcal{P}^S_{w,p}$ para funciones en $\Gamma_{w,p-1}$. Además, presentamos propiedades del operador extendido.

Cabe destacar que estos resultados amplían aquellos publicados recientemente en [1,2] en espacios de Orlicz-Lorentz.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C614-2), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 203/23) y CONICET (PIP 112-202001-00694CO).

Trabajo en conjunto con Federico D. Kovac (Universidad Nacional de la Pampa, Facultad de Ingeniería) y Fabián E. Levis (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN).

Referencias

[1] D.E. Ferreyra, M.I. Gareis, F.E. Levis, Extended Best Polynomial Approximation Operator in Orlicz–Lorentz Spaces, Math. Nachr., 295 (7) (2022) 1292–1311.

[2] M.I. Gareis, F.D. Kovac, F.E. Levis, On a Generalization of the Extended Best Polynomial Approximation Operator in Orlicz-Lorentz Spaces, Math. Nachr., 296 (8) (2023) 3328–3343.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 3: Análisis Numérico y Optimización

ESTIMACIONES DE ERROR A POSTERIORI PARA LA APROXIMACIÓN *hp* DE ELEMENTOS FINITOS DE UN PROBLEMA DE VIBRACIONES FLUIDO-ESTRUCTURA EN DOMINIOS CURVOS

María Gabriela Armentano
Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires,
IMAS - CONICET, Buenos Aires, Argentina
garmenta@dm.uba.ar

En este trabajo introducimos y analizamos la aproximación por el método hp de elementos finitos de los modos de vibración de un sistema compuesto por un conjunto de tubos inmersos en un fluido contenido en una cavidad rígida, representando fehacientemente el dominio curvo utilizando triángulos curvos [4]. Este problema se presenta en el marco de la ingeniería nuclear ya que algunos diseños de las barras combustibles de los reactores nucleares de potencia, consisten en un arreglo de barras cilíndricas, los elementos combustibles, dispuestos en forma de coronas concéntricas, y que van alojados dentro de un tubo cilíndrico [3].

El problema puede plantearse en términos de la presión del fluido y en un marco bidimensional (específicamente una sección transversal plana curvada de la cavidad cilíndrica) [2]. Concretamente, sea $\Omega \subset R^2$ el dominio ocupado por el fluido, con borde exterior suave a trozos Γ_0 y sean Γ_j, $j = 1, \dots, K$, las interfaces entre cada uno de los K tubos y el fluido. Notamos con n la normal unitaria exterior al borde de Ω. El problema consiste en hallar ω y p tal que:

$$
\begin{aligned}
-\Delta \mathrm{p} &= \frac{\omega^2}{c^2}\mathrm{p} \qquad \text{en } \Omega,\\
\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial n} &= 0 \qquad \text{en } \Gamma_0,\\
\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial n} &= \frac{\rho_0 \omega^2}{k_j - m_j\omega^2}\left(\int_{\Gamma_j} \mathrm{p} n\right)\cdot n \qquad \text{en } \Gamma_j \quad j = 1, \dots, K.
\end{aligned}
$$

donde ρ_0 representa la densidad del fluido, c la velocidad del sonido en el fluido, mientras que k_j y m_j representan respectivamente la rigidez y la masa del $j-$ésimo tubo.

Si bien el problema de autovalores resultante no es estándar, puede reformularse de forma tal que, bajo apropiadas condiciones sobre el dominio curvo, podamos garantizar la convergencia del método y obtener estimaciones a priori del error tanto para las autofunciones como para los autovalores. Definimos un estimador a posteriori del error de tipo residual y estudiamos su eficiencia y confiabilidad. Analizamos en detalle el caso simétrico y proponemos una forma de resolverlo que nos permite simplificar el problema de autovalores y resolver de forma más eficiente el caso de autovalores múltiples. A su vez presentamos un algoritmo hp adaptativo (ver, por ejemplo, [1]) que permite, basándose en el estimador a posteriori del error y en un predictor del error, decidir en forma automática si en cada elemento de la triangulación hacer refinamiento h (i.e, refinar la malla) o refinamiento p (i.e., aumentar el orden del polinomio aproximante). Finalmente mostramos algunos ejemplos numéricos que nos permiten visualizar la buena performance del método propuesto.

Trabajo en conjunto con Claudio Padra (Departamento de Mecánica Computacional, Centro Atómico Bariloche - CONICET, 4800, Bariloche, Argentina) y Mario Scheble (Departamento de Mecánica Computacional, Centro Atómico Bariloche, 4800, Bariloche, Argentina).

Referencias

[1] M. G. Armentano, C. Padra, R. Rodriguez and M. Scheble, *An hp finite element adaptive scheme to solve the Laplace model for fluid-solid vibrations*,Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 200 (1-4), pp. 178–188 (2011).

[2] C. Conca, J. Planchard and M. Vanninathan, *Fluids and periodic structures*, Research in Applied Mathematics, vol. 38 (1995).

[3] J. M. Piracés, *Modelado de las vibraciones de un arreglo de tubos elásticamente montados inmersos en un fluido compresible utilizando adaptividad hp*, tesis de maestría, Instituto Balseiro, Universidad Nacional de Cuyo, Comisión Nacional de Energía Atómica, (2011).

[4] M. Zlamal, *Curved elements in the finite element method I*, SIAM J. Numer. Anal. vol. 10(1), pp. 229–240 (1973).

OPERADORES DE ELIMINACIÓN DE NODOS PARA SPLINES MEDIANTE MÍNIMOS CUADRADOS LOCALES

Silvano Carlos Figueroa
Universidad Nacional del Litoral, Facultad de Ingeniería Química, Argentina
nano95figueroa@gmail.com

Se proponen operadores de eliminación de nodos en splines generados a partir una técnica de mínimos cuadrados locales [1]. Estos operadores se basan en la construcción de inversas a izquierda de la matriz de inserción de nodos. Analizaremos por un lado la matriz de inserción de un solo nodo; y por otro lado, matrices de inserción de nodos de manera uniforme. Exploraremos propiedades de los operadores propuestos, tales como el patrón de esparcidad, preservación de soportes compactos, entre otras.

Trabajo en conjunto con Eduardo Garau (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Referencias

[1] G.H. Golub, Richard H. Bartels, Faramarz F. Samavati, Some Observations on Local Least Squares, BIT Numerical Mathematics 2003, Vol. 43, No. 1, 1–18

APROXIMACIÓN NUMÉRICA PARA EL FLUJO POR CURVATURA MEDIA DE SUPERFICIES CON BORDE.

Bárbara Solange Ivaniszyn
Universidad Nacional del Litoral , CONICET, Argentina
bivaniszyn@fiq.unl.edu.ar

Desde la perspectiva del enfoque paramétrico, se han desarrollado diversos métodos numéricos para aproximar la evolución de una superficie bajo el flujo de curvatura media. El primer método, propuesto por Dziuk en 1990, empleaba elementos finitos evolutivos, pero sin estimaciones del error. No fue sino hasta tres décadas después que el grupo de Kovács, Li y Lubich formuló el primer método numérico evolutivo convergente para superficies sin borde. Sin embargo, hasta la fecha, no se han obtenido estimaciones del error para esquemas numéricos considerando superficies con borde.

En esta charla, presentaremos un método numérico evolutivo para el flujo de curvatura media en superficies con borde, también desde el enfoque paramétrico. Nos centraremos en el caso de condiciones de borde Dirichlet, para el cual hemos logrado obtener estimaciones de error de orden óptimo, tanto para la semi-discretización espacial como para la discretización temporal.

Trabajo en conjunto con Pedro Morin (Universidad Nacional del Litoral, CONICET, Argentina) y Sebastián Pauletti (Universidad Nacional del Litoral, CONICET, Argentina).

APROXIMACIÓN POR ELEMENTOS FINITOS DEL PROBLEMA DE NAVIER-STOKES ESTACIONARIO CON DATO DE BORDE NO SUAVE

Mauricio Mendiluce
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA - IMAS, CONICET, Argentina
mauricio.mendiluce@gmail.com

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ un dominio acotado con borde Lipschitz, consideramos las ecuaciones estacionarias de Navier-Stokes dadas por:

$$\begin{aligned} -\nu\Delta\mathbf{u} + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u} + \nabla p &= \mathbf{f} \quad \Omega \\ \nabla\cdot\mathbf{u} &= 0 \quad \Omega \\ \mathbf{u} &= \mathbf{g} \quad \partial\Omega \end{aligned} \tag{1}$$

donde $\nu > 0$ es la viscosidad del fluido y $\mathbf{f}$ y $\mathbf{g}$ son funciones dadas. Es sabido que si consideramos $\mathbf{f} \in \mathbf{H}^{-1}(\Omega)$ y $\mathbf{g} \in \mathbf{H}^{1/2}(\partial\Omega)$, con $\int_{\partial\Omega} \mathbf{g}\cdot\mathbf{n} = 0$, la teoría clásica [5] nos asegura existencia de solución $(\mathbf{u}, p) \in \mathbf{H}^1(\Omega) \times L^2_0(\Omega)$. En este trabajo analizaremos la aproximación por elementos finitos de las ecuaciones estacionarias de Navier-Stokes con condición de Dirichlet no suave, i.e., $\mathbf{g} \in L^2(\partial\Omega)$, extendiendo así los resultados obtenidos en [1] para el problema de Stokes. La no linealidad de las ecuaciones de Navier-Stokes introduce una dificultad adicional, la cual impide generalizar directamente esos resultados.

En [4] se demuestra la existencia de solución para el problema de Navier-Stokes con dato de borde $\mathbf{g} \in L^2(\partial\Omega)$ bajo el concepto de *"very weak solution"*. Por otra parte, consideramos el problema (1) pero con un dato $\mathbf{g}_\varepsilon \in \mathbf{H}^{1/2}(\partial\Omega)$ que aproxime a $\mathbf{g}$ en norma $\mathbf{L}^2(\partial\Omega)$. Para obtener nuestras estimaciones, descomponemos la solución de (1) como suma de dos funciones, una no regular (que resuelve un problema de Navier-Stokes con dato de frontera igual a la diferencia entre $\mathbf{g}$ y su aproximante $\mathbf{g}_\varepsilon$) y otra regular que resuelve un problema similar al de Navier-Stokes (con términos adicionales consecuencia de la no linealidad del problema). Esta descomposición nos permite medir el error de aproximación, en alguna norma apropiada, entre la solución del problema (1) y la solución del mismo problema pero con dato de Dirichlet $\mathbf{g}_\varepsilon$.

Resolvemos el problema discreto asociado al problema (1) con dato regular utilizando distintos métodos de elementos finitos estables [2,3] y probamos estimaciones a priori del error de aproximación. Estos resultados permiten concluir la convergencia del método propuesto con un orden que depende de la aproximación de los datos de frontera. Finalmente, presentamos algunas pruebas numéricas de la resolución del denominado *"cavity flow problem"*, el cual es considerado un clásico *benchmark* para este tipo de problemas. medskip

Trabajo en conjunto con María Gabriela Armentano (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA - IMAS, CONICET, Argentina).

Referencias

[1] R. Durán, L. Gastaldi, and A. Lombardi. Analysis of finite element approximations of stokes equations with nonsmooth data. SIAM J. Numer. Anal., 58(6):3309–3331, 2020.

[2] M. D. Gunzburger and J. S. Peterson. On conforming finite element methods for the inhomogeneous stationary navier-stokes equations. Numerische Mathematik,.(42):173–194, 1983.

[3] K. Wang. Iterative schemes for the non-homogeneous navier-stokes equations based on the finite element approximation. Computers and Mathematics with Applications, 71(1):120–132, 2016.

[4] E. Marusic Paloka. Solvability of the navier–stokes system with L2 boundary data. Appl Math Optim,.(41):365–375, 2000.

[5] R. Temam. Navier-Stokes equations theory and numerical analysis. North-Holland Publishing Company, 1977.

CONVERGENCIA EN PROBLEMAS DISCRETOS DE CONTROL ÓPTIMO DISTRIBUIDO PARA LA ECUACIÓN DE HELMHOLTZ

Paulo Alejandro Pascal
Universidad Autónoma de Entre Ríos, Argentina
pascal3360@gmail.com

Se considera un dominio acotado Ω en $\mathbb{R}^n$ cuya frontera regular Γ consiste de la unión de dos porciones disjuntas Γ_i, $i = 1, 2$, con $med(\Gamma_i) > 0$. Se consideran los siguientes problemas elípticos [3]:

$$-\Delta u = g \quad \text{en } \Omega \qquad u|_{\Gamma_1} = b \qquad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_2} = q$$

$$-\Delta u = g \quad \text{en } \Omega \qquad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_1} = \alpha(u-b) \qquad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_2} = q$$

$$-\Delta u + \lambda u = g \quad \text{en } \Omega \qquad u|_{\Gamma_1} = b \qquad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_2} = q$$

$$-\Delta u + \lambda u = g \quad \text{en } \Omega \qquad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_1} = \alpha(u-b) \qquad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_2} = q$$

donde u es la temperatura en Ω, g es la energía interna en Ω, b es la temperatura sobre Γ_1 para (1) y (3) y la temperatura en un entorno externo de Γ_1 para (2) y (4), q es el flujo de calor en Γ_2, $\lambda > 0$ y $\alpha > 0$ es el coeficiente de transferencia de calor en Γ_1, que satisfacen: $g \in L^2(\Omega)$, $q \in L^2(\Gamma_2)$ y $b = cte$.

En relación a estos problemas y siguiendo [3, 4], se formulan problemas de control óptimo distribuido sobre g, denotados por C para (1), C_α para (2), C^λ para (3) y C_α^λ para (4). Vinculados a ellos y siguiendo [1, 2], se formulan aproximaciones discretas por el método de los elementos finitos con triángulos de Lagrange de tipo 1, con parámetro de discretización h, denotados por C_h, $C_{h\alpha}$, C_h^λ y $C_{h\alpha}^\lambda$, respectivamente. Se obtienen resultados de existencia y unicidad de las soluciones óptimas para los problemas discretos, se dan las correspondientes condiciones de optimalidad y se estudia el comportamiento asintótico de las controles óptimos, estados del sistema y estados adjuntos cuando el parámetro λ tiende a cero, el coeficiente de transferencia de calor α tiende a infinito y el parámetro de discretización h tiende a cero, simultáneamente.

Trabajo en conjunto con Claudia M. Gariboldi (Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina) y Domingo A. Tarzia (Universidad Austral, Argentina).

Referencias

[1] C.M. Bollo, C.M. Gariboldi, D.A. Tarzia, Numerical analysis of a family of simultaneous distributed-boundary mixed elliptic optimal control problems and their asymptotic behaviour through a commutative diagram and error estimates. Nonlinear Analysis: Real World Applications. 72 (2023), Article 103842.

[2] S.C. Brenner, L.R. Scott, The Mathematical theory of finite element methods. Springer, New York (2008).

[3] C.M. Gariboldi, A.V. Maero, D.A. Tarzia, Doble convergencia en problemas de control óptimo simultáneos para la ecuación de Helmholtz. MACI, 9 (2023). 101–104.

[4] C.M Gariboldi, D.A. Tarzia, Convergence of distributed optimal controls on the internal energy in mixed elliptic problems when the heat transfer coefficient goes to infinity, Applied Mathematics and Optimization, 47 (2003), 213–230.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS Y TOPOLÓGICAS DE CELDAS DE VORONOI DE ORDEN SUPERIOR

Micaela Araceli Virga
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Cuyo - CONICET, Argentina
micaela.virga@fce.uncu.edu.ar

En este trabajo estudiamos celdas generalizadas de Voronoi en el espacio Euclídeo, en particular, celdas de orden superior. Dado un conjunto arbitrario de puntos T y un subconjunto propio no vacío S, definimos la celda de Voronoi de S respecto a T como el conjunto de puntos del espacio euclídeo que se encuentran más cerca de los elementos de S que del resto de los elementos de T. Ya que esta celda se puede representar como el conjunto factible de un sistema de desigualdades lineales, podemos aplicar herramientas y teoría de la programación lineal para obtener propiedades geométricas y topológicas de esta celda en función de la geometría del conjunto T. En especial, presentamos condiciones suficientes para garantizar que la celda sea de dimensión completa, propiedad requerida en el área de la geometría computacional basada en diagramas de Voronoi.

Trabajo en conjunto con Andrea B. Ridolfi (ICAI - Facultad de Ciencias Aplicadas a la Industria, Universidad Nacional de Cuyo).

ESTABILIZACIÓN DE PROBLEMAS DE CONVECCIÓN DOMINANTE MEDIANTE BURBUJAS EXTENDIDAS.

Itatí Zocola
FIQ-UNL, Argentina
itazocola@gmail.com

En la década de 1990, Brezzi et al. propusieron un método basado en burbujas libres de residuo para la estabilización de problemas de convección-difusión con convección dominante. En el mismo, se define una burbuja en cada elemento de la partición. Proponemos un nuevo método que añade burbujas con dominio en dos elementos adyacentes.

En esta charla, discutiremos las ventajas y desventajas de la nueva propuesta, su implementación utilizando recursividad en el cálculo de las burbujas y presentaremos algunos experimentos numéricos que ilustran el desempeño del método.

Trabajo en conjunto con Pedro Morin (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 4: Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática

Intentando comprender (y evitar) los rebotes virales postratamiento en infecciones agudas

Marcelo Actis
Facultad de Ingeniería Química (UNL-CONICET), Argentina
mactis@fiq.unl.edu.ar

Los rebotes virales después de tratamientos antivirales son un fenómeno bien conocido en las infecciones agudas. En particular, una fracción significativa de personas infectadas con SARS-CoV-2 experimentó tales rebotes cuando fueron tratados con antivirales eficaces como Nirmatrelvir/Ritonavir (Paxlovid), según estudios recientes [1] Aunque se está estudiando desde un punto de vista biológico y estadístico [2,3], el mecanismo dinámico responsable de tal fenómeno aún no se comprende completamente. En este charla presentaremos una caracterización del comportamiento dinámico de modelos de células objetivo (target-cell models) para explicar los rebotes postratamiento desde la perspectiva de la estabilidad/inestabilidad de los equilibrios. Estableceremos condiciones para cualquier tratamiento antiviral para evitar los rebotes del virus, sin recurrir ni al efecto del sistema inmunológico ni al desarrollo de resistencia a través de mutaciones del virus. Los resultados de nuestras simulaciones ilustran el papel fundamental de la dosificación (es decir, las dosis y los momentos en que se administran los antivirales) para aprovechar adecuadamente los fármacos altamente eficaces y diseñar terapias adecuadas.

Trabajo en conjunto con Mara Perez (FIQ e INTEC, UNL-CONICET, Santa Fe, Argentina);, Ignacio Sanchez (INTEC, UNL-CONICET, Santa Fe, Argentina);, Esteban A. Hernandez-Vargas (University of Idaho, USA); y Alejandro H. González (FIQ e INTEC, UNL-CONICET, Santa Fe, Argentina).

Referencias

[1] Edelstein, Gregory E. et al. “SARS-CoV-2 virologic rebound with nirmatrelvir–ritonavir therapy: an observational study”. Annals of Internal Medicine, vol. 176, no. 12, 2023, pp. 1577–1585. American College of Physicians.

[2] Perelson, Alan S., Ribeiro, Ruy M. and Phan, Tin. “An explanation for SARS-CoV-2 rebound after Paxlovid treatment”. medRxiv, 2023, Cold Spring Harbor Laboratory Press.

[3] Ranard, Benjamin L. et al. “A mathematical model of SARS-CoV-2 immunity predicts paxlovid rebound”. Journal of Medical Virology, vol. 95, no. 6, 2023, e28854. Wiley Online Library.

Tomografía de Impedancia Eléctrica y Redes Neuronales para las clasificación de ACV.

Juan Pablo Agnelli
FaMAF-UNC y CIEM-CONICET, Argentina
jpagnelli@unc.edu.ar

Los accidentes cerebro vasculares (ACV) son uno de los problemas de salud más importantes en la actualidad y requieren de un tratamiento inmediato para evitar que causen un daño neurológico severo. Hay dos tipos de ACV: isquémico (coágulo que impide el flujo de sangre a una parte del cerebro) y hemorrágico (derrame originado por la rotura de un vaso cerebral). Los síntomas en ambos casos son los mismos, pero los tratamientos son muy diferentes. Contar con un “clasificador de ACV” portátil y poder comenzar el tratamiento del ACV directamente en una ambulancia sería de gran utilidad.

La Tomografía de Impedancia Eléctrica (TIE) es un método de imagen que permite reconstruir la conductividad del interior de un cuerpo, a través de mediciones de corriente y voltaje realizadas en su superficie. Desde el punto de vista matemático la TIE resulta un problema inverso no lineal y mal planteado.

En [1] se presenta una metodología para la clasificación de ACV que combina el uso de mediciones de TIE, un pre-procesamiento basado en el cómputo de las funciones VHED [2] que permiten una interpretación geométrica de las mediciones de TIE y finalmente el uso de redes neuronales. En esta charla continuamos con esta línea de investigación y extendemos el método a un escenario más realista.

Referencias

[1] J.P. Agnelli, A. Cöl, M. Lassas, R. Murthy, M. Santacesaria, and S. Siltanen. Classification of stroke using neural networks in electrical impedance tomography, Inverse Problems, 36 (2020), 115008.

[2] A. Greenleaf, M. Lassas, M. Santacesaria, S. Siltanen and G. Uhlmann, Propagation and recovery of singularities in the inverse conductivity problem, Anal. PDE, 11 (2018), 1901–1943

Modelos matemáticos para la propagación de enfermedades infecciosas y contagio en multitudes

Claudio Agustín Armas
FaMAF - UNC y CIEM - CONICET, Argentina
claudio.armas@mi.edu.unc.ar

La reciente pandemia de COVID-19 hizo evidente que controlar y erradicar una epidemia de una población es una tarea desafiante, con un fuerte impacto tanto en salud pública como en economía. Una dinámica compleja entra en juego al tratar de predecir (y por lo tanto prevenir) una mayor propagación de la enfermedad, y los modelos son claves para tratar de lograr este objetivo. En esta charla se aborda el estudio de la propagación de una epidemia e influencia de la conducta humana (específicamente conciencia del riesgo a contagiarse) a través del desarrollo de un modelo matemático para la dinámica de multitudes basado en la teoría cinética de partículas activas. El punto de partida es el modelo propuesto por Agnelli et al. [1] , donde se presenta un modelo cinético que combina el modelado de la evacuación de multitudes de un dominio acotado con la dinámica de contagio de una enfermedad infecciosa. A dicho modelo incorporamos una dinámica de contagio de la conciencia del riesgo a contagiarse. Mediante una serie de casos de estudios, exploramos diferentes escenarios que permiten analizar la interacción entre evacuación y contagio, y comprender en qué medida influyen la proximidad, el tiempo de permanencia e incluso la vacunación en la propagación de la enfermedad.

Trabajo en conjunto con Damián Knopoff (CIEM-CONICET) y Juan Pablo Agnelli (FaMAF - UNC y CIEM - CONICET).

Referencias

[1] J.P. Agnelli, B. Buffa, D. Knopoff, G. Torres. A Spatial Kinetic Model of Crowd Evacuation Dynamics with Infectious Disease Contagion, Bull. Math. Biol., Vol. 85, 2023.

Exploración de co-movimientos y causalidad en series financieras mediante análisis Wavelet

María Belén Arouxet
CMaLP-UNLP, Argentina
belen@mate.unlp.edu.ar

El estudio de las materias primas como activos financieros ha ganado prominencia debido a su baja correlación con otros activos, lo que ofrece beneficios de diversificación a los inversores. En este trabajo, se investiga la dinámica temporal y de frecuencia entre el índice de incertidumbre de política económica (GEPU), el índice de incertidumbre de Twitter (Davis, 2016) y un amplio conjunto de materias primas. Se examina un período extenso desde diciembre de 1997 hasta abril de 2022, de frecuencia mensual y diaria, que abarca diversas crisis económicas, políticas y sanitarias.

Aplicamos técnicas avanzadas de análisis wavelet, como la Transformada Wavelet Cruzada (XWT) y la Coherencia Wavelet (WTC), para estudiar los co-movimientos temporales y las relaciones de causalidad entre las series financieras, ya que esta técnica considera las no linealidades propias de estas series permitiendo realizar un análisis más profundo de los resultados. Admás, este enfoque permite no solo examinar la relación entre las series, sino también identificar las relaciones de adelanto-atraso (lead-lag) entre ellas (Torrence y Compo, 1998).

Nuestros resultados destacan que las materias primas exhiben comportamientos distintos según el tipo de crisis. Específicamente, durante la crisis financiera global y la crisis COVID-19, se observan co-movimientos más pronunciados en la mayoría de las materias primas. Este hallazgo subraya que las materias primas deben ser consideradas como un conjunto heterogéneo de activos financieros, cada uno con dinámicas subyacentes únicas, en lugar de una categoría homogénea.

Trabajo en conjunto con Veronica Pastor (Facultad de Ingeniería, UBA, Argentina), Aurelio F. Bariviera (Universitat Rovira i Virgili, Department of Business, Reus, España) y Victoria Vampa (Facultad de Ingeniería, UNLP, Argentina).

Referencias

[1] Davis, S.J., 2016. An Index of Global Economic Policy Uncertainty. Technical Report 22740. National Bureau of Economic Research. Cambridge, MA, USA.

[2] Torrence, C., Compo, G.P., 1998. A Practical Guide to Wavelet Analysis. Bulletin of the American Meteorological Society 79, 61–78.

MÉTODOS DE TIME SPLITTING DE ALTO ORDEN PARA UNA ECUACIÓN NO LINEAL DE GROSS-PITAEVSKII

Roberto Ben
Instituto del Desarrollo Humano, Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
rben@campus.ungs.edu.ar

Consideramos el problema de valores iniciales dado por la ecuación

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t}(\mathbf{x},t) = -\frac{1}{2}\nabla^2\psi(\mathbf{x},t) + \left(V(\mathbf{x},t) + \beta|\psi(\mathbf{x},t)|^2\right)\psi(\mathbf{x},t),\ \mathbf{x}\in\Omega,\ t\in[0,T],$$

con dato inicial $\psi(\mathbf{x},t_0) = \psi_0(\mathbf{x})$, $\Omega \subseteq \mathbb{R}^d$, $d \in \{1,2,3\}$. Esta ecuación no lineal de Gross-Pitaevskii (GPE) describe la dinámica de sistemas cuánticos de condensados de Bose-Einstein.

En este trabajo presentamos un enfoque numérico para obtener soluciones de la GPE bidimensional ($d = 2$), con potencial cuadrático $V(\mathbf{x},t) = \frac{1}{2}\gamma^2(x_1^2 + x_2^2)$. Calculamos el estado fundamental combinando métodos de splitting [1, 2] en el tiempo con la técnica de descenso por el gradiente. Abordamos también el estudio de la dinámica del problema de Cauchy tomando como dato inicial el estado fundamental calculado. Estudiamos la precisión de los resultados numéricos y la eficiencia de los métodos considerando diferentes órdenes de convergencia y pasos temporales. Comparamos con otros esquemas de orden alto utilizados en la literatura [3].

Trabajo en conjunto con Agustín Besteiro (Centro de Matemática Aplicada, Instituto de Tecnologías Emergentes y Ciencias Aplicadas (ITECA), Universidad Nacional de San Martín - CONICET, Buenos Aires, Argentina) y Diego Rial (Instituto de Matemática Luis Santaló, CONICET–UBA y Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Argentina).

Referencias

[1] J. P. Borgna, M. De Leo, D. Rial, and C. Sanchez de la Vega. General Splitting methods for abstract semilinear evolution equations. Commun. Math. Sci, Int. Press Boston, Inc. (2015), pp. 83–101.

[2] M. de Leo, D. Rial, and C. F. S. de la Vega, High-order time-splitting methods for irreversible equations, IMA J. Numer. Anal., (2015), pp. 1842–1866.

[3] Y. Fu, D. Hu, and G. Zhang, Arbitrary high-order exponential integrators conservative schemes for the nonlinear gross-pitaevskii equation, Computers and Mathematics with Applications, 121 (2022), pp. 102–114.

Relatividad General y Superficies Características: cronología del Formalismo de Superficies Nulas

Melina Bordcoch
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Universidad Nacional de Catamarca, Argentina
mbordcoch@exactas.unca.edu.ar

La Relatividad General es la rama de la física que mejor describe el fenómeno de gravitación. Enunciada por Albert Einstein en 1916 relaciona de manera directa la materia y energía presentes en una región con la geometría de esa región afirmando, de esta forma, que la gravedad es la curvatura del espaciotiempo. En 1983 se establece el Formalismo de Superficies Nulas (NSF) de la Relatividad General, un nuevo lenguaje para escribir las ecuaciones de Einstein (tradicionalmente escritas en términos tensoriales) que utiliza funciones que representan una familia de superficies nulas que folian el espaciotiempo. Entre 1995 y 1997 se escribió el conjunto de ecuaciones cinemáticas y dinámicas del NSF totalmente equivalentes a las ecuaciones de Einstein. Este conjunto está conformado por cinco ecuaciones complejas para las cuales las superficies nulas son, a la vez, fuente e incógnita. Se consiguió la solución a dichas ecuaciones a orden cero y uno en términos del dato libre, sin poder avanzar hacia los órdenes superiores debido a la dificultad manifiesta de las ecuaciones tal y como estaban escritas en aquellos años. En el 2016, se logró reducir el conjunto NSF a tres ecuaciones reales donde el rol del dato libre está bien definido y los términos de fuente son claros y concisos. En este trabajo se presenta la evolución cronológica de las ecuaciones del Formalismo de Superficies Nulas de la Relatividad General junto a la solución conseguida hasta segundo orden.

Trabajo en conjunto con Teresita Alejandra Rojas (CREAS CONICET Catamarca y Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Catamarca).

Evolución de la estructura simpléctica y la aplicación momento en sistemas Hamiltonianos discretos forzados

Matías Ignacio Caruso
Centro de Matemática de La Plata, Universidad Nacional de La Plata, Argentina
mcaruso@mate.unlp.edu.ar

Los sistemas mecánicos forzados forman una rica familia de sistemas dinámicos que permiten modelar una gran cantidad de sistemas de interés en robótica e ingeniería. La formulación Lagrangiana de estos sistemas está bastante desarrollada tanto en el mundo continuo como en el discreto. Sin embargo, no es así para el formalismo Hamiltoniano, donde la versión discreta está mucho menos desarrollada. El caso sin fuerzas, en el que es bien conocida la existencia de magnitudes conservadas por el flujo del sistema, ha sido estudiado por ejemplo en [1-5]; por el contrario, poco se sabe en presencia de fuerzas.

En esta comunicación, recordaremos la definición de sistema Hamiltoniano discreto forzado para sistemas cuyo espacio de configuraciones es un $\mathbb{R}$-espacio vectorial, y estudiaremos propiedades tales como la evolución de estructuras simplécticas y de aplicaciones momento por el flujo del sistema. Veremos también que, en ausencia de fuerzas, se recuperan los resultados usuales de conservación.

Trabajo en conjunto con Javier Fernández (Depto. de Matemática, Instituto Balseiro, UNCU–CNEA), Cora Tori (Depto. de Cs. Básicas, Fac. Ingeniería, UNLP; Centro de Matemática de La Plata) y Marcela Zuccalli (Depto. de Matemática, UNLP; Centro de Matemática de La Plata).

Referencias

[1] Clavero, F. J. (2014), Sistemas mecánicos discretos, Tesis de Licenciatura, Instituto Balseiro – U. N. de Cuyo y C.N.E.A.

[2] Lall, S. y M. West (2006), Discrete variational Hamiltonian mechanics, J. Phys. A 39.19, 5509–5519.

[3] Leok, M. y Zhang, J. (2011), Discrete Hamiltonian Variational Integrators, Journal of Numerical Analysis 31, 1497–1532.

[4] Marsden J. E. y West M. (2001), Discrete mechanics and variational integrators, Acta Numerica 10, 357–514.

[5] Schmitt, J. M. y M. Leok (2017), Properties of Hamiltonian variational integrators, IMA Journal of Numerical Analysis 38.1, págs. 377–398.

ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES Y PREDICCIÓN DE CASOS DE DENGUE EN EL NORTE ARGENTINO USANDO REDES NEURONALES

Ezequiel Francisco Chocobar
Facultad de Ciencias Exactas - Universidad Nacional de Salta , Argentina
ezequiel.chocobar@exa.unsa.edu.ar

El Dengue es una enfermedad infecciosa que persiste en regiones con climas tropicales. En Argentina cada año se reportan casos de esta enfermedad. Particularmente en el Departamento de Orán, ubicado al norte de la provincia de Salta, la incidencia de esta infección aumenta año tras año. Desarrollamos modelos basados en dos tipos de redes neuronales para predecir infecciones de Dengue en esa región. Estas redes neuronales son las llamadas MLP (perceptrón multicapa) y LSTM (Long short-term memory). Primeramente hacemos un análisis de la serie temporal. epidemiológica, es decir cantidad de casos de dengue reportados por semana epidemiológica. Estos datos están disponibles en el sitio web del Ministerio de Salud de la Nación. También tenemos en cuenta los datos climáticos de la zona, como la temperatura, humedad y precipitaciones, los cuales fueron obtenidos del Servicio Meteorológico Nacional. Analizamos la correlación y autocorrelación de esas variables para mostrar si los datos presentan estacionalidad. Para el entrenamiento y testeo de los modelos consideramos la temperatura, humedad, precipitaciones, infecciones y el tiempo. Concluimos que nuestro modelo basado en una red LSTM es capaz de predecir la incidencia de dengue durante varios meses con una alta precisión.

Trabajo en conjunto con Fátima Elisabeth Chauque (Universidad Nacional de Salta, Argentina), Gisela Estefanía Jaime (Universidad Nacional de Salta, Argentina) y Sebastián David López (INENCO Salta, Argentina).

Referencias

[1] Ministerio de Salud Publica de la Provincia de Salta. Boletín Epidemiológico N° 67. 2024.

[2] Datos Argentina. Vigilancia de las enfermedades por virus del Dengue y Zika. 2024. url: https://datos.gob.ar/dataset/salud-vigilancia-enfermedades-por-virus-dengue-zika.

[3] Chathurangi Edussuriya, Sampath Deegalla e Indika Gawarammana. ≪An accurate mathematical model predicting number of dengue cases in tropics≫. En: PLoS neglected tropical diseases 15.11 (2021), e0009756.

[4] Sebastian Lopez. Introducción al análisis de series temporales con machine learning. 2024. url: https://github.com/sebastlop/series-temporales-machine-learning.git.

ANÁLISIS DE LA PROPAGACIÓN DE UNA EPIDEMIA SOBRE REDES RGG

Romina Cobiaga
Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina
romina.cobiaga@uns.edu.ar

Los modelos compartimentales, como el modelo SIR, son válidos bajo la hipótesis de mezcla homogénea, donde se asume que cada individuo está en contacto con todos los demás. Sin embargo, esta suposición no es razonable para poblaciones muy grandes.

Para abordar esta realidad poblacional, las redes RGG son de gran utilidad. Estas redes representan nodos dispuestos aleatoriamente en el espacio y conectados según una distancia umbral, lo que las hace versátiles y realistas ya que podemos pensar que dichos nodos representan ciudades, barrios o regiones urbanas.

En este trabajo, presentamos los avances de nuestra investigación sobre la propagación de enfermedades infecciosas en estas redes utilizando, para la dinámica de cada nodo, un modelo basado en ecuaciones diferenciales ordinarias, específicamente el modelo SIR. Exploramos diferentes escenarios de brotes epidémicos utilizando redes RGG de distintos tamaños y distribuciones espaciales para obtener información detallada sobre la dinámica de propagación de la enfermedad.

Se analizaron indicadores epidemiológicos relevantes como el tiempo hasta alcanzar los picos de la epidemia, el número básico de reproducción R_0, el total de individuos infectados y la duración total de la epidemia. Además, se realizó un análisis estadístico detallado que incluyó la distribución de varias variables y explicando las relaciones entre ellas.

Trabajo en conjunto con Guillermo Capobianco (Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca), Beatriz Marrón (Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca) y Walter Reartes (Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca).

Referencias

[1] M. J. Keeling and P. Rohani, Modeling infectious diseases in humans and animals, Princeton University Press, 2011.

[2] H. W. Hethcote, The mathematics of infectious diseases, SIAM review, 42 (2000), pp. 599–653.

[3] C. Nowzari, V. M. Preciado, and G. J. Pappas, Analysis and control of epidemics: A survey of spreading processes on complex networks, IEEE Control Systems Magazine, 36 (2016),pp. 26–46.

[4] M. Penrose, Random geometric graphs, Oxford University Press, 2008.

ESTIMACIÓN DE LA EMERGENCIA DE ADULTOS DEL MOSQUITO *Aedes albifasciatus* MEDIANTE UN MODELO MATEMÁTICO-COMPUTACIONAL

Alejandra Gallego
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNCPBA), Argentina
alemania91@gmail.com

Los mosquitos (Diptera: Culicidae) tienen un ciclo de vida que incluye una fase acuática de estadios inmaduros (huevo, larva y pupa) y una fase aérea de adulto. Las especies cuyas hembras colocan sus huevos en suelos húmedos propensos a inundarse (charcos temporarios) se conocen como mosquitos de inundación. Estos se caracterizan por presentar explosiones demográficas, es decir, una gran cantidad de adultos emergen de los charcos temporarios y provocan picaduras masivas a los ciudadanos que se encuentran en los distintos espacios verdes. Los factores climáticos y ambientales tales como la temperatura, la precipitación, la duración del charco temporario (hidroperiodo) y las condiciones previas a la sequía y durante la misma influyen fuertemente en la eclosión de los huevos y en el desarrollo de larvas y pupas. En Argentina, *Aedes albifasciatus* es el mosquito de inundación de mayor distribución geográfica y responsable de la transmisión de la Encefalitis Equina del Oeste. Esta enfermedad reemergente, ha sido detectada en caballos y humanos durante fines del 2023 e inicios del 2024.

En el presente trabajo se estima la fecha a partir de la cual será posible observar ejemplares adultos de *Ae. albifasciatus* en espacios verdes luego de un evento de lluvia. Para ello se combinan tres modelos matemáticos que se implementan en un algoritmo computacional. El primero permite estimar la probabilidad de que las larvas alcancen el estadio de pupa cuando se dan ciertas condiciones climáticas/ambientales asociadas al momento del muestreo mediante una función de ligadura logit. El segundo modelo, describe el tiempo necesario para que las larvas completen su desarrollo (tiempo de desarrollo larval) en función de la temperatura. Este modelo no lineal, se construyó teniendo en cuenta las temperaturas umbrales para la especie y región de estudio, es decir, la temperatura mínima a partir de la cual sería posible observar desarrollo larval y la temperatura máxima a partir de la cual la especie no podría continuar su desarrollo. Ambos modelos fueron parametrizados con datos del Servicio Meteorológico Nacional y datos obtenidos en los muestreos de larvas y pupas realizados a campo entre septiembre del 2019 y junio del 2021 en la ciudad de Tandil, provincia de Buenos Aires. Finalmente, el tercero es un modelo lineal que describe el tiempo necesario para que las pupas culminen su desarrollo, y se ajustó con datos de la bibliografía correspondientes a dos regiones de Argentina ubicadas una al norte y otra al sur de la ciudad de Tandil.

Dado que la mortalidad entre el estadio pupal y adulto es considerada despreciable, se suele asumir que las larvas que alcanzan el estadio pupal serán adultos. La implementación del algoritmo construido en este trabajo, que involucra los tres modelos antes descriptos, podría ser una herramienta que permita pronosticar cuántos días después de una lluvia se observarán adultos en espacios verdes. De esta forma, la implementación conjunta de los modelos construidos puede transformarse en una herramienta que permita alertar a los vecinos para que eviten los espacios verdes en esas fechas o para que utilicen repelentes personales durante esos días.

Trabajo en conjunto con Vezzani Darío (Instituto Multidisciplinario sobre Ecosistemas y Desarrollo Sustentable, UNCPBA, Argentina) y Simoy Veronica (Instituto Multidisciplinario sobre Ecosistemas y Desarrollo Sustentable, UNCPBA, Argentina).

Modelos Matemáticos y Simulaciones de la Teoría BCS en Núcleos Superconductores

Julián Franco Gelabert
Instituto Balseiro, Argentina
julian.gelabert@ib.edu.ar

En este trabajo se presenta una formulación matemática detallada y simulaciones de la teoría BCS (Bardeen-Cooper-Schrieffer) aplicadas a núcleos atómicos, utilizando isótopos de estaño y níquel como casos de estudio. La teoría BCS, originalmente desarrollada para describir la superconductividad en materiales sólidos, se adapta aquí para analizar el apareamiento de nucleones desde un enfoque matemático riguroso.

Se emplea el Modelo de Capas como base para desarrollar el formalismo de cuasipartículas y deducir las ecuaciones BCS a través de métodos de variacionales. Las ecuaciones obtenidas describen el comportamiento de los nucleones emparejados en el núcleo, análogos a los pares de Cooper en la superconductividad. Se realizaron cálculos numéricos precisos utilizando el programa BCSCONT, evaluando observables como el nivel de Fermi, probabilidades de ocupación y energías de separación de neutrones mediante métodos matemáticos avanzados.

El trabajo incluye una comparación rigurosa de los resultados numéricos con datos experimentales, validando la aplicación de la teoría BCS en la descripción de núcleos en la línea de goteo de neutrones. Además, se presenta una extensión del formalismo mediante las ecuaciones de Gorkov y el uso de funciones de Green, proporcionando una visión matemática profunda de la dinámica y estructura de los núcleos superconductores.

Las ecuaciones BCS fundamentales derivadas en este trabajo son:

$$\Delta = G \sum_k \frac{\Delta}{2E_k}$$

donde Δ es el gap de energía y E_k es la energía de cuasipartícula. La energía de separación de neutrones S_n se calcula como:

$$S_n(N, Z) = B(Z, N) - B(Z, N-1)$$

donde $B(Z, N)$ es la energía de ligadura del núcleo con Z protones y N neutrones.

El formalismo de Gorkov se desarrolla a partir de las funciones de Green, proporcionando soluciones algebraicas para las ecuaciones de movimiento:

$$\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - H\right) G(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\delta(t - t')$$

donde G es la función de Green y H es el Hamiltoniano del sistema.

Este estudio no solo aporta un enfoque matemático a la teoría BCS aplicada a la física nuclear, sino que también sugiere posibles extensiones y mejoras en la modelización matemática de sistemas complejos de muchos cuerpos.

Análisis de un problema fraccionario para la dinámica de la población de una colonia de abejas melíferas

Fernando Ghioldi Gahona
Universidad Nacional de Rosario, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Escuela de Ciencias Exactas y Naturales, Depto.de Matemática. , Argentina
ferg@fceia.unr.edu.ar

La disminución de las poblaciones de colonias de abejas melíferas, fenómeno conocido como trastorno de colapso de colonias, es una preocupación a nivel mundial debido al decrecimiento que se viene evidenciando en la cantidad de abejas durante los últimos años. Estos insectos son los principales contribuyentes de la polinización y la interrupción de la misma podría causar serios problemas en la economía, la agricultura y la ecología. Existen diferentes modelos que describen la dinámica de la población de una colonia de abejas en los cuales se considera al polen y al néctar como las fuentes del alimento necesario para la misma. Entre ellos cabe destacar los modelos de [1], [2] y [3].

Por otro lado, motivado por aplicaciones en diversas áreas científicas (electricidad, magnetismo, mecánica, dinámica de fluidos, medicina, etc.), el cálculo fraccionario se encuentra en rápido desarrollo, lo que ha llevado a un gran crecimiento de su estudio en las últimas décadas. La derivada fraccionaria es un operador no local, esto convierte a las ecuaciones diferenciales fraccionarias en buenas candidatas para la modelización de situaciones en las que es importante considerar la historia del fenómeno estudiado ([4], [5], [6] y [7]), a diferencia de los modelos con derivada clásica donde esto no se tiene en cuenta.

En este trabajo, a partir de [8], se tratará un problema fraccionario multi-orden que describirá la dinámica de la población de una colonia de abejas utilizando el operador diferencial fraccionario de Caputo. Nuestro modelo dependerá del número C de abejas crías (huevos, larvas y pupas), del número O de abejas colmeneras (obreras jóvenes), el número R de abejas recolectoras (obreras adultas mayores) y de la cantidad f de alimento (polen y néctar) como ya se había mencionado antes.

Proponemos el siguiente modelo fraccionario no lineal, para $t \in [t_0, T]$, considerando $p, q, r, s \in (0,1]$, respectivamente, como los órdenes de derivación de cada una de las 4 variables (C, O, R, f), con ciertos datos iniciales (no negativos):

$$
\begin{aligned}
&D^p C(t) = L\tfrac{f^2}{f^2+b^2}\tfrac{O}{O+v} - (\phi_0 + m_C)C\\
&D^q O(t) = \phi_0 C - \left(\alpha_{min} + \alpha_{max}\tfrac{b^2}{f^2+b^2} - \sigma\tfrac{R}{R+O}\right) O - m_O O\\
&D^r R(t) = \left(\alpha_{min} + \alpha_{max}\tfrac{b^2}{f^2+b^2} - \sigma\tfrac{R}{R+O}\right) O - m_R R\\
&D^s f(t) = -\gamma_C C - \gamma_A O + (c - \gamma_A)R\\
&C(t_0) = C_0, \quad O(t_0) = O_0, \quad R(t_0) = R_0, \quad f(t_0) = f_0.
\end{aligned}
$$

Principalmente, se realizará un análisis sobre la existencia y unicidad de soluciones en general y un estudio de estabilidad para casos especiales de particular interés. Se harán comparaciones con el problema clásico, donde solo interviene la derivada de primer orden.

Trabajo en conjunto con Melani Barrios (Universidad Nacional de Rosario - Conicet) y Gabriela Reyero (Universidad Nacional de Rosario).

Referencias

[1] S. Bagheri, M. Mirzale, A mathematical model of honey bee colony dynamics to predict the effect of pollen on colony failure, PLoSOne, 14(11): e0225632, (2019).

[2] D. Khoury, M. Myerscough, A. Barron, A quantitative model of honey bee colony population dynamics, PLoSOne, 6(4) e18491, (2011).

[3] D. Khoury, A. Barron, M. Myerscough, Modelling food and population dynamics in honey bee colonies, PLoSOne, Vol. 8, Issue 5, e59084, (2013).

[4] M. Barrios, G. Reyero, M. Tidball, Harvest management problem with a fractional logistic equation, Mathematica Pannonica New Series 27 /NS 1/(2021) 2, pp 152–163, Akadémiai Kiadó, DOI 10.1556 / 314.2021.00014, ISSN 0865-2090 (print) ISSN 2786-0752 (online), (2021).

[5] D. Bravo, M. Barrios, G. Reyero, Analysis of a fractional-order predator-prey model with harvest incorporating an Allee effect, Journal of Fractional Calculus and Applications, Vol.14(2),Nro. 8, ISSN: 2090-5858(online), ISSN:2090-584X(print), 2023.

[6] K. Diethelm, The analysis of fractional differential equations, Lecture Notes in Mathematics, Springer, (2010).

[7] A. Ferrari, E. Santillan Marcus, Study of a fractional-order model for HIV infection of CD4+ T-cells with treatment, Journal of Fractional Calculus and Applications, Vol. 11(2), (2020), pp. 12–22.

[8] Tugba Akman Yıldız, A fractional dynamical model for honeybee colony population, International Journal of Biomathematics Vol. 11, No. 4 (2018) 1850063 (23 pages) World Scientific Publishing Company DOI: 10.1142/S1793524518500638.

Estimación de la proporción de trabajadores dependientes que cumplen con el requisito contributivo bajo un enfoque bayesiano

Melina Guardiola
Instituto de Matemática (INMABB), Dto. de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS) - CONICET, Bahía Blanca, Argentina
melinaval76@gmail.com

Una de las dimensiones del desempeño de cualquier sistema previsional es la cobertura; es decir qué porcentaje de población objetivo percibe jubilación o pensión. Para acceder a una prestación contributiva en Argentina (jubilación), es necesario cumplir con la edad mínima jubilatoria y haber aportado durante al menos 30 años. Por tal motivo, no es suficiente evaluar la proporción de trabajadores que en un determinado momento aportan al sistema (tienen empleos formales), sino que es necesario analizar las historias laborales en una ventana de tiempo, lo cual permite hablar de densidad contributiva.

En este trabajo se propone estudiar, mediante un análisis bayesiano secuencial, cómo puede ir actualizándose la estimación de la proporción de trabajadores que presentan un historial completo de aportes durante los años previos a alcanzar la edad mínima jubilatoria (θ), considerando sucesivas ventanas de tiempo.

Presentaremos un modelo probabilístico bayesiano para nuestro parámetro de interés $\theta \in [0,1]$ y realizaremos inferencias utilizando dicho modelo como base. Contando con información hallada en trabajos sobre la temática, para modelar nuestro conocimiento a priori sobre θ, propondremos una familia de distribuciones conjugadas para la verosimilitud Binomial, aprovechando las virtudes de la conjugación. La actualización de las estimaciones se realizará utilizando los datos de la Muestra Longitudinal de Empleo Registrado (MLER) del Sistema Integrado Previsional Argentino (SIPA).

Trabajo en conjunto con Fernanda Villarreal (Instituto de Matemática (INMABB), Dto. de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS) - CONICET, Bahía Blanca, Argentina) y Milva Geri (Instituto de investigaciones económicas y Sociales del Sur (IIESS-CONICET), Dto. de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina).

Referencias

[1] Herrerias R. and Zamarripa G. (2023). Institutional Design of Pension Systems Versus Labor Market Structure: What Matters Most? Work, Aging and Retirement. Oxford University Press.

[2] Johnson, A.; Ott, M.Q. and Dogucu, M. (2022). Bayes Rules! An Introduction to Applied Bayesian Modeling. Chapman and Hall /CRC Texts in Statistical Science.

[3] Paulino, C.D., Amaral Turkman, M.A., Murteira, B. and Silva, G.L. (2018). Estatística Bayesiana, 2a Ed. Fund. Calouste Gulbenkian, Lisboa.

[4] Rofman, R.,and Oliveri, M. L. (2012). Un repaso sobre las políticas de protección social y la distribución del ingreso en Argentina. Económica, La Plata, 58, p. 97–128.

Análisis de mecanismos para reducir la ineficiencia en la utilización de una red congestionada

Elina M. Mancinelli
Universidad Nacional de Rosario, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, ECEN, Argentina
elina@fceia.unr.edu.ar

El problema del diseño de un plan óptimo de incentivos para conseguir un objetivo social en una red de transporte congestionada, es un problema complejo que aún sigue recibiendo atención.

Se considera una red de tráfico con usuarios que buscan minimizar su tiempo de recorrido. Los mismos serán clasificados según su nivel de aversión al riesgo. Al considerar esta incertidumbre se modifica su percepción de cada agente respecto de los costos asociados a sus acciones. La aversión al riesgo se modeliza a través de la incorporación de cierto tipo de jugadores, uno por cada clase, cuyo objetivo será perjudicar lo más posible a los conductores correspondientes.

Se diseña un mecanismo de incentivos (peajes o subsidios) para inducir un comportamiento individual que, al alcanzar un equilibrio multiclase, aproxime un equilibrio social, en este caso dado por la reducción del tiempo promedio de permanencia en la red.

Se comparan y analizan los resultados obtenidos para los distintos mecanismos propuestos.

Trabajo en conjunto con María Evangelina Alvarez (Universidad Nacional de Rosario, Fac. Ciencias Exactas, Ing. y Agr.) y Jorgelina Walpen (Universidad Nacional de Rosario, Fac. Ciencias Exactas, Ing. y Agr.).

Referencias

[1] Alvarez M.E., Mancinelli E.M., Walpen J., Incentivo para reducir el costo social en una red con usuarios pesimistas, Matemática aplicada, computacional e industrial, Volume 9, 339–342, ISSN: 2314-3282, 2023.

[2] Ferguson B. L., Brown P. N., Marden J. R., The effectiveness of subsidies and tolls in congestions games, IEEE Transactions on Automatic Control, 2021.

[3] Morandi V., Bridging the user equilibrium and the system optimum in static traffic assignment: a review, 4OR-Q J Oper Res 22, 89–119, 2024.

[4] Narahari Y., Game Theory and Mechanism Design, World Scientific Publishing Co. 2014.

[5] Roughgarden T., Selfish Routing and the Price of Anarchy, MIT Press, 2005.

ESTUDIO DE UN ESQUEMA DE ASIGNACIÓN DE TIEMPOS DE ROJO Y VERDE A LOS SEMÁFOROS DE UNA RED VEHICULAR URBANA MEDIANTE CADENAS DE MARKOV

Olga Micaela de los Angeles Noez
Universidad Nacional de Salta, Argentina
micka.noez1993@gmail.com

El presente trabajo pretende realizar un aporte a la modelización de ciertos aspectos de las redes urbanas de semáforos, utilizando herramientas específicas de la Matemática (concretamente, la teoría de los procesos markovianos ergódicos) para optimizar algunos parámetros que podrían permitir mayor fluidez en el tráfico. Casi cualquier conductor de vehículos se ha encontrado en la situación de tener que soportar un largo tiempo de espera ante la luz roja impuesta por un semáforo, mientras no pasa ningún vehículo en la dirección que en ese momento tiene luz verde. Más allá de la comprensible molestia para los conductores en particular, es altamente probable que la circunstancia provoque ineficiencias en el tránsito general de vehículos por ese sistema de semáforos. Consideramos que esa situación puede optimizarse adquiriendo una perspectiva global de la red en la que, por ejemplo, se analice cuáles son los semáforos en los que hay mayor concentración vehicular, y las direcciones más elegidas por los vehículos que llegan a los mismos para continuar su trayecto. Para tal fin, realizamos la modelización de una red semafórica como un proceso markoviano, cuyos estados y transiciones se fijan en base a la ubicación de cada semáforo, a sus interconexiones con otros semáforos, y al comportamiento estadístico (en cuanto a la dirección que seguirán) de los vehículos que arriban al mismo. Aplicando la técnica de desdoblamiento de estados por entradas ('incoming state splitting', típica de la Dinámica Simbólica) y otras consideraciones apropiadas, se logra que la cadena de Markov que modeliza la red sea ergódica [1,2] y, en consecuencia, su único vector invariante se torna una herramienta valiosa que permite predecir en cuáles semáforos, y más concretamente en qué dirección de cada uno de ellos, se concentra la mayor carga vehicular. De este modo se obtiene una perspectiva global de la dinámica de la red en su conjunto, y se logra un criterio para asignar los tiempos de luz roja y de luz verde a cada dirección de cada uno de los semáforos de la red, criterio cuya eficiencia puede testearse principalmente a través de la cantidad promedio de tiempo de luces rojas que en total debe esperar un vehículo que transita por el sistema, en relación al tiempo total promedio que permanece en el mismo. En este trabajo, se presentará la modelización de una red en la forma arriba descrita, junto con resultados de simulaciones en las que se contemplaron distintos esquemas de asignación de tiempos de rojo y verde a cada semáforo, de los cuales se aprecia que la asignación de tiempos que surge en base al vector invariante de la cadena resulta más eficaz, en comparación con otros esquemas de asignación de tales tiempos.

Trabajo desarrollado en el marco del proyecto de investigación C.I.U.N.Sa. N° 2728 "Propiedades dinámicas de autómatas celulares".

Trabajo en conjunto con Jorge Fernando Yazlle (Universidad Nacional de Salta, Argentina).

Referencias

[1] Probability and Random Processes. Grimmett, G.; Stirzaker, D. 3rd Edition, 2001.

[2] Stochastic Processes. Ross, S. 2nd Edition. John Wiley and Sons, 1995.

Estabilización del punto silla en el problema HNM.

Verónica E. Pastor
Dpto. de Matemática; Fac. de Ingeniería; UBA, Argentina
vpastor@fi.uba.ar

El problema de la estabilización de un sistema linealizado en un punto de equilibrio inestable mediante realimentación con sólo un retardo en la salida es referido como el problema de Huijberts-Michiels-Nijmeijer (HNM) en [1] donde se determinan condiciones para la estabilidad del lazo cerrado mediante el método de descomposición D.

Es sabido que si la linealización tiene un número impar de autovalores reales positivos no se pueden obtener parámetros de control para lograr la estabilización mediante las estrategias propuestas en [1], restricción conocida como ONL (del inglés, odd number limitation) ([2]), por tanto, el caso del punto silla está fuera su alcance.

El problema análogo en el caso unidimensional ha sido resuelto mediante el diseño de un método de control con ganancia periódica y realimentación basada en dos estados con retardo en [3]. El objetivo de este trabajo es la construcción de una estrategia con estas características para estabilizar un punto silla en el problema HNM.

Trabajo en conjunto con González Graciela A. (Dpto. de Matemática; Fac. de Ingeniería; UBA; CONICET; ggonzal@fi.uba.ar).

Referencias

[1] G.A. Leonov, M.M. Shumafov and, N.V. Kuznetsov. Delayed Feedback Stabilization and the Huijberts–Michiels–Nijmeijer Problem. Differential Equations, 52, 1707–1731 (2016).

[2] H. Kokame, K. Hirata, K. Konishi, and T. Mori. Difference feedback can stabilize uncertain steady states, IEEE Transactions on Automatic Control, 46(12), 1908–1913 (2001).

[3] V. E. Pastor, G. A. González,.Oscillating delayed feedback control schemes for stabilizing equilibrium points, Heliyon, 5(6) (2019).

Dinámica Poblacional y Control de Flebótomos: Un Modelo Matemático y su Análisis de Estabilidad

Noelia Adriana Melisa Velasquez
Universidad Nacional de Salta, Argentina
noeliavelasq@gmail.com

Las Leishmaniasis son un grupo de enfermedades parasitarias causadas por diferentes protozoos pertenecientes a la familia Tripanosomatidae, género Leishmania (Euglenozoa: Kinetoplastea), transmitidas al ser humano por la picadura de distintas especies de insectos flebótomos, en América del género Lutzomyia. Estos flebótomos, que son los vectores de la enfermedad, son diferentes según la especie de Leishmania [6].

Estas enfermedades se caracterizan por comprometer la piel, mucosas y vísceras. Dicho compromiso dependerá fundamentalmente de la especie de Leishmania, pero también de la respuesta inmune del huésped entre otros factores [6].

En Argentina se registraron 337 casos en el año 2021, de los cuales el 42correspondieron a la provincia de Salta (195/337); en el año 2022 se notificaron 79 casos de la enfermedad, demostrando la persistencia de la enfermedad en la provincia, principalmente en los departamentos San Martín y Orán, con foco en las localidades de Colonia Santa Rosa e Hipólito Yrigoyen, donde la presencia de flebótomos en las áreas sugiere una transmisión endémica [1] [5].

Para describir la dinámica poblacional de los flebótomos, se propone un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que considera tres etapas de su ciclo de vida: huevo (H), larva (L), pupa (P) y adulto (A). Los parámetros biológicos necesarios para el desarrollo de estos vectores se extraen de la literatura existente.

El control de los flebótomos se centra principalmente en los adultos, debido a que las larvas son difíciles de localizar y se encuentran ampliamente distribuidas, haciendo inviable su control [3]. Por ello, se propone un parámetro que contempla el tratamiento con insecticidas en la etapa adulta.

Se analiza y discute la estabilidad de los puntos de equilibrio del modelo propuesto con el fin de caracterizar de forma cualitativa las soluciones a partir del espacio fase y se derivan soluciones numéricas para distintos parámetros con el objeto de simular diferentes escenarios en las regiones mencionadas. Finalmente, se discute la viabilidad biológica de los resultados obtenidos.

Trabajo en conjunto con Betina Abad (Universidad Nacional de Salta. Facultad de Cs. Naturales, Argentina), Marcos Marreiro Salvatierra (Universidad do Estado de Amazonas, Brasil), Fátima Yáñez (Universidad Nacional de Salta. Facultad de Cs. Naturales, Argentina) y Juan Carlos Rosales (Universidad Nacional de Salta. Facultad de Cs. Exactas, Argentina).

Referencias

[1] Aramayo, L. V., Copa, G. N., Hoyos, C. L., Almazán, M. C., Juarez, M., Cajal, S. P.,and Gil, J. F. (2022). Leishmaniasis tegumentaria y flebótomos en la localidad de Colonia Santa Rosa del norte de Argentina. Revista argentina de microbiología, 54(2), 143–151.

[2] Ministerio de Salud Pública. Gobierno de la Provincia de Salta (2023). Boletín Epidemiológico. Dirección General de Coordinación Epidemiológica N° 5.

[3] Esteban, R. G., Molinero, M. Á. G.,and Escudero, M. L. D. F. (2020). Aproximación didáctica al estudio de los flebotomos y su control bajo el enfoque de "Una sola Salud". Revista Madrileña de Salud Pública: REMASP, 4(8), 1–12.

[4] Quintana, M. G., Santini, M. S.,and Salomón, O. D. (2015). Vigilancia de insectos transmisores de leishmaniasis: Manual operativo para la comunidad: Clave pictográfica para identificación especies de flebótomos: Clarificación y montaje.

[5] Carlos Rosales, J.,and Hyun Mo, Y. (2007). Estimación del número básico de reproducibilidad para la leishmaniasis tegumentaria americana en dos sitios del noreste de la provincia de Salta, Argentina. Cadernos de SaúdePública , 23 , 2663-2671.

[6] Ministerio de Salud. Enfermedades infecciosas: leishmaniasis visceral. Diagnóstico de Leishmania Visceral. Guía para el equipo de Salud N°5. (Julio del 2021).

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 5: Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad

Un problema de autovalores para ecuaciones anisotrópicas

Juan Ignacio Ceresa Dussel
Instituto de Cálculo, CONICET-UBA, Argentina
ceresa.dussel@gmail.com

En este trabajo, nuestro interés radica en demostrar la existencia de valores críticos de los siguientes cocientes de tipo Rayleigh:

$$Q_p(u) = \frac{\|\nabla u\|_p}{\|u\|_p}$$

donde $p = (p_1, \dots, p_n)$,

$$\|\nabla u\|_p = \left(\sum_{i=1}^{n} \|u_{x_i}\|_{p_i}^{p_i}\right)^{1/p_i}$$

es una norma de Sobolev anisotrópica y

$$\|u\|_p = \left(\int \left(\dots \left(\int \left(\int |u|^{p_1}\, dx_1\right)^{p_1/p_2} dx_2\right) \dots dx_n\right)\right)^{1/p_n}$$

es una norma de Lebesgue anisotrópica.

Usando la teoría de Ljusternik-Schnirelmann, demostramos la existencia de una secuencia de valores críticos y también encontramos una ecuación de Euler-Lagrange asociada a los puntos críticos.

Trabajo en conjunto con Julián Fernández Bonder (UBA).

Un problema inverso de Cauchy para una ecuación hiperbólica como un problema generalizado de momentos

Maria Beatriz Pintarelli
Dep.de Matemática, Fac. de Ciencias Exactas, UNLP- Dep. Ciencias Básicas, Fac. Ingeniería, UNLP, Argentina
mariabpintarelli@gmail.com

El problema consiste en encontrar $h(t)$ y $w(x,t)$ en la ecuación

$$w_{tt}(x,t) - h(t)w_{xx}(x,t) = 0$$

sobre el dominio $E = \{(x,t);\ a_1 \le x \le b_1\ ;\ 0 < t \le b_2\}$ bajo condiciones de Cauchy usando las técnicas de problema generalizado de momentos.

El espacio subyacente es $L^2(0, b_2)$, donde $w(x,t)$ es dos veces diferenciable con respecto a x y t.

Es posible resolver numéricamente el problema usando las técnicas de problema inverso de momentos generalizados, esto es el método de expansión truncada.

Veremos que se puede encontrar una aproximación numérica para $h(t)$ y $w(x,t)$ en tres pasos. En los pasos uno y dos encontramos una aproximación para $w(x,t)$. En un tercer paso se encuentra una aproximación para la función $(-1 + h(t))w_{xx}(x,t)$. De aquí una aproximación para $h(t)$.

En cada paso se transforma una determinada ecuación en derivadas parciales en una ecuación integral. Esta ecuación integral tiene como incógnita una función para la cual se encuentra una aproximación numérica utilizando el método de expansión truncada. Para esto operamos sobre la ecuación integral para llegar a un problema de momentos generalizados.

Se obtienen cotas para el error de aproximación y se ilustra el método con ejemplos.

EL OPERADOR BIARMÓNICO EN ESPACIOS DE ORLICZ-SOBOLEV

Analía Silva
Departamento de Matemática, UNSL-IMASL, Argentina
analia.silva82@gmail.com

Dada G una función de Young, se define el operador g-Laplaciano como

$$\Delta_g u := \text{div}\left(g(|\nabla u|)\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right)$$

donde $g = G'$. En particular, cuando $G(t) = t^2/2$, Δ_g coindide con el clásico operador Laplaciano.

En esta charla proponemos abordar operadores del tipo g-Laplaciano de orden superior. Más precisamente, mostraremos una generalización a espacios de Orlicz-Sobolev de orden superior del clásico operador biarmónico $\Delta^2 = \Delta(\Delta)$.

Finalmente discutiremos algunas propiedades de dicho operador.

Trabajo en conjunto con Pablo Ochoa (UNCuyo-CONICET).

PERCOLACIÓN CON GRADO RESTRINGIDO ALEATORIO

Marco Antonio Ticse Aucahuasi
Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil
marco.ticse@gmail.com

En esta comunicación, presentamos el Modelo de Percolación de Grado Restringido en un Ambiente Aleatorio (MPGRAA) [1], aplicado la malla cuadrada $L^2 = (V, E)$. Este modelo establece restricciones aleatorias de grado que limitan el número máximo de conexiones que un vértice puede tener. Introducimos secuencias $\{U_e\}_{e\in E}$ de variables aleatorias i.i.d. en $U[0, 1]$, así como una secuencia de enteros positivos $\{\kappa_v\}_{v\in V}$ de variables aleatorias i.i.d. tomando valores $j \in \{0, 1, 2, 3\}$ con probabilidad ρ_j, donde cada secuencia está asociada a elos y vértices, respectivamente. Cada elo e intenta abrirse en el tiempo U_e, siendo exitoso únicamente si ambos vértices tienen grado menor que la restricción aleatoria κ_v. De este modo, el proceso introduce un componente estocástico en las conexiones entre los vértices. Enfatizamos algunas propiedades y resultados significativos inherentes a este modelo [2], que ofrecen una comprensión más profunda de las dinámicas de percolación en redes con restricciones aleatorias.

Trabajo en conjunto con Roger W. C. Silva (Universidade Federal de Minas Gerais) y Diogo C. dos Santos (Universidade Federal de Alagoas).

Referencias

[1] R. Sanchis, D. C. Dos Santos, R. W. Silva. Constrained-degree percolation in random environment. Ann. Inst. H. Poincaré Probab Statist., 58(4) (2022), 1887–1899.

[2] G. Grimmett. Percolation (1999). Springer, Berlin, 2nd ed.

DEPOSICIÓN BALÍSTICA DE LARGO ALCANCE.

Sebastian Zaninovich
IMAS - CONICET, Argentina
sebazaninovich@gmail.com

El proceso de deposición balística es un modelo clásico en probabilidad donde en cada sitio de $\mathbb{Z}^d$ caen bloques en tiempos exponenciales y se adhieren al primer lugar de contacto con la superficie que ellos mismos forman. Esto constituye una regla dura. Es sabido que esta superficie crece linealmente en el tiempo pero es muy poco lo que se sabe de sus fluctuaciones. En esta charla proponemos un modelo alternativo donde reemplazamos la regla dura por una regla suave, con la esperanza de poder obtener mayor información sobre las fluctuaciones. Comentaremos los resultados obtenidos hasta el momento, así como las ventajas que ofrece este modelo.

Trabajo en conjunto con Pablo Groisman (Exactas - UBA / IMAS - CONICET) y Santiago Saglietti (PUC - Chile).

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 6: Estadística, Ciencia de Datos e Inteligencia Artificial

SISTEMAS DE RECOMENDACIÓN PARA DATOS EN ALTA DIMENSIÓN: UNA NUEVA PROPUESTA METODOLÓGICA BASADA EN CESTAS DE CONSUMO

Maria Florencia Acosta
FICH-UNL, Argentina
ma.flor.acosta@gmail.com

Los sistemas de recomendación son herramientas matemáticas que, a partir de datos nos recomiendan productos o servicios. Los más conocidos son los que utilizan las plataformas de transmisión de contenido (streaming), pero cada vez se utilizan más en comercio electrónico, bancos, plataformas de enseñanza, entre otros.

Un sistema de recomendación no es más que un método de filtrado que toma la información relevante para el problema, descartando la información que no es completamente informativa para el mismo. La mayoría de los métodos de recomendación se basan en factorización de matrices, y pueden ser del tipo colaborativo o no colaborativo. El primero, se basa en utilizar la información de usuarios para realizar la recomendación, mientras que el segundo solo utiliza la información del usuario en cuestión. Estos métodos son basados en datos (data-driven) y por lo tanto son métodos automáticos, que necesitan ser entrenados a partir de bases de datos confiables.

Para el caso particular de métodos de recomendación basados en análisis de cestas de consumo, la cantidad de productos involucrados en el problema puede ser significativamente mayor a la cantidad de cestas, por lo que el problema se torna de alta dimensionalidad, surgiendo en este caso una matriz de cesta-productos dispersa (sparse). Las metodologías clásicas utilizadas en este tipo de problemas generalmente utilizan matrices de cesta-productos binarias, reglas de asociación y/o medidas de similaridad que no contemplan la alta dimensionalidad del problema.

En el presente trabajo proponemos un nuevo método basado en aglomerado (clustering) que utiliza una matriz de cesta-productos sparse compuesta por la participación en las ventas totales de cada producto, donde las recomendaciones surgen de acuerdo a la similaridad de las cestas de consumo pero considerando el peso que tiene cada producto en las ventas totales. A su vez, se utiliza una medida de similaridad apta para alta dimensionalidad de los datos, buscando pesar los agrupamientos con otros factores relevantes para el sistema de recomendación como ser el tamaño del cliente, la asignación del gasto, y la importancia del ítem recomendado en los ingresos por ventas. Mas aún, este método resulta invariante ante cambios generalizados de precios, resultando así adecuado en contextos inflacionarios.

La motivación de esta metodología surge de la necesidad de una firma mayorista que vende alrededor de 1500 productos alimenticios y busca recomendar productos a sus clientes considerando no sólo la probabilidad de compra sino también su relevancia al ingreso por venta generado.

Trabajo en conjunto con Rodrigo García Arancibia (UNL & CONICET), Pamela Llop (FIQ-UNL & CONICET) y Mariel Guadalupe Lovatto (FIQ-UNL & CONICET).

Referencias

[1] Sarkar, Soham and Ghosh, Anil K, On perfect clustering of high dimension, low sample size data, IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, (9) 42, 2257–2272 , 2019, IEEE.

[2] Hahsler, Michael and Grün, Bettina and Hornik, Kurt, Arules-A computational environment for mining association rules and frequent item sets, Journal of statistical software, (15) 14, 1–25, 2005, University of California at Los Angeles.

[3] Boztg, Yasemin and Reutterer, Thomas, A combined approach for segment-specific market basket analysis, European Journal of Operational Research, (1) 187, 294–312, 2008, Elsevier.

[4] Reutterer, Thomas and Dan, Daniel, Cluster analysis in marketing research, Handbook of market research, 221-249, 2021, Springer.

[5] Hahsler, Michael and Karpienko, Radoslaw, Visualizing association rules in hierarchical groups, Journal of Business Economics, 87, 317–335, 2017, Springer.

ANÁLISIS DE INTERACCIONES DE ALTO ORDEN EN SEÑALES DE IEEG Y MEG A TRAVÉS DE CUANTIFICADORES Y DISTANCIAS ENTRE HIPERGRAFOS EN DISTINTOS ESTADOS CEREBRALES

Dalma Bilbao
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral - IMAL, CONICET, UNL, CCT CONICET Santa Fe, Argentina
bilbaodalmaanahi@gmail.com

En 1960, Claude Berge propuso la teoría de hipergrafos como una extensión natural de la teoría de grafos, permitiendo representar interacciones de orden superior. Formalmente, un hipergrafo no dirigido es un par $\mathcal{H} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$, donde $\mathcal{V}$ es el conjunto de vértices y $\mathcal{E}$ es un subconjunto de partes no vacías de $\mathcal{V}$ que cubren $\mathcal{V}$. Los elementos de $\mathcal{E}$ se llaman hiperaristas, es decir, $e \neq \emptyset$ para todo $e \in \mathcal{E}$ y $\bigcup_{e\in\mathcal{E}} e = \mathcal{V}$.
En neurociencia, la caracterización y diferenciación de estados cerebrales son fundamentales para comprender los mecanismos subyacentes en diversas funciones cognitivas y patologías neurológicas. La capacidad inherente de los hipergrafos para establecer relaciones de alto orden permite modelar las múltiples conexiones existentes entre diferentes regiones cerebrales a partir de datos de Electroencefalograma (EEG) y Magnetoencefalograma (MEG), capturando así la complejidad de las conexiones neuronales. Existe una amplia literatura sobre medidas de disimilitud de grafos. Algunos de estos conceptos permiten inducir distancias naturales entre hipergrafos, al considerar el hipergrafo como un grafo ponderado no dirigido inducido por su matriz de adyacencia $\mathcal{A}(\mathcal{H})$.

En este trabajo, proponemos un enfoque innovador que utiliza tres cuantificadores asociados a un hipergrafo:

Entropía, $S(H) = -\sum\_i = 1^{n-1}\lambda\_i \log\_2\lambda\_i$, siendo λ_i los autovalores asociados a la matriz laplaciana del hipergrafo $L(H)$.

Centralidad de vértices, $C\_1(v) = d(v) = \sum\_e \in Eh(v, e)$.

Centralidad de hiperaristas, $C\_2(e) = \delta(e) = \sum\_v \in Vh(v, e)$, donde $h(v, e)$ representa un elemento de la matriz de incidencia H de H.

A partir de estos cuantificadores, definimos tres nociones de distancias entre hipergrafos con el mismo número de vértices y el mismo número de hiperaristas.

Distancia Espectral: Dados los hipergrafos $\mathcal{H} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ y $\tilde{\mathcal{H}} = (\mathcal{V}, \tilde{\mathcal{E}})$, sean H y $\tilde{H}$ sus respectivas matrices de incidencia, $\mathcal{L}$ y $\tilde{\mathcal{L}}$ los laplacianos normalizados asociados. Las matrices Laplacianas $\mathcal{L}$ y $\tilde{\mathcal{L}}$ proporcionan los autovalores correspondientes $0 = \lambda\_0 \leq \lambda\_1 \leq ... \leq \lambda\_n - 1$ y $0 = \tilde{\lambda}\_0 \leq \tilde{\lambda}\_1 \leq ... \leq \tilde{\lambda}\_n - 1$. Estas dos secuencias, consideradas como vectores en $\mathbb{R}^{n-1}$, tienen definidas las p-distancias, $1 \leq p < \infty$

$$D_s^p(\mathcal{H}, \tilde{\mathcal{H}}) = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n-1}|\lambda_i - \tilde{\lambda}_i|^p\right)^{1/n}.$$

El caso más importante es $p = 2$, que define la estructura del espacio de Hilbert en $\mathbb{R}^{n-1}$.

Distancia de Centralidad de Vértices: Dados $\mathcal{H}$ y $\tilde{\mathcal{H}}$. Denotemos C y $\tilde{C}$ a las respectivas funciones de centralidad de vértices

$$C(v) = \sum_{e\in\mathcal{E}} h(v, e) \text{ y } \tilde{C}(v) = \sum_{\tilde{e}\in\tilde{\mathcal{E}}} h(v, \tilde{e})$$

Una disimilitud entre $\mathcal{H}$ y $\tilde{\mathcal{H}}$ que toma en cuenta la centralidad de los vértices está dada por

$$D_{vc}(\mathcal{H}, \tilde{\mathcal{H}}) = \max_{v\in\mathcal{V}} |C(v) - \tilde{C}(v)|.$$

Distancia de Centralidad de Hiperaristas: Sean $\mathcal{H}$ y $\tilde{\mathcal{H}}$ dos hipergrafos con el mismo número de hiperaristas $m = |\mathcal{E}| = |\tilde{\mathcal{E}}|$. Los datos empíricos y la construcción del modelo que usaremos generan un orden natural, dado por las bandas de frecuencias, para los dos conjuntos de hiperaristas $\mathcal{E} = \{e\_1, ..., e\_m\}$ y $\tilde{\mathcal{E}} = \{\tilde{e}\_1, ..., \tilde{e}\_m\}$. En esta situación, una distancia basada en la centralidad de hiperaristas entre $\mathcal{H}$ y $\tilde{\mathcal{H}}$ puede definirse por

$$D_{hc}(\mathcal{H}, \tilde{\mathcal{H}}) = \max_{i=1,...,m} |C(e_i) - \tilde{C}(\tilde{e}_i)| = \max_{i=1,...,m} \left|\sum_{v\in\mathcal{V}} h(v, e_i) - \sum_{\tilde{v}\in\tilde{\mathcal{V}}} h(v, \tilde{e}_i)\right|.$$

Con estas distancias definidas, nuestro estudio se centra en su aplicación sobre hipergrafos que modelan distintos estados de sueño en ratas y distintos estados de epilepsia en humanos, siendo nuestro objetivo poder diferenciar entre estos distintos estados cerebrales en cada uno de los casos bajo estudio. Para ello trabajamos sobre hipergrafos construidos a partir de tres conjuntos de datos reales de señales neurofisiológicas. El primer conjunto consiste en registros de iEEG intracraneal de nueve ratas, cada una en cuatro estados de sueño distintos: vigilia activa (AW), movimiento ocular rápido (REM), vigilia tranquila (QW) y sueño no REM (NREM). El segundo conjunto incluye EEG de cuero cabelludo con 19 electrodos, obtenidos de seis pacientes epilépticos en diferentes estados cerebrales. Por último, el tercer conjunto de datos contiene señales de magnetoencefalografía (MEG) de dos pacientes con epilepsia generalizada, el primero con epilepsia generalizada primaria y el segundo con epilepsia generalizada secundaria. Los resultados muestran que estas nociones de distancias entre hipergrafos, obtenidos a partir de las seis bandas de frecuencias usuales en cada estado, permiten, razonablemente, distinguir diferentes estados cerebrales.

Trabajo en conjunto con Dr. Diego Mateos (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral - IMAL, CONICET, UNL, Santa Fe), y Dr Hugo Aimar del Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL-CONICET-UNL,Santa Fe).

TÉCNICAS MATRICIALES PARA LA CLASIFICACIÓN DE DISCURSOS PRESIDENCIALES

Ian Bounos
Universidad de Buenos Aires, Argentina
bounosian@gmail.com

En este trabajo se muestra cómo pueden utilizarse métodos de reducción de dimensionalidad basados en matrices para la clasificación de autores de discursos presidenciales. La representación de textos como matrices de frecuencias, en la cual cada columna es una palabra del vocabulario, suele presentar el desafío de la alta dimensionalidad, por lo cual es preciso utilizar técnicas para reducir dicha dimensión. En este estudio, se emplean 1108 discursos de los presidentes Alberto Fernández, Cristina Fernández de Kirchner y Mauricio Macri, obtenidos mediante técnicas de scraping de páginas oficiales. Se utilizan dos métodos de reducción de dimensionalidad basados en matrices: el Análisis de Componentes Principales (PCA) y la Factorización No Negativa de Matrices (NMF), con el objetivo de reducir la dimensión de las matrices y, en primer lugar, obtener una visualización de los discursos. En una segunda instancia, se utiliza la versión reducida como entrada para un algoritmo de K vecinos más cercanos, con el fin de clasificar los textos, es decir, determinar a qué presidente corresponde cada uno, con una separación entre el conjunto de datos de entrenamiento y testeo. Se concluye con una comparación de ambos métodos, no solo en términos cuantitativos, evaluando su rendimiento predictivo, sino también en términos cualitativos para permitir una interpretación más profunda de los resultados obtenidos.

Trabajo en conjunto con Dirección de Juan Pablo Pinasco (Universidad de Buenos Aires).

palabras clave: Natural language processing, Ciencia de datos, Non negative matrix factorization, Análisis de componentes principales.

ANÁLISIS DE DATOS Y APRENDIZAJE AUTOMÁTICO PARA ESTRATEGIAS DE CARRERA EN LA FÓRMULA 1: GP SILVERSTONE 2024

Ezequiel Francisco Chocobar
Facultad de Ciencias Exactas - Universidad Nacional de Salta , Argentina
ezequiel.chocobar@exa.unsa.edu.ar

En este estudio, exploramos técnicas avanzadas de análisis de datos aplicadas al contexto de un Gran Premio de Fórmula 1 (GP), centrándonos en un caso particular: el GP de Silverstone de 2024. Nuestro objetivo principal es mejorar la predicción del rendimiento de los pilotos y las estrategias de carrera mediante el uso de herramientas computacionales y técnicas estadísticas. Comenzamos utilizando Boxplots, diagrama de cajas y bigotes, para analizar los datos de la segunda sesión de práctica (FP2) previa al GP. Estos gráficos nos permiten visualizar la dispersión de los tiempos de vuelta de los pilotos, identificando tendencias y posibles discrepancias entre los competidores. En el caso nos pueden proporcionar indicadores clave sobre el rendimiento relativo de cada piloto, como la consistencia en el ritmo de carrera. Luego nos enfocamos en otros métodos para analizar la telemetría y datos meteorológicos para optimizar las estrategias de parada en boxes durante la carrera. Utilizamos modelos de regresión lineal para estimar la degradación de los neumáticos y redes neuronales recurrentes (LSTM) para predecir los tiempos por vuelta en tiempo real.

Nuestra metodología integra herramientas avanzadas de análisis de datos con programación en Python utilizando diferentes librerías, entre ellas FastF1. Las conclusiones obtenidas del análisis exploratorio y del modelado con aprendizaje automático (machine learning) nos permiten no solo optimizar estrategias actuales, sino también proponer futuros estudios que expandan el análisis a más variables y técnicas avanzadas.

Trabajo en conjunto con Cinthia Noelia del Valle Vides (Universidad Nacional de Salta, Argentina) y Esteban Ernesto Rodríguez (Universidad Nacional de Salta, Argentina).

Referencias

[1] C. Ahumada, Notas de Estadística Descriptiva, Universidad Nacional de Salta, 2015.

[2] J.L. Devore, Probabilidad y Estadísticas para Ingeniería y Ciencias, Cengage Learning, 2008.

[3] Rondelli, Massimo, The Future of Formula 1 Racing: Neural Networks to Predict Tyre Strategy, Universita di Bologna, Italia. 2022.

[4] E. Bahit, Curso: Python para principiantes, safecreative, 2012.

[5] C. Chatfield, The Analysis of Time Series: An Introduction, Sixth Edition. Reino Unido: CRC Press, 2003.

[6] https://docs.fastf1.dev/, Biblioteca con datos de F1

Regresión robusta para composiciones con distribución Dirichlet generalizada.

Marina Fragalá
Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
mfragala@campus.ungs.edu.ar

El problema del análisis estadístico de datos composicionales sigue siendo una fuente de preocupación desde que en 1897 Karl Pearson pusiera de manifiesto la inadecuación de los métodos estadísticos clásicos para el estudio de los mismos. Los datos composicionales son realizaciones de vectores aleatorios positivos de suma constante. Suelen darse en forma de proporciones, porcentajes o concentraciones. Son habituales en ciencias aplicadas como biología, química, geología, economía, medicina, sociología, etc. Por eso es tan imprescindible disponer de herramientas adecuadas para su análisis.

Una posible distribución para las composiciones es la Dirichlet. Como los modelos de Dirichlet no siempre ajustan bien, Monique Graf (2020) propuso una generalización de dicha distribución, denominada distribución Beta Generalizada Simplicial (SGB). Esta distribución es lo suficientemente flexible como para adaptarse a muchas situaciones prácticas. La estimación por máxima verosimilitud y los modelos de regresión SGB fueron desarrollados por la misma autora.

En esta charla propondremos generalizaciones robustas con buenas propiedades asintóticas. Analizaremos cómo se comportan estos estimadores en escenarios de simulación con outliers y lo compararemos con el estimador clásico de Graf.

Trabajo en conjunto con Marina Valdora (Instituto de Cálculo, Universidad de Buenos Aires - Conicet) y Alfio Marazzi (Facultad de Biología y Medicina, Universidad de Lausanne, Suiza).

Referencias

[1] Aitchison J. (1986). The statistical analysis of compositional data. Monographs on statistics and applied probability. Chapman and Hall Ltd (reprinted 2003 with additional material by the Blackburn Press, London (UK).

[2] Aitchison J. (2003). The Statistical Analysis of Compositional Data. The Black- burn Press, Caldwell, NJ.

[3] García Ben M., Martínez E., Yohai V.J. (2006). Robust estimation for the multivariate linear model based on a Tau-scale. Journal of Multivariate Analysis 97, 1600–1622.

[4] Graf M. (2020). Regression for compositions based on a generalization of the Dirichlet distribution. Statistical Methodsand Applications.

[5] Graf M. (2020). SGB: Simplicial Generalized Beta Regression, R package.

[6] Marazzi A., Valdora M., Yohai V.J., Amiguet M. (2019). A robust conditional maximum likelihood estimator for generalized linear models with a dispersion parameter. Test. 28(1), 223–241.

Análisis Estadístico de las Características Habitacionales de la Población de Cuyo . Censo 2022

Lilian Adriana Mallea
Universidad Nacional de San Juan, Argentina
lamallea@gmail.com

En el presente trabajo se analizan, desde un enfoque estadístico de datos clásicos y de datos simbólicos, las condiciones habitacionales de la población de Cuyo en viviendas particulares. La fuente es el INDEC y los datos corresponden al Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2022 de las provincias de San Juan, Mendoza y San Luis ([5], [6], [7]). En el análisis clásico, la unidad experimental o microdato es el Departamento de cada una de las provincias de Cuyo. Siguiendo este enfoque se lleva a cabo un Análisis Factorial Exploratorio y posterior Clustering a partir de los factores principales, [4]. Con el propósito de realizar un Análisis de Datos Simbólicos (ADS) se agrupan los departamentos en clases o macrodatos según dos conceptos que permiten obtener los objetos simbolicos (OS) [1] a analizar. Se agrupan de acuerdo al concepto “Departamentos centrales de la Provincia”, en el que se incluye a Capital y sus departamentos aledaños, coincidentes aproximadamente, con los aglomerados urbanos de las respectivas provincias. El segundo de los conceptos se denomina “Otros departamentos”. En ambos casos se obtienen tres OS. En el enfoque simbólico se realiza una visualización y descripción simbólica de los objetos obtenidos ([2], [3]). De esta forma se logra, con la complementación de ambos tipos de análisis de datos, caracterizar zonas de cada provincia de Cuyo de acuerdo a las caracteristicas de vivienda de su población, como así también comparar las condiciones habitacionales de la población de las tres provincias.

Palabras Clave: Población. Cuyo. Censo2022. Datos clásicos. Datos simbólicos.

Trabajo en conjunto con Jose Ernesto Torres (Universidad Nacional de San Juan) y Leonel Ganga (Universidad Nacional de San Juan).

Referencias

[1] L. Billard, L., Diday, E. Symbolic Data Analysis: Conceptual Statistics and Data Mining. 2007.

[2] H. Bock, E. Diday. Analysis of Symbolic Data: Exploratory methods for extracting statistical information from complex data. Springer-Verlar, Berlin-Heidelberg, 2000.

[3] E. Diday. An Introduction to Symbolic Data Analysis and the Sodas Software. University Paris,Dauphine, 2000.

[4] D. Peña. Análisis de datos multivariantes. Madrid, Mc Graw Hill. 2002.

[5] Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2022. Resultados Definitivos. Provincia de San Juan. INDEC.2023.

[6] Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2022. Resultados Definitivos. Provincia de Mendoza. INDEC. 2023.

[7] Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2022. Resultados Definitivos. Provincia de San Luis. INDEC. 2023.

Métodos de Predicción de Series Temporales Simbólicas de Intervalos.

Cecilia Evelyn Martínez
Universidad Nacional de San Juan - Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales., Argentina
cecilia.martinez@unsj-cuim.edu.ar

Los datos simbólicos son un paradigma de representación de la información que surge a fines de los ochenta (Diday, 1987) bajo la premisa de que las variables clásicas, es decir, aquellas que a cada individuo le asignan un único valor, no son capaces de representar con fidelidad algunas situaciones. El análisis de datos simbólicos nos presenta una nueva manera de procesar información de diversas clases. En este sentido, los datos simbólicos, a diferencia de los clásicos, permiten representar conceptos de una manera sintética y descriptiva. La característica fundamental de los datos simbólicos es que permiten la descripción de elementos o fenómenos donde exista una variabilidad interna. Los conceptos implican variabilidad ya que por ejemplo, las distintas realizaciones de ese concepto pueden ser algo diferentes entre sí. La variabilidad surge de manera natural al agregar observaciones; dicha agregación puede ser contemporánea, es decir, si se recopilan

observaciones recogidas en un mismo instante temporal o cuando el instante temporal no es importante, o bien, temporal, cuando el criterio de agregación es el tiempo y se recopilan observaciones ocurridas a lo largo de una unidad de tiempo, por ejemplo, una hora, un día, una año, etc.

Al tener una estructura distinta que la de los datos clásicos, las técnicas de análisis del paradigma clásico no son válidas para analizar los datos simbólicos. Por ello, es necesario desarrollar un nuevo catálogo de métodos que sean capaces de extraer el conocimiento de este nuevo tipo de datos. Éste es el propósito del análisis de datos simbólicos.

Nuestro trabajo se centra en la descripción y pronóstico de las Series Temporales Simbólicas de Intervalo (STI), las cuales proporcionan una ventaja única para explorar la evolución de variables a lo largo del tiempo y que pueden ser un paso vital a la hora de decidir y planificar estratégicamente.

El análisis y la predicción de series de tiempo de intervalo tienen aplicaciones significativas en una amplia gama de campos, desde la economía y la meteorología hasta la salud pública y la industria. Capturan cómo variables cambian con el tiempo, revelando patrones cambiantes ocultos, y proporciona la base para la detección de anomalías, la predicción de eventos futuros, y la comprensión de ciclos y tendencias.

En el presente trabajo se abordan cuestiones metodológicas relativas al modelado y pronóstico de las STI, la selección de técnicas apropiadas para su análisis e interpretación de los resultados. Las mismas se aplican a series temporales de intervalo en un contexto financiero, tomando como ejemplo el Índice de Dow Jones y el Índice S & P 500.

Trabajo en conjunto con Lilian Adriana Mallea (Universidad Nacional de San Juan, Argentina).

Referencias

[1] Arroyo Gallardo, Javier. Tesis para la obtencióon del título de doctor: Méetodos de Predicción para Series Temporales de Intervalos e Histogramas. Departamento de Organizacióon Industrial Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI) Universidad Pontificia Comillas. Madrid, 2008.

[2] Arroyo, Javier; Gonzáles Rivera, Gloria; Maté, Carlos. "Forecasting with interval and histogram data Some financial applications".

[3] Diday, Edwin; Noirhomme Fraiture, Monique. "Symbolic data analysis and the SODAS software".

[4] Diday, Edwin; Monique Noirhomme-Fraiture. "Symbolic Data Analysis and the SODAS Software".

Reign-and-Conquer: Cluster Analysis with a Different Number of Clusters per Margin

Gabriel Martos Venturini
UTDT, Argentina
gmartos@utdt.edu

An often overlooked pitfall of model-based clustering is that it typically results in the same number of clusters per margin, an assumption that may not be natural in practice. We develop a clustering method that takes advantage of the sturdiness of model-based clustering, while attempting to mitigate this issue. The proposed approach allows each margin to have a varying number of clusters and employs a strategy game-inspired algorithm, named "Reign-and-Conquer", to cluster the data. Since the proposed clustering approach only specifies a model for the margins, but leaves the joint unspecified, it has the advantage of being partially parallelizable; hence, the proposed approach is computationally appealing as well as more tractable for moderate to high dimensions than a "full" (joint) model-based clustering approach. A battery of numerical experiments on simulated data indicates an overall good performance of the proposed methods in a variety of scenarios, and real datasets are used to showcase their usefulness in practice.

Trabajo en conjunto con Miguel de Carvalho, The University of Edinburgh, UK y Andrej Svetlosak, The University of Edinburgh, UK.

ANÁLISIS DE RELACIONES ENTRE VARIABLES ESPACIALES Y DE CONTEXTO EN PARTIDOS DE LA LIGA ESPAÑOLA DE FÚTBOL

Pablo Mislej
Instituto de Cálculo - Universidad de Buenos Aires, Argentina
pmislej@gmail.com

Durante un partido de fútbol se sucede una enorme cantidad de eventos, individuales y colectivos, entre los cuales se destacan las posiciones en el campo de juego que ocupan a cada tiempo T los 22 jugadores y la pelota; sumado a lo anterior podemos anexar el resultado parcial del encuentro, cuál de los equipos es local, la duración promedio de posesión del balón por cada escuadra, etc. Esta colección de variables espaciales y de contexto genera un ecosistema de información que -de contar con un muestrario significativo de partidos de un campeonato dado- permite obtener conclusiones acerca del comportamiento de los futbolistas en esa división.

En septiembre de 2023 el club de fútbol Real Racing Club de Santander, que milita en la Segunda División de España, y el Instituto de Cálculo de la Universidad de Buenos Aires, firmaron un convenio de colaboración para incentivar la investigación en temas de ciencia de datos aplicada al fútbol. En ese marco la Liga Española habilitó a que este grupo acceda a la información detallada que sobre cada partido de dicha competencia se trackea en la plataforma Mediacoach [1]. Se repasarán los diferentes hallazgos surgidos del estudio.

Trabajos como [2] y [3] de reciente publicación dan cuenta del tipo de análisis que emergen en esta línea de investigación.

Trabajo en conjunto con Andrés Farall (Universidad de Buenos Aires, Argentina), Diego Brunetti (Universidad de Buenos Aires, Argentina), Sebastián Ceria (Real Racing Club de Santander, España), Guillermo Durán (Universidad de Buenos Aires, Argentina), Manuel Durán (Universidad de Buenos Aires, Argentina) y Nicolás Marucho (Universidad de Buenos Aires, Argentina).

Referencias

[1] “Media Coach.” Wikipedia, La enciclopedia libre. URL https://en.wikipedia.org/wiki/Media_Coach.

[2] Lago-Peñas, Carlos, et al. “Do elite soccer players cover longer distance when losing? Differences between attackers and defenders.” International Journal of Sports Scienceand Coaching 16.3 (2021): 840–847.

[3] Lorenzo-Martinez, Miguel, et al. “Do elite soccer players cover less distance when their team spent more time in possession of the ball?.” Science and Medicine in Football 5.4 (2021): 310–316.

TEST DE HIPÓTESIS PARA LA VARIANZA DE UN NÚMERO GRANDE DE POBLACIONES.

Daniela Rodriguez
Universidad Torcuato Di Tella - Instituto de Calculo, CONICET, Argentina
0danielarodriguez@gmail.com

En esta charla presentaremos una propuesta de test de hipótesis para probar la igualdad de las varianzas de k poblaciones a partir de muestras independientes de cada una de ellas. En contraste con el escenario clásico, donde k se mantiene fijo y el tamaño de la muestra de cada población aumenta, aquí se asume que k es grande y el tamaño de cada muestra es pequeño en comparación con k. Se propone un nuevo test estudiando su distribución asintótica del estadístico bajo la hipótesis nula de igualdad de las k varianzas, así como bajo alternativas, lo que nos permite estudiar la consistencia del test. También se investigan dos aproximaciones bootstrap a la distribución nula del estadístico. Presentaremos un estudio de simulación para mostrar el comportamiento de la propuesta para muestras finitas y una aplicación a un conjunto de datos reales.

Trabajo en conjunto con María Dolores Jiménez Gamero (Universidad de Sevilla, España) y Marina Valdora (Universidad de Buenos Aires y CONICET, Argentina).

Pruebas de hipótesis robustas en modelos parcialmente lineales de índice simple

María Florencia Statti
Instituto de Cálculo, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Argentina
florencia.statti@ic.fcen.uba.ar

Gran parte de la actividad en robustez concierne al proceso de estimación, pero más allá de desarrollar estimadores robustos, el problema de realizar tests robustos también merece gran atención. De hecho, los tests de hipótesis son parte de la práctica habitual que realiza una persona que trabaja con datos. Por ejemplo, cuando se ajusta un modelo lineal, después del proceso de estimación y a fin de completar el análisis, se suelen hacer tests individuales sobre cada parámetro para verificar si es nulo o no, y así facilitar la interpretación del ajuste realizado. Este trabajo se propone introducir un estadístico robusto que permita contrastar hipótesis que involucren a la componente lineal del modelo.

En general, los test robustos han recibido un tratamiento menos extendido que la estimación robusta. Sin embargo, es sabido que los procedimientos de tests de hipótesis basados en la metodología clásica suelen heredar su sensibilidad a datos atípicos, en el sentido de que una pequeña cantidad de observaciones puede afectar el nivel o la potencia de los tests.

Es así que desarrollar tests de hipótesis que bajo contaminación retengan un nivel de significación estable, es deseable. Los trabajos de Heritier y Ronchetti (1994) y Cantoni y Ronchetti (2001) figuran entre los primeros que van en esta dirección en el campo de modelos paramétricos, el primero en un contexto general, mientras que el segundo está más enfocado a un modelo lineal generalizado. Estos autores también investigan la estabilidad del nivel asintótico bajo contaminación. Más recientemente, Bianco, Boente y Martínez (2006) y Bianco y Martínez (2009) estudian tests robustos en el caso del modelo parcialmente lineal y en el modelo logístico, respectivamente. Maronna et al. (2019) tratan el problema de tests robustos y en particular, se ocupan en el modelo lineal de los tests robustos de tipo Wald.

Consideremos el Modelo Parcialmente Lineal de Índice Simple (MPLIS) en el que se observa un vector $(y, \mathbf{x}, \mathbf{t})$, donde la variable respuesta y se relaciona con los dos vectores de covariables $\mathbf{x}$ y $\mathbf{t}$ mediante la ecuación

$$y = \boldsymbol{\beta}_0^t \mathbf{x} + \eta_0(\boldsymbol{\theta}_0^t \mathbf{t}) + \sigma_0 \epsilon \,,$$

siendo $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^p$ y $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^q$, y donde $\boldsymbol{\beta}_0 \in \mathbb{R}^p$, $\boldsymbol{\theta}_0 \in \mathbb{R}^q$ y $\sigma_0 \in \mathbb{R}$ son parámetros desconocidos y la función real univariada continua η_0 también lo es. Además asumiremos que el error ϵ es independiente del vector de covariables $(\mathbf{x}, \mathbf{t})$.

Para que el modelo sea identificable, supondremos que $||\boldsymbol{\theta}_0|| = 1$ y que su primera componente es positiva, ya que por el hecho de que η_0 sea desconocida, sólo la dirección del vector $\boldsymbol{\theta}_0$ puede ser reconocida.

La complejidad intrínseca del modelo que presenta una parte paramétrica y otra no paramétrica, hacen que el estudio de tests de hipótesis se vuelva un mayor desafío. Liang et al. (2010) desarrollan pruebas de hipótesis lineales para los coeficientes lineal e índice simple y proponen un test de bondad de ajuste para la componente no paramétrica. Este trabajo utiliza un método de perfiles que, al basarse en mínimos cuadrados, permite que datos atípicos influyan en la estimación y en consecuencia, en los estadísticos de las pruebas de hipótesis que se consideran allí.

En este trabajo, se proponen pruebas de hipótesis que involucran al parámetro lineal basadas en un estadístico de tipo Wald con el objetivo de que sean resistentes a la presencia de un pequeño porcentaje de observaciones anómalas.

Suponemos que tenemos una muestra aleatoria de vectores $(y_i, \mathbf{x}_i, \mathbf{t}_i) \subset \mathbb{R}^{p+q+1}$ para $i \in \{1, ..., n\}$, que siguen el modelo antes descripto y el objetivo será decidir entre las hipótesis

$$H_0 : \boldsymbol{\beta}_0 = \boldsymbol{\beta}_* \quad \text{contra} \quad H_1 : \boldsymbol{\beta}_0 \neq \boldsymbol{\beta}_* \,.$$

Para evaluar el comportamiento de la propuesta se realizaron simulaciones para cuantificar niveles de significación y potencia de los tests, y compararlos con los obtenidos en versiones clásicas.

Gran parte de este trabajo es parte de la tesis de doctorado de la autora bajo la dirección de la Dra. Ana M. Bianco, que se puede descargar en https://web.dm.uba.ar/files/tesis_doc/statti.pdf

Referencias

[1] Bianco A., Boente G. y Martinez E. (2006) Robust tests in semiparametric partly linear models. Scandinavian Journal of Statistics, 33: 435–450.

[2] Bianco A. y Martinez E. (2009) Robust testing in the logistic regression model. Computational Statistics and Data Analysis, 53: 4095–4105.

[3] Cantoni E. y Ronchetti E. (2001) Robust inference for generalized linear models. Journal of the American Statistical Association, 96: 1022–1030.

[4] Heritier S. y Ronchetti E. (1994) Robust Bounded-Influence Tests in General Parametric Models. Journal of the American Statistical Association, Vol. 89, No. 427. 897–904.

[5] Liang H., Liu X., Li R. y Tsai C. L. (2010) Estimation and testing for partially linear single-index models. The Annals of Statistics, 38(6): 3811–3836.

[6] Maronna R. A., Martin R. D., Salibián-Barrera M. y Yohai V. J. (2019) Robust statistics: theory and methods (with R). Second edition - John Wileyand Sons, Ltd.

Estimación robusta en modelos lineales generalizados de alta dimensión

Marina Valdora
Universidad de Buenos Aires, Argentina
mvaldora@gmail.com

Los modelos lineales generalizados (GLM) son una herramienta importante en el análisis de datos. En problemas de alta dimensión, los métodos tradicionales fallan, porque se basan en la suposición de que el número de observaciones es mayor que el número de covariables. El problema de los datos de alta dimensión ha sido ampliamente estudiado y se han propuesto procedimientos penalizados; ver, por ejemplo, [1]. Si una pequeña proporción de los datos observados es atípica, los métodos clásicos para estos modelos se vuelven inestables y poco fiables. Estimadores robustos para modelos lineales de alta dimensión han sido propuestos en [2] y [3], entre otros. En [4] se introdujeron M-estimadores robustos penalizados para GLM, mientras que en [5] se propusieron estimadores robustos penalizados para la regresión logística. Los MT-estimadores propuestos en [6] son particularmente adecuados para GLM; sin embargo, necesitan buenas estimaciones iniciales; ver [7]. En este trabajo presentamos MT-estimadores penalizados para GLM, ilustramos sus propiedades teóricas y métodos computacionales y mostramos resutados de simulaciones y ejemplos.

Trabajo en conjunto con Claudio Agostinelli (Universidad de Trento, Italia).

Referencias

[1] J. Friedman, T. Hastie, and R. Tibshirani. The elements of statistical learning, volume 1. Springer, 2001.

[2] R.A. Maronna. Robust ridge regression for high-dimensional data. Technometrics, 53(1):44–53, 2011.

[3] E. Smucler and V.J. Yohai. Robust and sparse estimators for linear regression models. Computational Statisticsand Data Analysis, 111:116–130, 2017.

[4] M. Avella-Medina and E. Ronchetti. Robust and consistent variable selection in high-dimensional generalized linear models. Biometrika, 105(1):31–44, 2018.

[5] A.M. Bianco, G. Boente, and G. Chebi. Penalized robust estimators in sparse logistic regression. Test, 1–32., 2021.

[6] M. Valdora and V.J. Yohai. Robust estimators for generalized linear models. Journal of Statistical Planning and Inference, 146:31–48, 2014.

[7] C. Agostinelli, M. Valdora, and V.J. Yohai. Initial robust estimation in generalized linear models. Computational Statisticsand Data Analysis, 134:144–156, 2019.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 7: Lógica y Computabilidad

Cuasivariedades de hoops básicos

Gabriel Ignacio Bernal Ribotta
Universidad Nacional del Litoral (UNL), Argentina
gabrielgib.bernal@gmail.com

Un hoop es un álgebra $(A, \cdot, \to, 1)$ tal que $(A, \cdot, 1)$ es un monoide conmutativo y se satisfacen $x \to x = 1$, $x \cdot (x \to y) = y \cdot (y \to x)$ y $x \to (y \to z) = (x \cdot y) \to z$. Un hoop es de Wajsberg si, además, se cumple $(x \to y) \to y = (y \to x) \to x$. Son la contraparte algebraica del razonamiento multivaluado positiva.

Por otro lado, los hoops básicos son álgebras $(A, \cdot, \to, 1)$ que son productos subdirectos de hoops totalmente ordenados. Estos forman una variedad axiomatizada por $(x \to y) \to z \leq ((y \to x) \to z) \to z$.

Los hoops básicos totalmente ordenados pueden ser representados como suma ordinal de hoops de Wajsberg. Estos resultados junto con un estudio de las variedades son presentados en [1,3].

Las subvariedades y subcuasivariedades de hoops básicos se corresponden con extensiones del fragmento positivo de la lógica básica de Hájek, por lo que su estudio tiene un impacto importante en el desarrollo de la lógica. Dada la complejidad de las cuasivariedades, los estudios actuales se han centrado en el estudio de variedades.

Las cuasivariedades de hoops de Wajsberg generadas por una única cadena fueron estudiadas en [2,4]. Usando estos resultados, analizamos las cuasivariedades generadas por hoops básicos totalmente ordenados que son sumas ordinales finitas de hoops de Wajsberg.

En este trabajo vamos a ver algunos resultados interesantes de caracterización de cuasivariedades de hoops básicos teniendo como puntapié incial la construcción de suma ordinal y su comportamiento con respecto a los operadores del álgebra universal.

Trabajo en conjunto con Conrado Gómez (Universidad Nacional del Litoral, Argentina), Manuela Busaniche (Universidad Nacional del Litoral, Argentina) y Miguel Marcos (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Referencias

[1] Aglianò, P., and Montagna F., 'Varieties of BL-algebras I: general properties', Journal of Pure and Applied Algebra, 181, (2003), 105–129.

[2] Aglianò, P., 'Quasivarieties of Wajsberg Hoops', Fuzzy Sets and Systems, 465, (2023).

[3] Busaniche, M., 'Decomposition of BL-chains', Algebra Universalis, 52, (2004), 519–525.

[4] Gispert, J., and Torrens, A., 'Quasivarieties Generated by Simple MV-Algebras', Studia Logica, 61(1), (2003), 79—99.

Retículos de Lewis débiles

Sergio Celani
Facultad de Ciencias Exactas- NUCOMPAC y CONICET. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina
sergiocelani@gmail.com

Un marco de entorno (neighbourhood frame) es una estructura relacional de la forma $\langle X, M \rangle$, donde X es un conjunto y $M \subseteq X \times \mathcal{P}(X)$, es decir, M es una relación entre puntos y subconjuntos de X. Estas clases de estructuras se utilizan para estudiar lógicas modales más generales que las lógicas modales normales. En esta charla vamos a estudiar la teoría de representación de la variedad WL de retículos distributivos con una implicación $\Rightarrow$, llamados retículos de Lewis débiles, que corresponden a los subreductos $\vee, \wedge, \Rightarrow, \bot, \top$ de la clase de álgebras generada por la famila de álgebras $\{\langle \mathcal{P}(X), \cup, \cap, \emptyset, X \Rightarrow_M \rangle : \langle X, M \rangle$ es un marco de entorno$\}$, donde la implicación $\Rightarrow_M$ se define por

$$U \Rightarrow_M V = \{x \in X : \forall Y \in M(x)(Y \subseteq U \text{ implica } Y \subseteq V)\}$$

para todo $U, V \in \mathcal{P}(X)$. La variedad WL corresponde fragmento de la lógica iP$^-$ (arithmetical base preservativity logic) e incluye a la variedad de las álgebras de Heyting débiles [1]. La importancia de la variedad WL y su teoría de representación radica que permite probar un teorema de completitud para la lógica iP$^-$ y algunas de sus extensiones [2] [3][4][5].

Trabajo en conjunto con Ismael Calomino (Universidad Nacional del Centro) y Hernán San Martín (Universidad Nacional de la Plata).

Referencias

[1] Celani S., Jansana R.: Bounded distributive lattices with strict implication. Math. Log. Q. 51, 219–246 (2005).

[2] de Groot J., Litak T., Pattinson D.: Gödel-McKinsey-Tarski and Blok-Esakia for Heyting-Lewis Implication. https://arxiv.org/pdf/2105.01873.pdf

[3] Iemhoff R.: Preservativity logic: An analogue of interpretability logic for constructive theories. Math. Log. Q. 49, 230–249 (2003).

[4] Iemhoff R., De Jongh D., Zhou C.: Properties of intuitionistic provability and preservativity logics. Logic J. IGPL 13, 615–636 (2005).

[5] Litak T., Visser A.: Lewis meets Brouwer: constructive strict implication. Indag. Math. 29, 36–90 (2018).

DUALIDAD TOPOLÓGICA PARA SEMIRETÍCULOS CON ADJUNCIONES

Belén Giménez
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina
belengim.28@gmail.com

Un semiretículo con adjunción es una estructura (A, l, r) donde $A = \rangle A, \wedge, 1\langle$ es un semiretículo acotado, con l y r operadores unarios sobre A que verifican:

$$(Adj)\ l(x) \leq y \longleftrightarrow x \leq r(y)$$

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar una dualidad entre la categoría de semiretículos con adjunciones y una categoría de ciertos espacios topológicos multirelacionales con determinados morfismos. Para llevar a cabo esta dualidad, empleamos la dualidad para semiretículos monótonos desarrollada por Calomino, Menchón y Zuluaga en [1], así como ciertos resultados establecidos en [2].

Trabajo en conjunto con Gustavo Pelaitay (CONICET -UNSJ) y William Zuluaga (CONICET-UNICEN).

Referencias

[1] Calomino, I., Menchón, P. y Botero, W.J.Z. A Topological Duality for Monotone Expansions of Semilattices. Appl Categor Struct 30, 1257–1282 (2022).

[2] Celani, S.A., González, L.J. A Categorical Duality for Semilattices and Lattices. Appl Categor Struct 28, 853–875 (2020).

Axiomatización de sistemas lógicos modales multivaluados finitos

Eros Pablo Girardi
Universidad Nacional del Litoral, Argentina
erospablo2001@gmail.com

Los sistemas de lógicas modales y multivaluadas son una extensión de las lógicas modales clásicas que admiten más de dos valores de verdad. Nos proveen de formalizaciones que nos permiten modelar otros tipos de razonamientos más generales que los clásicos.

Las semánticas basadas en modelos de Kripke son en la lógica modal clásica las herramientas que permiten la interpretación de las proposiciones. Estos modelos están formados por un conjunto de mundos posibles, una relación binaria R de accesibilidad entre ellos y una evaluación e en el álgebra de Boole de 2 elementos de cada una de las proposiciones en cada uno de los mundos posibles. En el contexto no-clásico, tanto la relación R de accesibilidad como la evaluación e pasan a ser multivaluadas ([1]). En este caso, R se modifica y pasa a ser una relación que establece el grado de accesibilidad entre dos mundos como función de dos variables. Por otro lado, e pasa a ser una evaluación que da el grado de verdad de una proposición en un mundo.

En el caso clásico, hay una correspondencia entre los modelos cuyas relaciones satisfacen ciertas propiedades y los axiomas de esos sistemas determinados por esos modelos ([3]). Nuestro objetivo es investigar este tipo de correlación en sistemas de lógicas modales y multivaluadas para algunos casos concretos ([2]). En particular, centramos la investigación en el caso que tanto la relación como la evaluación tomen valores en cadenas finitas, en particular sobre las álgebras finitas n-arias de Łukasiewicz y Gödel. Este trabajo pretende dar un primer paso en la caracterización de sistemas lógicos modales y multivaluados. Demostramos rigurosamente algunas equivalencias entre axiomas y propiedades de la relación de accesibilidad en el caso multivaluado junto a otras propiedades.

Trabajo en conjunto con Dra. Manuela Busaniche (Universidad Nacional del Litoral) y Dr. Miguel Marcos (Universidad Nacional del Litoral).

Referencias

[1] Bou F., Esteva, F., Godo, L., Rodriguez, R. On the minimum many-valued modal logic over a finite residuated lattice, Journal of Logic and Computation, 21(5): 739–790, 2011.

[2] Busaniche, M., Cordero, P., Marcos, M., Rodriguez, R. An algebraic semantics for possibilistic finite-valued Łukasiewicz logic. International Journal of Approximate Reasoning. Volume 159, 2023.

[3] Calarco, V. On Simplified Semantics and Translation Problems for Euclidean Modal Logics. Master Thesis, supervised by Metcalfe, G. and van den Berg, Line. Mathematical Institute of the Faculty of Science, University of Bern, 2023.

Semántica algebraica para un fragmento de la lógica intuicionista dinámica concurrente

Rocío Elizabeth Wagner
Universidad Nacional de La Pampa, Argentina
rociow_ts@hotmail.com

La lógica Proposicional dinámica (PDL) [1] es un sistema lógico basado en la lógica clásica definido sobre un lenguaje de programas. A cada programa α se le asocia un conector modal $[\alpha]$ donde la fórmula $[\alpha]\varphi$ significa: después de cada ejecución de α, φ es verdad. Se parte de programas atómicos y se forman nuevos programas a través de ciertas operaciones entre programas. Una extensión de la PDL, llamada lógica concurrente proposicional dinámica (CDPL), fue considerada por Pelag [2], agregando una operación entre programas, la cual fue estudiada principalmente por R.Goldblatt en [3],[4]. La CPDL está basada en la lógica clásica, aquí consideraremos una versión de las lógicas proposicionales dinámicas concurrentes basadas en la lógica intuicionista (ICPDL) con un solo programa ([5],[6]). En esta comunicación presentaremos semánticamente un nuevo fragmento de las ICPDL con un solo programa. Daremos una axiomatización a través de un sistema al estilo Hilbert y extendiendo las nociones estudiadas por Sergio Celani en [7] para álgebras de Boole concurrentes, presentaremos a las Álgebras de Heyting concurrentes o CH-álgebras, las cuales forman una semántica algebraica para dicho fragmento de ICPDL. Hemos desarrollado dos semánticas relacionales, los ic-marcos y los IKN-marcos. Aquí, nos centraremos en los ic-marcos. Presentaremos un tipo de espacio topológico (Espacios de Esakia concurrentes) basados en los ic-marcos, los cuales son una representación topológica de las CH-álgebras. Definiremos la categoría de las CH-álgebras y la categoría de los Espacios de Esakia concurrentes, y veremos que estas categorías son dualmente equivalentes.

Trabajo en conjunto con Luciano González (Universidad Nacional de La Pampa, Argentina) y Sergio Celani (Universidad Nacional del Centro de la provincia de Buenos Aires, Argentina).

Referencias

[1] V. R. Pratt. Semantical considerations on Floyd-Hoare logic. In 17th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, pages 109-121. IEEE, 1976.

[2] D. Peleg. Concurrent dynamic logic. Journal of the Association for Computing Machin ery, 34(2):450–479, 1987.

[3] R. Goldblatt. Logics of time and computation, volume 7 of Lecture Notes. CSLI, second edition edition, 1992.

[4] R. Goldblatt. Parallel action: Concurrent dynamic logic with independent modalities. Studia Logica, 51:551–578, 1992.

[5] D. Wijesekera. Constructive modal logics I. Ann. of Pure Appl. Logic, 50(3):271–301, 1990.

[6] D. Wijesekera and A. Nerode. Tableaux for constructive concurrent dynamic logic. Ann. Pure Appl. Logic, 135(1–3):172, 2005.

[7] S. Celani. Concurrent algebras: an algebraic study of a fragment of concurrent propo sitional dynamic logic. Algebra Universalis, 66:183–204, 2011.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 8: Matemática Discreta

EVOLUCIÓN DE AUTÓMATAS CELULARES PERMUTACIONALES

Diego Luis Alberto
Universidad Nacional de Salta, Argentina
diegoalberto@exa.unsa.edu.ar

En el estudio de las propiedades de los autómatas celulares permutacionales es de interés buscar ejemplos o familias de autómatas que sean sensibles a las condiciones iniciales, positivamente expansivos, como así también, cuál es el conjunto límite de los mismos. De la simulación realizada para observar el comportamiento de las órbitas de los puntos a través de un autómata celular permutacional, se infiere que en algún momento el comportamiento es similar a aplicar la full shift en una cantidad finita de veces.

En [1], para un alfabeto de cardinal dos, presentaron una familia de autómatas celulares electores que tiene convergencia en tiempo finito, y cualquier autómata celular F de esta familia cumple que el comportamiento de F^2 es similar al comportamiento de realizar la composición, varias veces, del full shift consigo misma. Por otro lado, en [2] se probó que estos autómatas celulares - llamados allí shift de longitud variable - son sensibles a las condiciones iniciales. Un autómata elector se define usando un código para la full shift unidimensional y la permutación identidad se asocia a cada palabra del código para definir el sistema de permutaciones del autómata. En [2], donde se considera un alfabeto finito, se demostró que si el sistema de permutaciones se define usando a una única permutación distinta de la identidad, el autómata celular que resulta, también es sensible a las condiciones iniciales.

Con el propósito de conocer más el comportamiento de estos autómatas celulares - que en su definición se usa a una única permutación distinta de la identidad - realizamos simulaciones y observamos que F^{k+1} presentan el mismo comportamiento de aplicar varias veces la full shift, donde k es el período de la permutación que define el autómata celular. Finalmente, probamos de manera general, que hay una familia que tiene este comportamiento; mostrando ejemplos particulares en un alfabeto de cardinal mayor a dos y aún queda pendiente analizar que sucede en el alfabeto de cardinal dos, donde en este caso la permutación transpuesta es la que usamos para definir el sistema de permutaciones del autómata celular.

Trabajo desarrollado en el marco del proyecto de investigación C.I.U.N.Sa. N°: 2728: "Propiedades Dinámicas de Autómatas Celulares¨.

Referencias

[1] Jadur, C.; Yazlle, J., On the Dynamics of Cellular Automata induced from a Prefix Code. Adv. in Appl. Math. 38, 27–53 (2007).

[2] Alberto, D., Sensitivity of Cellular Automata: The Case of Variable Length Shifts. Journal of Cellular Automata 13, 429–440 (2017).

THE STABILITY OF NONSTATIONARY MARKOV STRATEGIES IN A DYNAMIC RESOURCE GAME WITH HETEROGENEOUS DISCOUNTING

Luis Alcalá
Instituto de Matemática Aplicada San Luis, UNSL-CONICET, Argentina
lalcala@unsl.edu.ar

In this paper, we study the stability of nonstationary Markov strategies in a two-player dynamic resource game with heterogeneous discount factors and infinite horizon, originally developed by Levhari and Mirman [1]. It is well known that this game has a unique Markov-perfect equilibrium (MPE) in stationary strategies that is also globally stable. We analyze several consequences of enlarging the strategy spaces of the players to include Markov nonstationary strategies. In particular, we prove the following: 1. The MPE in stationary strategies is the limit of a sequence of nonstationary equilibria for the finite horizon game as the horizon tends to infinity; 2. The MPE in stationary strategies is also an MPE in nonstationary strategies, but it is both locally and globally unstable; 3. There are two asymptotic equilibria where the consumption of one player converges to zero and the consumption of the other player is maximized in the limit. Both of these equilibria are saddle-path stable; and 4. There is a continuum of asymptotic equilibria where the consumption of both players converge to zero and the limiting stock is maximized, which are locally stable. However, these equilibria may not satisfy a terminal condition for dynamic problems with unbounded payoffs, which is both necessary and sufficient for optimality, as has been recently shown by Wiszniewska-Matyszkiel [2], and Wiszniewska-Matyszkiel and Singh [3].

Referencias

[1] Levhari D. and Mirman L.J. (1980) “The Great Fish War: An example using a dynamic Cournot-Nash solution,” Bell Journal of Economics, 11(1):322–334.

[2] Wiszniewska-Matyszkiel A. (2011) “On the terminal condition for the Bellman equation for dynamic optimization with an infinite horizon,” Applied Mathematics Letters, 24, 943–949.

[3] Wiszniewska-Matyszkiel A. and Singh R. (2021) “Necessity of the terminal condition in the infinite horizon dynamic optimization problems with unbounded payoff,” Automatica, 123,109332.

Complejidad computacional de algunos problemas de modificación a grafos de intervalos.

Aldana Ayelén Alcantar
UBA-Instituto de cálculo, Argentina
ayealcantar@ic.fcen.uba.ar

Un problema de modificación de grafos consiste en analizar cómo agregar o borrar aristas o vértices de forma mínima para que el grafo resultante cumpla una cierta propiedad. En particular, el problema Π-*Completion* consiste en agregar aristas de forma mínima para que el grafo cumpla la propiedad deseada Π. La complejidad computacional de estos problemas suele ser difícil por lo que se busca encontrar versiones tratables modificando la clase de grafos que se utiliza como input.

En este trabajo, buscamos analizar la complejidad del problema de completar grafos de línea arco circulares a grafos de intervalos. Específicamente, queremos determinar si un grafo de línea arco circular $L(G)$ puede ser completado con k o menos aristas para convertirse en un grafo de intervalos, y demostrar que esto es equivalente a encontrar un OLA de tamaño específico en $L(G)$.

Este trabajo es una primera aproximación a analizar la complejidad del problema de completar grafos arco circulares a grafos de intervalos, el cual es un problema abierto.

Trabajo en conjunto con Guillermo Durán (UBA, FCEN, Departamento de Matemática. CONICET- Instituto de Cálculo (IC). Buenos Aires, Argentina) y Nina Pardal (UBA, FCEN, Departamento de Computación. CONICET- Instituto de Ciencias de la Computación (ICC). Buenos Aires, Argentina. University of Sheffield, Inglaterra).

Comparación de Algoritmos de asignación de bienes indivisibles.

Agustín Alvarez
Universidad Nacional de General Sarmiento, Instituto de Ciencias, Los Polvorines, Provincia de Buenos Aires, Argentina
agalvarez@campus.ungs.edu.ar

Cómo repartir un conjunto de bienes indivisibles (artículos, no plata) entre un grupo de personas no es un problema sencillo. Las personas podrían ser un grupo de hermanas que heredan un conjunto de bienes, o un matrimonio que se divorcia, o países en conflicto por un conjunto de recursos. Pensando en las hermanas que heredan, cada hermana valora los bienes según su propia subjetividad y se desea tener un método que reparta los bienes de manera que todas queden satisfechas con el reparto. Hay definidas distintas medidas de justicia y funciones de bienestar para medir cuán buenos son los repartos de este tipo y lo deseable suele ser proponer algoritmos de reparto que se desempeñen bien respecto a estas medidas o cuantificadores. Proponemos un método de asignación y lo comparamos a través de simulaciones con otros algoritmos conocidos. A su vez, para casos de pocos agentes y pocos artículos también comparamos con métodos exhaustivos que logran, de existir, repartos proporcionales o repartos sin envidia, observando en qué proporción de casos no se logran estos repartos justos con el algoritmo propuesto y los conocidos. También comparamos con métodos exhaustivos que maximizan medidas de bienestar como el Bienestar de Nash o el igualitario, observando la pérdida con los otros algoritmos en este sentido. El objetivo de realizar esta comparación es elegir un método de asignación que sea computable tanto en casos de pocos herederos y pocos agentes como cuando estas cantidades son moderadas o grandes y que su comportamiento sea bueno o aceptable en los casos en que se puede comparar con algoritmos exhaustivos. Programar dicho método dentro de una aplicación Shiny para brindar una herramienta de reparto de bienes indivisibles para posibles usuarios interesados.

Es un problema bastante similar al de repartir bienes, el de repartir un conjunto de tareas entre trabajadores, donde cada uno valora las tareas según su percepción. También se estudia este problema y se propone un método de reparto de tareas.

Finalmente se crea una aplicación Shiny para que los usuarios interesados puedan utilizar libremente esta herramienta en cualquiera de los tipos de reparto.

Algunos trabajos importantes del área se incluyen en las referencias.

Referencias

[1] Amanatidis, G., Aziz, H., Birmpas, G., Filos-Ratsikas, A., Li, B., Moulin, H., . . .and Wu, X. (2023). Fair division of indivisible goods: Recent progress and open questions. Artificial Intelligence, 322, 103965.

[2] Lipton, R. J., Markakis, E., Mossel, E.,and Saberi, A. (2004). On approximately fair allo- cations of indivisible goods. In Proceedings of the 5th ACM Conference on Electronic Commerce (pp. 125–131).

[3] Plaut, B.,and Roughgarden, T. (2020). Almost envy-freeness with general valuations. SIAM Journal on Discrete Mathematics, 34(2), 1039–1068.

[4] Akrami, H., Alon, N., Chaudhury, B. R., Garg, J., Mehlhorn, K.,and Mehta, R. (2022). EFX allocations: Simplifications and improvements. arXiv preprint arXiv:2205.07638.

Mecanismos de asignación eficiente en mercados muchos a muchos dinámicos

Adriana del Valle Amieva Rodriguez
Universidad Nacional de San Luis. Instituto de Matematica Aplicada San Luis, Argentina
adry.91101@gmail.com

En este trabajo, analizamos la asignación de docentes a escuelas en un mercado muchos-a-muchos donde la variable temporal tiene un rol fundamental. Adaptamos un concepto de estabilidad a estos mercados y presentamos un mecanismo que calcula una asignación estable de forma dinámica, obteniendo resultados eficientes dentro del conjunto de asignaciones dinámicamente estables. No obstante, es posible encontrar asignaciones no dinámicamente estables que sean más eficientes para los trabajadores. Para estos casos, proponemos un mecanismo que calcula la asignación más eficiente fuera del conjunto de asignaciones dinámicamente estables.

Trabajo en conjunto con Pablo Neme (Universidad Nacional de San Luis, Argentina) y Agustín Bonifacio (Universidad Nacional de San Luis, Argentina).

Manipulaciones Obvias y la Regla Uniforme

Roberto Pablo Arribillaga
Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET) - Departamento de Matemática (UNSL) , Argentina
rarribi@gmail.com

En el problema de la asignación de un bien infinitamente divisible entre agentes cuyas preferencias son unimodales, demostramos que la regla uniforme es la única regla de asignación que satisface eficiencia, consistencia, garantía de división equitativa y no manipulabilidad obvia.

Ampliación:

En la teoría de la asignación de recursos, particularmente cuando se trata de un bien completamente divisible, es esencial encontrar reglas de asignación que sean justas y eficientes. En este contexto, consideramos una situación donde varios agentes tienen preferencias unimodales, es decir, cada agente tiene una única cantidad ideal de la mercancía que prefiere más que cualquier otra cantidad y conforme se aleja de esa cantidad su situación empeora.

La regla uniforme se refiere a un método de asignación que propone un reparto lo más igualitario popsible de manera de hacer un repato eficiente.

Nuestro análisis muestra que esta regla uniforme es la única que cumple simultáneamente con los siguientes criterios:

Eficiencia: La asignación debe maximizar el bienestar total, es decir, no debe haber manera de reorganizar la distribución para que al menos un agente esté mejor sin que otro esté peor.

Consistencia: Si aplicamos la regla a un subconjunto de agentes con el bien asignada a ese subconjunto, la asignación resultante debe ser coherente con la asignación original.

Garantía de división equitativa: Cada agente debe recibir el reparto igualitario si este es su cantidad ideal.

No manipulabilidad obvia: No debe ser posible para un agente mejorar su asignación reportando falsamente sus preferencias de manera obvia.

Estos criterios aseguran que la regla de asignación no solo es justa y eficiente, sino también robusta ante intentos de manipulación y consistente en diferentes escenarios de asignación. La conclusión de que solo la regla uniforme satisface todos estos criterios simultáneamente es significativa, ya que proporciona una base teórica sólida para su uso en diversas aplicaciones prácticas de asignación de recursos.

Trabajo en conjunto con Agustín Bonifacio (Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET) - Departamento de Matemática (UNSL)).

Referencias

[1] Sprumont, Y. (1991): “The division problem with single-peaked preferences: a charac- terization of the uniform allocation rule,” Econometrica, 509–519.

[2] Thomson, W. (1994): “Consistent solutions to the problem of fair division when prefer- ences are single-peaked,” Journal of Economic Theory, 63, 219–245.

[3] Troyan, P. and T. Morrill (2020): “Obvious manipulations,” Journal of Economic The- ory, 185, 104970. 25.

[4] Ching, S. (1994): “An alternative characterization of the uniform rule,” Social Choice and Welfare, 11, 131–136.

[5] Arribillaga, R. P. and A. G. Bonifacio (2024): “Obvious manipulations of tops-only voting rules,” Games and Economic Behavior, 143, 12–24.

NOT OBVIOUSLY MANIPULABLE ALLOTMENT RULES

Agustín Bonifacio
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
agustinbonifacio@gmail.com

In the problem of allocating a single non-disposable commodity among agents whose preferences are single-peaked, we study a weakening of strategy-proofness called not obvious manipulability (NOM). If agents are cognitively limited, then NOM is sufficient to describe their strategic behavior. We characterize a large family of own-peak-only rules that satisfy efficiency, NOM, and a minimal fairness condition. We call these rules “simple”. In economies with excess demand, simple rules fully satiate agents whose peak amount is less than or equal to equal division and assign, to each remaining agent, an amount between equal division and his peak. In economies with excess supply, simple rules are defined symmetrically. These rules can be thought of as a two-step procedure that involves solving a claims problem. We also show that the single-plateaued domain is maximal for the characterizing properties of simple rules. Therefore, even though replacing strategy-proofness with NOM greatly expands the family of admissible rules, the maximal domain of preferences involved remains basically unaltered.

Trabajo en conjunto con Pablo Arribillaga (Universidad Nacional de San Luis, Argentina).

Referencias

[1] Arribillaga, R. P. and A. G. Bonifacio (2024): “Obvious manipulations of tops-only voting rules,” Games and Economic Behavior, 143, 12–24.

[2] Barberà, S., M. O. Jackson and A. Neme (1997): “Strategy-proof allotment rules,” Games and Economic Behavior, 18, 1–21.

[3] Ching, S. and S. Serizawa (1998): "A maximal domain for the existence of strategyproof rules," Journal of Economic Theory, 78, 157–166.

[4] Massó, J. and A. Neme (2001): "Maximal domain of preferences in the division problem," Games and Economic Behavior, 37, 367–387.

[5] Ortega, J. and E. Segal-Halevi (2022): "Obvious manipulations in cake-cutting," Social Choice and Welfare, 1–20.

[6] Sprumont, Y. (1991): "The division problem with single-peaked preferences: a characterization of the uniform allocation rule," Econometrica, 509–519.

[7] Troyan, P. and T. Morrill (2020): "Obvious manipulations," Journal of Economic Theory, 185, 104970.

HACIA UNA CARACTERIZACIÓN DE LOS GRAFOS BALANCEADOS DENTRO DE LA CLASE DE GRAFOS COCLAW-FREE

Lucía Busolini
Universidad de Buenos Aires, Argentina
lucia.busolini@gmail.com

Una matriz $A \in \{0,1\}^{n\times m}$ es balanceada [1] si no contiene como submatriz una matriz cuadrada de orden impar con exactamente dos 1's por fila y por columna. Un grafo G es balanceado [2] si su matriz de incidencia cliques maximales vs. vértices es balanceada. Bonomo, Durán, Lin y Szwarcfiter probaron en [3] que un grafo es balanceado si y sólo si no contiene soles impares generalizados como subgrafos inducidos. Sin embargo, esta caracterización no es una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales ya que algunos soles impares generalizados contienen otros soles impares generalizados como subgrafos inducidos propios. No se conoce todavía una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales de la clase de grafos balanceados. A pesar de esto, existen algunas caracterizaciones parciales en esta dirección.

Anteriormente, logramos caracterizar los grafos claw-free (es decir, que no tienen $K_{1,3}$ inducidos) que son balanceados, como aquellos que no contienen agujeros impares, antiagujeros de longitud 7, ni pirámides como subgrafos inducidos. Notamos que los resultados previos [1, 4, 5] que usamos para esta caracterización pueden aplicarse también en el caso de grafos coclaw-free (es decir, que no tienen $K_3 \cup K_1$ inducidos), y es por esto que estamos trabajando en la caracterización de los grafos coclaw-free que son balanceados.

En esta charla voy a introducir los trabajos previos que fueron la base para lograr describir los grafos claw-free balanceados. Además, mencionaré qué nos permite afirmar acerca de los grafos coclaw-free que son balanceados y los resultados parciales que hemos obtenido en el camino a una caracterización por subgrafos inducidos prohibido minimales de los grafos coclaw-free que son balanceados.

Trabajo en conjunto con Guillermo Durán (Universidad de Buenos Aires, Argentina) y Martín D. Safe (Universidad Nacional del Sur, Argentina).

Referencias

[1] C. Berge. "Balanced matrices". En: Math. Programming 2.1 (1972), 19–31.

[2] C. Berge y V. Chvátal, eds. Topics on perfect graphs. Vol. 88. North-Holland Mathematics Studies. Annals of Discrete Mathematics, 21. North-Holland, Amsterdam, 1984, págs. xiv+369.

[3] F. Bonomo, G. Durán, M. C. Lin y J. L. Szwarcfiter. "On balanced graphs". En: Math. Program. 105.2-3, Ser. B (2006), 233–250.

[4] V. Chvátal y N. Sbihi. "Recognizing claw-free perfect graphs". En: J. Combin. Theory Ser. B 44.2 (1988), 154–176.

[5] F. Maffray y B. A. Reed. "A description of claw-free perfect graphs". En: J. Combin. Theory Ser. B 75.1 (1999), 134–156.

GAPS EN POLINOMIOS CICLOTÓMICOS BINARIOS

Antonio Cafure
Universidad Nacional de General Sarmiento, CONICET, Argentina
acafure@campus.ungs.edu.ar

El conjunto de gaps de un polinomio dado por su representación densa es el conjunto de las distancias entre las potencias de monomios no nulos consecutivos. El máximo gap de un polinomio es el máximo de este conjunto.

En este contexto, el estudio de los gaps de los polinomios ciclotómicos ha cobrado relevancia en los últimos años como consecuencia de las aplicaciones a problemas de criptografía ([1], [2]). El primer caso importante de estudio es el caso de los polinomios ciclotómicos binarios. Un polinomio ciclotómico Φ_n se dice binario si $n = pq$, con $p < q$ números primos. Es sabido que el máximo gap de Φ_{pq} es igual a $p - 1$ y que la cantidad de estos gaps es igual a $2\lfloor q/p \rfloor$ ([1], [2]). De todos modos queda aún por determinar el conjunto completo de gaps de Φ_{pq}.

En esta comunicación presentaremos los dos resultados que siguen.

El primero de ellos da cuenta del segundo gap de Φ_{pq}. En efecto, mostramos que si $3 < p < q$ son primos impares y $r > 0$ es el resto de q módulo p, entonces el segundo gap de Φ_{pq} es igual al máximo entre $p - r - 1$ y $r - 1$.

El segundo resultado proporciona una caracterización combinatoria de los sucesivos gaps de Φ_{pq} cuando $q \equiv \pm 1 \mod p$. En particular, implica el de [3] sobre la existencia de gaps de todas las longitudes.

Para obtener estos resultados apelamos a la interpretación de los polinomios ciclotómicos binarios en términos de una concatenación de palabras sobre el alfabeto $\{-1, 0, 1\}$ que introdujimos en nuestro trabajo [4].

Trabajo en conjunto con Eda Cesaratto (Universidad Nacional de General Sarmiento, CONICET, Argentina).

Referencias

[1] Hong, H.; Lee, E.; Lee, H.; Park, C. Maximum gap in (inverse) cyclotomic polynomial. J. Number Theory 132, No. 10, 2297–2315 (2012).

[2] Zhang, B. Remarks on the maximum gap in binary cyclotomic polynomials. Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roum., Nouv. Sér. 59(107), No. 1, 109-115 (2016).

[3] Camburu, O.; Ciolan, E.; Luca, F.; Moree, P.; Shparlinski, I. Cyclotomic coefficients: gaps and jumps. J. Number Theory 163, 211–237 (2016).

[4] Cafure, A.; Cesaratto, E. Binary cyclotomic polynomials: representation via words and algorithms. Lecroq, Thierry (ed.) et al., Combinatorics on words. 13th international conference, WORDS 2021, Rouen, France, September 13—17, 2021. Proceedings. Cham: Springer. Lect. Notes Comput. Sci. 12847, 65-77 (2021).

COLOREANDO LOS CAMINOS DE UN ÁRBOL

Pablo De Caria Di Fonzo
CONICET/ CMaLP, Universidad Nacional de La Plata, Argentina
pdecaria@mate.unlp.edu.ar

Es sabido que todo coloreo propio de las aristas de un grafo G es equivalente a un coloreo propio de los vértices de su grafo de líneas. A su vez, los grafos de líneas pueden caracterizarse como los grafos de intersección por aristas de caminos de un árbol estrella.

Se dice que un grafo G es EPT si puede representarse como el grafo de intersección por aristas de una familia de caminos de un árbol T. De esta manera, se deduce que los grafos de líneas forman una subclase de los grafos EPT.

Como consecuencia de lo dicho arriba, el estudio del coloreo de los grafos EPT cobra interés al poder ser visto como una generalización del problema del coloreo de aristas o coloreo de grafos de líneas.

En esta presentación comenzaremos con dicho estudio, considerando inicialmente restricciones sobre los árboles sobre los cuales los grafos EPT se representan (en primer lugar, abordaremos el problema en árboles oruga) y sobre los caminos (si se pueden repetir o no). Nos interesará en particular comparar el número cromático de los grafos EPT con su número clique y cuánto pueden llegar a diferir, mostrando casos en los que ambos coinciden.

Trabajo en conjunto con María Pía Mazzoleni (CONICET/Universidad Nacional de La Plata) y María Guadalupe Payo Vidal (CONICET/Universidad Nacional de La Plata).

SOBRE UNA GENERALIZACIÓN DE GRAFOS DISTANCIA REGULAR, AUTOVECTORES CONSTANTES Y AUTOVALORES LINEALES

Ezequiel Dratman
Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
edratman@campus.ungs.edu.ar

Dado un grafo conexo G, se define el grafo G_i de distancia-i al grafo cuyo conjunto de vértices es $V(G)$, y dos vértices u y v son adyacentes si y solo si $d(u,v) = i$ en G. Llamaremos matriz de distancia-i de G a la matriz de adyacencia A_i de G_i. Un grafo G se denomina distancia regular si para todo par de vértices u y v con $d(u,v) = k$, la cantidad de vértices z con $d(u,z) = i$ y $d(z,v) = j$ es una constante que sólo depende de i, j y k [1]. Estos grafos son un concepto clave en Combinatoria Algebraica [2] y han dado lugar a varias generalizaciones, como los esquemas de asociación [3]. En particular, las matrices de distancia-i de un grafo distancia regular conmutan, de donde se puede deducir que todas estas matrices son mutuamente diagonalizables, es decir, comparten todos los autovectores [4].

En esta comunicación, presentaremos una caracterización de la familia de grafos cuyas matrices de distancia-i son mutuamente diagonalizables, y mostraremos que la familia de grafos distancia regular esta incluida propiamente en la anterior. Además, para estas familias, probaremos propiedades de los autovalores y autovectores de las matrices clásicas asociadas a un grafo, es decir, matriz de adyacencia, distancia, laplaciana, etc.

Trabajo en conjunto con Cristian M. Conde (Universidad Nacional de General Sarmiento), Verónica Moyano (Universidad Nacional de General Sarmiento) y Adrián Pastine (Universidad Nacional de San Luis).

Referencias

[1] A.E. Brouwer, A.M. Cohen, A. Neumaier, Distance-Regular Graphs, Springer-Verlag, Berlin/New York, 1989.

[2] C.D. Godsil, Algebraic Combinatorics, Chapman and Hall, New York, 1993.

[3] W.J. Martin, H. Tanaka, Commutative association schemes, European J. Combin. 30 (2009) 1497–1525.

[4] G. Strang, Linear Algebra and its Application, Cengage Learning, 2006.

MATRICES EP RELATIVAS A UNA ISOMETRÍA PARCIAL

David Eduardo Ferreyra
Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, Argentina
deferreyra@exa.unrc.edu.ar

Una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ es EP (o rango-Hermitiana) si su espacio columna coincide con el espacio columna de su traspuesta conjugada A^*. Este tipo de matrices es muy importante en la teoría matricial e incluye matriciales especiales como los proyectores ortogonales, las matrices Hermitianas, anti-Hermitianas, unitarias, normales y por supuesto las no singulares. Las matrices EP tienen índice a lo sumo uno, esto es, $\mathcal{R}(A) = \mathcal{R}(A^2)$, donde $\mathcal{R}(\cdot)$ indica el espacio columna de la matriz. Dicha limitación condujo a diferentes extensiones para el caso de matrices cuadradas de índice arbitrario [4,8] como así también a la teoría de operadores y/o anillos abstractos [3,9]. Sin embargo, para el caso rectangular se han obtenido muy pocos resultados [10].

En esta charla, se presentará la idea de T-EP matriz que involucra una matriz rectangular $A \in \mathbb{C}^{m\times n}$ relativa a una isometría parcial $T \in \mathbb{C}^{m\times n}$, es decir, $T = TT^*T$. A partir de ciertas descomposiciones simultáneas de A y T, basadas en las descomposición SVD y la descomposición de Hartwig-Spindelböck, se presentan diferentes propiedades y caracterizaciones de las T-EP matrices, muchas de las cuales involucran la clásica inversa de Moore-Penrose. Entre las caracterizaciones más destacadas se puede mencionar la siguiente: A es T-EP si y sólo si $TA^\dagger A = AA^\dagger T$ y $\mathcal{R}(A^*) \subseteq \mathcal{R}(T^*)$, donde $A^\dagger$ simboliza la inversa de Moore-Penrose de A.

Este enfoque está inspirado en [7] , donde se desarrolla una teoría espectral para matrices rectangulares y se introduce el concepto de $*$-ortogonalidad entre dos matrices $A, B \in \mathbb{C}^{m\times n}$, a saber, $A^*B = 0$ y $BA^* = 0$.

De esta manera se extienden muchos resultados conocidos en el caso cuadrado como los obtenidos en [1,2]. Si hay tiempo, se hará un ligero interludio al problema de la suma de dos matrices de la misma clase. Más precisamente, ¿cuándo la suma de dos matrices T-EP resulta nuevamente T-EP? Su conexión con ciertos resultados de $*$-ortogonalidad, sumas paralelas y matrices rango disjuntas serán mencionados [5,6].

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C634) y CONICET (PIBAA 28720210100658CO).

Trabajo en conjunto con Saroj Malik (School of Liberal Studies, Ambedkar University, India).

Referencias

[1] Baksalary, O.M., Trenkler, G.: Characterizations of EP, normal and Hermitian matrices. Linear Multilinear Algebra 56, 299–304 (2008).

[2] Cheng, S., Tian, Y.: Two sets of new characterizations for normal and EP matrices. Linear Algebra Appl. 375, 181–195 (2003).

[3] Djordjevic, D.S.: Characterizations of normal, hyponormal and EP operators. J. Math. Anal. Appl. 329, 1181–1190 (2007).

[4] Ferreyra, D.E., Levis, F.E., Priori, A.N., Thome, N.: Extending EP matrices by means of recent generalized inverses. Aequat. Math. 98, 921–939 (2024).

[5] Ferreyra D.E., Malik S.B.: Relative EP matrices, Rev. Real Acad. Cienc. Exactas Fis. Nat. Ser. A-Mat. 116, 69 (2022).

[6] Ferreyra D.E, Malik, S.B.: Core and strongly core orthogonal matrices. Linear Multilinear Algebra 70 (20), 5052–5067 (2022).

[7] Hestenes, M.R.: Relative Hermitian matrices. Pacific J. Math. 11, 224–245 (1961).

[8] Malik, S.B., Rueda, L., Thome, N.: The class of m-EP and m-normal matrices. Linear Multilinear Algebra 64(11), 2119–2132 (2016).

[9] Mosic, D., Djordjevic, D.S., Koliha, J.J.: EP elements in rings. Linear Algebra Appl. 431, 527–535 (2009).

[10] Tian, Y., Wang, H.: Characterizations of EP matrices and weighted-EP matrices. Linear Algebra Appl. 434(5), 1295–1318 (2011).

EFECTO DE OPERACIONES DE VÉRTICES EN ASOCIAEDROS DE GRAFOS

Ana Gargantini
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Cuyo y CONICET, Argentina
agargantini@fcen.uncu.edu.ar

El concepto de asociaedro de grafo abarca y generaliza familias conocidas de politopos, como los asociaedros clásicos, los permutoedros y los cicloedros. Dado un grafo conexo G, el asociaedro $\mathcal{A}(G)$ es un politopo convexo que codifica la estructura combinatoria de ciertas descomposiciones del grafo G en grafos conexos más pequeños, y resulta una herramienta de utilidad en diversos contextos, tales como optimización, sistemas jerárquicos de visualización, generación de estructuras aleatorias y modelos probabilísticos. Además tienen relevancia en álgebra y física, ya que constituyen instancias particulares de permutoedros generalizados.

El 1-esqueleto de $\mathcal{A}(G)$ se puede describir como el grafo de rotaciones de G, es decir, como el grafo $\mathcal{R}(G)$ cuyo conjunto de vértices es el conjunto de árboles de búsqueda sobre G y cuyas aristas están determinadas por rotaciones en los árboles de búsqueda, y recibe el nombre de grafo de rotaciones de G. Entre las propiedades de interés estudiadas en estos grafos se encuentran aquellas relativas a hamiltonicidad, conectividad, coloreo y distancias.

En esta comunicación estudiamos cómo se reflejan en el grafo de rotaciones de G, algunas operaciones sobre el propio grafo G. En particular, consideramos las operaciones de añadir a G un vértice pendiente, un gemelo falso o un gemelo verdadero. Presentamos resultados sobre la estructura de los grafos de rotaciones y sus consecuencias sobre las distancias en este grafo, así como también aplicaciones a su número cromático. Entre estos corolarios, demostramos que el número cromático de los asociaedros de grafos split completos es 3.

Trabajo en conjunto con Adrián Pastine (Instituto de Matemática Aplicada San Luis, CONICET-UNSL) y Pablo Torres (Universidad Nacional de Rosario - CONICET).

SOBRE EL RADIO ESPECTRAL DE LOS GRAFOS BIPARTITOS CON SIGNO NO BALANCEADOS

Luciano N. Grippo
Universidad Nacional de General Sarmiento. Instituto de Ciencias; Argentina. CONICET, ICI-UNGS, Buenos Aires, Argentina
lgrippo@campus.ungs.edu.ar

Un *grafo con signo* $\dot{\Sigma}$ consiste en un grafo $\Sigma = (V, E)$, llamado *grafo subyacente*, y una función signo $\sigma : E \to \{-1, 1\}$. Con $(\dot{\Sigma}, H^-)$ denotamos al grafo con signo $\dot{\Sigma}$ cuyas aristas e negativas ($\sigma(e) = -1$) inducen un grafo H. Una matriz de adyacencia $A(\dot{\Sigma})$ de $\dot{\Sigma}$ es una matriz cuyas filas y respectivas columnas están indexadas por algún ordenamiento de V; $A(\dot{\Sigma})_{uv}$ es igual a 0, -1 y 1 si $uv \notin E$, $\sigma(uv) = -1$ y $\sigma(uv) = 1$, respectivamente. Consideremos sus autovalores: $\lambda_1(\dot{\Sigma}) \geq \cdots \geq \lambda_n(\dot{\Sigma})$ ordenados de mayor a menor, donde $n = |V|$. Un grafo con signo es balanceado si todos sus ciclos tienen una cantidad par de aristas negativas. Es bien conocida la siguiente relación entre los índices del grafo con signo y su correspondiente grafo subyacente: $\lambda_1(\dot{\Sigma}) \leq \lambda_1(\Sigma)$; valiendo la igualdad solo en el caso de que $\dot{\Sigma}$ sea balanceado. Cabe mencionar que, en el caso que Σ sea bipartito, el radio espectral y el índice de $\dot{\Sigma}$ coinciden, es decir: $\text{máx}\{-\lambda_n(\dot{\Sigma}), \lambda_1(\dot{\Sigma})\} = \rho(\dot{\Sigma}) = \lambda_1(\dot{\Sigma})$. Los grafos con signo fueron introducidos por Harary en 1953 en el contexto de la psicología social. En 2022, Brunetti y Stanić caracterizaron los grafos conexos con signo no balanceados con orden, tamaño, y número de vértices fijos con máximo índice y radio espectral, respectivamente. Koledin y Stanić iniciaron esta línea de investigación en 2017, conjecturando que si $\dot{\Sigma}$ es un grafo completo con signo no balanceado de máximo índice, con n vértices y k aristas negativas, siendo $k < n-1$, entonces el conjunto de aristas negativas inducen la estrella $K_{1,k-1}$. En 2021, Ghorbani y Mjidi confirmaron esta conjetura. En un artículo reciente, Li, Lin, y Meng caracterizaron los grafos completos con signo no balanceados de máximo radio espectral, cuyas aristas negativas inducen un árbol generador. Nuestro trabajo se inspira en estos artículos previos mencionados. Específicamente, caracterizamos los grafos bipartitos completos con signo no balanceados $(K_{r,s}, H^-)$, donde H es un árbol con k aristas tales que $k \leq \text{máx}\{\frac{r}{2} - 1, \frac{s}{2} - 1\}$. Además, caracterizamos los grafos bipartitos con signo no balanceados con n vértices de máximo radio espectral.

Trabajo en conjunto con Ezequiel Dratman (Universidad Nacional de General Sarmiento. Instituto de Ciencias; Argentina. CONICET, ICI-UNGS, Buenos Aires, Argentina) y Cristian M. Conde (Universidad Nacional de General Sarmiento. Instituto de Ciencias; Argentina. CONICET, ICI-UNGS, Buenos Aires, Argentina).

A NEW FORMULA FOR THE DETERMINANT OF A GRAPH

Daniel A. Jaume
Universidad Nacional de San Luis - IMASL -CONICET, Argentina
djaume@unsl.edu.ar

It is known that the vertices of any graph G can be efficiently partitioned into two sets X, $\bar{X}$, where $G[X]$ is Kőnig-Egerváry, $G[\bar{X}]$ is 2-bicritical, and $\alpha(G) = \alpha(G[X]) + \alpha(G[\bar{X}])$, see [1] and [2]. It is shown here that $\det(G) = \det(G[X]) \cdot \det(G[\bar{X}])$.

Trabajo en conjunto con Craig Larson (Virginia Commonwealth University) y Gonzalo Molina (Universidad Nacional de San Luis).

Referencias

[1] C. E. Larson. A note on critical independence reductions. Bull. Inst. Combin. Appl., 51:34–46, 2007.

[2] C. E. Larson. The critical independence number and an independence decomposition. European J. Combin., 32(2):294–300, 2011.

OPERACIONES DE RETICULADO PARA EL CONJUNTO ESTABLE EN MERCADOS BILATERALES SUSTITUIBLES MEDIANTE DINÁMICAS DE REEQUILIBRIO

Noelia Juarez
Universidad Nacional de San Luis, Instituto de Matemática Aplicada San Luis, Argentina
noemjuarez@gmail.com

En este trabajo, calculamos las operaciones de reticulado del conjunto estable (por parejas) en mercados bilaterales en los que sólo se impone la sustituibilidad en las funciones de elección de los agentes. Para ello, utilizamos operadores de Tarski definidos en los reticulados de las asignaciones trabajador-cuasi-estable y firma-cuasi-estable. Estos operadores modelan la dinámica de las cadenas de despidos y vacantes, respectivamente. En primer lugar, calculamos las operaciones de reticulado en el modelo muchos- a-uno. A continuación, ampliamos estas operaciones a un modelo de muchos-a-muchos con funciones de elección sustituibles en ambos lados del mercado.

Trabajo en conjunto con Agustín G. Bonifacio (UNSL, IMASL, Argentina) y Paola Manasero (UNSL, IMASL, Argentina).

P_3-CONVEXIDAD EN EL GRAFO COMPLEMENTO DEL GRAFO GENERALIZADO DE KNESER

Agustina Victoria Ledezma
Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET) y Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Luis, Argentina
agustinaledezma@gmail.com

Dados $n > k$ enteros positivos, definimos $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$, y $[n]^k$ el conjunto de k-subconjuntos de $[n]$. El grafo de Kneser $K(n, k)$ es el grafo cuyo conjunto de vértices es $[n]^k$ y donde dos k-subconjuntos $A, B \in [n]^k$ son adyacentes si y solo si $A \cap B = \emptyset$. Los grafos generalizados de Kneser $K(n, k, i)$, con i entero no negativo, son obtenidos de los grafos de Kneser de forma natural, tomando el mismo conjunto de vértices, y donde dos vértices A y B son adyacentes si y solo si $|A \cap B| \leq i$. Para este trabajo nos concentramos en los grafos complemento de los grafos generalizados de Kneser. Es decir, en los grafos $\overline{K(n, k, i)}$, cuyos vértices son los subconjuntos de tamaño k del conjunto de tamaño n, y donde hay una arista entre dos vértices si el tamaño de su intersección es mayor que i.

Para esta familia de grafos estudiamos problemas de propagación en grafos relacionados a la P_3-convexidad. Suponiendo que hay un conjunto inicial de vértices contagiados, en estos problemas un vértice se contagia si dos de sus vecinos ya están contagiados. Con estas condiciones, estudiamos tres problemas: el número de cápsula, que es el tamaño del conjunto inicial de vértices contagiados más pequeño que llega a contagiar a todo el grafo; el número de convexidad, que es el conjunto de vértices más grande que no contagia a ningún otro vértice, y el número de percolación, que es el mayor tiempo que puede demorar un conjunto inicial en contagiar a todo el grafo.

Trabajo en conjunto con Adrián Pastine (Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET) y Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Luis).

INVERSAS G-DRAZIN W-PONDERADAS LATERALES Y ÓRDENES PARCIALES MATRICIALES

María Luz Llanes
Universidad Nacional de Río Cuarto, FCEFQyN, Argentina
mllanes@exa.unrc.edu.ar

En 2016, Wang y Liu [6] definieron la inversa G-Drazin de una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ de índice k como una matriz $X \in \mathbb{C}^{n\times n}$ que satisface las ecuaciones matriciales

$$A, \quad XA^{k+1} = A^k, \quad A^{k+1}X = A^k. \tag{1}$$

Los autores probaron que el conjunto solución, digamos $A\{GD\}$, es no vacío y permite inducir una relación binaria sobre $\mathbb{C}^{n\times n}$ que resulta reflexiva, transitiva y antisimétrica dando lugar a un orden parcial matricial llamado orden parcial G-Drazin [1,6]:

$$A \leq^{GD} B \;\Leftrightarrow\; \exists\, X_1, X_2 \in A\{GD\} \text{ tal que } X_1A = X_1B \text{ y } AX_2 = BX_2. \tag{2}$$

En 2018, Coll, Lattanzi y Thome [2] extendieron las inversas G-Drazin al caso rectangular mediante una matriz de ponderación W, y mediante dichas inversas intentaron también obtener un orden parcial sobre el conjunto de matrices complejas rectangulares. Sin embargo, solamente obtuvieron un pre-orden matricial. En 2022, Mosić [3,4,5] introduce la idea de inversa G-Drazin a izquierda (resp. a derecha) de A combinado la primera condición de (1) con la segunda (resp. la tercera) y prueba que estas dos nuevas clases de inversas generalizadas inducen respectivamente un orden parcial sobre $\mathbb{C}^{n\times n}$. En esta charla comentaremos una extensión de este último trabajo al caso rectangular incorporando un peso adecuado en el sistema (1). Más concretamente, dada una matriz de ponderación $0 \neq W \in \mathbb{C}^{n\times m}$, se dice que X es una inversa G-Drazin a izquierda W-ponderada (resp. a derecha) de $A \in \mathbb{C}^{m\times n}$ si satisface las dos ecuaciones

$$AWXWA = A \text{ y } XW(AW)^{k+1} = (AW)^k \text{ (resp. } AWXWA = A \text{ y } (WA)^{k+1}WX = (WA)^k\text{)}, \tag{3}$$

donde $k = \max\{\text{ind}(AW), \text{ind}(WA)\}$ ($\text{ind}(\cdot)$ indica el índice de la matriz). Mediante dichas inversas generalizadas, extendemos el orden parcial dado en (2) al caso rectangular y conseguimos dos nuevos órdenes parciales matriciales.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C634), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 135/19) y CONICET (PIBAA 28720210100658CO).

Trabajo en conjunto con David E. Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN) y Albina Priori (Universidad Nacional de Río Cuarto, FCEFQyN).

Referencias

[1] D.E. Ferreyra, M. Lattanzi, F.E. Levis, N. Thome, Solving an open problem about the G-Drazin partial order, Electronic J. Linear Algebra, 36 (2020), 55–66.

[2] C. Coll, M. Lattanzi, N. Thome, Weighted G-Drazin inverses and a new pre-order on rectangular matrices, Appl. Math. Comput., 317 (2018), 12–24.

[3] D. Mosic, L. Wang, Left and right G-outer inverses, Linear Multilinear Algebra, 70 (17) (2022), 3319–3334.

[4] D. Mosic, G-outer inverse of Banach spaces operators, J. Math. Anal. Appl., 481 (2) (2020), 123501.

[5] D. Mosic, Weighted G-Drazin inverse for operators on Banach spaces, Carpathian J. Math., 35(2) (2019), 171–184.

[6] H. Wang , X. Liu, Partial orders based on core-nilpotent decomposition, Linear Algebra Appl., 488 (2016) 235–248.

Dominancia y Estructura de los Conjuntos Estables Von Neumann-Morgenstern en Mercados de Matching Uno a Uno

Andrés Mauricio Lucero Quevedo
Universidad Nacional de San Luis - Instituto de Matemática Aplicada San Luis, Argentina
luceroqam@gmail.com

En la literatura de juegos cooperativos, Von Neumann y Morgenstern (1944) introdujeron el concepto de conjunto estable Von Neumann-Morgenstern. En el presente trabajo, estudiaremos el mencionado concepto de solución en un mercado de matching bilateral uno a uno (literatura de teoría de juegos no cooperativos), específicamente las relaciones de dominancia entre los elementos (es decir, los matchings) que pertenecen y no pertenecen a los conjuntos estables Von Neumann-Morgenstern. Además, a través de este estudio, construiremos conjuntos ordenados de agentes del mercado, que permitirán probar en el marco de los conjuntos estables Von Neumann-Morgenstern, dos resultados clásicos de la literatura conocidos para el core de un mercado uno a uno: (i) El conjunto formado por todos los conjuntos estables Von Neumann-Morgenstern de un mercado uno a uno es no vacío; (ii) para cualesquiera dos matching en un conjunto estable Von Neumann-Morgenstern, la join es también un elemento del conjunto estable Von Neumann-Morgenstern (por simetría, el resultado paralelo también vale para la meet).

About the determinant of graph with perfect matching

Diego G. Martinez
Universidad Nacional de San Luis - IMASL -CONICET, Argentina
dgmartinez@unsl.edu.ar

In 2022, Jaume and Molina introduced the FP-KE decomposition, see [1]. This is a structural decomposition of graphs in terms of flowers and posies. Flowers were introduced by Edmonds (1965) in the context of matching theory. Posies were introduced by Sterboul (1979) to characterize Kőnig-Egerváry graphs.

The FP-KE Decomposition of a graph breaks the graph into two disjoint subgraphs, one of which may be empty. It always yields a Kőnig-Egerváry subgraph, named the KE-part of the graph, and an FP-part, which is a subgraph where every vertex is in a flower or in a posy.

We show that the FP-KE Decomposition of graphs with perfect matchings is multiplicative with respect to the determinant: $\det(G) = \det(\mathrm{FP}(G) \cdot \mathrm{KE}(G))$.

Trabajo en conjunto con Daniel A. Jaume (Universidad Nacional de San Luis - IMASL - CONICET) y Cristian Panelo (Universidad Nacional de San Luis).

Referencias

[1] D. Jaume and G. Molina, A new graph decomposition: the FP-KE Decomposition, submitted.

Funciones simétricas y t-diseños esféricos en $\mathbb{R}^2$

Federico Nicolás Martínez
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
fnmartinez@email.unsl.edu.ar

Un subconjunto finito X de S^{n-1} in $\mathbb{R}^n$ es un $t-$diseño esférico si para cualquier polinomio $f(x) = f(x_1, ..., x_n)$ de grado a lo sumo t, el valor de la integral de $f(x)$ sobre S^{n-1} dividido por el volumen de S^{n-1} es igual al promedio de $f(x)$ en X. Intuitivamente, podemos decir que los puntos de X están distribuidos de manera "óptima" en la esfera. Los t-diseños esféricos fueron introducidos en **[2]** y son objeto de interés en diversas áreas de la matemática (ver también **[1]**).

En el caso $n = 2$ los elementos del diseño pueden verse como números complejos de módulo 1 y podemos dar la siguiente definición equivalente: para $n, t \in \mathbb{N}$, $n \geq t+1$, el conjunto $X = \{z_1, \dots, z_n\} \subset S^1$ es un t-diseño esférico si y sólo si $\sigma_i(z_1, \dots, z_n) = 0$ para $i = 1, \dots, t$, donde σ_i es la $i-$ésima función simétrica de los elementos de X. De esta forma podemos estudiar los t-diseños por medio de los coeficientes de los polinomios que tienen por raíces a sus elementos.

Así, las raíces enésimas de un número complejo de módulo 1 son un t-diseño esférico si $n > t$ al igual que uniones de conjuntos de este tipo (eg. la unión de raíces cúbicas y cuartas de respectivos números complejos de módulo 1 forman un 2-diseño esférico de 7 elementos, al igual que raíces séptimas de un tal número). Diseños obtenidos de esta forma se dicen de "tipo grupo" y son todos los t-diseños para $t+1 \leq n \leq 2t+2$ mientras que, para $n \geq 2t+3$ existen, además, no numerables t-diseños de "tipo no grupo" (ver **[3]**).

En **[4]**, dados k puntos en S^1 satisfaciendo ciertas condiciones determinadas por medio de sus funciones simétricas, se introduce un método para construir t-diseños esféricos en $\mathbb{R}^2$ con $2t+k$ elementos. Dichas condiciones también clarifican la naturaleza de los diseños de tipo grupo y dan una descripción geométrica del conjunto de los t-diseños esféricos en términos del σ-espacio.

Referencias

[1] E. Bannai; E. Bannai. A survey on spherical designs and algebraic combinatorics on spheres. *European Journal of Combinatorics*, 30:1392–1425, 2009.

[2] P. Delsarte; J. M. Goethals; J. J. Seidel. Spherical codes and designs. *Geometriae Dedicata*, 6:363–388, 1977.

[3] Y. Hong. On spherical t-designs in $\mathbb{R}^2$. *European Jounal of Combinatorics*, 3(3):255–258, 1982.

[4] F. Martínez. Simmetric functions and spherical t-designs in $\mathbb{R}^2$. *Codes, Designs and Criptography*, 90:2563–2581, 2022.

LA INVERSA m-WC RESPECTO A UN PESO HERMITIANO

Paola Moas
Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Universidad Siglo 21, Argentina
pmoas@exa.unrc.edu.ar

Prasad y Bapat [5] definieron la inversa de Moore-Penrose ponderada de una matriz $A \in \mathbb{C}^{m\times n}$ respecto a dos matrices hermitianas definidas positivas $E \in \mathbb{C}^{m\times m}$ y $F \in \mathbb{C}^{n\times n}$ como la única matriz $X = A^{\dagger}_{E,F}$ que satisface las ecuaciones matriciales

$$(1)\ AXA = A, \quad (2)\ XAX = X, \quad (3^E)\ (EAX)^* = EAX, \quad (4^F)\ (FXA)^* = FXA.$$

Si $E = I_m$ y $F = I_n$, $A^{\dagger}_{E,F}$ representa la clásica inversa de Moore-Penrose $A^{\dagger}$ de A. Inspirado en dicho trabajo, en [1] introdujeron la inversa core-EP de una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ respecto a un peso Hermitiano invertible $E \in \mathbb{C}^{n\times n}$, denotada por $A^{\textcircled{\dagger},\mathrm{E}}$, la cual coincide con la inversa core-EP [6] cuando $E = I_n$. Usando la inversa $A^{\textcircled{\dagger},\mathrm{E}}$, recientemente en [4] estudiaron la inversa m-WG ponderada respecto de E denotada por $A^{\textcircled{w}^E_m}$.

La idea de esta charla es presentar una extensión de $A^{\textcircled{\dagger},\mathrm{E}}$ usando un parámetro $m \in \mathbb{N}$ y componiendo la inversa m-WG ponderada respecto de E con un proyector oblicuo adecuado que involucra la inversa de Moore-Penrose ponderada. Más precisamente,

$$A^{\textcircled{w}\!\!\oplus^E_m} = A^{\textcircled{w}^E_m} A^m (A^m)^{\dagger}_{E,I_n}, \quad m \in \mathbb{N}.$$

Cuando $E = I_n$, $A^{\textcircled{w}\!\!\oplus^E_m}$ se reduce a la inversa m-WC de A estudiada en [2]. Más aún, si además $m = 1$, $A^{\textcircled{w}\!\!\oplus^E_m}$ coincide con la inversa core débil estudiada en [3], mientras que si $m \geq k$ (donde k indica el índice de A), $A^{\textcircled{w}\!\!\oplus^E_m}$ coincide con la inversa core-EP.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C634), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 135/19) y CONICET (PIBAA 28720210100658CO).

Trabajo en conjunto con David E. Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN), Fabián E. Levis (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN) y Paola Moas (Universidad Nacional de Río Cuarto,CONICET, FCEFQyN, Universidad Siglo 21).

Referencias

[1] Behera, R., Maharana, G., Sahoo, J.K.: Further results on weighted core-EP inverse of matrices. Results Math. 75, 174 (2020).

[2] Ferreyra D.E., Malik, S.B.: The m-weak core inverse. Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. 118, 41 (2024).

[3] Ferreyra, D.E., Levis, F.E., Priori A.N., Thome N.: The weak core inverse. Aequat. Math. 95 (2021), 351–373.

[4] Ferreyra, D.E., Levis, F.E., Moas P., Orquera V.: The m-group inverse respect to a Hermitian weight. Preprint (2024).

[5] Manjunatha Prasad, K., Bapat, R.B.: The generalized Moore-Penrose inverse. Linear Algebra Appl. 165 (1992), 59–69.

[6] Manjunatha Prasad, K., Mohana, K.S.: Core-EP inverse. Linear Multilinear Algebra 62 (6)(2014), 792–802.

ABOUT OF THE DETERMINANT KŐNIG-EGERVÁRY GRAPHS WITH A PERFECT MATCHING

Gonzalo Molina
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
lgmolina@unsl.edu.ar

Kőnig-Egerváry graphs were introduced in [1]. They are graphs where the covering number equals the matching number. There exists a rich literature on the topic; see, for example, [2] and [3]. Graphs with (a unique) perfect matching have been extensively studied in the literature, see for example [4] and [5]. Harary in 1962, [see [6] , and Sachs in 1964, see [7], introduced what are now known as Sachs subgraphs, which consist of subgraphs where all components are edges or cycles.

In this work, it is proved, via the notion of posy introduced by Deming in [1], that every Kőnig-Egerváry graph with a perfect matching has a spanning bipartite graph with the same set of Sachs subgraphs, and therefore the same determinant.

Trabajo en conjunto con Daniel A. Jaume (Universidad Nacional de San Luis).

Referencias

[1] Deming, R. W. (1979). Independence numbers of graphs-an extension of the König– Egerváry theorem. Discrete Mathematics, 27(1):23–33.

[2] Levit, V. E. and Mandrescu, E. (2011). A characterization of König– Egerváry graphs using a common property of all maximum matchings. Electronic Notes in Discrete Mathematics, 38:565–570.

[3] Cardoso, D. M., Robbiano, M., and Rojo, O. (2017). Combinatorial and spectral properties of König–Egerváry graphs. Discrete Applied Mathematics, 217:446–454.

[4] Simion, R. and Cao, D. S. (1989). Solution to a problem of C D Godsil regarding bipartite graphs with unique perfect matching. Combinatorica, 9:85–89.

[5] Wang, X., Shang, W., and Yuan, J. (2015). On graphs with a unique perfect matching. Graphs and Combinatorics, 31:1765–1777.

[6] Harary, F. (1962). The determinant of the adjacency matrix of a graph. SIAM Review, 4(3):202–210.

[7] Sachs, H. (1964). Beziehungen zwischen den in einem graphen enthaltenen kreisen und seinem charakteristischen polynom. Publicationes Mathematicae Debrecen, 11(1-4):119–134.

PROPIEDAD DE 1-PERSISTENCIA EN LA RELAJACIÓN CLIQUE DEL POLIEDRO DE CONJUNTOS ESTABLES.

Lucía Moroni
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura-Universidad Nacional de Rosario, Argentina
lmoroni@fceia.unr.edu.ar

En este trabajo avanzamos en el estudio de la propiedad de 1-persistencia sobre la relajación por cliques del poliedro de conjuntos estables de un grafo G, $QSTAB(G)$. En general, se dice que un poliedro $P \subset [0,1]^n$ tiene la propiedad de 1-persistencia si para todo $c \in \mathbb{R}^n$ y x^* solución óptima de $\max\{cx : \ x \in P\}$, existe una solución óptima y^* del problema $\max\{cx : \ x \in P \cap \{0,1\}^n\}$ tal que $y^*_j = x^*_j$ si $x^*_j = 1$. Esta propiedad se relaciona con otra propiedad más fuerte, la de 0,1-persistencia, analizada en [1].

En [2] se demostró que, para todo grafo G en cierta superclase de grafos libres de patas (paw-free), $QSTAB(G)$ verifica la propiedad de 1-persistencia, pero también que existen grafos para los cuales esto no ocurre. Llamando Q a la familia de todos los grafos G tales que $QSTAB(G)$ sí tiene la propiedad de 1-persistencia, probamos que cualquier subgrafo inducido G' de un grafo G en Q también pertenece a la familia. Es por ello que la propiedad es hereditaria sobre la familia Q. De esta manera, conocer los grafos más “pequeños” que no pertenecen a ella llevaría a una caracterización de la misma por menores prohibidos. Definimos que un grafo G es mnQ si G no pertenece a Q pero todo subgrafo inducido por nodos propio de él, sí está en la familia. En esta línea de trabajo, en esta contribución, presentamos tres familias infinitas de estructuras mínimas prohibidas para ella.

Trabajo en conjunto con Delle Donne, Diego (ESSEC Business School, Cergy, France), Escalante, Mariana (CONICET, Argentina - Universidad Nacional de Rosario, Argentina) y Fekete, Pablo (Universidad Nacional de Rosario, Argentina).

Referencias

[1] E. Rodríguez-Heck, K. Stickler, M. Walter, S. Weltge. “Persistency of Linear Programming Relaxations for the Stable Set Problem.” Bienstock D., Zambelli G. (eds) Integer Programming and Combinatorial Optimization. IPCO 2020. Lecture Notes in Computer Science, vol 12125. Springer, Cham.

[2] Delle Donne, D., Escalante, M., Fekete, P., Moroni, L. (2024). 1-Persistency of the Clique Relaxation of the Stable Set Polytope. In: Basu, A., Mahjoub, A.R., Salazar González, J.J. (eds) Combinatorial Optimization. ISCO 2024. Lecture Notes in Computer Science, vol 14594. Springer, Cham.

UNA NUEVA EXTENSIÓN DE LA INVERSA CORE A MATRICES DE ÍNDICE ARBITRARIO

Vanina Grisel Negro
Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina
vani.negro.16@gmail.com

Para una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ es conocido que la inversa Core es la única matriz $X \in \mathbb{C}^{n\times n}$ que satisface las condiciones: $AX = AA^{\dagger}$ y $\mathcal{R}(X) \subseteq \mathcal{R}(A)$ [1], donde $A^{\dagger}$ es la clásica inversa de Moore-Penrose de A. Una tal matriz X existe si y solo si A es de índice a lo sumo 1 (o sea, $\mathcal{R}(A^2) = \mathcal{R}(A)$), y en este caso la única solución viene dada por $X = A^{\#}AA^{\dagger}$, donde $A^{\#}$ representa la inversa de Grupo. La inversa Core es conocida por ser una $\{1, 2, 3\}$-inversa de A, es decir, una inversa interior ($AXA = A$), exterior ($XAX = X$) y $(AX)^* = AX$.

Desde su aparición en el año 2010, fue extendida de diferentes maneras para el caso de matrices de índice arbitrario como puede verse en [2-4]. En tales trabajos, básicamente la forma de definir las extensiones de la inversa Core radicaba en componer alguna inversa conocida (de Moore-Penrose, de Drazin, de Grupo) con ciertos proyectores (ortogonales u oblicuos). Una desventaja de estas inversas generalizadas es que no distinguen matrices nilpotentes pues resultan siempre nulas. Tampoco preservan la interesante propiedad de ser $\{1, 2, 3\}$-inversa de la matriz.

En esta charla presentamos una nueva técnica para generar una extensión alternativa de la inversa Core que se denomina inversa Core extendida (o EC-inversa). Esta técnica, a diferencia de componer inversas conocidas, se basa en sumas y diferencias de ciertas inversas generalizadas. Se analizará existencia y unicidad de la EC-inversa como así también su aplicación a un problema de minimización que involucra la norma Frobenius. Esta nueva extensión, puede distinguir matrices nilpotentes y además preserva la propiedad de ser $\{1, 2, 3\}$-inversa de la matriz.

– Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (Res. Nro. 0449/24 PPI 2024-2026), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 135/19) y CONICET (PIBAA 28720210100658CO).

Trabajo en conjunto con David Eduardo Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, Argentina), Albina Natalia Priori (Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina) y Dijana Mosić (University of Niš, Faculty of Sciences and Mathematics, Serbia).

Referencias

[1] O.M. Baksalary, G. Trenkler, Core inverse of matrices, Linear Multilinear Algebra, 58 (6) (2010) 681–697.

[2] D.E. Ferreyra, F.E. Levis, A.N. Priori, N. Thome, The weak core inverse, Aequat. Math., 95 (2021) 351–373.

[3] S. Malik, N. Thome, On a new generalized inverse for matrices of an arbitrary index, Appl. Math. Comput., 226 (1) (2014) 575–580.

[4] K. Manjunatha Prasad, K.S. Mohana, Core-EP inverse, Linear Multilinear Algebra, 62 (6) (2014) 792–802.

LP-APPROACH FOR SUBSTITUTABLE PREFERENCES IN MATCHING MARKETS

Pablo Neme
UNSL-IMASL, Argentina
Pabloneme08@gmail.com

En este trabajo estudiamos un modelo de matching muchos a uno con preferencias sustituibles. Presentamos una descomposición a un modelo uno a uno y un programa lineal cuyas soluciones enteras se corresponden con el conjunto de matching estables.

Trabajo en conjunto con Jorge Oviedo (UNSL-IMASL, Argentina) y Marcelo Fernandez (John Hopkins University, EEUU).

La inversa de grupo m-débil relativa a un peso Hermitiano

Valentina Orquera
Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Universidad Siglo 21, Argentina
vorquera@exa.unrc.edu.ar

La inversa m-WG para elementos en un anillo con involución arbitrario fue introducida recientemente en [6]. Para el caso de una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ de índice k se define como la única matriz $X = A^{ⓦ_m}$ que satisface las ecuaciones

$$XA^{k+1} = A^k, \quad AX^2 = X, \quad (A^*)^k A^{m+1} X = (A^*)^k A^m, \quad m \in \mathbb{N}.$$

Cuando $m = 1$, $A^{ⓦ_m}$ coincide con la inversa de grupo débil $A^{ⓦ}$ de A estudiada en [4], mientras que si $m \geq k$, $A^{ⓦ_m}$ coincide con la clásica inversa de Drazin y por lo tanto resulta también una extensión de la inversa de grupo cuando $k = 1$.

Prasad y Bapat [2] definieron la inversa de Moore-Penrose ponderada de una matriz $A \in \mathbb{C}^{m\times n}$ respecto a dos matrices hermitianas definidas positivas $E \in \mathbb{C}^{m\times m}$ y $F \in \mathbb{C}^{n\times n}$ como la única matriz $X = A^{\dagger}_{E,F}$ que satisface las ecuaciones

$$(1)\ AXA = A, \quad (2)\ XAX = X, \quad (3^E)\ (EAX)^* = EAX, \quad (4^F)\ (FXA)^* = FXA.$$

Si $E = I_m$ y $F = I_n$, $A^{\dagger}_{E,F}$ representa la clásica inversa de Moore-Penrose $A^{\dagger}$ de A. Dicha inversa tiene interesantes aplicaciones en redes neuronales [5]. Combinando algunas de las ecuaciones que definen a la inversa de Moore-Penrose ponderada, en [1] introdujeron la inversa core-EP de una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ respecto a un peso Hermitiano invertible $E \in \mathbb{C}^{n\times n}$, denotada por $A^{ⓣ,E}$, la cual coincide con la inversa core-EP [3] cuando $E = I_n$.

Motivados por los trabajos previos, en esta charla se presenta la inversa m-WG de una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ respecto a un peso Hermitiano invertible $E \in \mathbb{C}^{n\times n}$ como la única matriz $X = A^{ⓦ_m^E}$ que satisface

$$AX^2 = X, \quad AX = \left(A^{ⓣ,E}\right)^m A^m, \quad m \in \mathbb{N}.$$

Si $E = I_n$, $A^{ⓦ_m^E}$ se reduce a la inversa m-WG de A. Se estudian resultados de existencia y unicidad de esta nueva inversa como así también diferentes representaciones y caracterizaciones.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C634), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 135/19) y CONICET (PIBAA 28720210100658CO).

Trabajo en conjunto con David E. Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN), Fabián E. Levis (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN) y Paola Moas (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Universidad Siglo 21).

Referencias

[1] Behera, R., Maharana, G., Sahoo, J.K.: Further results on weighted core-EP inverse of matrices. Results Math. 75, 174 (2020).

[2] Manjunatha Prasad, K., Bapat, R.B.: The generalized Moore-Penrose inverse. Linear Algebra Appl. 165 (1992), 59–69.

[3] Manjunatha Prasad, K., Mohana, K.S.: Core-EP inverse. Linear Multilinear Algebra 62 (6)(2014), 792–802.

[4] Wang, H., Chen,J.: Weak group inverse. Open Math. 16 (1) (2018), 1218–1232.

[5] Wei, Y.: Recurrent neural networks for computing weighted Moore-Penrose inverse. Appl. Math. Comput. 116 (2000), 279–287.

[6] Zhou, Y., Chen, J., Zhou, M.: m-weak group inverses in a ring with involution. Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. 115, 2 (2021).

About unimodularity of barbells graphs

Cristian Panelo
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
crpanelo@unsl.edu.ar

Graphs with a unique perfect matching have been extensively studied in the literature, see [1] and [2]. A graph G is unimodular if $|\det(G)| = 1$. In [3], the problem of characterizing unimodular graphs is proposed, and unicyclic unimodular graphs are characterized. A Kőnig-Egerváry graph is a graph such that its vertex covering number equals its matching number. Kőnig-Egerváry graphs were independently introduced in 1979 by Deming [4] and Sterboul [5]. An even subdivision of a graph G is either the graph G itself or any of the graphs that arise from G by successive application of even subdivisions. A barbell is the graph formed by two disjoint K_3 linked by an edge. We also refer as a barbell graph to any even subdivision of it. In [6], the notion of a barbell part, B(G), of a graph G with a unique perfect matching was introduced. It was shown that every such graph G can be decomposed into two disjoint subgraphs: KE(G) (a Kőnig-Egerváry graph) and B(G) (the subgraph induced by all vertices in M-barbells of G). A graph G is called a B-graph if B(G) $= G$.

In [6], it was proved that for all graphs with a unique perfect matching:

$$\det(G) = \det(\mathrm{B}(G)) \cdot \det(\mathrm{KE}(G)).$$

Hence, in order to characterize when a graph is unimodular, it is necessary to characterize when Kőnig-Egerváry graphs and B-graphs are unimodular. This work characterizes a large unimodular subfamily of B-graphs.

Trabajo en conjunto con Daniel A Jaume (Universidad Nacional de San Luis) y Diego G Martinez (Universidad Nacional de San Luis).

Referencias

[1] R. Simion and D. S. Cao. Solution to a problem of cd godsil regarding bipartite graphs with unique perfect matching. Combinatorica, 9:85–89, 1989.

[2] S. Panda and S. Pati. On the inverse of a class of bipartite graphs with unique perfect matchings. The Electronic Journal of Linear Algebra, 29:89–101, 2015.

[3] S. Akbari and S. J. Kirkland. On unimodular graphs. Linear Algebra and its Applications, 421(1):3–15, 2007.

[4] R. W. Deming. Independence numbers of graphs - an extension of the Kőnig-Egerváry Theorem. Discrete Mathematics, 27(1):23–33, 1979.

[5] F. Sterboul. A characterization of the graphs in which the transversal number equals the matching number. 1979.

[6] D. A. Jaume, C. Panelo, and D. G. Martinez, Determinantal decomposition of graphs with unique perfect matching, submitted.

Subdivisiones impares en grafos de Kneser

Adrian Pastine
Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Luis, e IMASL (UNSL-CONICET), Argentina
agpastine@gmail.com

Dado un grafo G decimos que contiene otro grafo H como un menor si podemos obtener H a partir de G si se lo puede obtener del mismo por medio repetidas aplicaciones de tres operaciones: el borrado de vértices, el borrado de aristas, y la contracción de aristas. La conjetura más importante en el estudio de menores es la conjetura de Hadwiger, que dice que todo grafo G contiene a $K_{\chi(G)}$ como un menor (donde $\chi(G)$ es el número cromático de G).

Por otro lado, decimos que G contiene una inmersión de H si se puede obtener H a partir de G por medio de la repetida aplicación de: borrado de vértices, borrado de aristas, y reemplazo de un par de aristas incidentes $\{u, v\}$ y $\{v, w\}$ por la arista $\{u, w\}$. De manera similar a lo que ocurre con el problema de menores, la conjetura de Abu-Khzam y Langston dice que todo grafo G contiene una inmersión de $K_{\chi(G)}$.

Ambos problemas son generalizados en el estudio de subdivisiones. Una subdivisión de una arista $\{u, v\}$ se obtiene al agregar un nuevo vértice, w, y al reemplazar la arista $\{u, v\}$ por las aristas $\{u, w\}$ y $\{w, v\}$. Decimos que un grafo G contiene una subdivisión de un grafo H si se puede obtener un subgrafo de G a partir de H por medio de repetidas subdivisiones de aristas. Claramente, si un grafo G contiene una subdivisión de H, entonces contiene una inmersión de H, y contiene a H como un menor. Por lo tanto, el estudio de subdivisiones abarca tanto el problema de menores como el problema de inmersiones.

El problema de subdivisiones se restringe un poco más al concentrarnos en la versión impar del problema. Esto es que si dos vértices $\{u, v\}$ son vecinos en H, entonces el camino de G obtenido a partir de las subdivisiones entre u y v debe tener una cantidad impar de aristas (existen también versiones impares del problema de menores y del problema de inmersiones). Esta restricción es interesante ya que un grafo bipartito completo contiene subdivisiones de grafos completos de un gran número de vértices, pero no contienen subdiviones impares de K_3. Así, el caso impar representa un poco mejor el número de coloreo.

El grafo de Kneser $K(n, k)$ tiene como vértices los subconjuntos de cardinalidad k de un subconjunto base de cardinalidad n, y tiene aristas entre dos vértices si son disjuntos. En este trabajos estudiamos subdivisiones impares del grafo de Kneser, y demostramos que si $G = K(n, k)$, entonces G tiene una subdivisión impar de $K_{\chi(G)}$.

A NEW ELEMENTAL PROOF OF KŐNIG'S THEOREM

Kevin D. Pereyra
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
kdpereyra@unsl.edu.ar

The well-known Kőnig's Theorem states that in a bipartite graph G, the number of edges in a maximum matching is equal to the number of vertices in a minimum vertex cover, i.e., $\mu(G) = \tau_0(G)$, see [1] and [2]. From this result, it is easy to deduce that if e is an edge of G connecting two vertices in a minimum vertex cover, then G and $G - e$ have the same number of vertices in a minimum vertex cover, i.e., $\tau_0(G) = \tau_0(G - e)$. We present an elementary proof of this property without using Kőnig's Theorem. Then we give a proof of Kőnig's Theorem using this property. We also give an edge version of the property.

Trabajo en conjunto con Daniel A. Jaume (Universidad Nacional de San Luis - IMASL - CONICET).

Referencias

[1] Kőnig, Dénes. "Graphs and matrices."Matematikai és Fizikai Lapok 38 (1931): 116–119.

[2] Reichmeider, Philip Francis. The Equivalence of Some Combinatorial Matching Theorems. Adelphi University, 1978.

MATRICES DE SUMA POR FILA EN GRUPOS DIEDRALES GENERALIZADOS

María Valentina Soldera Ruiz
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
mvsrpame@gmail.com

Dados Γ, un grupo, y $\Sigma = \{\sigma_1, \ldots, \sigma_{|\Gamma|}\}$, un multiconjunto de elementos de Γ de cardinalidad $|\Gamma|$, una matriz de suma por fila de orden g y suma Σ, $\mathrm{RSM}_\Gamma(g, \Sigma)$, es una matriz de g columnas y $|\Gamma|$ filas, cuyas columnas son permutaciones de los elementos de Γ, y cuya i-ésima fila suma σ_i (utilizando notación aditiva para el producto del grupo). Este tipo de matrices son de interés por sus aplicaciones a la descomposición de grafos, y han sido utilizadas sobre grupos abelianos implicitamente por mucho tiempo. Sin embargo, las RSM fueron introducidas formalmente recien en [1], donde, por las limitaciones de los grupos abelianos, matrices sobre grupos diedrales generalizados fueron utilizadas para descomponer grafos completos en ciertas estructuras. Más precisamente, estudiaron el grupo diedral generalizado

$$\Gamma = \left\langle \mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_{2^{k+1}n} \times \tau \;\middle|\; \tau^2 = e,\ h\tau = \tau h,\ \forall h \in \mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_{2^{k+1}n} \right\rangle$$

o, en notación aditiva,

$$\Gamma = \langle \mathbb{Z}_m \oplus \mathbb{Z}_{2^{k+1}n} \oplus \tau \mid 2\tau = e,\ h + \tau = \tau - h,\ \forall h \in \mathbb{Z}_m \oplus \mathbb{Z}_{2^{k+1}n} \rangle$$

donde e es la identidad. Los autores de [1] demostraron que dado $g \geq 3$ existe un Σ con α elementos de orden m y $|\Gamma| - \alpha$ elementos de orden $2^k n$, tal que existe una $\mathrm{RSM}_\Gamma(g, \Sigma)$ (salvo en ciertos casos). Como [1] es el único trabajo que estudia estas matrices sobre grupos no abelianos, queda mucho trabajo por hacer y cualquier resultado resultaría en nuevas descomposiciones de grafos.

En este trabajo nos concentramos en las condiciones necesarias y suficientes sobre Σ y g para que exista $\mathrm{RSM}_\Gamma(g,\Sigma)$ cuando Γ es un grupo diedral generalizado.

Referencias

[1] Burgess, A. C., Danziger, P., Pastine, A.,and Traetta, T. (2024). Constructing uniform 2-factorizations via row-sum matrices: Solutions to the Hamilton-Waterloo problem. Journal of Combinatorial Theory, Series A, 201, 105803.

UN MODELADO MATEMÁTICO PARA ESTUDIAR LAS PROPIEDADES DE LAS CADENAS GLOBALES DE COMPOSICIÓN DE SERVICIOS

Juan Marcos Tripolone
Universidad de Congreso, Argentina
juanmarcos418@profesores.ucongreso.edu.ar

Esta comunicación se refiere a los modelos de asignación aplicados a la cadena internacional de contratos de outsourcing para composición de servicios. Las cadenas globales de valor tienen como objetivo capilarizar los procesos de captación y subcontratación de recursos (offshoring/outsourcing/staffing), y al mismo tiempo, mitigar o gestionar los riesgos de externalización hacia abajo en la cadena.

Estos riesgos incluyen la desactivación del contrato, el despido abrupto de un determinado trabajador (por bajo desempeño o por una nueva oferta laboral) entre otros, lo que motiva que la cadena de subcontratación crezca indefinidamente.

Este artículo aborda matemáticamente desde los Juegos de Asignación, la Teoría de Contratos, la Teoría de Retículos y los conjuntos ordenados el esquema de contratación en grandes cadenas de contratistas, proponiendo algunas propiedades clave para estudiar su comportamiento a través de un plexo de teoremas.

Para acometer este objetivo, el abordaje propuesto incluye:

A. El diseño de una estructura reticular multinivel que representa la cadena de composición de servicios, con nodos de contratación en diferentes niveles representando contratistas y subcontratistas, en donde se evidencia la relación de asignación.

B. Morfismos de asignación de contratos entre los agentes de la cadena, con sus propiedades y caracterización.

Aspectos destacados de la investigación:

1. La cadena de contratación en los mercados de subcontratación se modela como un juego de emparejamiento de muchos a muchos representable mediante retículos.

2. Se desarrolla un álgebra de asignaciones contractuales con teoremas que demuestran las propiedades algebraicas y topológicas de las cadenas de subcontratación.

3. Se propone el diseño de una plataforma digital para emparejar contratistas y subcontratistas utilizando algoritmos basados en preferencias.

4. Se demuestra la existencia de asignaciones estables y optimalidad para contratistas en cadenas de subcontratación finitas con preferencias estrictas.

5. Se establecen resultados acerca de niveles de complejidad, mostrando que el cálculo de la distancia a la estabilidad es NP-difícil.

6. Se aplica la teoría de categorías para analizar las propiedades estructurales de los pooles de composición de servicios y las asignaciones de recursos humanos.

Introducción:

Se pretenden modelar las cadenas de subcontratación en mercados de outsourcing como juegos de emparejamiento múltiple representables por retículos. Se desarrolla un álgebra de asignaciones contractuales y se propone el diseño de una plataforma digital para emparejar contratistas y subcontratistas.

El mercado de recursos humanos (RRHH), especialmente en sectores empresariales como el de las tecnologías de la información o la construcción, presenta a menudo una importante cadena de contratistas y subcontratistas de distintos niveles, para cubrir vacantes en proyectos relevantes (como desarrollos de sistemas informáticos de gran envergadura o grandes obras públicas de construcción). Por ejemplo, cuando una empresa contratista que licita un proyecto (en el que se debe asignar una determinada cantidad de personal mediante un modelo de negocio de externalización) contrata o asigna dicho proyecto a otra empresa, ésta es considerada como contratista directo (contratista de nivel 1, o 1-contratista). Si el 1-contratista subcontrata parcialmente algunos de estos recursos humanos a otra empresa, esta nueva empresa es un subcontratista (contratista de nivel 2, o 2-contratista). Esta cadena de contratación puede extenderse y generalizarse a la empresa contratista n-ésima (contratista de nivel n, o n-contratista).

Juegos de asignación de muchos a muchos en la composición de servicios:

Situaciones de muchos a muchos como el desafío de asignar talento humano en proyectos de empresas son cada vez más comunes en extensas cadenas globales de empresas contratantes producidas por la formación de equipos de recursos humanos aplicados a proyectos de tecnologías de la información u otros sectores similares de la economía del conocimiento y los servicios profesionales exportables.

Esto motiva extender los modelos de emparejamiento de trabajadores a instituciones (muchos a uno) a casos en los que distintos trabajadores pertenecientes a una o más empresas contratantes son asignados a distintos proyectos de varias empresas contratantes (muchos a muchos). Este trabajo propone soluciones algebraicas y computacionales al desafío.

Algebrización de la cadena de contratación:

Para simplificar el modelo, consideramos que la empresa contratante A_0 sólo oferta un único proyecto, y los elementos de este conjunto representan los recursos humanos (propios o subcontratados) asignados al proyecto. A efectos de generalización, consideraremos aquí que la empresa contratista A_0 equivale al propio proyecto en estudio.

Sin embargo, al extender este modelo a múltiples proyectos multicontratistas que subcontratan múltiples recursos humanos a múltiples subcontratistas, se obtiene un modelo de asignación de muchos a muchos en el mercado del talento humano. Para estos casos, se puede denotar genéricamente como $A_{ij} \subseteq A_i$ el j-ésimo proyecto de A_i, y ampliar lo aquí expuesto. Este modelo se vuelve aún más complejo si se pueden asignar trabajadores a tiempo parcial (por lo que un solo trabajador podría ser asignado a más de un proyecto de más de una empresa).

Sea A_0 la empresa contratante dueña del proyecto, y $A_{i\in I}$ empresas contratistas de la misma cadena de contratación, $I = \{1, 2, 3, ..., n\}; I \subset N\}$. Sean estas empresas A_1 el contratista directo de A_0 (es decir, contratista de A_0, o 1-contratista), A_2 contratista de A_1 (subcontratista de A_0 o 2-contratista), A_3 contratista de A_2 (subsubcontratista de A_0 o 3-contratista), ..., A_n contratista de A_{n-1} (n-contratista).

$A_0 = {}'$Empresa contratante$'$ = $\{a_{01}, a_{02}, ..., a_{0x}, a_{11}, a_{12}, ..., a_{1b}, a_{21}, a_{22}, ..., a_{2b}, a_{31}, a_{32}, ..., a_{3c}, ..., a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nm}\}$

$A_1 = {}'$Contratista directo (1-contractor)$'$ = $\{a_{11}, a_{12}, ..., a_{1b}, a_{21}, a_{22}, ..., a_{2b}, a_{31}, a_{32}, ..., a_{3c}, ..., a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nm}\}$

$A_2 = {}'$Subcontratista (2-contractor)$'$ = $\{a_{21}, a_{22}, ..., a_{2b}, a_{31}, a_{32}, ..., a_{3c}, ..., a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nm}\}$

$A_3 = {}'$Sub-subcontratista (3-contractor)$'$ = $\{a_{31}, a_{32}, ..., a_{3c}, ..., a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nm}\}$

$A_n = {}'$Sub-...-subcontratista (n-contractor)$'$ = $\{a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nm}\}$

Cadena simple de contratación:

$A_n \subseteq A_{n-1} \subseteq ... \subseteq A_i \subseteq ... \subseteq A_3 \subseteq A_2 \subseteq A_1 \subseteq A_0 \; \forall \; i \in I = \{1, 2, ..., n\}$

$A_n \cup A_{n-1} \cup ... \cup A_i \cup ... \cup A_3 \cup A_2 \cup A_1 = A_0 \; \forall \; i \in I = \{1, 2, ..., n\}$

Un espacio métrico definido por el nivel de contrato:

Con el desarrollo anterior se constituye el espacio métrico $(\wp P(C \cup S), \delta(A_i, A_j))$, $A_i, A_j \in \wp P(C \cup S)$, donde $C \cup S$ es el universo de contratistas para una cadena de contratación.

Definición. Función de distancia entre niveles de contratación:

Sean A_i, A_j, A_k empresas pertenecientes a una única cadena de contratación (hilo único) tal que $A_i, A_j, A_k \subseteq C \cup S$ $(A_i, A_j, A_k \in \wp(C \cup S))$ y sea $\delta : \wp(C \cup S) \times \wp(C \cup S) \to \mathbb{N} \, / \, \delta(A_i, A_j) = |i - j|$, donde i (j) representa el nivel de profundidad del agente i (j) en la cadena contractual. $\Rightarrow$

(i) $\delta(A_i, A_i) = 0$

(ii) $\delta(A_i, A_j) > 0 \; \forall A \neq B$

(iii) $\delta(A_i, A_j) = \delta(A_j, A_i)$

(iv) $\delta(A_i, A_k) \leq \delta(A_i, A_j) + \delta(A_j, A_k) \; \forall A_i, A_j, A_k \in C \cup S$

$\therefore$ $\delta(A_i, A_j)$ es una función distancia de $\wp(C \cup S)$ entre los conjuntos $A_i, A_j, A_k \in C \cup S$.

Cadena de composición simplificada:

Se presentan a continuación algunas definiciones útiles para modelar un hilo completo o cadena de contratación para la composición de servicios agregados.

Principal inicial. Sean las empresas A_0, A_1, A_2, A_3 tales que A_0 contrata a A_1 para su proyecto, para lo cual A_1 subcontrata a A_2, que a su vez subcontrata a A_3 para el mismo fin. Formalizamos a la empresa contratante principal y dueña del proyecto como el conjunto A_0 de proyectos ofrecidos a licitación a su red de contratistas. A su vez, X es un conjunto de asignaciones con contratos factibles para ejecutar el proyecto de A_0.

Contratos factibles para el proyecto licitado. Sea X el conjunto de asignaciones posibles por contratos al proyecto A_0, considerando que la empresa A_0 podría asignar algunos de sus propios empleados a este u otros proyectos.

Contratistas y subcontratistas asignados. Sea A_{0_x} el subconjunto de A_0 que contiene a los recursos humanos propios (directos) que A_0 asignó a su proyecto unidos a A_{1_x}, que es el subconjunto de A_1 que contiene agentes (personas o empresas) subcontratados por A_1 para el proyecto de A_0, que subcontrata a A_{2_x}, subconjunto de A_2 definido que contiene agentes (personas o empresas) subcontratados por A_2 para asignar al equipo que A_1 reunió para el proyecto de A_0, finalizando la cadena con A_{3_x} el subconjunto de A_3 definido como el conjunto de recursos humanos (solo personas, ya que en este ejemplo A_3 está en el último nivel de contratación) subcontratados por A_3 para asignarlos al equipo que A_2 reunió para proporcionar recursos humanos a la empresa A_1, que a su vez reunió el equipo final de contratistas indirectos y subcontratistas, junto a los recursos humanos propios que A_0 asignó a su proyecto.

Asumiendo que todos los elementos (conjuntos unitarios de personas o conjuntos de empresas subcontratistas) de $A_{0_X}, A_{1_X}, A_{2_X}$ y A_{3_X} sean aceptables por A_0 para ser asignados a su proyecto, y considerando A_{0_X} como el conjunto de todos los recursos humanos asignables al proyecto de A0 en la cadena, se puede construir una estructura compuesta por el conjunto A_0 ordenado por la operación de subconjunto (poset).

$A_{3_X} = \{a_{3_{x_1}}, a_{3_{x_2}}, ..., a_{3_{x_o}}\} \subseteq A_3$
$(A_{3_X} \in \wp(A_3), |A_{3_X}| = o)$
$A_{2_X} = \{a_{3_{x_1}}, a_{3_{x_2}}, ..., a_{3_{x_o}}, a_{2_{x_1}}, a_{2_{x_2}}, ..., a_{2_{x_l}}\} \subseteq A_2$
$(A_{2_X} \in \wp(A_2), |A_{2_X}| = |A_{3_X}| + l = o + l)$
$A_{1_X} = \{a_{3_{x_1}}, a_{3_{x_2}}, ..., a_{3_{x_o}}, a_{2_{x_1}}, a_{2_{x_2}}, ..., a_{2_{x_l}}, a_{1_{x_1}}, a_{1_{x_2}}, ..., a_{1_{x_m}}\} \subseteq A_1$
$(A_{1_X} \in \wp(A_1), |A_{1_X}| = |A_{3_X}| + |A_{2_X}| + m = o + l + m)$
$A_{0_X} = \{a_{3_{x_1}}, ..., a_{3_{x_o}}, a_{2_{x_1}}, a_{2_{x_2}}, ..., a_{2_{x_l}}, a_{1_{x_1}}, a_{1_{x_2}}, ..., a_{1_{x_m}}, a_{0_{x_1}}, a_{0_{x_2}}, ..., a_{0_{x_n}}\} \subseteq A_0$
$(A_{0_X} \in \wp(A_0), |A_{0_X}| = |A_{3_X}| + |A_{2_X}| + |A_{1_X}| + n = o + l + m + n)$
$\therefore \langle \wp(A_0), \subseteq \rangle : A_{3_X} \subseteq A_{2_X} \subseteq A_{1_X} \subseteq A_{0_X}$

Retículos en el mercado de contratistas:

Utilizando la relación de orden definida por la operación de subconjunto, es posible construir la red que representa la cadena formada en el poset $\langle \wp(A_{0_X}), \subseteq \rangle$ como sigue.

Hilos de contratación de primer orden: A_{0_X}

Hilos de contratación de segundo orden:
$A_{8_X} \subseteq A_{0_X}$

Hilos de contratación de tercer orden:
$\{a_{0_{x_1}}\} \subseteq A_{8_X} \subseteq A_{0_X}$
$A_{3_X} \subseteq A_{1_X} \subseteq A_{0_X}$
$A_{4_X} \subseteq A_{1_X} \subseteq A_{0_X}$
$A_{7_X} \subseteq A_{2_X} \subseteq A_{0_X}$

Hilos de contratación de cuarto orden:
$A_{5_X} \subseteq A_{6_X} \subseteq A_{2_X} \subseteq A_{0_X}$

Competencia y preferencias en los mercados de recursos humanos:

Sean $A_0, A_1, A_2 y A_3$ empresas que desean contratar respectivamente $q_{A_0}, q_{A_1}, q_{A_2}$ y q_{A_3} recursos humanos con el mismo perfil profesional, y sea H el conjunto de trabajadores h_r que cumplen con el perfil especificado. Después de evaluar a cada h_r, A_0, A_1, A_2 y A_3 podrían construir las siguientes relaciones de preferencia ejemplificativas (descartando de ellas a los candidatos que decidieron rechazar), y hacer una oferta de trabajo considerando las tarifas r_0, r_1, r_2 y r_3 a cada trabajador, ordenados del más preferido al menos preferido, suponiendo que cada empresa intentó contratar la suficiente cantidad de trabajadores para cubrir su cuota requerida.

$H = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7, h_8, h_9\}$
$h_3 \succeq_{A_0} h_5 \succeq_{A_0} h_9 \succeq_{A_0} h_7 \succeq_{A_0} h_2; q_{A_0} = 5$
$h_1 \succeq_{A_1} h_3 \succeq_{A_1} h_5 \succeq_{A_1} h_9 \succeq_{A_1} h_7 \succeq_{A_1} h_2; q_{A_1} = 4$
$h_3 \succeq_{A_2} h_1 \succeq_{A_2} h_8 \succeq_{A_2} h_5 \succeq_{A_2} h_9 \succeq_{A_2} h_7 \succeq_{A_2} h_2; q_{A_2} = 6$
$h_8 \succeq_{A_3} h_5 \succeq_{A_3} h_9 \succeq_{A_3} h_1 \succeq_{A_3} h_7 \succeq_{A_3} h_2; q_{A_3} = 3$
A_0 realizará una oferta laboral a: $O_{A_0} = \{h_3, h_5, h_9, h_7, h_2\}$
A_1 realizará una oferta laboral a: $O_{A_1} = \{h_1, h_3, h_5, h_9\}$
A_2 realizará una oferta laboral a: $O_{A_2} = \{h_3, h_1, h_8, h_5, h_9, h_7\}$
A_3 realizará una oferta laboral a: $O_{A_3} = \{h_8, h_5, h_9\}$

Considerando $\succeq_H$ como la relación de preferencia que los candidatos $h_r \in H$ tienen sobre las vacantes ofrecidas por las empresas A_0, A_1, A_2, A_3, se deduce que este problema de asignación tiene un orden dual, y por tanto, puede construirse a partir de las empresas que prefieren a los trabajadores evaluados.

$\succeq_{A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3}: A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3 \to H$,
o desde su orden dual:
$\succeq_H: H \to A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3$,
donde se verifica que:
$\succeq_{A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3} \circ \succeq_H = \succeq_H^{-1} \circ \succeq_{A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3}^{-1}$

Generalizando, el conjunto de alternativas posibles para los trabajadores h_r, representa todas las ofertas de trabajo disponibles de todas las empresas A_i:

$X_h = \bigcup A_i$
$\succeq_{\bigcup A_i} \circ \succeq_H = \succeq_H^{-1} \circ \succeq_{\bigcup A_i}^{-1}$

La cadena de contratación modelada mediante morfismos de matching:

Es posible generalizar la composición de servicios $\mu = \circ_{i=1}^{n} \mu_i$ como una única relación de asignación (es decir, simplemente μ), si asumimos que todos los contratos intervinientes en todos los i niveles de la cadena de contratantes, tanto entre personas (consideradas como singletons) y empresas como entre las propias empresas, se llevan a cabo mediante contratos de naturaleza equivalente. Esta relación de asignación tiene propiedades interesantes que se desarrollarán en el apartado de teoremas. Ahora construiremos una tabla genérica para la relación de contratación μ con el fin de definirla formalmente.

Definición. Relación de contratación. Definimos μ_i como el i-ésimo morfismo de asignación (aplicación intercompañía que preserva la estructura interna de la cadena contractual) entre los conjuntos que representan a cada empresa contratante, donde i es un índice que identifica la profundidad en la cadena de contratación. Formalmente:

Sea $C \cup S$ el universo de contratistas factibles (tanto individuos como empresas) y μ la relación contractual entre ellos tal que:

$\mu : \wp(C \cup S) \to \wp(A_0)$

$x \to \mu(x)$

$\{a_{01}\}\mu A_0$

$\{a_{0x}\}\mu A_0$

$A_1 \mu A_0$

$\{a_{11}\}\mu A_1$

$\{a_{1b}\}\mu A_1$

$A_2 \mu A_1$

$\{a_{21}\}\mu A_2$

$\{a_{2b}\}\mu A_2$

$A_n \mu A_{n-1}$

$\{a_{nm}\}\mu A_n$

Modelado preliminar:

Se define el universo de contratistas como $C \cup S$, donde C son los contratistas directos y S los subcontratistas. La relación de contratación se denota como μ.

Álgebra de asignaciones contractuales:

Se define la operación de asignación contractual μ con las siguientes propiedades:

Transitividad: $A_2 \mu A_1, A_1 \mu A_0 \Rightarrow A_2 \mu A_0$

Simetría: $A_1 \mu_1 A_0 \Leftrightarrow A_0 \mu_1 A_1$

Asociatividad: $(A_2 \mu A_1)\mu A_0 = A_2 \mu (A_1 \mu A_0)$

Retículos de preferencias:

Se demuestra que las preferencias de las empresas sobre los subcontratistas forman un retículo.

Teorema. Si cada empresa contratista define una relación de preferencia sobre el conjunto de subcontratistas potenciales, entonces estas relaciones de preferencia forman un retículo.

Composición de servicios en pools:

Se define un pool de servicios como una tripleta (A, q, p), donde A es el conjunto de agentes, q la cantidad de recursos humanos y p la tarifa.

La operación de unión de pools se define como:

$(A_1, q_1, p_1) \oplus (A_2, q_2, p_2) = (A_1 \cup A_2, q_1 + q_2, \text{máx}(p_1, p_2))$

Asignaciones estables:

Se demuestra la existencia de asignaciones estables en cadenas de subcontratación finitas con preferencias estrictas.

Teorema. En una cadena de subcontratación finita con preferencias estrictas, siempre existe al menos una asignación estable.

Complejidad computacional:

Se establece que calcular la distancia a la estabilidad es un problema NP-duro.

Teorema. Calcular la distancia a la estabilidad para una asignación dada en una cadena de subcontratación es un problema NP-duro.

Propiedades de los retículos contractuales:

Existencia de un espacio métrico en la cadena

Cerradura del álgebra de asignaciones contractuales

Elemento neutro del álgebra de asignación contractual

Composición de morfismos de asignación

Asociatividad en la cadena de morfismos de asignación

Elemento identidad en los morfismos de asignación

Existencia de un retículo de preferencias

Morfismo de retículos inducido por una asignación

Existencia de un retículo de asignaciones estables

Preservación de estabilidad y optimalidad en servicios
Plenitud y fidelidad de funtores
Funtor adjunto izquierdo al funtor de intersección
Categoría monoidal en pooles de servicios
Axioma 1: Asociatividad
Axioma 2: Unidad
Axioma 3: Coherencia
Cerradura de categoría de pooles de RRHH
Conclusiones:

El modelo propuesto permite abordar proyectos de desarrollo de software con múltiples niveles de subcontratación, optimizando las asignaciones en plataformas de freelancing. Se sugieren futuras líneas de investigación en la maximización del valor para agentes intermediarios y en el diseño de mercados de talento en línea.

Referencias

[1] Blair, C. (1988). The lattice structure of the set of stable matchings with Multiple Partners. Mathematics of Operations Research, 13, 619–628.

[2] Risma, E. (2015). A deferred acceptance algorithm with contracts. Journal of Dynamics and Games, 2, 289–302.

[3] Risma, E. (2015). Binary operations and lattice structure for a model of matching with contracts. Mathematical Social Sciences, 73, 6–12.

[4] Ostrovsky, M. (2008). Stability in Supply Chain Networks. American Economic Review, 98:3, 897–923.

[5] Teytelboym, A. (2014). Trading networks with bilateral contracts. ISER Seminar Series, 18.

[6] Echenique, F. and Oviedo, J. (2006). A theory of stability in many-to-many matching markets. Theoretical Economics, 1, 233–273.

[7] Gale, D. and Shapley, L. (1962). College admissions and the stability of marriage. American Math Monthly, 69, 9–15.

[8] Gusfield, D. and Irving, R. (1989). The Stable Marriage Problem: Structure and Algorithms. Cambridge: MIT press.

[9] Hatfield, J. and Milgrom, P. (2005). Matching with contracts. The American Economic Review, 95, 913–935.

[10] Hatfield, J. and Kominers, S. (2012). Contract design and stability in many to many matching. Working paper.

A Combinatorial core-nilpotent decomposition of unicyclic graphs

Micaela Vega
Universidad Nacional de San Luis - IMASL -CONICET, Argentina
mvega@unsl.edu.ar

A singular matrix A of rank r and order n, is similar to a 2×2 block-diagonal, where one of the blocks is a $r \times r$ non-singular matrix and the other block is nilpotent, see [1]. This is called a core-nilpotent decomposition of A. In this work, we show that is possible to obtain a core-nilpotent decomposition of the adjacency matrix of a unicyclic graph throughout its adjacency relations, without computing a matrix Q (whose columns form a basis of the range and null space of the adjacency matrix of U) and its inverse. This is possible through the null decomposition of unicyclic graphs, see [2].

Trabajo en conjunto con Daniel A Jaume (Universidad Nacional de San Luis), Maikon Machado Toledo (Universidad Nacional de San Luis) y Cristian Panelo (Universidad Nacional de San Luis).

Referencias

[1] Meyer, C. Matrix Analysis and Applied Linear Algebra. Society for Industrial and Applied Mathematics (2000).

[2] Allem, L. E., Jaume, D. A., Molina, G., Toledo, M. M., and Trevisan, V., Null decomposition of unicyclic graphs, Discrete Applied Mathematics,(2020) 285:594–611.

CONTANDO LA CANTIDAD DE PEDS EN ALGUNAS CLASES DE GRAFOS

Camilo Vera
Instituto de Cálculo, FCEN, UBA, Argentina
camilo.vera2509@gmail.com

Dado un grafo $G = (V, E)$ y dos aristas $e, f \in E$, decimos que e domina a f si ambas comparten un extremo o bien si $e = f$. Un subconjunto P de E es un conjunto perfecto de aristas dominantes (PED por sus siglas en inglés) si toda arista de $E \setminus P$ es dominada por exactamente una arista de P. Notar que todo grafo posee un PED, ya que el conjunto de aristas E es un PED.

En este trabajo daremos a conocer una serie de resultados en torno a la cantidad de PEDs para ciertas clases de grafos. En primer lugar, obtuvimos una fórmula por recurrencia para calcular el número de PEDs del camino P_n, sabiendo que P_1, P_2 y P_3 tienen 1, 1 y 3 PEDs, respectivamente. De igual manera, probamos que los ciclos C_n, $n \geq 3$, cumplen la misma recurrencia que los caminos, donde C_3, C_4 y C_5 tienen 4, 5 y 6 PEDs, respectivamente. En segundo lugar, probamos que si T es un árbol con n vértices, entonces la cantidad de PEDs de T es menor o igual que la cantidad de PEDs de P_n. En tercer lugar, y con ayuda del resultado anterior, probamos que un bosque con $n \geq 13$ vértices tiene una cantidad de PEDs menor o igual que la cantidad de PEDs de P_n.

Por otro lado, hallamos un algoritmo lineal para calcular el número de PEDs de un grafo serie-paralelo generalizado y de un grafo cordal, usando las ideas presentadas en [1]. También calculamos la máxima cantidad de PEDs de un grafo cordal con n vértices y damos una familia de grafos de esta clase que alcanza dicho máximo.

Referencias

[1] C. L. Lu, M. T. Ko, C. Y. Tang, Perfect edge domination and efficient edge domination in graphs, Discrete Applied Mathematics 119 (2002).

CARACTERIZACIÓN AXIOMÁTICA DE REGLAS DE ASIGNACIÓN EN EL PROBLEMA DE LA MOCHILA

Dalma Yamila Veron
Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET), Argentina
verondalma@gmail.com

En el problema de la mochila, un grupo de agentes busca llenar una mochila con varios bienes. Se debe considerar dos cuestiones. La primera, ampliamente estudiada en la literatura, es decidir que artículos seleccionar para introducir en la mochila. La segunda cuestión, no tan estudiada, es dividir los ingresos totales entre los agentes que participan.
Existen distintos tipos de algoritmos que resuelven el primero de estos problemas. En este caso estudiaremos dos algoritmos, que si bien no son eficientes, son muy sencillos y ampliamente conocidos en la literatura. Luego, proponemos una regla de reparto asociada a cada algoritmo.
Primero, consideremos un problema $P = (N, M, W, w, p)$, donde N es el conjunto de agentes, M el conjunto de bienes, W el tamaño de la mochila, w_j es el tamaño del objeto j y p_j^i es la ganancia que obtiene el agente i cuando el bien j es introducido en la mochila.
Además para cualquier problema P, el conjunto de asignaciones factibles es definido como

$$\mathcal{F}(P) = \{(x_j)_{j\in M} \in \mathbb{R}_+^M : \textstyle\sum_{j\in M} x_j \leq W\}.$$

La idea del primer algoritmo, denominado algoritmo voraz dividido (Greedy-Split Algorithm), es comenzar con una mochila vacía y simplemente revisar los elementos que están en orden decreciente de eficiencia, agregando cada elemento en consideración a la mochila sin exceder su capacidad.
Se define la regla asociada a dicho algoritmo como $f^* = (\varphi^*, r^*)$, donde φ^* ordena los elementos de manera decreciente de eficiencia, es decir

$$\tfrac{p_1}{w_1} \geq \ldots \geq \tfrac{p_{s-1}}{w_{s-1}} \geq \tfrac{p_s}{w_s} \geq \ldots$$

en el cual s se determina por

$$\textstyle\sum_{k=1}^{s-1} w_k \leq W < \sum_{k=1}^{s} w_k$$

y $(\varphi_j^*(P))_{j\in M} \in \mathcal{F}$, donde

$$\varphi_j^*(P) = \begin{cases} 1 & si \quad j \leq s-1 \\ 0 & si \quad j > s-1. \end{cases}$$

Para un agente i en el problema P, la regla de reparto se define como:

$$r_i^*(P) = \sum_{j \in M} p_j^i \varphi_j^*(P).$$

La idea del segundo algoritmo, denominado algoritmo voraz (Greedy Algorithm), se define como $f^G = (\varphi^G, r^G)$. Es muy similar a la del algoritmo anterior, pero si el elemento j no entra, se verifica si los siguientes objetos, por ejemplo, $j+1$ o $j+2$ pueden entran en la mochila.

Además del orden nombrado, se debe tener en cuenta otro orden, que es el orden de ingreso a la mochila, es decir

$$j_1, j_2, \ldots, j_r$$

donde j_1 indica el primer objeto que es colocado en la mochila que no necesariamente es el primer objeto del orden por eficiencia por que este podria no entrar.
Por otro lado, para un agente i en el problema P, la regla de reparto se define como:

$$r_i^G(P) = \sum_{j \in M} p_j^i \varphi_j^G(P).$$

Desde un enfoque axiomático de la teoría de juego y la elección social, se introducen algunas propiedades que caracterizan estos algoritmos y se realiza una comparación de los mismos.
En este trabajo se demuestra que f^* es la única regla que satisface Maximum aspirations, Weak independence of irrelevant goods, Minimal efficient, Conditional null solution y Composition up.
De manera conjetural, se considera que f^G es la única regla que satisface Máximum aspirations, Independence of relevant goods, Minimal efficient y No advantage splitting .
Y por último, a modo de comparación, se muestra la siguiente tabla

Axiomas	f^*	f^G
Maximum aspirations	✓	✓
Weak independence of irrelevant goods	✓	✓
Minimal efficient	✓	✓
Conditional null solution	✓	×
Composition up	✓	×
Independence of relevant goods	✓	✓
No advantage splitting	✓	✓
Independence of irrelevant goods	×	✓
Outcast condition	✓	✓
Arrow's Choice Axiom	✓	×
Quality over Quantity	✓	✓