Año 2024, Volumen 59, Número 3 ISSN 1514-9595 (en línea)

Noticiero de la Unión Matemática Argentina

UMA CATAMARCA 2024

UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA
FUNDADA EN 1936

Año 2024, Volumen 59, Número 3

Índice general

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Editorial

Manteniendo la tradición, en este último número del Noticiero de la UMA del año 2024 recopilamos lo actuado en la Reunión Anual de la UMA, realizada en la Ciudad de Catamarca, Argentina, entre el 16 y 20 de septiembre de 2024.

Las actividades realizadas en la Reunión fueron las siguientes:

- LXXIII Reunión de Comunicaciones Científicas.
- XLVII Reunión de Educación Matemática.
- XXXV Encuentro de Estudiantes de Matemática.
- Integrando Género, Ciencia y Diversidad.
- Actividades de Divulgación.
- XVI Festival de la Matemática.

Se incluyen todos los resúmenes de las comunicaciones científicas, de educación y de divulgación presentados en la Reunión. También, los títulos y resúmenes de las conferencias dictadas y las descripciones de las actividades realizadas. Además, en este número se pueden encontrar publicados los trabajos completos y aceptados para tal fin, de la Reunión de Educación Matemática.

Para finalizar, agradecemos enormemente la hospitalidad inigualable con la que los miembros de la Organización local de la Universidad Nacional de Catamarca y los colaboradores, albergaron a los casi 500 participantes e hicieron que esta Reunión en la que se presentaron más de 125 comunicaciones fuera un éxito.

Victoria Paternostro
Directora de Publicaciones

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Conferencias Plenarias

Conferencia Rey Pastor

Percolación de primera pasada y aprendizaje de distancias

Pablo Groisman
Universidad de Buenos Aires

Consideremos una muestra de n puntos de una subvariedad (desconocida) del espacio euclídeo (posiblemente de alta dimensión). Esta situación es muy común en muchos problemas con datos. Atacaremos el problema de definir distancias entre los puntos que sean valiosas para aprender la variedad. Luego estudiaremos su comportamiento y cómo utilizarlas para tareas diversas como: clustering (agrupamiento), reducción de dimensión, análisis topológico de datos (TDA), estimación de densidad, transporte óptimo. Veremos también que las distancias propuestas están íntimamente relacionadas con un problema clásico en probabilidad: percolación de primera pasada; que nos brinda un abanico de problemas abiertos que son muy simples de enunciar.

Conferencia Santaló

¿Se pueden oír las simetrías?

Emilio Lauret
Universidad Nacional del Sur

Comenzaremos con una fugaz introducción a la geometría espectral inversa apoyándonos en la famosa y elocuente pregunta "¿Se puede oír la forma de un tambor?". Luego, repasaremos diversas situaciones en que el espectro del Laplaciano puede distinguir espacios geométricamente especiales como por ejemplo los espacios simétricos.

Conferencia Calderón

¿Cómo propagan las ondas la aleatoriedad?

Andrea Nahmod
University of Massachusetts Amherst

Las ondas están en todas partes en la naturaleza. Surgen en la mecánica cuántica, la fibra óptica, el ferromagnetismo, la atmósfera, el agua y muchos otros modelos. Tales fenómenos de ondas nunca son demasiado suaves o simples, siendo el subproducto de interacciones no lineales. Comprender y describir el comportamiento dinámico de tales modelos bajo ciertas condiciones de ruido o dada una colección estadística inicial, y tener una descripción precisa de cómo se propaga la aleatoriedad inherente en estos modelos es fundamental para predecir con precisión los fenómenos de ondas al estudiar el mundo natural.

En esta charla, Andrea Nahmod comenzará describiendo cómo las herramientas clásicas de la probabilidad ofrecen un marco robusto para entender la dinámica de las ondas a través de conjuntos apropiados en el espacio de fases en lugar de trayectorias dinámicas microscópicas particulares. Continuará explicando el cambio de paradigma fundamental que surge del "escalado correcto" en este contexto y cómo abrió la puerta a revelar las estructuras aleatorias de las ondas no lineales que viven en altas frecuencias y escalas finas. Luego, discutirá cómo estas ideas rompieron el estancamiento en el estudio de las medidas de Gibbs asociadas con las ecuaciones de Schrödinger no lineales en el contexto de la mecánica estadística de equilibrio y el modelo hiperbólico ϕ_3^4 en el contexto de la teoría cuántica de campos constructiva. Finalmente, terminará con algunos desafíos abiertos sobre la propagación a largo plazo de la aleatoriedad y la dinámica fuera del equilibrio.

Conferencia González Dominguez

Lógicas subestructurales modales

Manuela Busaniche
Universidad Nacional del Litoral

En los últimos años muchos sistemas de lógicas no clásicas han surgido para modelar distintos tipos de razonamientos. Generalmente, cada sistema se plantea de manera independiente, para resolver algún problema particular, y junto con el desarrollo del sistema surgen también técnicas y herramientas para su investigación. La teoría de lógicas subestructurales presenta un marco uniforme en el que se pueden analizar una gran variedad de sistemas no clásicos desarrollados a partir de diferentes motivaciones. Dentro de los sistemas subestructurales encontramos algunos muy conocidos como ser el cálculo intuicionista, los sistemas de lógicas relevantes, las lógicas multivaluadas, las difusas y también la lógica clásica puede tratarse como caso particular de lógica subestructural. Por otro lado, y de manera totalmente independiente, los sistemas de lógicas modales se plantean como extensiones de la lógica clásica que incorporan al lenguaje operadores que permiten interpretar nociones como creencia, posibilidad, conocimiento, obligaciones y tiempo entre otros. En esta charla plantearemos sistemas de lógicas subestructurales con operadores modales. Resaltaremos las ventajas de contar con este tipo de sistemas y abordaremos brevemente los desafíos que surgen en su estudio.

ISSN 1514-9595 (web)

Conferencia Científica

CONFERENCIA EN HONOR A ALICIA DICKENSTEIN

Alicia Dickenstein: polinomios, geometría, aplicaciones, Matemax.... y mucho mas!

Carlos D'Andrea
Universidad de Barcelona

En esta charla-homenaje a Alicia Dickenstein intentaremos mostrar algunos resultados relevantes de su trayectoria académica, centrándonos en los discriminantes de sistemas de polinomios.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 1: Álgebra y Geometría

Pares de Gelfand generalizados, nuevos ejemplos

José Ignacio García
Universidad Nacional de Salta - Facultad de Ciencias Exactas, Argentina
joseigarcia@exa.unsa.edu.ar

Sea N un grupo de Lie nilpotente y K un subgrupo compacto de $Aut(N)$ (grupo de automorfismos de N). Uno de los primeros resultados de Benson, Jenkins y Ratcliff establece que, si (K,N) es un par de Gelfand entonces N es a lo sumo 2-pasos nilpotente. La noción de pares de Gelfand fue generalizada para el caso en que K es un grupo unimodular no compacto. En [5] y en [6] exhibimos familias de pares de Gelfand generalizados (K,N) tales que N es un grupo de Lie m pasos nilpotente con $m>2$. Ahora, sea $N=\mathcal{S}\ltimes H_n$ el grupo de Lie 3 pasos nilpotente con H_n el grupo de Heisenberg de dimensión $(2n+1)$ y $\mathcal{S}$ el grupo de matrices simétricas $n\times n$. En esta charla, caracterizaremos $Aut(N)$ y mostraremos un subgrupo K de $Aut(N)$ tal que (K,N) es un par de Gelfand generalizado.

Trabajo en conjunto con Silvina Campos (Universidad Nacional de Salta, Argentina) y Linda Saal (Universidad Nacional de Córdoba).

Referencias

[1] Astengo, F., Di Blasio, B., Ricci, F. *Gelfand transforms of polyradial functions on the Heisenberg group*, J. Funct. Anal. **251**, (2007) 772–791.

[2] Benson, C., Jenkins, J., Ratcliff, G. *On Gelfand pairs associated with solvable Lie groups*, Trans. Amer. Math. Soc. **321** (1990) 85-116.

[3] Benson, C., Jenkins, J., Ratcliff, G. *Bounded K-spherical function on Heisenberg group*, J. Funct. Anal. **105**, (1992) 409–443.

[4] Benson, C., Jenkins, J., Ratcliff, G. *The orbit method and Gelfand pairs associated with nilpotent Lie groups*, J. Geom. Anal. **9**, (1999) 569–582.

[5] Campos, S., García, J. and Saal, L. *Generalized Gelfand pairs associated to m-step nilpotent Lie groups*, J. Geom. Anal. **33**, Article number: 54 (2023).

[6] Campos, S., García, J. and Saal, L. *Spherical analysis attached to some m-step nilpotent Lie group*, J. Fourier Anal. Appl. **30**, Article number: 20 (2024).

[7] Fischer,V., Ricci, F., Yakimova, O., *Nilpotent Gelfand pairs and spherical transforms of Schwartz functions III. Isomorphisms between Schwartz spaces under Vinberg condition*, arxiv 1210.7962.

[8] Gallo, A., Saal, L., *A generalized Gelfand pair attached to a 3-step nilpotent Lie group*, J. Fourier Anal. Appl. Vol **26**, 62 (2020).

[9] Lauret, J. *Gelfand pairs attached to representations of compact Lie groups*, Transform. Groups **5**, (2000) 307–324.

[10] Ratcliff, G., *Symbols and orbits for 3-step nilpotent Lie groups*, J. Funct. Anal. **62** (1985), 38–64.

DOMINIOS PRINCIPALES NO EUCLÍDEOS

Nicolás Allo Gómez
Universidad de Buenos Aires, Argentina
nicolas.allo.93@gmail.com

En cualquier curso de Teoría de Números se enseña la importancia que tienen los dominios de factorización única (DFU) a la hora de resolver ecuaciones. Una de las implicaciones básicas al respecto es que todo dominio principal es un DFU. Otro hecho conocido es que todo dominio euclídeo (es decir, un dominio con algoritmo de división) es un dominio principal. Sin embargo, ninguna de estas implicaciones es una equivalencia. Existen infinitos contraejemplos conocidos de DFU que no son principales (por ejemplo, para cualquier A DFU que no sea un cuerpo se tiene que el anillo de polinomios $A[X]$ es un DFU que no es un dominio principal). En cuanto a dominios principales que no son euclídeos, existe un contraejemplo clásico: el anillo de enteros del cuerpo cuadrático $\mathbb{Q}[\sqrt{-19}]$ (ver, por ejemplo, [1]). Otro contraejemplo menos conocido es el anillo $\mathbb{R}[X, Y]/\langle X^2 + Y^2 + 1\rangle$ que encontramos mencionado en [2], con un esbozo de demostración no del todo clara. Recientemente di una demostración más constructiva del resultado esencial que permite probar que el ejemplo anterior es efectivamente un dominio principal, y que usa fuertemente el hecho de que la clausura algebraica de $\mathbb{R}$ es $\mathbb{C}$. En esta comunicación hablaremos sobre una familia más general de contraejemplos que encontramos. Más precisamente, hemos demostrado el siguiente Teorema:

Si K es un cuerpo real, entonces el anillo $K[X, Y]/\langle X^2+Y^2+1\rangle$ es un dominio principal que no es euclídeo.

Trabajo en conjunto con Juan Sabia (Ciclo Básico Común, Universidad de Buenos Aires e IMAS, CONICET-UBA).

Referencias

[1] Oscar A. Campoli. A Principal Ideal Domain That Is Not a Euclidean Domain. The American Mathematical Monthly, 1988.

[2] Quotient of polynomials, pid but not euclidean domain? https://math.stackexchange.com/questions/864212/quotient-of-polynomials-pid-but-not-euclidean-domain, 2014.

CONSTRUCCIÓN DE SOLVARIEDADES HIPERCOMPLEJAS A PARTIR DE POLINOMIOS ENTEROS

Adrián Andrada
FAMAF - Universidad Nacional de Córdoba y CIEM - CONICET, Argentina
adrian.andrada@unc.edu.ar

Para cada número natural $n \geq 2$, definimos una familia de polinomios $\Delta_n \subset \mathbb{Z}[x]$ de la siguiente manera: un polinomio $p \in \mathbb{Z}[x]$ está en Δ_n si y sólo si:

1) el grado de p es n,
2) las raíces de p son n números reales positivos diferentes,
3) $p(0) = (-1)^n$.

En esta charla mostraremos cómo asignar a cada $p \in \Delta_n$ una matriz $A_p \in \mathfrak{gl}(4n+3, \mathbb{R})$ de manera que el álgebra de Lie casi abeliana $\mathfrak{g}_p = \mathbb{R} \ltimes_{A_p} \mathbb{R}^{4n+3}$ posea una estructura hipercompleja, usando resultados en [1]. Más aún, el grupo de Lie simplemente conexo G_p asociado a $\mathfrak{g}_p$ posee un retículo Γ_p, y entonces la solvariedad $\Gamma_p\backslash G_p$ hereda una estructura hipercompleja. Exhibiremos propiedades de las solvariedades así obtenidas y de las familias Δ_n de polinomios enteros.

Trabajo en conjunto con María Laura Barberis (FAMAF - Universidad Nacional de Córdoba y CIEM - CONICET).

Referencias

[1] A. Andrada, M. L. Barberis, Hypercomplex almost abelian solvmanifolds, J. Geom. Anal. 33 (2023), Article 213.

PRODUCTO CUP EN LA COHOMOLOGÍA DE HOCHSCHILD EN GRADO 1 DE EXTENSIONES TRIVIALES DE ÁLGEBRAS GENTILES

Carlos Antunes Percíncula
Universidad de Buenos Aires, Argentina
antunes.p.carlos@hotmail.com

En esta charla hablaremos de la extensión trivial TA de un álgebra de dimensión finita A y su cohomología de Hochschild. Es poco lo que se sabe de $HH^*(TA)$ en general, e incluso para familias particulares de álgebras como las álgebras gentiles, cuya (co)homología está bien estudiada [1], no se conoce más allá del grado 1. Cuando A es una k-álgebra de dimensión finita se sabe que el espacio vectorial $HH^1(TA)$ se descompone como suma directa de otros cuatro espacios: la cohomología de A en grado 0 y 1, el dual de la homología de A en grado 1 y otro espacio $\mathrm{Alt}_A(DA)$ asociado al dual de A [2]. En un trabajo de C. Strametz [3] se transfiere la estructura de álgebra de Lie de $HH^1(TA)$ a esta descomposición y se describe el corchete de Gerstenhaber entre los sumandos. Sin embargo todavía no está estudiado cómo es el producto cup entre estas componentes. Presentaremos algunos resultados en esa dirección para el caso en el que A es gentil.

Trabajo en conjunto con Andrea Solotar (Universidad de Buenos Aires).

Referencias

[1] C. Chaparro, S. Schroll, A. Solotar, M. Suárez-Álvarez. The Hochschild (co)homology of gentle algebras. Preprint, arXiv:2311.08003.

[2] C. Cibils, E. Marcos, M. J. Redondo, A. Solotar. Cohomology of split algebras and of trivial extensions. Glasgow Mathematical Journal, 45(1):21–40, 2003.

[3] C. Strametz. Structure d'algèbre de Lie de la cohomologie de Hochschild en degré un et groupe d'automorphismes extérieurs, Univerté Montpellier II, 2002.

HOMOLOGÍA DE ÁLGEBRAS DE GRUPOIDES

Guido Arnone
Instituto de Investigaciones Matemáticas Luis A. Santaló (UBA-CONICET), Argentina
garnone@dm.uba.ar

Las álgebras de grupoides —más conocidas como álgebras de Steinberg— generalizan tanto a las álgebras de grupos como a una amplia familia de análogos algebraicos de C*-álgebras (álgebras de Leavitt, Katsura, y más generalmente Exel-Pardo).

En esta charla daremos una introducción a estas álgebras y comentaremos algunos resultados recientes sobre su homología de Hochschild.

Trabajo en conjunto con Guillermo Cortiñas (IMAS UBA-CONICET) y Devarshi Mukherjee (Universität Münster).

CLASIFICACIÓN DE LAS ÁLGEBRAS DE LIE CASI ABELIANAS NILPOTENTES QUE ADMITEN ESTRUCTURA HIPERCOMPLEJA

María Laura Barberis
FAMAF - Universidad Nacional de Córdoba, CIEM - CONICET, Argentina
mlbarberis@unc.edu.ar

Un álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ se dice casi abeliana si posee un ideal casi abeliano de codimensión 1, es decir, $\mathfrak{g} = \mathbb{R}e_0 \ltimes_A \mathbb{R}^n$, donde la acción de e_0 en el ideal abeliano $\mathbb{R}^n$ está dada por la matriz $A \in \mathfrak{gl}(n,\mathbb{R})$. Si G es un grupo de Lie con álgebra de Lie $\mathfrak{g}$, la existencia de una estructura geométrica invariante a izquierda en G impone restricciones en A. En [1] caracterizamos las álgebras de Lie casi abelianas que admiten estructura hipercompleja, es decir, un par de estructuras complejas que anticonmutan. En el presente trabajo, obtenemos la clasificación de dichas álgebras en el caso nilpotente. El teorema de clasificación se basa en una generalización de la forma de Jordan para matrices cuaterniónicas (ver [2]). Discutiremos también el problema de clasificación en el caso no nilpotente.

Trabajo en conjunto con Adrián Andrada (FAMAF - Universidad Nacional de Córdoba, CIEM - CONICET).

Referencias

[1] A. Andrada, M. L. Barberis, Hypercomplex almost abelian solvmanifolds, J. Geom. Anal. 33 (2023), Article 213.

[2] L. Rodman,Topics in quaternion linear algebra, Princeton Series in Applied Mathematics, Princeton University Press, 2014.

MÉTODOS COMBINATORIOS PARA ESTUDIAR LA INDICABILIDAD LOCAL DE GRUPOS

Agustín Nicolás Barreto
Universidad de Buenos Aires, Argentina
agustin.nbarreto@gmail.com

Un grupo se dice indicable si admite un morfismo no trivial a los enteros y es localmente indicable si todos sus subgrupos no triviales y finitamente generados son indicables. Estos grupos han adquirido gran relevancia en las últimas décadas por su relación con varios problemas conocidos en álgebra, topología y geometría. En los últimos tiempos, junto a Gabriel Minian hemos desarrollado métodos para estudiar indicabilidad local de grupos a partir de sus presentaciones.

Más recientemente, hemos combinado estos resultados con métodos combinatorios derivados de la teoría de Morse discreta. Esta teoría fue desarrollada por Forman en los años 90 como variante de la teoría de Morse clásica y es una herramienta poderosa que combina ideas de combinatoria y topología.

En esta charla, voy a contar estos resultados y algunas aplicaciones que se derivan de ellos.

Trabajo en conjunto con Gabriel Minian.

Referencias

[1] A. N. Barreto, E. G. Minian, Local indicability of groups with homology circle presentations. arXiv:2308.07447.

[2] X. Fernández, Morse theory for group presentations.Trans. Amer. Math. Soc. 377 (2024), no.4, 2495–2523.

[3] R. Forman, A user's guide to discrete Morse theory. Sém. Lothar. Combin. 48 (2002), Art. B48c, 35 pp.

[4] J. Howie, On the asphericity of ribbon disc complements. Trans. Amer. Math. Soc. 289 (1985), no.1, 281–302.

[5] E. G. Minian, Morse theory of Bestvina-Brady type for posets and matchings. Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A154 (2024), no.1, 209–220.

GRUPOS FUNDAMENTALES DE FORMAS ESPACIALES ESFÉRICAS ISOSPECTRALES

Mauro Colantonio
Instituto de Matemática de Bahía Blanca (INMABB), Argentina
maucolantonio@hotmail.com

Se llama *forma espacial esférica* a una variedad Riemanniana de la forma S^{2d-1}/Γ, donde Γ es un subgrupo discreto de $Iso(S^{2d-1}) = O(2d)$ que actúa libremente en la esfera redonda S^{2d-1}. En esta charla consideraremos grupos Γ no cíclicos tales que todos sus subgrupos de Sylow son cíclicos; estos son llamados grupos de Tipo I.

El objetivo de este trabajo es determinar la relación entre dos grupos Γ_1 y Γ_2 en el caso que S^{2d-1}/Γ_1 y S^{2d-1}/Γ_2 sean isospectrales, es decir, sus correspondientes Laplacianos tiene el mismo espectro. A. Ikeda en 1979 mostró que Γ_1 y Γ_2 son isomorfos cuando d es primo. Aquí mostraremos, para d arbitrario, cierta relación entre los grupos y también un ejemplo no isomorfo.

Homología de álgebras de grupoides II

Guillermo Cortiñas
IMaS, Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Argentina
gcorti@dm.uba.ar

Esta charla complementa la propuesta por Guido Arnone del mismo título. Un resultado clásico sobre la homología de Hochschild de un álgebra de grupo $k[G]$, debido a Burghelea [1], establece una descomposición en suma directa $HH_*(k[G]) = \bigoplus_\xi H_*(Z_{g_\xi}, k)$, donde la suma está indexada por las clases de conjugación de G, g_ξ es un representante de la clase ξ, Z_g es el centralizador y H es la homología de grupos. En particular, como el centralizador de la clase del elemento neutro es todo G, se tiene que $H_*(G, k)$ es un sumando directo de $HH_*(k[G])$. En la charla veremos que con bastante generalidad, la homología de un grupoide amplio $\mathcal{G}$ es sumando directo de la homología de Hochschild de su álgebra $k[\mathcal{G}]$ y que bajo hipótesis adicionales, se tiene un análogo de la descomposición de Burghelea. Luego especializaremos al caso del grupoide de Exel-Pardo asociado a una acción autosimilar de un grupo en un grafo dirigido [2].

Trabajo en conjunto con Guido Arnone (IMaS-DM, FCEyN, UBA, Argentina) y Devarshi Mukherjee (Universität Münster, Alemania).

Referencias

[1] Burghelea, D. The cyclic homology of the group rings. Comm. Math. Helv. 60 (1985), 354–365.

[2] Exel, R., Pardo, E. Self-similar graphs, a unified treatment of Katsura and Nekrashevych C^*-algebras, Adv. Math. 306 (2017), 1046–129, DOI 10.1016/j.aim.2016.10.030.

Sistemas ralos con alta multiplicidad local

Alicia Dickenstein
Dto. de Matemática, FCEN, UBA e IMAS (UBA-CONICET), Argentina
alidick@dm.uba.ar

Consideremos un sistema ralo de n polinomios de Laurent en n variables con coeficientes complejos y soporte en un conjunto finito A. Es conocido que el número máximo de raíces aisladas en el toro n-dimensional del sistema es el volumen normalizado de la cápsula convexa de A (la cota BKK). En este trabajo exploramos la siguiente pregunta: si la cardinalidad de A es igual a n+m+1, ¿cuál es la multiplicidad de intersección local máxima en un punto del toro en términos de n y m?

Este estudio fue iniciado por Gabrielov en el caso multivariado. Damos una cota superior que siempre se alcanza en el caso de circuitos (m=1) y, bajo una hipótesis técnica genérica, es considerablemente menor para cualquier codimensión m. También presentamos un sistema ralo particular con alta multiplicidad local con exponentes en los vértices de un polítopo cíclico y explicamos el fundamento de nuestra elección. Nuestro trabajo plantea varias preguntas interesantes.

Trabajo en conjunto con Frédéric Bihan (Université Savoie Mont Blanc, Francia) y Jens Forsgård.

Representaciones de una familia de álgebras de Hopf punteadas

Fernando Fantino
FaMAF-UNC, Argentina
fernando.fantino@unc.edu.ar

Las álgebras de Hopf complejas punteadas de dimensión finita sobre grupos diedrales $\mathbb{D}_m$, de orden $2m$ con $m = 4t$ y $t \geq 3$, es conocida. Dicha clasificación contempla familias de álgebras que son bosonizaciones y otras que son levantamientos no triviales de bosonizaciones denotadas A_I y $B_{I,L}$. En esta charla daremos algunos resultados generales sobre las representaciones de estas últimas y describiremos representaciones irreducibles de las álgebras $B_{I,L}$ para cardinales de I y de L bajos.

Trabajo en conjunto con Juan Hidalgo (FaMAF-UNC).

CONSTRUCCIÓN DE ÁLGEBRAS DE LIE RÍGIDAS

Estela Fátima Fernández
Universidad Nacional de Tucumán, FACET, Argentina
efernandez@herrera.unt.edu.ar

Determinar si un álgebra de Lie es rígida o no, es un problema difícil. Existen algunos criterios y algunas familias conocidos de álgebras rígidas.

Si un álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ tiene segundo grupo de cohomología adjunta nulo, $H^2(\mathfrak{g},\mathfrak{g}) = 0$, entonces $\mathfrak{g}$ es rígida. A éstas se las llama *algebraicamente rígidas*.

Dos familias importantes, de álgebras no solubles, fueron consideradas por Richardson [1] y Carles [2] respectivamente.

(1) Productos semidirectos de semisimples $\mathfrak{s}$ por una representación irreducible V: $\mathfrak{s} \ltimes V$

(2) Álgebras $\mathfrak{g}$ completas, esto es con $H^0(\mathfrak{g},\mathfrak{g}) = H^1(\mathfrak{g},\mathfrak{g}) = 0$, y nilradical abeliano.

En esta charla describiré la construcción de algunas familias nuevas de álgebras de Lie algebraicamente rígidas, de los siguientes tipos:

(a) $\mathfrak{s} \ltimes V$, donde $\mathfrak{s}$ es semisimple y V una representación de $\mathfrak{s}$, no necesariamente irreducible, o una deformación de éstas.

(b) $\mathfrak{s} \ltimes V \oplus \mathbb{C}$, donde $\mathfrak{s}$ es semisimple y V una representación de $\mathfrak{s}$, no necesariamente irreducible, o una deformación de éstas.

Describiré en particular los siguientes casos:

(a) $\mathfrak{sl}_2 \ltimes (\mathbb{C}^j \oplus \mathbb{C}^k)$, con j y k pares.

(b) $\mathfrak{sl}_2 \ltimes \mathbb{C}^n \oplus_\mu \mathbb{C}$, $n \geq 2$, para cierto 2-cociclo μ.

También mostraré que las álgebras rígidas presentadas por Carles, se obtienen como casos particulares de esta construcción. Por ejemplo, el álgebra de Carles $(\mathfrak{s} \oplus \mathbb{C}) \ltimes V$, satisface que

$$(\mathfrak{s} \oplus \mathbb{C}) \ltimes V \simeq \mathfrak{s} \ltimes V \oplus_\sigma \mathbb{C},$$

para un 2-cocíclo σ adecuado.

Este es un trabajo en proceso que es parte de mi tesis doctoral, bajo la supervisión de Paulo Tirao.

Referencias

[1] R. Richardson Jr., On the rigidity of semi-direct products of Lie algebras, Pac. J. Math. 22, 339–344 (1967).

[2] R. Carles, Sur certainess classes d'algèbres de Lie rigides, Math. Ann. 272, 477–488 (1985).

AUTOVALORES NEGATIVOS DEL LAPLACIANO CONFORME

Guillermo Henry
Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET, Argentina
ghenry@dm.uba.ar

Sea (M, g) una variedad riemanniana cerrada de dimensión $n \geq 3$. El Laplaciano conforme es el operador lineal elíptico definido por

$$L_g := \frac{4(n-1)}{(n-2)}\Delta_g + s_g,$$

donde Δ_g y s_g denotan el operador de Laplace-Beltrami y la curvatura escalar, respectivamente. El significado geométrico del Laplaciano conforme es el siguiente: si h es una métrica riemanniana en la clase conforme de g, esto es $h = u^{\frac{4}{n-2}}g$ para alguna función positiva u, entonces la curvatura escalar de (M, h) es

$$s_h = L_g(u)u^{-\frac{n+2}{n-2}}.$$

El espectro de L_g es una sucesión no decreciente autovalores que tiende a infinito. El signo de cada autovalor es un invariante conforme. Es bien sabido que en cada clase conforme existe una métrica de curvatura escalar constante y su signo coincide con el signo del primer autovalor del Laplaciano conforme. Por lo tanto, hay obstrucciones a la existencia de métricas con primer autovalor no nulo. Sin embargo, no hay obstrucciones para la existencia de métricas con primer autovalor negativo.

Sea $\Lambda_0(M)$ el mínimo número de autovalores no positivos que un Laplaciano conforme de una métrica de M puede tener. En esta charla, mostraremos que para todo $k \geq \Lambda_0(M)$, existe una métrica riemanniana M

tal que el Laplaciano conforme tiene exactamente k autovalores negativos. También discutiremos sobre cotas superiores de $\Lambda_0(M)$.

Trabajo en conjunto con Jimmy Petean (CIMAT, GTO, México).

REPRESENTACIONES IRREDUCIBLES DE ÁLGEBRAS DE HOPF PUNTEADAS SOBRE GRUPOS DIEDRALES.

Juan Vidal Alejandro Hidalgo
Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
juan.hidalgo.355@unc.edu.ar

Las álgebras de Hopf complejas punteadas de dimensión finita sobre grupos diedrales $\mathbb{D}_m$, de orden $2m$ con $m = 4t$ y $t \geq 3$, han sido clasificadas en [1]. Dicha clasificación contempla familias de álgebras que son bosonizaciones y otras que son levantamientos no triviales de bosonizaciones denotadas A_I y $B_{I,L}$. En [2], hemos dado el conjunto completo de representaciones irreducibles de las álgebras $A_{(i,n)}(\lambda)$. En esta presentación daremos algunos resultados generales sobre las representaciones de estas últimas y describiremos la lista de todas las representaciones irreducibles de las álgebras $B_{(i,k,l)}(\theta, \mu)$, que resultan de considerar $\#I = \#L = 1$. Además, damos una descripción del radical de Jacobson de estas álgebras.

Trabajo en conjunto con F. Fantino (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina).

Referencias

[1] F. Fantino, G. A. García, On pointed Hopf algebras over dihedral groups, Pacific. J. Math. 252 (2011), 69–91.

[2] F. Fantino, J. Hidalgo, A. Mejia Castaño, C. Mörschbacher, V. Rodrigues, Irreducible Representations of Hopf Algebras over Dihedral Groups, Journal of Algebraic Combinatorics, 29-12-2022; 1–29.

NULLSTELLENSATZ RALO, RESULTANTES RALAS Y DETERMINANTES DE COMPLEJOS

Gabriela Jeronimo
Universidad de Buenos Aires & CONICET, Argentina
jeronimo@dm.uba.ar

El Nullstellensatz de Hilbert establece que dados polinomios $f_1, \dots, f_k \in K[t_1, \dots, t_n]$ con coeficientes en un cuerpo K, el conjunto de sus ceros comunes en $\overline{K}^n$ (donde $\overline{K}$ es una clausura algebraica de K) es vacío si y solo si el ideal que generan $f_1, \dots, f_k$ en $K[t_1, \dots, t_n]$ es todo el anillo. Desde el punto de vista efectivo, el problema consiste en dar un procedimiento algorítmico para decidir si esto ocurre y encontrar, a partir de $f_1, \dots, f_k$, una identidad de Bézout,

$$\sum_{i=1}^{k} g_i f_i = 1,$$

que lo certifique. Un enfoque ampliamente estudiado, que se remonta a [4], consiste en dar cotas superiores para los grados de polinomios $g_1, \dots, g_k$ en una identidad de Bézout, lo que reduce el problema a una cuestión de Álgebra Lineal. Si $k = n + 1$, una herramienta clásica relacionada es la resultante que, dados grados $d_1, \dots, d_{n+1} \in \mathbb{N}$, es un polinomio en los coeficientes de polinomios homogéneos genéricos en $n + 1$ variables de dichos grados que se anula para una especialización de coeficientes en K si y solo si los polinomios con dichos coeficientes no tienen ceros comunes en el espacio proyectivo sobre $\overline{K}$.

En esta comunicación nos concentraremos en el caso ralo: dados conjuntos finitos $\mathcal{A}_1, \dots, \mathcal{A}_k \subset \mathbb{Z}^n$, consideramos polinomios (de Laurent) con soportes en $\mathcal{A}_i$, es decir, de la forma $f_i = \sum_{a \in \mathcal{A}_i} c_{i,a} t^a \in K[t_1^{\pm 1}, \dots, t_n^{\pm 1}]$, $i = 1, \dots, k$. El problema del Nullstellensatz efectivo en este contexto es caracterizar los soportes de polinomios $g_1, \dots, g_k$ en una identidad de Bézout si $f_1, \dots, f_k$ no tienen ceros comunes en $(\overline{K} \setminus \{0\})^n$ (ver [5] para resultados generales sobre este problema).

Presentaremos un refinamiento de un resultado de [6] sobre los soportes de polinomios en una identidad de Bézout para polinomios de Laurent ralos sin ceros comunes en la variedad tórica asociada a sus soportes. Esta hipótesis adicional, que puede verse como una generalización de que los polinomios no tengan ceros comunes en el espacio proyectivo en el caso clásico, permite obtener conjuntos de soportes considerablemente más chicos que en el caso general.

Para $k = n+1$, daremos también nuevas fórmulas para calcular la resultante rala (polinomio que generaliza la noción clásica de resultante a este contexto; ver por ejemplo [3]) como el determinante de un complejo de tipo Koszul. Este resultado provee una simplificación de la construcción dada en [2] para el cálculo de la resultante rala con el enfoque de Canny-Emiris (ver [1]).

Trabajo en conjunto con Carlos D'Andrea (Universitat de Barcelona & Centre de Recerca Matemàtica, España).

Referencias

[1] J. Canny, I. Emiris. An efficient algorithm for the sparse mixed resultant. Applied algebra, algebraic algorithms and error-correcting codes (San Juan, PR, 1993), 89–104, Lecture Notes in Comput. Sci., 673, Springer, Berlin, 1993.

[2] C. D'Andrea, G. Jeronimo, M. Sombra. The Canny-Emiris Conjecture for the Sparse Resultant. Found. Comput. Math. 23 (2023), no. 3, 741–801.

[3] C. D'Andrea, M. Sombra. A Poisson formula for the sparse resultant. Proc. Lond. Math. Soc. (3) 110 (2015), no. 4, 932–964.

4] G. Hermann. Die Frage der endlich vielen Schritte in der Theorie der Polynomideale. Math. Ann. 95 (1926), no. 1, 736–788.

[5] M. Sombra. A sparse effective Nullstellensatz. Adv. in Appl. Math. 22 (1999), no. 2, 271–295.

[6] J. Tuitman. A refinement of a mixed sparse effective Nullstellensatz. Int. Math. Res. Not. (2011), no. 7, 1560–1572.

MUTATION OF τ-EXCEPTIONAL SEQUENCES FOR NAKAYAMA ALGEBRAS

Maximilian Kaipel
Univerity of Cologne, Germany
mkaipel@uni-koeln.de

In the representation theory of hereditary finite-dimensional algebras, exceptional sequences are classical and their mutation is well-known to be transitive and satisfy braid group relations. For non-hereditary algebras, complete exceptional sequences generally do not exist. Using τ-tilting theory, a generalisation of classical tilting theory using Auslander-Reiten theory, Buan-Marsh generalised exceptional sequences to all finite-dimensional algebras in such a way that complete τ-exceptional sequences always exist.

Recently, mutation of τ-exceptional sequences was defined by Buan-Hanson-Marsh, generalising the hereditary setting. However, they are only able to characterise transitivity of the mutation for algebras with two simples. In this talk, I will explain how a dual viewpoint of Mendoza-Treffinger enables us to better understand the mutation of τ-exceptional sequences, which leads to a proof that mutation of τ-exceptional sequences is transitive for Nakayama algebras. This is joint work with A. Buan and H. Terland.

Trabajo en conjunto con Aslak Buan (NTNU, Norway) y Håvard Terland (NTNU, Norway).

POLINOMIOS RACIONALES NO-NEGATIVOS Y SUMAS DE CUADRADOS EN CONJUNTOS SEMI-ALGEBRAICOS FINITOS

Teresa Krick
UBA & CONICET, Argentina
krick@dm.uba.ar

Contaré un trabajo en progreso con Lorenzo Baldi (MPI Leipzig) y Bernard Mourrain (INRIA Université Côte d'Azur), que extiende resultados previos sobre polinomios racionales no negativos sobre ceros de un polinomio dado y sumas de cuadrados en una variable, obtenidos con Bernard y Agnes Szanto, al caso de un polinomio racional multivariado, no-negativo sobre un conjunto semialgebraico cerrado básico finito definido por polinomios racionales, y su certificación por sumas de cuadrados de polinomios racionales.

Referencias

[1] T. Krick, B. Mourrain, A. Szanto. Univariate rational sums of squares. Revista de la Unión Matemática Argentina Vol. 64(2) (2023) 215-237. Special volume: Mathematical Congress of the Americas 2021, Contributions from Special Session speakers. https://doi.org/10.33044/revuma.2904

DESCOMPOSICIÓN EN SUMA DE CUADRADOS DE POLINOMIOS POSITIVOS CON COEFICIENTES RACIONALES

Santiago Laplagne
IC, FCEyN, UBA, Argentina
slaplagn@dm.uba.ar

Presentamos un ejemplo de un polinomio estrictamente positivo con coeficientes racionales que puede descomponerse como una suma de cuadrados de polinomios con coeficientes reales pero no con coeficientes racionales. Esto responde a una pregunta abierta de C. Scheiderer planteada como la segunda pregunta en la sección 5.1 de su trabajo “Sums of squares of polynomials with rational coefficients”. Verificamos que el ejemplo que construimos define una hipersuperficie proyectiva no singular, dando también una respuesta positiva a la tercera pregunta planteada en esa sección.

ESPACIOS SIMÉTRICOS ESPECTRALMENTE DISTINGUIDOS

Emilio Lauret
Instituto de Matemática (INMABB), Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina
emilio.lauret@uns.edu.ar

Se espera que el espectro del operador de Laplace-Beltrami distinga propiedades geométricas especiales. En particular, un espacio simétrico compacto no debería poder ser isospectral a una variedad Riemanniana no simétrica. Este problema natural resultó ser extremadamente difícil, al punto que los únicos espacios simétricos espectralmente distinguidos que conocemos hasta el momento son las esferas redondas de dimensión ≤ 6.

Una versión más simple es mostrar que el espectro distingue a un espacio simétrico compacto M entre todas las métricas homogéneas en M. Los casos conocidos hasta el momento son los espacios simétricos compactos de rango real uno (i.e. esferas redondas, espacios proyectivos reales, complejos y cuaterniónicos, y el plano de Cayley). En esta charla mostraremos dos nuevas familias infinitas de espacios simétricos compactos irreducibles de rango real mayor a uno en donde se cumple lo esperado.

Trabajo en conjunto con Juan Sebastián Rodríguez (Pontificia Universidad Javeriana, Colombia)..

IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS PARA ÁLGEBRAS DE LIE RÍGIDAS. CASO SO(5)

Isabel del Valle Lomas
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología- Universidad Nacional de Tucumán, Argentina
ilomas@herrera.unt.edu.ar

En el proyecto PIUNT en el que trabajo DEFORMACIONES DE ÁLGEBRAS DE LIE 3, estudiamos las álgebras de Lie rígidas y en particular la construcción de nuevas álgebras de Lie rígidas a partir de estas. Determinar cuáles son estas componentes irreducibles dentro de una variedad algebraica fija es una tarea aún inconclusa. Utilizando como herramienta la cohomología, un álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ que tiene segundo grupo de cohomología adjunta nulo, $H_2(\mathfrak{g}, \mathfrak{g}) = 0$, podemos concluir que $\mathfrak{g}$ es rígida. Ya en álgebras de Lie de dimensión baja, los espacios involucrados para determinar dicha cohomología son de dimensiones considerables por lo que su cálculo manual es complicado. Una herramienta para resolver este problema es utilizar un software que realice el cálculo en forma directa, pero aún así estos también tienen la misma limitación, la dimensión del álgebra. Otra herramienta es la teoría de peso máximo, que simplifica el problema, pero determinar los vectores de peso máximo de dicha descomposición resulta una tarea también complicada. Lo que voy a presentar, con ayuda de las dos herramientas antes mencionadas, es cómo a partir de la aplicación de procedimientos, que he elaborado, obtuve los resultados que necesito para poder realizar los cálculos que necesito. Dentro de este amplio campo de estudio, estoy trabajando con las álgebras de Lie de tipo B_n, en el caso de $so(5)$, de dimensión 10, los cálculos para obtener resultados utilizan un gran número de ecuaciones, con más de 30 incógnitas en algunos casos. En esta comunicación propongo mostrar los resultados que voy obteniendo para el caso particular del álgebra $so(5)$, cómo implementé procedimientos en computadora para ir obteniendo resultados parciales y las conclusiones obtenidas para este caso. No encontré publicaciones de este tipo, para esta álgebra de Lie por lo que considero que este trabajo es un aporte dentro del proyecto.

Referencias

[1] W. Fulton, J. Harris, “Representation Theory A First Course”, Graduate Texts in Mathematics 129.

[2] J. E. Humphreys, “Introduction to Lie algebras and Representation Theory”, Springer-Verlag, New York.

Currents y Varifolds - ¿Para qué nos sirven?

Julián Masliah
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA, Argentina
julianmasliah@gmail.com

Para el 24 de Julio de 2024 voy a haber defendido mi Tesis de Licenciatura, dirigida por Gabriel Larotonda, sobre el trabajo conjunto de Fernando Codá Marques y André Neves que en 2014 logró probar la conjetura de Willmore.

Esta conjetura, postulada en el 1965 por Tom Willmore, afirma que para cualquier superficie compacta sin borde en el espacio tridimensional con género no nulo (es decir, no homeomorfa a una esfera), la integral del cuadrado de su curvatura media es al menos $2\pi^2$.

A pesar de que las ideas detrás de la demostración son muy técnicas e incluyen matemática descubierta en el siglo XXI, una parte fundamental de la dificultad de la prueba surge de que las superficies, como objetos, no se comportan tan bien como a uno le gustaría. Por lo tanto, la mayor parte de la demostración trabaja con objetos que no son variedades diferenciales, sino generalizaciones de ellos.

El objetivo de esta charla será introducir ambos objetos: por un lado las Currents, relacionadas al área del análisis funcional, y por el otro los Varifolds, relacionados al área de la teoría de la medida. Daré sus definiciones formales, explicaré de qué forma se pueden pensar como generalizaciones de subvariedades diferenciales, y expondré algunas de las ventajas que trabajar con estas generalizaciones ofrecen sobre trabajar con subvariedades a secas.

También discutiré cómo se los puede usar para probar resultados sobre superficies, mostrando así algunas de sus amplias aplicaciones en la geometría diferencial.

Referencias

[1] F. C. Marques, A. Neves. Min-Max Theory and the Willmore Conjecture, Annals of Mathematics, (2) 179 (2014), número 2, 683–782.

[2] L. Simon. Lectures on Geometric Measure Theory, Proc. Centre Math. Anal., Australian National Univ. 3, Australian National University Centre for Mathematical Analysis, Canberra, (1983).

[3] L. Simon. Introduction to Geometric Measure Theory (2014), 131–180.

Series de Poincaré generalizadas

Roberto Miatello
FaMAF, Argentina
miatello@famaf.unc.edu.ar

Sea $G = SL(2, R)$ y Γ un subgrupo de índice finito de $SL(2, Z)$ actuando sobre H, el semiplano superior de Poincaré por transformaciones de Moebius. Las series de Poincaré son funciones en G que proveen un sistema de generadores para las formas automorfas holomorfas en H. Estas fueron estudiadas inicialmente por Hecke y Petersson quien las usó para construcción de todas las funciones meromorfas en una superficie de Riemann compacta. Posteriormente, Maass (1949), Selberg (1956) y luego Neunhöffer y Niebur (1973) extendieron la noción construyendo series de Poincaré analíticas reales, las que no son funciones holomorfas sino autofunciones del Laplaciano hiperbólico.

En colaboración con Nolan Wallach (en J.Funct. Analysis, 1989) extendimos la construcción, de $SL(2, R)$ a todos los grupos de Lie simples G de rango real 1 ($SO(n, 1)$, $SU(n, 1)$, $Sp(n, 1)$ y F_4^1) (notar que $SL(2, R) \simeq$

$SO(2,1)$), probando que los valores especiales y residuos de las nuevas formas generan todas las formas automorfas analíticas reales en G, excepto aquellas cuyos coeficientes de Fourier son todos nulos.

En conjunto con Roelof Bruggeman (Representation Theory, 2024), en el caso particular del grupo $G = SU(2,1)$, hemos construido familias más amplias de series de Poincaré, asociadas a representaciones irreducibles unitarias del subgrupo unipotente maximal N de G, probando que, ahora sí, los valores especiales y residuos de estas nuevas familias generan un sistema completo de formas automorfas para G/Γ. Tenemos la expectativa de que una construcción análoga permitirá extender el resultado a todo grupo de Lie semisimple G de rango real 1.

Degeneraciones de álgebras de Lie con estructuras complejas abelianas

Fernanda Nuño
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Tucumán , Argentina
fernuno@herrera.unt.edu.ar

Una álgebra de Lie real g se dice que admite una estructura compleja si existe una transformación lineal $J : \mathfrak{g} \to \mathfrak{g}$ tal que $J^2 = -Id_{\mathfrak{g}}$, donde $Id_{\mathfrak{g}}$ representa la transformación identidad de $\mathfrak{g}$ en $\mathfrak{g}$, y además el tensor de Nijenhuis de $(\mathfrak{g}, J)$ se anula; es decir:

$$NJ(X,Y) := [X,Y] - [JX,JY] + J([JX,Y] + [X,JY]) = 0,$$

para todo X, Y en $\mathfrak{g}$.

Una estructura compleja abeliana sobre una álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ es una transformación lineal $J : \mathfrak{g} \to \mathfrak{g}$ tal que $J^2 = -Id$ y se anula el tensor:

$$AJ(X,Y) := [JX,JY] - [X,Y].$$

En esta presentación, exploraré las degeneraciones de álgebras de Lie nilpotentes de dimensión 6 dotadas con una estructura compleja abeliana. Estas estructuras, definidas por la condición tensorial especificada, juegan un papel fundamental en el estudio de la geometría de grupos de Lie. Determinaré qué álgebras, dentro de la clasificación establecida por Andrada, Barberis y Dotti [1], pueden degenerar en otras bajo la acción de un grupo particular.

Explicaré cómo se logra esto, a través del cálculo de invariantes, incluyendo las dimensiones de los espacios de derivaciones y de derivaciones extendidas. Estos invariantes permiten distinguir de manera efectiva las álgebras que no degeneran.

Los resultados obtenidos contribuyen a una comprensión más profunda del espacio de álgebras de Lie con estructuras complejas abelianas y ofrecen nuevas perspectivas sobre el problema de clasificación. Además, los hallazgos tienen potenciales aplicaciones en áreas como la geometría diferencial y la física teórica.

Este es un trabajo en proceso que es parte de mi tesis de magister, bajo la supervisión del Dr. Edison Alberto Fernández-Culma.

Referencias

[1] I. Andrada, M. L. Barberis, I. Dotti. Classification of abelian complex structures on 6-dimensional Lie algebras, Journal of the London Mathematical Society 83 (2011), 232–255.

Acciones Nil-afines en grupos de Lie solubles

Marcos Origlia
UNC, Argentina
marcosoriglia@gmail.com

Todo grupo de Lie simplemente conexo y soluble G admite una acción simple y transitiva en un grupo de Lie nilpotente N via transformaciones afines. Estas acciones se denominan Nil-afines. Además de este resultado de existencia no se conoce mucho sobre cuáles grupos de Lie G y N admiten acciones Nil-afines. El caso en el que ambos grupos de Lie son nilpotentes fue estudiado por Burde-Dekimpe. En esta charla discutiremos este problema en el caso G soluble (no nilpotente). También comentaremos la relación que hay entre las acciones Nil-afines y las estructuras denominadas “post-Lie algebras”. Esto es parte de un proyecto en colaboración con Jonas Deré (KU Leuven).

Trabajo en conjunto con Jonas Deré (KU Leuven, Bélgica).

Referencias

[1] J. Deré, M. Origlia. Simply transitive NIL-affine action of solvable Lie groups, Forum Mathematicum (2021). https://doi.org/10.1515/forum-2020-0114

[2] J. Deré, M. Origlia. On post-Lie algebras structures coming from simply transitive NIL-affine actions. arXiv:2401.02503.

EL FLUJO MAGNÉTICO EN NILVARIEDADES HEISENBERG

Gabriela Paola Ovando
Departamento de Matemática - ECEN - FCEIA, Universidad Nacional de Rosario, Argentina
gabriela@fceia.unr.edu.ar

El objetivo de este trabajo es mostrar avances en el estudio de la integrabilidad del flujo magnético en nilvariedades Heisenberg. Estas variedades se obtienen como cocientes $\Lambda\backslash H_n$ donde Λ es un subgrupo discreto del grupo de Heisenberg H_n , tal que el cociente resulta compacto.

Para considerar este flujo se trabaja con la estructura simpléctica “twisted”, que es una modificación de la estructura simpléctica usual del espacio cotangente y a partir de ella se define una estructura de Poisson con la que se estudia la completa integrabilidad del flujo magnético. Para nilvariedades Heisenberg se sabe que el flujo geodésico es completamente integrable por funciones diferenciables pero el problema para el flujo magnético está abierto. Se observa que este flujo depende de la fuerza de Lorentz que interviene en la ecuación magnética. El objetivo es extender algunas fórmulas de primeras integrales del flujo geodésico al magnético. Y orientar las nuevas primeras integrales. necesarias para probar la completa integrabilidad.

Es un trabajo en colaboración con M. Subils, coautor también de los trabajos previos sobre trayectorias magnéticas en nilvariedades 2-pasos nilpotentes [1,2].

Trabajo en conjunto con Mauro Subils, Universidad Nacional de Rosario..

Referencias

[1] G. Ovando, M. Subils, Magnetic trajectories on 2-step nilmanifolds, J. Geom. Analysis 33. Art. 186 (2023).

[2] G. Ovando, M. Subils, Closed magnetic trajectories on Heisenberg nilmanifolds, Preprint (2024).

EL ÁLGEBRA DE OPERADORES DIFERENCIALES ASOCIADOS A UN PESO MATRICIAL

Ines Pacharoni
FaMAF- Univ. Nac. de Cordoba, Argentina
ines.pacharoni@unc.edu.ar

Dado un peso matricial W de tamaño $N \times N$ consideramos el álgebra $\mathcal{D}(W)$ de todos los operadores diferenciales D con coeficientes polinomiales que tienen a una sucesión $(P_n(x))$ de polinomios ortogonales matriciales con respecto a W como autofunción, i.e.

$$P_n \cdot D = \Lambda_n P_n, \quad \text{con } \Lambda_n \in \mathrm{Mat}_N(\mathbb{C}), \text{ para todo } n \in \mathbb{N}_0$$

En esta trabajo estudiamos la relación que existe entre éstas algebras y las transformaciones de Darboux entre pesos matriciales.

En particular daremos una descripción del álgebra asociada a pesos que son suma directa de pesos escalares de tipo Hermite, Laguerre o Jacobi.

Trabajo en conjunto con Ignacio Bono Parisi (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina).

LA EXT-ÁLGEBRA DE LAS DEFORMACIONES INFINITESIMALES

María Julia Redondo
Universidad Nacional del Sur, Argentina
juliaredondo@gmail.com

Sea A una k-álgebra asociativa de dimensión finita, sea f un 2-cociclo de Hochschild de A, y sea A_f la deformación infinitesimal de A asociada a f. Bajo ciertas condiciones sobre el cociclo f, describimos la estructura de álgebra de la Ext-álgebra de A_f en términos de la Ext-álgebra de A. El método utilizado para conseguir esta descripción es la construcción explícita de resoluciones proyectivas minimales de A_f-módulos en términos de las resoluciones proyectivas de A-módulos.

Trabajo en conjunto con Lucrecia Román (Universidad Nacional del Sur, Argentina) y Fiorela Rossi Bertone (Universidad Nacional del Sur, Argentina).

Referencias

[1] M. J. Redondo, L. Román, F. Rossi Bertone. The Ext-algebra for infinitesimal deformations. Journal of Pure and Applied Algebra, Vol. 228 (10), 2024, 107688.

SOBRE LA GEOMETRÍA DE LOS DIVISORES DE CERO DEL ÁLGEBRA DE SEDENIONES

Silvio Reggiani
Universidad Nacional de Rosario, Argentina
reggiani@fceia.unr.edu.ar

El álgebra de sedeniones $\mathbb{S}$ puede obtenerse a partir del álgebra de octoniones $\mathbb{O}$ vía la construcción de Cayley-Dickson, es decir, los elementos de $\mathbb{S}$ son pares $(a, b) \in \mathbb{O} \times \mathbb{O}$ con la multiplicación y la conjugación definidas por

$$(a, b)(c, d) = (ac - d^*b, da + bc^*), \qquad (a, b)^* = (a^*, -b)$$

respectivamente, en donde $a \mapsto a^*$ es la conjugación usual en $\mathbb{O}$. Resulta así que $\mathbb{S}$ es un álgebra no-asociativa de dimensión real 16. A diferencia de los octoniones, $\mathbb{S}$ no es un álgebra de división: tiene divisores de cero. La topología de los divisores de cero en $\mathbb{S}$ está determinada por un fibrado principal

$$SU(2) \longrightarrow G_2 \longrightarrow V_2(\mathbb{R}^7)$$

sobre la variedad de Stiefel $V_2(\mathbb{R}^7)$. En este trabajo estudiamos la geometría de los divisores de cero en $\mathbb{S}$, la cual viene dada como la geometría de subvariedad de dos inclusiones naturales

$$G_2 \hookrightarrow S^{13} \times S^{13}, \qquad V_2(\mathbb{R}^7) \hookrightarrow S^{13}$$

que se corresponden con ciertas métricas G_2-invariantes en G_2 y $V_2(\mathbb{R}^7)$.

SOBRE LAS REPRESENTACIONES DE UNA FAMILIA 2-PARÁMÉTRICA DE ÁLGEBRAS DE HOPF PUNTEADAS

Alfio Antonio Rodriguez
CIEM-FAMAF, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
alfio.antonio.rodriguez@unc.edu.ar

Para cada $\ell \geq 1$ y $\lambda, \mu \in k$, donde k es un cuerpo algebraicamente cerrado, estudiamos las representaciones de una familia de álgebras de Hopf punteadas $A_{\lambda,\mu}$, las cuales surgen como deformaciones del álgebra graduada $\mathcal{FK}_3 \# kG_{3,\ell}$, donde $\mathcal{FK}_3$ es álgebra de Fomin-Kirillov y $G_{3,\ell}$ es un grupo finito no abeliano.

Calculamos los módulos simples, sus cubiertas proyectivas, damos una descripción de los productos tensoriales, y estudiamos su tipo de representación. Observamos que nuestra descripción se bifurca según la forma del cociclo de Hopf involucrado en la deformación. Este es un hecho -a priori, lejanamente- relacionado con un resultado presente en [3].

Finalmente, mostramos que la categoría tensorial $RepA_{\lambda,\mu}$ es graduada, cuya graduación $\bigoplus_{j=0}^{\ell-1} \mathcal{R}_j$ es tal que para $j = 0$ resulta tensorialmente equivalente a $RepH_\lambda$, categoría estudiada en [2], artículo que motivó el desarrollo del trabajo [1] que presentamos en esta charla.

Trabajo en conjunto con Agustín García Iglesias (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina).

Referencias

[1] A. García Iglesias, A. Rodriguez, On the representations of a family of pointed Hopf algebras. arXiv:2403.08945.

[2] A. García Iglesias, Representations of pointed Hopf algebras over $\mathbb{S}_3$. Rev. Unión Matemática Argentina 51 (1) (2010) 51–78.

[3] A. García Iglesias, J. I. Sánchez, Hopf cocycles associated to pointed and copointed deformations over $\mathbb{S}_3$. arXiv:2203.16342.

COHOMOLOGÍA DE HOCHSCHILD DE EXTENSIONES DE CORONAS

Franco Nicolás Rufolo
Universidad de Buenos Aires, Argentina
francorufolo@hotmail.com

La cohomología de Hochschild de una extensión de un álgebra por un bimódulo no es conocida en general. Incluso en el caso en el que el bimódulo es el dual del álgebra, muy poco se sabe, excepto en grados 0 y 1, ver [1]. En este trabajo estudiamos las extensiones de álgebras en algunos ejemplos de la familia de coronas: álgebras de dimensión finita con ciertas condiciones sobre su carcaj ordinario.

Trabajo en conjunto con Andrea Solotar (Universidad de Buenos Aires).

Referencias

[1] C. Cibils, E. Marcos, M. J. Redondo, A. Solotar. Cohomology of split algebras and of trivial extensions. Glasg. Math. J., 45(1) 21–40, 2003.

UN PROBLEMA DE CONTROL DE GEODÉSICAS ORIENTADAS SUJETAS A MOVIMIENTOS INFINITESIMALMENTE HELICOIDALES CON PASO CONSTANTE

Marcos Salvai
FAMAF (Universidad Nacional de Córdoba) y CIEM (Conicet), Argentina
marcos.salvai@unc.edu.ar

Sea $\mathcal{G}$ la variedad diferenciable de dimensión cuatro que consiste en todas las rectas orientadas (no parametrizadas) de $\mathbb{R}^3$. Estudiamos la controlabilidad del sistema de control en $\mathcal{G}$ dado por la condición de que una curva en $\mathcal{G}$ describa en cada instante, a nivel infinitesimal, un helicoide con rapidez angular prescripta α. De hecho, planteamos el problema análogo más general dado por el sistema de control en la variedad $\mathcal{G}_\kappa$ de todas las geodésicas completas orientadas de la forma espacial tridimensional de curvatura κ: $\mathbb{R}^3$ para $\kappa = 0$, S^3 para $\kappa = 1$ y el espacio hiperbólico de dimensión tres para $\kappa = -1$. Obtenemos que el sistema es controlable si y sólo si $\alpha^2 \neq \kappa$. En el caso esférico con $\alpha = \pm 1$, una curva admisible permanece en el conjunto de fibras de una fibración de Hopf fija de S^3.

También abordamos y resolvemos el problema de Kendall (también llamado de Oxford) en este marco: encontrar el menor número de transiciones de curvas continuas a trozos que unen dos rectas orientadas arbitrarias, con trozos en ciertas familias distinguidas de curvas admisibles.

Trabajo en conjunto con Mateo Anarella (Universidad Católica de Lovaina, Bélgica).

COCICLOS DE HOPF ASOCIADOS A LEVANTAMIENTOS DE ÁLGEBRAS DE NICHOLS DE TIPO CARTAN A_2

José Ignacio Sánchez
FAMAF - CIEM, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
jose.ignacio.sanchez@mi.unc.edu.ar

El programa para la clasificación de álgebras de Hopf punteadas de dimensión finita con corradical abeliano fue iniciado a principios de este siglo por N. Andruskiewitsch y H.J. Schneider en [1]. Años más tarde, I. Angiono y A. García Iglesias, probaron en [2] que la clasificación está totalmente controlada por cociclos de Hopf; sin embargo, no son dados explícitamente. Más recientemente, en [3] se planteó una estrategia para recuperar los cociclos involucrados en estos resultados de clasificación, dando como ejemplo aquellos que aparecen en los levantamientos de algebras de Nichols de tipo Cartan A_2 con parametro $q = -1$.

De este modo, en esta charla recordamos el concepto de cociclos de Hopf y deformaciones, repasando además dicha estrategia para su cálculo explícito. Finalmente, como resultado damos la descripción explícita de los cociclos relativos a las deformaciones asociadas a un álgebra de Nichols de tipo Cartan A_2, para cualquier parámetro q; es decir, completamos el caso A_2.

Referencias

[1] N. Andruskiewitsch, H.-J. Schneider. Finite quantum groups over abelian groups of prime exponent, Ann. Sci. Ec. Norm. Super. 35, 1–26, (2002).

[2] I. Angiono, A. García Iglesias. Liftings of Nichols algebras of diagonal type II. All liftings are cocycle deformations. Selecta Math. 25, no. 1, Paper No. 5, 95 pp. (2019).

[3] A. García Iglesias, J. Sánchez. On the computation of Hopf cocycles, with an example of diagonal type, Glasg. Math. J. 65, Issue 1, pp. 141–169 (2023).

EL PROBLEMA VARIACIONAL ASOCIADO A TRAYECTORIAS MAGNÉTICAS EN EL GRUPO DE HEISENBERG Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

Mauro Subils
Universidad Nacional de Rosario, Argentina
subils@fceia.unr.edu.ar

Una trayectoria magnética es una curva γ en una variedad riemanniana (M, g) que satisface la ecuación

$$\nabla_{\gamma'}\gamma' = F\gamma'$$

donde ∇ es la conexión de Levi-Civita y F es un tensor de tipo (1,1) anti-simétrico tal que su 2-forma asociada es cerrada, llamado fuerza de Lorentz. El problema inverso del cálculo variacional asociado a esta ecuación que consiste en determinar la existencia de un Lagrangiano $L : TM \to \mathbb{R}$ tal que las trayectorias magnéticas sean puntos críticos del funcional $\int L(\gamma(t), \gamma'(t))dt$. En esta charla, mostraremos la existencia y las características de ciertos lagrangianos cuando M es el grupo de Heisenberg, g una métrica invariante a izquierda y F una fuerza de Lorentz invariante a izquierda.

Trabajo en conjunto con Gabriela Ovando (Universidad Nacional de Rosario, Argentina).

PARES DE BOCHNER DE TIPO LAGUERRE

Victoria Torres
CIEM, Argentina
victoria.torres.999@unc.edu.ar

Dado un peso matricial W tenemos asociado a él un producto interno, una única sucesión de polinomios ortogonales mónicos $\{P_n\}_{n\in\mathbb{N}_0}$, y el álgebra $\mathcal{D}(W)$ de todos los operadores diferenciales que tienen cada polinomio P_n como autofunción.

El Problema de Bochner consiste en determinar qué pesos matriciales cumplen que su álgebra $\mathcal{D}(W)$ contiene algún operador de segundo orden. Para el caso escalar el mismo Bochner demostró que los únicos pesos que satisfacen esa propiedad son las familias de pesos clásicos de Hermite, Laguerre y Jacobi. Para el caso matricial, este problema aún no está completamente resuelto.

En esta charla mostraremos una clasificación de todos los pesos matriciales 2×2 del tipo Laguerre que son solución al Problema de Bochner y cuyo operador de segundo orden tiene autovalor triangular. También estudiaremos algunas propiedades de sus álgebras $\mathcal{D}(W)$.

Trabajo en conjunto con Ignacio Bono (CIEM, Argentina) , Yanina González (Universidad Nacional de Cuyo, Argentina) e Inés Pacharoni (CIEM, Argentina).

Álgebras de grupo torcidas sus aplicaciones a álgebras gentiles torcidas

Sonia Trepode
CEMIM, FCEyN. Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina
strepode@gmail.com

Las álgebras de grupo torcidas juegan un rol importante en teoría de representaciones de k-álgebras de dimensión finita. Recientemente las álgebras gentiles torcidas han captado la atención de varios investigadores.

En esta charla discutiremos algunas propiedades y aplicaciones de álgebras de grupo torcidas. Estudiamos extensiones escindidas de álgebras gentiles torcidas, algunos ejemplos son extensiones triviales de álgebras, extensiones por relaciones de álgebras y extensiones por relaciones parciales de álgebras. Con el objetivo de estudiar álgebras de grupos torcidas de extensiones por relaciones de álgebras nos enfocamos en cortes admisibles de extensiones por relaciones. Obtenemos una caracterización, en términos de cortes admisibles, de cuáles álgebras producen la misma extensión por relaciones.

Por otro lado, obtenemos invariantes como la cohomología de Hochschild de álgebras gentiles torcidas y la dimensión de representación de álgebras gentiles torcidas.

Trabajo en conjunto con Yadira Valdiveso-Diaz, Universidad de las Américas Puebla..

Técnicas y herramientas en el estudio de representaciones

Cristian Vay
FaMAF-UNC, Argentina
ha.vay.eh@gmail.com

En esta presentación exploraremos algunos métodos empleados en el estudio de las representaciones de álgebras de dimensión finita con descomposición triangular, bases PBW y muchos isomorfismos. Por ejemplo, las álgebras envolventes de álgebras de Lie restringidas, los grupos cuánticos pequeños o los dobles de Drinfeld de álgebras de Nichols tienen estas propiedades. Las ideas que se compartirán son adaptaciones de estrategias bien conocidas en Teoría de Lie, que pueden ser útiles también para otras álgebras.

Álgebras Hom-Lie

Sonia Vanesa Vera
CIEM-UNC, Argentina
svera@unc.edu.ar

Las álgebras Hom-Lie son resultado del estudio del estudio de deformaciones de las álgebras de Witt y Virasoro, son una generalización de las álgebras de Lie mediante la torsión de la identidad de Jacobi por un mapeo lineal. En esta charla presentaremos una clasificación de las álgebras Hom-Lie de dimensión 3, exhibiremos cuales son rígidas y mostraremos las álgebras Hom-Lie no Lie de dimensión 4 asociadas a un mapa lineal particular.

Trabajo en conjunto con María Alejandra Alvarez (Universidad de Antofagasta, Chile).

Referencias

[1] A. Alvarez, S. Vera. On rigid 3-dimensional Hom-Lie algebras. J. Algebra, Vol. 588, (2021), 166–188.

[2] A. Alvarez, S. Vera. On 4-dimensional Hom-Lie algebras. Springer Procc. in Maths and Statistics: Math. Mideling in Physical Sciences. (2023), 79–86.

SUBVARIEDADES TOTALMENTE GEODESICAS EN ESPACIOS HOMOGENEOS

Francisco Vittone
Universidad Nacional de Rosario, Argentina
franvittone@gmail.com

Se estudia la existencia de subvariedades totalmente geodésicas de dimensiones bajas en espacios homogéneos compactos naturalmente reductivos.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 2: Análisis

COTAS INFERIORES PARA LA DIMENSIÓN INTERMEDIA DE PROYECCIONES ORTOGONALES Y OTRAS IMÁGENES.

Nicolas Angelini
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
nicolas.angelini.2015@gmail.com

Dado un conjunto compacto $E \subset \mathbb{R}^d$, un problema clásico en teoría geométrica de la medida es estudiar como se relacionan la dimensión del conjunto y la dimensión de su proyección ortogonal sobre $V \in G(d,m)$, $P_V(E)$, donde $1 \leq m \leq d$ y $G(d,m)$ es el conjunto de subespacios lineales m-dimensionales de $\mathbb{R}^d$. El problema ha sido abordado para diferentes dimensiones, tales como la dimensión de Hausdorff, la disensión Box y la dimensión θ-intermedia.

Los perfiles de dimensión θ-intermedios ($\dim_\theta^m$), introducidos en [1], resuelven el problema para el caso de la dimensión θ-intermedia. De hecho, el siguiente resultado es válido:

Dado $E \subset \mathbb{R}^d$ acotado, $m \leq d$ entonces

$$\dim_\theta P_V(E) = \dim_\theta^m E$$

para todo $\theta \in (0,1]$ y $\gamma_{d,m}$-casi todo $V \in G(d,m)$.

Dichos perfiles dependen de la integración de ciertos kernels con respecto a medidas de probabilidad soportadas en E, lo cual los hace en general difíciles de calcular y poco manipulables. En este trabajo presentamos dos cotas inferiores para los perfiles de dimensión θ-intermedios. La primera de ellas en función del espectro superior de Assouad, $\dim_A^\alpha$, la cual nos brinda información importante y no trivial, como por ejemplo, obtenemos como corolario, que si $m \geq \dim_{qA} E$ (dimensión Quasi-Assouad) entonces $\dim_\theta E = \dim_\theta P_V(E)$ para casi todo $V \in G(d,m)$, lo cual en principio, sin utilizar la cota inferior, no es evidente. La segunda cota obtenida es en función de perfiles de dimensión θ-intermedios de dimensión superior, lo cual nos permite comparar las dimensiones intermedias de proyecciones en subespacios lineales de diferente dimensión. Además, demostramos que dicha cota inferior es la mejor posible, es decir, que existe un conjunto tal que dicha desigualdad es en efecto una igualdad.

Finalmente, utilizando resultados obtenidos en [2], extrapolamos las cotas obtenidas a funciones más generales que el proyector ortogonal.

Referencias

[1] Projection theorems for intermediate dimensions. Burrell, Stuart A. and Falconer, Kenneth J. and Fraser, Jonathan M. 2021. Journal of Fractal Geometry, Mathematics of Fractals and Related Topics.

[2] Dimensions of fractional Brownian images. Burrell, Stuart. 2021

CONCENTRACIÓN DE GRAFOS CON MÉTRICAS Y ATRIBUTOS ALEATORIOS ALREDEDOR DEL GRAFO MEDIO

Exequiel Arias
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Catamarca, UNCa, Argentina
exearias01@gmail.com

Un grafo no dirigido, ponderado en las aristas y con atributos en los vértices es una 4-upla $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \bar{a}, W)$ donde $\mathcal{V} = \{1, \ldots, n\}$ son los vértices, $\mathcal{E} = \{\{i,j\} : i \neq j \in \mathcal{V}\}$ son las aristas, $\bar{a} = (a_1, \ldots, a_n)$ son los pesos en los vértices con $\sum_{i=1}^n a_i = 1$ y $a_i > 0$ para todo $i \in \mathcal{V}$ y $W = (w_{ij})_{i,j=1,\ldots,n}$, $w_{ij} = w_{ji}$, $w_{ii} = 0$ y $w_{ij} \geq 0$ son ponderaciones de las aristas que pueden representar una métrica entre los vértices i y j. Esta métrica depende de la elección inicial de atributos $\bar{a}$ de los vértices y ponderaciones W de las aristas. Por otra parte, la elección inicial suele ser intrínsecamente aleatoria. Por consiguiente, en vez de un grafo $\mathcal{G}$ tenemos variables aleatorias valuadas en grafos, $\mathcal{G}_\omega$. En este trabajo, usando la teoría de Cramér-Chernoff [1] y el Lema de Hoeffding [2], estudiamos la convergencia a cero cuando t tiende a infinito de las probabilidades de "lejanía" entre $\mathcal{G}_\omega$ y $\mathbb{E}(\mathcal{G})$ definido por las medias de $\bar{a}(\omega)$ y $W(\omega)$, precisamente

$$\mathcal{P}(\{\omega \in \Omega : \mathbf{d}(\mathcal{G}_\omega, \mathbb{E}(\mathcal{G})) > t\}).$$

Resulta claro que una buena definición de distancia entre grafos ponderados con atributos se hace necesaria. Para esta definición, que va a resultar ser una casi-métrica, primero consideramos la distancia entre espacios métricos desde el enfoque de Gromov-Lipschitz [3] y las distancias entre medidas probabilísticas de Kantorovich-Rubinstein [4].

Sean (X, d, μ) e (Y, δ, ν) dos espacios métricos con μ y ν probabilidades borelianas. Sea $\Lambda = \{f : (X, d) \to (Y, \delta)\ bi-Lipschitz\}$ y, si $\Lambda \neq \emptyset$, para cada $f \in \Lambda$ definimos las medidas probabilísticas $\tilde{\mu}_f = \nu \circ f$ y $\tilde{\nu}_f = \mu \circ f^{-1}$. Sea ρ_X una distancia entre medidas probabilísticas en X y ρ_Y una distancia entre medidas probabilísticas en Y. Definimos la distancia de **Gromov-Lipschitz** con ρ_X y ρ_Y entre (X, d, μ) e (Y, δ, ν) como

$$d_{GL}^{\rho_X \rho_Y}((X, d, \mu), (Y, \delta, \nu)) = \inf_{f \in \Lambda}\{|\log dil(f)| + |\log dil(f^{-1})| + \rho_X(\mu, \tilde{\mu}_f) + \rho_Y(\nu, \tilde{\nu}_f)\}$$

donde $dil(f) = \sup_{x_1 \neq x_2} \frac{\delta(f(x_1), f(x_2))}{d(x_1, x_2)}$ es el coeficiente de dilatación de f.

Para esta cantidad $d_{GL}^{\rho_X \rho_Y}$, probamos propiedades métricas básicas. Luego restringimos la familia de espacios y consideramos que ρ_X y ρ_Y son métricas de Kantorovich-Rubinstein en cada espacio, obtenemos una definición de casi-métrica $d_{GL}^{KR}((X, d, \mu), (Y, \delta, \nu))$.

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (IMAL, CONICET, UNL, CCT CONICET Santa Fe, Argentina) e Ivana Gómez (IMAL, CONICET, UNL, CCT CONICET Santa Fe, Argentina).

Referencias

[1] Stéphane Boucheron, Gábor Lugosi, and Pascal Massart, "Concentration inequalities", Oxford University Press, Oxford, 2013, A nonasymptotic theory of independence, With a foreword by Michel Ledoux.

[2] Wassily Hoeffding. "Probability inequalities for sums of bounded random variables."J. Amer. Statist. Assoc., 58:13–30, 1963.

[3] Misha Gromov, "Metric structures for Riemannian and non-Riemannian spaces", Progress in Mathematics, vol. 152, Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1999, Based on the 1981 French original.

[4] Cédric Villani. "Optimal transport. Old and new." Grundlehren Math. Wiss., 338[Fundamental Principles of Mathematical Sciences]. Springer-Verlag, Berlin, 2009.

Desigualdades débiles mixtas con dos pesos para operadores del Análisis Armónico.

María Rocío Ayala
Facultad de Ingeniería Química - Universidad Nacional del Litoral, Argentina
rocioayalazara@gmail.com

Sea $\mathcal{T}$ el operador Maximal de Hardy-Littlewood o un operador de Calderón-Zygmund y sea S el operador definido por $S(f) = \frac{\mathcal{T}(fv)}{v}$, donde v es un peso en la clase RH_∞. En este trabajo se prueban desigualdades débiles mixtas con pares de pesos (u, w) de modo que el operador S sea acotado de $L^1(wv)$ en $L^{1,\infty}(uv)$. Este tipo de desigualdades son modificaciones de las obtenidas por E. Sawyer en [5] para el caso $u = w$ y v en A_1. También probamos desigualdades del mismo estilo para versiones fraccionarias de estos operadores. Los resultados obtenidos generalizan los probados en [3] y [4]. Además, son variantes de los obtenidos en [1] y [2].

Trabajo en conjunto con Berra Fabio (Facultad de Ingeniería Química, Universidad Nacional del Litoral, Argentina) y Pradolini Gladis (Facultad de Ingeniería Química, Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Referencias

[1] F. Berra, M. Carena, G. Pradolini. Mixed weak estimates of Sawyer type for commutators of generalized singular integrals and related operators. Michigan Math. J. 68 (2019), 52–564.

[2] F. Berra, M. Carena, G. Pradolini. Mixed weak estimates of Sawyer type for fractional integrals and some related operators, J. Math. Anal. Appl. 479 (2019), no. 2, 1490–1505.

[3] D. Cruz-Uribe, C. Pérez. Sharp two weight, weak type norm inequalities for singular integral operators. Mathematical Research Letters 6 (1999), 417–427.

[4] D. Cruz-Uribe, C. Pérez. Two-weight, weak-type norm inequalities for fractional integrals, Calderón-Zygmund operators and commutators. Indiana University Mathematics Journal Vol. 49, No. 2 (Summer, 2000), pp. 697–721.

[5] E. Sawyer. A weighted weak type inequality for the maximal function. Proc. Amer. Math. Soc. 93 (1985) no. 4, 610–614.

WAVELETS DE HAAR GENERALIZADAS Y REGULARIDAD LIPSCHITZ DE FUNCIONES

Juliana Boasso
IMAL-CONICET, Argentina
jboasso@santafe-conicet.gov.ar

Motivados por su aplicación en la construcción y uso de exponentes de tipo Hurst [6] para el análisis de dinámicas asociadas al comportamiento del Río Paraná, demostramos en este trabajo algunas desigualdades básicas que completan y extienden los resultados en [1], [2] y [3]. En [2] y [3] se extienden los resultados en [5], (ver también [4]). En [1], en cambio, se introduce la métrica (ultramétrica) diádica δ adecuada en $\mathbb{R}_+$ para que las wavelets de Haar unidimensionales usuales permitan caracterizar completamente las clases de Lipschitz determinadas por δ en $\mathbb{R}_+$. Esta métrica es la que definimos a continuación en n dimensiones. Ciertas anisotropías en los datos empíricos que nos interesan cuantificar, sugieren que las wavelets definidas por métricas no isótropas como las parabólicas, y algunas de sus variantes, pueden producir mejores indicadores. Enunciamos, sin embargo, el resultado en su versión sencilla asociada al sistema diádico clásico en $\mathbb{R}^n$. Denotemos con $\mathbb{R}^n_+$ al conjunto $\{\mathbf{x} = (x_1, \cdots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_i \geq 0, i = 1, \cdots, n\}$. Sea $\mathcal{D} = \bigcup_{j\in\mathbb{Z}} \mathcal{D}_j$ siendo $\mathcal{D}_j = \left\{Q_{j,\mathbf{k}} : j \in \mathbb{Z}, \mathbf{k} \in \mathbb{N}^n_0\right\}$ la familia de los cubos diádicos en $\mathbb{R}^n_+$ dados por $Q_{j,\mathbf{k}} = \prod_{i=1}^n [k_i 2^{-j}, (k_i+1)2^{-j})$. Sean $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ dos puntos en $\mathbb{R}^n_+$, definimos en $\mathbb{R}^n_+$ la ultramétrica $\delta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \text{ínf}\{|Q| : \mathbf{x}, \mathbf{y} \in Q; Q \in \mathcal{D}\}$. Esto nos permite considerar en el espacio métrico $(\mathbb{R}^n_+, \delta)$ las funciones de clase Lipschitz con exponente $\alpha > 0$. Una función $f : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$ está en $Lip_\delta(\alpha)$ si y solo si para alguna constante C se tiene la desigualdad $|f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{y})| \leq C\delta^\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, para todo $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n_+$.

Teorema. *Sea* $\mathcal{H} = \left\{H^\lambda_{j,\mathbf{k}} : j \in \mathbb{Z}; \mathbf{k} \in \mathbb{N}^n_0; \lambda = 1, \cdots, 2^n - 1\right\}$ *una base de Haar de* $L_2(\mathbb{R}^n_+)$ ([7]). *Entonces una función* f*, integrable sobre cada* $Q \in \mathcal{D}$*, pertenece a* $Lip_\delta(\alpha), \alpha > 0$ *si y solo si existe una constante* $A > 0$ *tal que*

$$\left|\left\langle f, H^\lambda_{j,\mathbf{k}}\right\rangle\right| \leq A\left|Q_{j,\mathbf{k}}\right|^{\alpha+\frac{1}{2}} = A2^{-jn(\alpha+\frac{1}{2})},$$

para todo $j \in \mathbb{Z}$*, todo* $\mathbf{k} \in \mathbb{N}^n_0$ *y todo* $\lambda = 1, \cdots, 2^n - 1$.

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (IMAL-CONICET) y Luis Espínola (INALI-CONICET).

Referencias

[1] Aimar H., Arias E. y Gómez I. Haar wavelet characterization of dyadic Lipschitz regularity. Revista de la UMA. 2024. https://doi.org/10.48550/arXiv.2403.00677.

[2] Aimar H. y Bernardis A. Fourier versus wavelets: a simple approach to Lipschitz regularity. Rev. UMA, vol. 40, no. 1–2, pp. 219-224, 1996.

[3] Aimar H, Bernardis A, Nowak L. Haarlet analysis of Lipschitz regularity in metric measure spaces. Sci China Math, 2012, 55(5): 967–975. https://doi.org/10.1007/s11425-012-4367-1.

[4] Daubechies, I. Ten Lectures on Wavelets. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.

[5] Holschneider M. y Tchamitchian P. Regularite locale de la fonction 'non-differentiable' de Riemann. Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen. Springer Verlag. pp. 102–124, 1990.

[6] Hurst H. Long-term storage capacity of reservoirs. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 116:770–808, 1951.

[7] Wojtaszczyk P. A Mathematical introduction Of Wavelets. London Mathematical Society Students Texts, 1997. https://doi.org/10.1017/CBO9780511623790.

EXTENSIONES $\ell^{r(\cdot)}$-VECTORIALES DE OPERADORES DEFINIDOS EN ESPACIOS $L^{p(\cdot)}$

Marcos Bonich
IMAS Instituto de Investigaciones Matemáticas “Luis A. Santalo” - Universidad de Buenos Aires, Argentina
bonichmarcos@gmail.com

Un operador lineal acotado $T : L^q(U,\mu) \to L^p(V,\nu)$ tiene extensión ℓ^r-vectorial acotada si existe una constante $C > 0$ tal que

$$\|\|(Tf\_i)\_i\|\_\ell^r\|\_L^p(V,\nu) \leq C\,\|\|(f\_i)\_i\|\_\ell^r\|\_L^p(U,\mu),$$

para toda sucesión de funciones $(f_i)_i \subset L^q(U,\mu)$. El estudio de estas extensiones comenzó en los años ‘30, a partir de los trabajos de Bochner, Marcinkiewicz, Paley y Zygmund (ver, por ejemplo, [4]) y sigue siendo de gran interés hasta el día de hoy. Dichas extensiones se generalizan para operadores definidos en espacios de Lebesgue con exponente variable, los cuales han cobrado gran relevancia en los últimos años debido a sus aplicaciones en distintos campos (ver [2,3]). En [1] demostramos que, para ciertos rangos de r, TODO operador lineal acotado $T : L^{q(\cdot)}(U,\mu) \to L^{p(\cdot)}(V,\nu)$ tiene extensión ℓ^r-vectorial acotada.

En esta charla mostraremos que, bajo ciertas hipótesis, también es posible reemplazar el espacio ℓ^r por $\ell^{r(\cdot)}$, extendiendo algunos resultados de [1] al contexto de estos espacios de sucesiones más generales. Adicionalmente, mencionaremos algunas aplicaciones de estos resultados para ciertos operadores singulares y maximales.

Trabajo en conjunto con Daniel Carando y Martín Mazzitelli.

Referencias

[1] Bonich M., Carando D., and Mazzitelli M. Marcinkiewicz-Zygmund inequalities in variable Lebesgue spaces. Banach J. Math. Anal., Birkhäuser, Springer, 2024.

[2] Cruz-Uribe D., Fiorenza A. Variable Lebesgue spaces: Foundations and Harmonic Analysis. Birkhäuser, Springer, Basel, 2013.

[3] Diening L., Harjulehto P., Hästö P., and Ruzicka M. Lebesgue and Sobolev spaces with variable exponents. Springer, 29-3-2011.

[4] Marcinkiewicz J. and Zygmund A. Quelques inégalités pour les opérations linéaires. Fund. Math., 32: 113–121, 1939.

DESIGUALDADES CON PESOS LOCALES EN EL ESPACIO DE LEBESGUE VARIABLE

Adrián Cabral
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UNNE; IMIT - CONICET, Argentina
cabral.ea@gmail.com

En esta charla presentamos desigualdades con pesos en el espacio de Lebesgue variable $L^{p(\cdot)}(w)$ para pesos locales w que están asociados a una función de radio crítico ρ.

Estos resultados pueden aplicarse tanto para obtener desigualdades para operadores localizados en el contexto del operador de Schrödinger $\mathcal{L} = -\Delta + V$, como también para operadores clásicos para los cuales se conoce una desigualdad análoga en $L^p(w)$ con pesos locales en el sentido usual, es decir, con $|B| \leq 1$.

ESPACIOS DE TIPO JOHN-NIRENBERG GAUSSIANOS

Estefanía Dafne Dalmasso
IMAL (CONICET-UNL) - FIQ (UNL), Argentina
dafnedalm@gmail.com

En [3], John y Nirenberg introdujeron el bien conocido espacio $\mathrm{BMO}(\mathbb{R}^d)$ de funciones de oscilación media acotada, pero también consideraron una variante de la condición BMO. Esta otra condición es la conduce a la definición de los llamados espacios de John-Nirenberg, JN_p para $p \in (1,\infty)$.

Dado un cubo Q_0 en $\mathbb{R}^d$ y $p \in (1,\infty)$, una función $f \in L^1(Q_0)$ se dice que pertenece a $\mathrm{JN}_p(Q_0)$ cuando la cantidad

$$\|f\|_{\mathrm{JN}_p(Q_0)} = \sup \left(\sum_i |Q_i| \left(\frac{1}{|Q_i|} \int_{Q_i} |f - f_{Q_i}| dx \right)^p \right)^{1/p}$$

es finita, donde el supremo se toma sobre todas las familias numerables de cubos $\{Q_i\}_{i=1}^{\infty}$ que son disjuntos dos a dos y están contenidos en Q_0. Aquí, $f_{Q_i} = \frac{1}{|Q_i|}\int_{Q_i} f dx$.

Similarmente, una función $f \in L^1_{\text{loc}}(\mathbb{R}^d)$ pertenece a $\text{JN}_p(\mathbb{R}^d)$ cuando $\|f\|_{\text{JN}_p(\mathbb{R}^d)}$ es finita, siendo $\|\cdot\|_{\text{JN}_p(\mathbb{R}^d)}$ definida análogamente, sobre $\mathbb{R}^d$ en lugar de Q_0.

Los espacios JN_p fueron considerados en la teoría de interpolación por Stampacchia [5] y Campanato [1]. En la última década, se han publicado diversos trabajos sobre los espacios de John-Nirenberg, como por ejemplo los de tipo diádicos en [4], los de John-Nirenberg-Campanato en [7], versiones localizadas de JN_p en [6], y de tipo sparse en [2], entre otros. También surgen nuevas definiciones de espacios JN_p cuando los cubos se reemplazan por otros conjuntos en espacios métricos con medida más generales, los cuales dependen de las propiedades de solapamiento que poseen estos conjuntos.

Además, se sabe que $L^p \subset \text{JN}_p \subset L^{p,\infty}$, y que ambas contenciones son estrictas, por lo que los espacios JN_p son espacios intermedios entre los clásicos espacios de Lebesgue y su versión débil.

En esta charla introduciremos los espacios de John–Nirenberg $\text{JN}_p(\mathbb{R}^d, \gamma)$, siendo $d\gamma(x) = \pi^{-d/2}e^{-|x|^2}dx$ la medida gaussiana en $\mathbb{R}^d$ y $p \in (1, \infty)$. Las familias de cubos admisibles, esto es, aquellas donde la medida gaussiana resulta doblante, serán claves en la definición de estos espacios. Veremos algunas propiedades de los mismos, y comentaremos sobre un resultado de dualidad para $\text{JN}_p(\mathbb{R}^d, \gamma)$.

Trabajo en conjunto con Jorge J. Betancor (Universidad de La Laguna, España) y Pablo Quijano (IMAL (CONICET-UNL) - FIQ (UNL), Argentina).

Referencias

[1] Campanato, S. Su un teorema di interpolazione di G. Stampacchia. Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (3) 20 (1966), 649–652.

[2] Domínguez, O., and Milman, M. Sparse Brudnyi and John-Nirenberg spaces. C. R. Math. Acad. Sci. Paris 359 (2021), 1059–1069.

[3] John, F., and Nirenberg, L. On functions of bounded mean oscillation. Comm. Pure Appl. Math. 14 (1961), 415–426.

[4] Kinnunen, J., and Myyryläinen, K. Dyadic John-Nirenberg space. Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A 153, 1 (2023), 1–18.

[5] Stampacchia, G. The spaces $\mathcal{L}^{(p,\lambda)}$, $N^{(p,\lambda)}$ and interpolation. Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (3) 19 (1965), 443–462.

[6] Sun, J., Xie, G., and Yang, D. Localized John-Nirenberg-Campanato spaces. Anal. Math. Phys. 11, 1 (2021), Paper No. 29, 47.

[7] Tao, J., Yang, D., and Yuan, W. John-Nirenberg-Campanato spaces. Nonlinear Anal. 189 (2019), 111584, 36.

Una generalización de la transformada integral de Mellin

Gustavo Dorrego
FACENA-UNNE, Argentina
gadorrego@exa.unne.edu.ar

En esta comunicación se presenta una generalización de la transformada integral de Mellin en el contexto del cálculo fraccionario con peso y respecto de una función. Esta generalización viene dada por la fórmula

$$\mathcal{M}_{\psi,\omega}[f(x)](p) = \int_0^{\infty} (\psi(x))^{p-1}\omega(x)f(x)\psi'(x)dx,$$

donde $\psi : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ es diferenciable y tal que $\psi' > 0$ y $\psi(x) \to \infty$ para $x \to \infty$; mientras que ω es una función cuyas condiciones dependen del espacio de funciones al que pertenezca la función f.

Se estudia las condiciones para la convergencia, se enuncian y prueban algunas propiedades y se muestra la utilidad de esta transformada en la resolución de una ecuación diferencial de orden fraccionario con derivada de Riemann-Liouville de una función respecto de otra y con peso.

Trabajo en conjunto con Luciano Luque (FACENA-UNNE).

Referencias

[1] Fernández, A., Fahad HM. Weighted Fractional Calculus: A General Class of Operators. Fractal and Fractional. 2022; 6(4):208. https://doi.org/10.3390/fractalfract6040208

[2] Aziz, T., Rehman, M.u. Generalized Mellin transform and its applications in fractional calculus. Comp. Appl. Math. 41, 88 (2022). https://doi.org/10.1007/s40314-022-01802-9

SOLUCIONES DE LA DIVERGENCIA EN ESPACIOS DE HARDY-SOBOLEV

Ricardo Durán
Universidad de Buenos Aires, Argentina
rduran@dm.uba.ar

El análisis variacional de las ecuaciones clásicas de la mecánica se basa fuertemente en diversas desigualdades que involucran una función y sus derivadas (desigualdades de Poincaré, Korn, etc.). Muchas de estas desigualdades son consecuencia del siguiente resultado:

Dados un dominio acotado n-dimensional Ω y una función de integral cero $f \in L^p(\Omega)$, existe un campo vectorial $\mathbf{u}$, cuyas componentes se anulan en el borde de Ω y tanto ellas como sus derivadas primeras están en $L^p(\Omega)$, tal que

$$\mathrm{div}\mathbf{u} = f \text{ en } \Omega \quad \text{y} \quad \|\nabla u\|_{L^p} \leq C\|f\|_{L^p}$$

donde la constante C depende solo de p y de Ω.

Este resultado ha sido demostrado de diversas maneras y se sabe que vale para $1 < p < \infty$ bajo hipótesis muy generales sobre el dominio. También es conocido que el resultado no vale en el caso $p = 1$, por lo que resulta natural la pregunta de si será válido si se reemplaza L^1 por el espacio de Hardy H^1.

El objeto de este trabajo es extender la existencia de solución al caso $\frac{n}{n+1} < p \leq 1$ donde ahora f es una distribución perteneciente al espacio de Hardy H^p y soportada en $\overline{\Omega}$. Este resultado era conocido pero nuestra demostración es mucho más simple y puede extenderse al caso de espacios de Hardy con pesos.

Trabajo en conjunto con María Eugenia Cejas (Universidad Nacional de La Plata e IMAS, UBA-CONICET).

UN TEOREMA ERGÓDICO PARA LA MEDIA DE KARCHER EN DIMENSIÓN INFINITA

Eduardo Ghiglioni
IAM - CMaLP, Argentina
eghiglioni@gmail.com

Sea $\mathcal{H}$ un espacio de Hilbert infinito dimensional. En este contexto la métrica natural en $\mathbb{P}$ (operadores positivos), es una métrica de Finsler donde la longitud de una curva suave a trozos $\alpha : [a, b] \to \mathbb{P}$, y $A, B \in \mathbb{P}$, está definida como

$$\mathrm{L}(\alpha) := \int_a^b \|\alpha^{-1/2}(t)\alpha'(t)\alpha^{-1/2}(t)\| \; dt.$$

Usando esta definición de longitud, se puede definir la siguiente distancia

$$d_\infty(A, B) = \text{ínf}\{\mathrm{L}(\alpha) : \ \alpha \text{ es una curva suave a trozos que une } A \text{ con } B\}.$$

Recientemente, se extendió la media de Karcher al caso de medidas de probabilidad de operadores positivos en un espacio de Hilbert infinito dimensional. Más precisamente, dada $\mu \in \mathcal{P}^1(\mathbb{P})$, la ecuación de Karcher

$$\int_{\mathbb{P}} X^{1/2} \log(X^{-1/2}AX^{-1/2})X^{1/2} d\mu(A) = 0,$$

tiene una única solución definida positiva $\Lambda(\mu)$. Llamaremos a dicha solución como la media de Karcher. En esta charla consideraremos un espacio de probabilidad (Ω, μ) y una función totalmente ergódica $\tau : \Omega \to \Omega$. Nuestro objetivo es estudiar un nuevo teorema ergódico para funciones $F \in L^1(\Omega, \mathbb{P})$, donde $\mathbb{P}$ es el cono abierto de operadores estrictamente positivos actuando en un espacio de Hilbert (separable). En este resultado, usaremos las medias inductivas para promediar los elementos de la órbita. A partir de estas medias probaremos que casi seguro estos promedios convergen a la media de Karcher de la medida $F_*(\mu)$.

Trabajo en conjunto con Jorge Antezana (Departamento de Matemática de la Universidad Autónoma de Madrid, España - UNLP, Argentina - IAM, Argentina), Yongdo Lim (Department of Mathematics, Sungkyunkwan University, Suwon, Korea), Miklós Pálfia (Department of Mathematics, Corvinus University of Budapest, Hungary - Bolyai Institute, Interdisciplinary Excellence Centre, University of Szeged, Hungary).

CONJUNTOS DÉBILMENTE POROSOS Y PESOS DE LA CLASE A_1 DE MUCKENHOUPT EN ESPACIOS DE TIPO HOMOGÉNEO

Ignacio Javier Gómez Vargas
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (CONICET - UNL). Santa Fe, Argentina
ignaciogomez@santafe-conicet.gov.ar

En este trabajo, extendemos los conceptos de porosidad débil y de duplicación de la función de poro maximal, introducidos por Mudarra [1] en espacios métricos, y probamos su equivalencia con la pertenencia de $d(\cdot, E)^{-\alpha}$ a la clase A_1 para algún $\alpha > 0$. Nuestra demostración extiende los resultados de [1, 2] y también provee un nuevo enfoque basado en una construcción de R. Macías y C. Segovia en "*A Well Behaved Quasi-distance for Spaces of Homogeneous Type*" [3].

Sea (X, d, μ) un espacio de tipo homogéneo (ETH) tal que las d-bolas son conjuntos abiertos. Denotamos con K a la constante triangular óptima para d en X, es decir, $d(x, z) \le K(d(x, y) + d(y, z))$ para todo $x, y, z \in X$ y K es el mínimo número real positivo con esta propiedad. Dado E, un subconjunto no vacío de X, consideramos la colección $\Lambda(x, r; d, E) = \{s \in (0, 2Kr) : \exists y \in X \text{ tal que } B(y, s) \subset B(x, r) \setminus E\}$. El supremo de $\Lambda(x, r; d, E)$ mide el radio del poro maximal en $B(x, r)$ con respecto a E. La función que a cada bola $B(x, r)$ le asigna ese supremo, $\rho_E(B(x, r)) = \sup \Lambda(x, r; d, E)$, se denomina "función de poro maximal". Un conjunto $E \subset X$ distinto de vacío es débilmente poroso si existen $\sigma, \gamma \in (0, 1)$ tales que para toda d-bola B en X se tiene que existe un número finito $N = N(B)$ de bolas $\{B(x_i, r_i)\}_{i=1}^N$ tales que: (i) $B(x_i, r_i) \cap B(x_j, r_j) = \emptyset$ para $i \neq j$ y $B(x_i, r_i) \subset B \setminus E$ para todo $1 \le i \le N$; (ii) $r_i \ge \gamma \rho_E(B)$ para todo $i = 1, \dots, N$ y (iii) $\sum_{i=1}^N \mu(B(x_i, r_i)) \ge \sigma \mu(B)$.

En lo que respecta a las clases de pesos de Muckenhoupt, éstas se encuentran bien definidas en ETH [4, 5]. En particular, una función real no negativa localmente integrable w definida en X es un peso de $A_1(X, d, \mu)$ si existe una constante $C > 0$ tal que la desigualdad $\frac{1}{\mu(B)} \int_B w d\mu \le C \operatorname{ess\,inf}_B w$ vale para toda bola B en (X, d). Con esto, el resultado principal puede enunciarse de la siguiente manera.

Teorema. *Sea (X, d, μ) un ETH tal que toda bola es un conjunto abierto y sea $E \subset X$ no vacío. Las siguientes afirmaciones son equivalentes.*

(I) *E es débilmente poroso y ρ_E es duplicante;*

(II) *existe $\alpha > 0$ tal que $d(\cdot, E)^{-\alpha} \in A_1(X, d, \mu)$, donde $d(x, E) := \inf\{d(x, e) : e \in E\}$ para todo $x \in X$.*

La propiedad de duplicación de ρ_E significa que existe una constante $C(E)$ tal que $\rho_E(B(x, 2r)) \le C(E)\rho_E(B(x, r))$ para todo $x \in X$ y todo $r > 0$. Los resultados de esta comunicación están contenidos en [6].

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (IMAL) y Ivana Gómez (IMAL).

Referencias

[1] Carlos Mudarra. Weak porosity on metric measure spaces, 2024. arXiv 2306.11419.

[2] Theresa C. Anderson, Juha Lehrbäck, Carlos Mudarra, and Antti V. Vähäkangas. Weakly porous sets and Muckenhoupt A_p distance functions, 2022. arXiv 2209.06284.

[3] Roberto Macías and Carlos Segovia. A well behaved quasi-distance for spaces of homogeneous type. Trabajos de Matemática IAM, 32:1–18, 1981.

[4] Hugo Aimar and Roberto A. Macías. Weighted norm inequalities for the Hardy-Littlewood maximal operator on spaces of homogeneous type. Proceedings of the American Mathematical Society, 91(2):213–213, February 1984.

[5] A. Calderón. Inequalities for the maximal function relative to a metric. Studia Mathematica, 57(3):297–306, 1976.

[6] Hugo Aimar, Ivana Gómez, and Ignacio Gómez Vargas. Weakly porous sets and A_1 Muckenhoupt weights in spaces of homogeneous type, 2024. arXiv 2406.14369, IMAL Preprints.

DESIGUALDADES DE TIPO HERMITE-HADAMARD UTILIZANDO DIFERENTES NOCIONES DE CONVEXIDAD

Paulo Matias Guzmán
Universidad Nacional del Nordeste - Facultad de Ciencias Agrarias , Argentina
paulo.guzman@comunidad.unne.edu.ar

En este trabajo, estudiamos y exploramos una clase de desigualdades integrales de Hermite-Hadamard utilizando diferentes nociones de convexidad a través de integrales ponderadas. La desigualdad de Holder será importante ya que se utiliza para crear esta clase, que tiene diversas aplicaciones en la teoría de optimización. También estudiamos ciertas desigualdades de tipo trapezoidal y estimaciones de error de punto medio.

Debido a sus múltiples aplicaciones dentro y fuera de la matemática, las funciones convexas tienen un rol destacado en Matemática.

Se dice que una función $f : I \to \mathbb{R}$, $I := [a, b]$ es convexa si

$$f\big(\lambda x + (1-\lambda)y\big) \leq \lambda\psi(x) + (1-\lambda)\psi(y), \tag{1}$$

para todo $x, y \in I$ y $\lambda \in [0,1]$. Si se invierte la desigualdad última, entonces la función f es cóncava en dicho intervalo.

En el marco de las funciones convexas, una de las desigualdades más conocidas es la de Hermite-Hadamard. Para cierta función convexa f, en el intervalo $[a, b]$, se cumple que,

$$f\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \frac{1}{b-a}\int \_a^b f(x)dx \leq \frac{f(a)+f(b)}{2}. \tag{2}$$

Algunas de las nociones de convexidad que utilizaremos en este trabajo, para una función convexa f, son:

Sea $h : [0,1] \to \mathbb{R}$ una función no negativa, $h \neq 0$ y $f : I = [0, +\infty) \to [0, +\infty)$. Si la desigualdad

$$f\left(t\xi + m(1-t)\varsigma\right) \leq h^s(t)f(\xi) + m(1-h^s(t))f\left(\frac{\varsigma}{m}\right) \tag{3}$$

se cumple para todo $\xi, \varsigma \in I$ y $t \in [0,1]$, donde $m \in [0,1]$, $s \in [-1,1]$, entonces la función f se llama (h, m)-convexa modificada del primer tipo en I.

Análogamente, tenemos:

Sea $h : [0,1] \to \mathbb{R}$ una función no negativa, $h \neq 0$ y $f : I = [0, +\infty) \to [0, +\infty)$. Si se cumple la desigualdad

$$f\left(t\xi + m(1-t)\varsigma\right) \leq h^s(t)f(\xi) + m(1-h(t))^s f\left(\frac{\varsigma}{m}\right) \tag{4}$$

para todo $\xi, \varsigma \in I$ y $t \in [0,1]$, donde $m \in [0,1]$, $s \in [-1,1]$, entonces la función f se llama (h, m)-convexa modificada del segundo tipo en I.

A partir de las nociones de convexidad previas, se deducen resultados que involucran otras nociones, por ejemplo, funciones m-convexas, s-convexas.

En los resultados, también será importante el uso de la función Beta. Ésta es una función especial relacionada fuertemente con la función gamma y los coeficientes binomiales. Se la define de la siguiente manera,

$B(x, y) = \int_0^1 s^{x-1}(1-s)^{y-1}ds$, donde $R(x) > 0$ y $R(y) > 0$.

Los operadores generalizados que utilizamos en nuestro trabajo son del tipo:

Sean $\alpha > 0$, y $\alpha \neq 1, 2, 3, ...$, $n = [\alpha] + 1$, $f \in AC^n[a, b]$, el espacio de funciones que tienen las n-ésimas derivadas absolutamente continuas. Las derivadas fraccionarias de Caputo del lado derecho y del lado izquierdo de orden α se definen de la siguiente manera:

$$\left({}^{C}D^{\alpha}_{a+}f\right)(x) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)}\int_a^x \frac{f^{(n)}(t)dt}{(x-t)^{\alpha-n+1}},\ x > a, \qquad \left({}^{C}D^{\alpha}_{b-}f\right)(x) = \frac{(-1)^n}{\Gamma(n-\alpha)}\int_x^b \frac{f^{(n)}(t)dt}{(t-x)^{\alpha-n+1}},\ mb > x.$$

Sean $\alpha > 0$, y $\alpha \neq 1, 2, 3, ...$, $n = [\alpha] + 1$, $f \in AC^n[a, b]$, el espacio de funciones que tienen las n-ésimas derivadas absolutamente continuas. Las k-derivadas fraccionarias de Caputo del lado derecho y del lado izquierdo de orden α se definen de la siguiente manera:

$$\left({}^{C}D^{\alpha,k}_{a+}f\right)(x) = \frac{1}{k\Gamma_k(n-\frac{\alpha}{k})}\int_a^x \frac{f^{(n)}(t)dt}{(x-t)^{\frac{\alpha}{k}-n+1}},\ x > a, \qquad \left({}^{C}D^{\alpha,k}_{b-}f\right)(x) = \frac{(-1)^n}{k\Gamma_k(n-\frac{\alpha}{k})}\int_x^b \frac{f^{(n)}(t)dt}{(t-x)^{\frac{\alpha}{k}-n+1}},\ b > x.$$

En este trabajo obtenemos nuevas desigualdades integrales, en el marco de funciones con diferentes nociones de convexidad, utilizando integrales ponderadas.

Referencias

[1] G. Farid, A. Javed, A. U. Rehman, M. I. Qureshi, On Hadamard-type inequalities for differentiable functions via Caputo k-fractional derivatives, Cogent Mathematics (2017), 4: 1355429 https://doi.org/10.1080/23311835.2017.1355429

[2] F. Jarad, T. Abdeljawad, T. Shah, On the weighted fractional operators of a function whith respect to another function, Fractals, Vol. 28, No. 8 (2020) 2040011 (12 pages) DOI: 10.1142/S0218348X20400113

[3] T. U. Khan, M. A. Khan, Generalized conformable fractional integral operators, J. Comput. Appl. Math. 2019, 346, 378–389.

[4] J. E. Nápoles Valdes, A Review of Hermite-Hadamard Inequality, Partners Universal International Research Journal (PUIRJ), Volume: 01 Issue: 04 October-December 2022, 98–101 DOI:10.5281/zenodo.7492608

[5] J. E. Nápoles Valdés, F. Rabossi, A. D. Samaniego, Convex functions: Ariadne's thread or Charlotte's spiderweb?, Advanced Mathematical Models & Applications Vol.5, No.2, 2020, pp.176–191.

EXPANSIÓN DE TAYLOR EN ESPACIOS DE LEBESGUE CON EXPONENTE VARIABLE

Fabián Eduardo Levis
Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQYN, Argentina
flevis@exa.unrc.edu.ar

Las desigualdades de Taylor son reconocidas desde hace tiempo como herramientas indispensables en el campo del análisis matemático, ofreciendo valiosas perspectivas sobre el comportamiento y la precisión de las aproximaciones polinómicas de Taylor. Estas desigualdades establecen cotas superiores para la discrepancia entre una función y su expansión de Taylor, proporcionando una medida cuantificable del error de aproximación.

Denotamos por $B(x_0, \epsilon)$ el intervalo abierto centrado en $x_0 \in \mathbb{R}$ con radio $\epsilon > 0$. Siguiendo la notación de [1], consideramos el espacio local de Lebesgue con exponente variable $L^{p(\cdot)}_{\text{loc}}(\mathbb{R})$, la clase de exponente variable $P^{\log}_0(\mathbb{R})$ localmente log-Hölder continuo y la norma de Luxemburg promediada en $L^{p(\cdot)}(B(x_0, \epsilon))$

$$\|f\|^{\oslash}_{L^{p(\cdot)}(B(x_0,\epsilon))} = \text{ínf}\left\{\lambda > 0 : \frac{1}{|B(x_0, \epsilon)|}\int_{B(x_0,\epsilon)}\left(\frac{|f(x)|}{\lambda}\right)^{p(x)} dx \leq 1\right\}.$$

En este trabajo, mostramos desigualdades de Taylor en $L^{p(\cdot)}_{\text{loc}}(\mathbb{R})$. Más precisamente, damos desigualdades que evalúan el error en la expansión de Taylor de orden ℓ alrededor de x_0, $F_{x_0,\ell}(f)(x) = \sum_{i=0}^{\ell} \frac{1}{i!} D^i f(x_0)(x - x_0)^i$, para funciones en el espacio tipo Sobolev de exponente variable $W^{\ell,p(\cdot)}_{\text{loc}}(\mathbb{R})$, es decir, con derivadas débiles en $L^{p(\cdot)}_{\text{loc}}(\mathbb{R})$, utilizando la norma de Luxemburg promediada sobre $B(x_0, \epsilon)$. Concretamente, demostramos el siguiente:

Teorema (Desigualdad de Taylor): Para $\ell \in \mathbb{N}$ y $p \in P^{\log}_0(\mathbb{R})$ con $\|p\|_\infty < \infty$, existe una constante $\omega_p > 0$ tal que

$$\|\epsilon^{-\ell}(f - F_{x_0,\ell}(f))\|^{\oslash}_{L^{p(\cdot)}(B(x_0,\epsilon))} \leq \omega_p \|D^\ell f - D^\ell f(x_0)\|^{\oslash}_{L^{p(\cdot)}(B(x_0,\epsilon))},$$

para todo $0 < \epsilon < \frac{1}{4}$, $f \in W^{\ell,p(\cdot)}_{\text{loc}}(\mathbb{R})$, y casi todo $x_0 \in \mathbb{R}$.

Como consecuencia, demostramos que una función de tipo Sobolev de exponente variable $W^{\ell,p(\cdot)}_{\text{loc}}(\mathbb{R})$ admite una expansión finita en serie de Taylor en casi todos los puntos de $\mathbb{R}$. Además, damos una aplicación de nuestros resultados en la mejor aproximación en $L^{p(\cdot)}$. Específicamente, probamos que los coeficientes de los polinomios de mejor aproximación en $L^{p(\cdot)}$ a una función de tipo Sobolev variable en $B(x_0, \epsilon)$ convergen a las derivadas débiles de dicha función en x_0 cuando ϵ tiende a cero, para casi todos los puntos $x_0 \in \mathbb{R}$.

Cabe destacar que estos resultados amplían aquellos publicados recientemente en [2] en espacios de tipo Orlicz-Sobolev.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C614-2), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 203/23) y CONICET (PIP 112-202001-00694CO).

Trabajo en conjunto con Hilde L. Bianchi (Universidad de Buenos Aires), Federico D. Kovac (Universidad Nacional de la Pampa, Facultad de Ingeniería) y Claudia N. Rodríguez (Universidad Nacional de Río Cuarto).

Referencias

[1] L. Diening, P. Harjulehto, P. Hästö, M. Ruzicka, Lebesgue and Sobolev Spaces with Variable Exponents, Springer, Heidelberg, 2011.

[2] F.D. Kovac, F.E. Levis, Taylor's inequalities in Orlicz-Sobolev type spaces, Math. Nachr. 296 (2023), 1190–1203.

CONDICIONES PARA LOS NÚCLEOS DE LA TRANSFORMADA DE RIESZ Y SU ADJUNTA ASOCIADAS AL OPERADOR $-\Delta + \mu$

Gabriela Rocío Lezama
IMAL(UNL-CONICET), Argentina
lgabrielarocio@gmail.com

En este trabajo analizaremos el comportamiento de la transformada de Riesz y su adjunta, denotadas por R_μ y R_μ^*, respectivamente, asociadas al operador $L_\mu = -\Delta + \mu$, con μ una medida de Radón no negativa en $\mathbb{R}^d$ y $d \geq 3$, para la cual existen constantes $\delta_\mu, C_\mu, D_\mu > 0$ tales que

$$\mu(B(x,r)) \leq C_\mu \left(\frac{r}{R}\right)^{d-2+\delta_\mu} \mu\left(B(x,r)\right) \quad \text{y} \quad \mu(B(x,2r)) \leq D_\mu \left(\mu(B(x,r)) + r^{d-2}\right),$$

para todo $x \in \mathbb{R}^d$ y $r \in (0,R)$.

Para V una función potencial que satisface la condición de Reverse Hölder de orden $q > d/2$, la medida $d\mu(x) = V(x)dx$ satisface ambas condiciones con $\delta_\mu = 2 - d/q$.

Se sabe además que los núcleos de las transformadas de Riesz R_V y R_V^* cumplen condiciones de tamaño y suavidad puntuales para $q > d$, mientras que para el caso $q \in \left(\frac{d}{2}, d\right)$, el núcleo de R_V^* cumple condiciones de tipo Hörmander. Esto nos permite obtener propiedades de acotación en espacios L^p y en espacios de tipo BMO con pesos en la clase A_p^ρ definida en [1], donde la función de radio crítico, denotada por ρ, resulta ser una pieza fundamental en el análisis de dichos operadores.

En el caso de una medida general μ como antes, las condiciones de tamaño y suavidad puntuales para $\delta_\mu > 1$ fueron probadas en [2]. Mostraremos que pueden obtenerse condiciones de tipo Hörmander para el núcleo de R_μ^* cuando $\delta_\mu < 1$, lo que nos permitirá analizar la aplicación de resultados de acotación en contexto más generales.

Trabajo en conjunto con Marisa Toschi (IMAL (CONICET-UNL); FHUC (UNL)) y Estefanía Dalmasso (IMAL (CONICET-UNL); FIQ (UNL)).

Referencias

[1] B. Bongioanni, E. Harboure, and P. Quijano, Weigthed inequalities for Schrodinger type singular integrals, J. Fourier. Anal. Appl., 25 (2019), no. 3, 595–632.

[2] Shen, Z. On fundamental solutions of generalized Schrödinger operators. J. Funct. Anal. 167, 2 (1999), 521–564.

EL OPERADOR MAXIMAL DE HARDY-LITTLEWOOD Y LA RELACIÓN CON EL OPERADOR DE MEJOR APROXIMACIÓN POLINOMIAL

Rosa Alejandra Lorenzo
Departamento de Matemática-Instituto de Matemática Aplicada San Luis (IMASL)-Universidad Nacional de San Luis
rlorenzo77@gmail.com

Sea Φ la clase de todas las N-funciones $\varphi : [0,\infty) \to [0,\infty)$ y sea Ω un subconjunto medible y acotado de $\mathbb{R}^n$. Para cada $\varphi \in \Phi$, definimos el espacio de las funciones medibles Lebesgue f definidas sobre Ω.

$$L^\varphi(\Omega) = \{f \text{medibles} : \int_\Omega \varphi(\lambda|f(x)|)dx < \infty, \text{para algún } \lambda > 0\},$$

donde dx es la medida de Lebesgue sobre $\mathbb{R}^n$.

Dada una función $f \in L^\varphi(\Omega)$, se define a $\mu_\varphi(f)$, como el operador multivaluado de mejores aproximantes por polinomios a la función f. Es decir, un polinomio $P \in \mu_\varphi(f)$ si y sólo si, se cumple

$$\int_\Omega \varphi(|f(x) - P|)dx = \inf_{Q\in\Pi^m} \int_\Omega \varphi(|f(x) - Q|)dx,$$

para todo $Q \in \Pi^m$, el espacio de los polinomios algebraicos, definidos sobre $\mathbb{R}^n$ de grado a lo sumo m.

A partir de la caracterización que se obtiene del operador de mejor aproximación, estudiamos su extensión a $L^{\psi^+}(\Omega)$, donde ψ^+ denota la derivada por derecha de la función φ.

Una manera habitual de obtener desigualdades fuertes cuando se estudia aproximación de funciones en espacios de Orlicz es trabajar con operadores maximales. En este trabajo se obtienen desigualdades de tipo fuerte utilizando la relación entre el operador maximal de Hardy-Littlewood y el operador maximal $M_\varphi(f)$, siendo φ una N-función.

Para finalizar, definimos una función maximal polinomial relacionada a los coeficientes del operador polinomial extendido la cual estimamos introduciendo un operador maximal.

La función polinomial maximal es una función semicontinua inferiormente y por lo tanto medible.

Los resultados mencionados son una extensión de los trabajos de Acinas, Favier y Zó [1] y de Acinas y Favier [2].

Trabajo en conjunto con Sergio Favier (Instituto de Matemática Aplicada San Luis-Universidad Nacional de San Luis) y Sonia Acinas (Universidad Nacional de La Pampa).

Referencias

[1] S. Acinas, S. Favier, F. Zó. Inequalities for extended best polinomial approximation operator in Orlicz Spaces. Acta Mathematica Sinica, 35: 185–203, 2019.

[2] S. Acinas, S. Favier. Multivalued extended best Phi polinomial approximation operator. Numerical Functional Analysis and Optimization, 37: 1339–1353, 2016.

Desigualdades de operadores y el Teorema de Krein-Smul'jan

Francisco Martínez Pería
CMaLP-UNLP e IAM-CONICET, Argentina
martinezperia@gmail.com

Dados dos operadores autoadjuntos acotados A y B actuando en un espacio de Hilbert $\mathcal{H}$, supongamos que B es indefinido (i.e. no es semidefinido positivo ni semidefinido negativo). El Teorema de Krein-Smul'jan [1] caracteriza la existencia de un escalar $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que $A + \lambda B \geq 0$ y describe al conjunto de λ's admisibles como un intervalo cerrado.

El objetivo de esta charla es, dados operadores autoadjuntos acotados $A, B_1, \dots, B_m$, presentar algunos resultados que caracterizan la existencia de escalares $\lambda_1, \dots, \lambda_m \in \mathbb{R}$ tales que

$$A + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i B_i \geq 0.$$

Trabajo en conjunto con Santiago Gonzalez Zerbo (IAM-CONICET) y Alejandra Maestripieri (IAM-CONICET).

Referencias

[1] M. G. Krein and Ju. L. Smul'jan, Plus-operators in a space with indefinite metric, in: Twelve Papers on Functional Analysis and Geometry, Amer. Math. Soc. Transl. 85 (1969), 93–113.

Análisis de ciertos espacios de oscilación media acotada

René Morari
Universidad Nacional Comahue, Argentina
rmorari1@gmail.com

Los espacios de Nakai, denotados por bmo_w, contienen funciones tales que su oscilación media en una bola está acotada por una función w que depende del radio y también del centro de la misma [2]. Dichos espacios son de gran utilidad en el estudio de estimaciones de operadores del análisis armónico.

En esta dirección, consideramos una función $w : \mathbb{R}^n \times [0,\infty) \to [0,\infty)$ dada por $w(x,t) = t^{\alpha-n}\|\chi_{B(x,t)}\|_{\phi^*_{p(\cdot),q(\cdot)}}$, con $0<\alpha<n$, donde $\|\cdot\|_{\phi^*_{p(\cdot),q(\cdot)}}$ es la norma de Luxemburg en el espacio de Zygmund generalizado asociado a la conjugada de $\phi_{p(\cdot),q(\cdot)}(x,t) = t^{p(x)}\log(\mathrm{e}+t)^{q(x)}$. Las funciones $p(\cdot)$ y $q(\cdot)$ son definidas en $\mathbb{R}^n$, positivas y medibles con ciertas condiciones de decaimiento estándar en la bibliografía [1].

Entonces, para w definida como antes se demostraron las siguientes propiedades

$$\begin{aligned} w(x,t) &\le Cw(x,s), && \forall x\in\mathbb{R}^n,\ \forall t<s;\\ w(x,2t) &\le Cw(x,t), && \forall x\in\mathbb{R}^n,\ \forall t>0;\\ |x-y|<t \Rightarrow w(x,t) &\le Cw(y,t), && \forall x,y\in\mathbb{R}^n,\ \forall t>0. \end{aligned}$$

Además, se probó que existe una constante $C>0$ tal que

$$\int_r^\infty \frac{w_\alpha(x,t)}{t}\frac{dt}{t} \le C\frac{w_\alpha(x,r)}{r},$$

para todo $x\in\mathbb{R}^n$ y $r>0$, donde $w_\alpha(x,t)=t^\alpha w(x,t)$.

Con estas propiedades y aplicando un resultado visto en [2] tenemos un resultado de acotación para una extensión del operador Integral Fraccionaria I_α en este contexto.

Trabajo en conjunto con Trabajo en conjunto con ALEJANDRA PERINI (UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE) y MAURICIO RAMSEYER (IMAL (UNL-CONICET)).

Referencias

[1] Melchiori, L., Pradolini, G. and Ramos, W. “Commutators of po- tential type operators with Lipschitz symbols on variable Lebesgue spaces with different weights”. *preprint arXiv:1907.05946* (2019).

[2] Ramseyer, M., Salinas, O. and Viviani, B. “Fractional integrals and Riesz transforms acting on certain Lipschitz spaces”. Michigan Mathematical Journal, 65(1), 35–56. (2016).

New weighted integral inequalities and fractional consequences

JUAN EDUARDO Nápoles Valdés
UNNE-FaCENA, UTN-FRRE, Argentina
jnapoles@exa.unne.edu.ar

In Mathematics, the notion of convex function plays a very prominent role due to its multiple applications and its theoretical overlaps with various other areas of science (see [10] for more information).

One of the most important inequalities for convex functions is the well-known Hermite-Hadamard inequality (see [4,5] and [9] for additional details):

$$\psi\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right) \le \frac{1}{\nu_2-\nu_1}\int_{\nu_1}^{\nu_2}\psi(x)dx \le \frac{\psi(\nu_1)+\psi(\nu_2)}{2}.$$

In the last 25 years, we have witnessed a great growth in the number of researchers and their productions, interested in the Hermite-Hadamard Inequality. These productions have focused on the following work directions:

1. Using different notions of convexity.
2. Refinement of the mesh used (there is a crucial issue in this direction of work, suppose we use instead of a and b, the ends of the interval, the points a, $\frac{a+b}{2}$ and b, then we must ensure that at the midpoint, the integral operator used, does not have a jump, since the result would not be guaranteed in all $[a,b]$).

3. Improved estimates of the left and right members of Hermite-Hadamard inequality.

4. Using new generalized and fractional integral operators.

In [2] we presented the following definitions.

Let $h : [0, 1] \to \mathbb{R}$ be a nonnegative function, $h \neq 0$ and $\psi : I = [0, +\infty) \to [0, +\infty)$. If inequality

$$\psi\left(\tau\xi + m(1-\tau)\varsigma\right) \leq h^s(\tau)\psi(\xi) + m(1-h^s(\tau))\psi\left(\varsigma\right)$$

is fulfilled for all $\xi, \varsigma \in I$ and $\tau \in [0, 1]$, where $m \in [0, 1]$, $s \in [-1, 1]$. Then a function ψ is called a (h, m)-convex modified of the first type on I.

Let $h : [0, 1] \to \mathbb{R}$ nonnegative functions, $h \neq 0$ and $\psi : I = [0, +\infty) \to [0, +\infty)$. If inequality

$$\psi\left(\tau\xi + m(1-\tau)\varsigma\right) \leq h^s(\tau)\psi(\xi) + m(1-h(\tau))^s\psi\left(\varsigma\right)$$

is fulfilled for all $\xi, \varsigma \in I$ and $\tau \in [0, 1]$, where $m \in [0, 1]$, $s \in [-1, 1]$. Then a function ψ is called a (h, m)-convex modified of the second type on I.

Interested readers can verify that the previous definitions contain many of the known notions of convexity.

A new way to define an integral operator, and take a first step in generalizing the known results, is to consider a certain weight in the definition of the operator integral, as follows: (see [2])

Let $\phi \in L_1[a_1, a_2]$ and let w be a continuous and positive function, $w : I \to \mathbb{R}^+$, with first derivative integrables on I. Then the weighted fractional integrals are defined by (right and left respectively):

$$\begin{aligned} I^w_{a_1+}\phi(t) &= \int_{a_1}^t w'''\left(\frac{a_2-t}{a_2-a_1}\right)\phi(t)\,dt, \quad t > a_1 \\ I^w_{a_2-}\phi(t) &= \int_t^{a_2} w'''\left(\frac{t-a_1}{a_2-a_1}\right)\phi(t)\,dt, \quad t < a_2. \end{aligned}$$

The consideration of the third derivative of the weight function w is given by the nature of the problem to be solved, it can also be considered the first and second derivative.

To have a clearer idea of the amplitude of the previous Definition, let's consider some particular cases of the weight w''':

a) Putting $w'''(t) \equiv 1$, we obtain the classical Riemann integral.

b) If $w'''(t) = \frac{t^{(\alpha-1)}}{\Gamma(\alpha)}$, then we obtain the Riemann-Liouville fractional integral.

c) With convenient weight choices w''' we can get the k-Riemann-Liouville fractional integral right and left, the right-sided fractional integrals of a function ψ with respect to another function h on $[a, b]$ (see [1]), the right and left integral operator of [6], the right and left sided generalized fractional integral operators and the integral operators of [7] and [8], can also be obtained from above Definition by imposing similar conditions to w'.

d) Of course there are other known integral operators, fractional or not, that can be obtained as particular cases of the previous one, but we leave it to interested readers.

In 2015, Caputo and Fabrizio proposed the following operator (see [3]:

Let $0 < \alpha \leq 1$, $f \in AC^1[\nu_1, \nu_2]$. The right-sided and left-sided Caputo-Fabrizio fractional derivative of order α are defined as follows:

$$\begin{aligned} \left({}^C D^\alpha_{\nu_1+} f\right)(t) &= \frac{B(\alpha)}{1-\alpha}\int_{\nu_1}^t f'(x)e^{-\frac{\alpha(t-x)^\alpha}{1-\alpha}}dx, \, t > \nu_1 \\ \left({}^C D^\alpha_{\nu_2-} f\right)(t) &= -\frac{B(\alpha)}{1-\alpha}\int_t^{\nu_2} f'(x)e^{-\frac{\alpha(x-t)^\alpha}{1-\alpha}}dx, \, t < \nu_2, \end{aligned}$$

where $B(\alpha)$ is a normalization function such that $B(0) = B(1) = 1$.

Their corresponding integral operators given by:

Let $0 < \alpha \leq 1$, $f \in AC^1[\nu_1, \nu_2]$. The right-sided and left-sided Caputo-Fabrizio integral of order α are defined as follows:

$$\begin{aligned} \left({}^{CF} I^\alpha_{\nu_1+} f\right)(t) &= \frac{1-\alpha}{B(\alpha)}f(t) + \frac{\alpha}{B(\alpha)}\int_{\nu_1}^t f(y)dy, \, t > \nu_1 \\ \left({}^{CF} I^\alpha_{\nu_2-} f\right)(t) &= \frac{1-\alpha}{B(\alpha)}f(t) + \frac{\alpha}{B(\alpha)}\int_t^{\nu_2} f(y)dy, \, t < \nu_2, \end{aligned}$$

where $B(\alpha)$ is a normalization function such that $B(0) = B(1) = 1$.

In this paper we obtain new integral inequalities, within the framework of (h, m)-convex functions modified of second type, using weighted integrals. Various consequences for fractional integrals of type CF are presented throughout the work.

Referencias

[1] A. Akkurt, M. E. Yildirim, H. Yildirim, On some integral inequalities for (k, h)-RiemannLiouville fractional integral, NTMSCI 4, No. 1, 138–146 (2016). http://dx.doi.org/10.20852/ntmsci.2016217824

[2] B. Bayraktar, J. E. Nápoles V., A note on Hermite-Hadamard integral inequality for (h, m)-convex modified functions in a generalized framework, submited.

[3] M. Caputo, M. Fabrizio, A new definition of fractional derivative without singular kernel, Prog. Fract. Differ. Appl. 1 (2) (2015) 73–85.

[4] J. Hadamard, Étude sur les propriétés des fonctions entiéres et en particulier d'une fonction considérée par Riemann, J. Math. Pures App. 9, 171–216 (1893).

[5] C. Hermite, Sur deux limites d'une intégrale définie, Mathesis3, 82 (1883).

[6] F. Jarad, T. Abdeljawad, T. Shah, On the wighted fractional operators of a function with respect to another function, Fractals, Vol. 28, No. 8 (2020) 2040011. DOI: 10.1142/S0218348X20400113

[7] F. Jarad, E. Ugurlu, T. Abdeljawad, D. Baleanu, On a new class of fractional operators, Adv. Differ. Equ. 2017, 247.

[8] T. U. Khan, M. A. Khan, Generalized conformable fractional integral operators, J. Comput. Appl. Math. 2019, 346, 378–389.

[9] J. E. Nápoles Valdes, A Review of Hermite-Hadamard Inequality, Partners Universal International Research Journal (PUIRJ), Vol. 1, No. 4, 2022, 98–101. DOI:10.5281/zenodo.7492608

[10] J. E. Nápoles Valdés, F. Rabossi, A. D. Samaniego, Convex functions: Ariadne's thread or Charlotte's spiderweb?, Advanced Mathematical Models & Applications Vol.5, No.2, 2020, pp.176–191.

ACOTACIÓN DE SUCESIÓN DE OPERADORES, EL APORTE DE COTLAR EN EL TEOREMA DE CARLESON

José Luis Nieva
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UNCa, Argentina
jln@exactas.unca.edu.ar

En este artículo se presenta un análisis de la teoría de integrales singulares, desarrollada por Calderón y Zygmund, con el objetivo de analizar los operadores usados en las integrales singulares y su aplicación al estudio de la convergencia del desarrollo en serie de Fourier en espacios de funciones integrables de Lebesgue, para obtener, usando las condiciones del lema de Cotlar y su generalización, las acotaciones de sucesiones de operadores usados en la demostración del teorema de Carleson realizada por C. Fefferman.

Trabajo en conjunto con Erick Galay (Universidad Nacional de Catamarca, Argentina), Marcos Juárez (Universidad Nacional de Catamarca, Argentina) y Andrea Espeche (Universidad Nacional de Catamarca, Argentina).

MULTIPLICADORES DE HAAR, DISTANCIAS DIÁDICAS Y OPERADORES DE CALDERÓN-ZYGMUND EN EL CONTEXTO BILINEAL EN ESPACIOS DE TIPO HOMOGÉNEO.

Luis Nowak
Departamento de Matemática(FaEA, Universidad Nacional del Comahue) y Instituto de Investigaciones en Tecnología y Ciencias de la Ingeniería (IITCI) CONICET, Argentina
luisenlitoral@yahoo.com.ar

En este trabajo abordamos el estudio de operadores de tipo multiplicadores de Haar bilineal en el contexto de espacios de tipo homogéneo. Si (X, d, μ) es un espacio de tipo homogéneo, D es una familia diádica y H es un sistema de Haar asociado, entonces estudiamos operadores de la forma

$$T^0_\eta(f,g)(x) = \sum_{Q\in D} \sum_{\substack{h_i\in H\\ h_i\in H(Q)\\ i=1,2,3}} \eta(x,Q)\langle f, h_1\rangle\langle g, h_2\rangle h_3(x),$$

$$T^1_\eta(f,g)(x) = \sum_{Q\in D} \sum_{\substack{h\in H\\ h\in H(Q)}} \eta(x,Q)\langle f,h\rangle\langle g,h\rangle \frac{\chi_Q(x)}{\mu(Q)},$$

$$T^2_\eta(f,g)(x) = \sum_{Q\in D} \sum_{\substack{h\in H\\ h\in H(Q)}} \eta(x,Q)\left\langle f,\frac{\chi_Q}{\mu(Q)}\right\rangle\langle g,h\rangle h(x),$$

$$T^3_\eta(f,g)(x) = \sum_{Q\in D} \sum_{\substack{h\in H\\ h\in H(Q)}} \eta(x,Q)\langle f,h\rangle\left\langle g,\frac{\chi_Q}{\mu(Q)}\right\rangle h(x),$$

donde $H(Q)$ es el conjunto de todas las funciones de Haar con soporte Q.

Más precisamente, estudiamos condiciones sobre la función η que impliquen que los operadores anteriores resulten estar asociados a núcleos de Calderón-Zygmund en el sentido de tener una representación integral con un núcleo con buenas propiedades de acotación y regularidad.

Dada la naturaleza diádica de las funciones de Haar, consideramos métricas asociadas a familias diádicas como sustituto natural de la métrica euclídea. Así, las funciones de Haar resultan ser de tipo Lipschitz en este contexto con métrica diádica. Esta condición de regularidad de las funciones de Haar, sumada a una hipótesis similar sobre la función η permite probar que los operadores T^i_η con $i = 0, 1, 2, 3$ son operadores bilineales de Calderón-Zygmund en el espacio métrico (X, δ, μ) donde δ es la métrica diádica asociada a la familia diádica D. Tales resultados se resumen en el siguiente enunciado.

Teorema: Sea (X, d, μ) un espacio de tipo homogéneo, D una familia diádica y H un sistema de Haar asociado. Sea δ la métrica diádica inducida por la familia diádica D. Sea $\eta : X \times D \to \mathbb{R}$ una función que es medible en $x \in X$ para cada $Q \in D$. Entonces

1) si existe una constante positiva B tal que $|\eta(x,Q)| \leq \frac{B}{\mu(Q)^{1/2}}$ for $x \in X$, $Q \in D$ y $|\eta(x,Q) - \eta(x',Q)| \leq B\dfrac{\delta(x,x')}{\mu(Q)^{3/2}}$ for $Q \in D$ and $x, x' \in X$ entonces la función

$$K(x,y,z) = \sum_{Q\in D} \sum_{\substack{h_i\in H(Q)\\ i=1,2,3}} \eta(x,Q)h_1(y)h_2(z)h_3(x)$$

es un núcleo δ-bilineal de Calderón-Zygmund sobre (X, δ, μ).

2) si existe una constante positiva B tal que $|\eta(x,Q)| \leq B$ para $x \in X$, $Q \in D$ y $|\eta(x,Q) - \eta(x',Q)| \leq B\dfrac{\delta(x,x')}{\mu(Q(h))^{1/2}}$ for $Q \in D$ and $x, x' \in X$ entonces las funciones

$$K_1(x,y,z) = \sum_{Q\in D} \sum_{\substack{h_i\in H(Q)\\ i=2,3}} \eta(x,Q)\chi_Q(y)h_2(z)h_3(x),$$

$$K_2(x,y,z) = \sum_{Q\in D} \sum_{\substack{h_i\in H(Q)\\ i=1,3}} \eta(x,Q)h_1(y)\chi_Q(z)h_3(x),$$

$$K_3(x,y,z) = \sum_{Q\in D} \sum_{\substack{h_i\in H(Q)\\ i=1,2}} \eta(x,Q)h_1(y)h_2(z)\chi_Q(x),$$

son núcleos δ-bilineal de Calderón-Zygmund sobre (X, δ, μ).

3) si existe una constante positiva B tal que $|\eta(x,Q)| \leq B$ para $x \in X$, $Q \in D$ y $|\eta(x,Q) - \eta(x',Q)| \leq B\dfrac{\delta(x,x')}{\mu(Q(h))^{1/2}}$ for $Q \in D$ and $x, x' \in X$ entonces los operadores T^2_η y T^3_η son acotados de $L^4(X) \times L^4(X)$ en $L^2(X)$. Así, T^2_η y T^3_η son operadores bilineales de Calderón-Zygmund.

Como aplicación, consideramos los operadores

$$S^{i,j,k}(f,g) = \sum_{L\in D^+} A^{i,j,k}_L(f,g),$$

con

$$A^{i,j,k}_L(f,g) = \sum_{\substack{I\in D_i(L)\\ J\in D_j(L)\\ K\in D_k(L)}} \alpha_{I,J,K,L}\langle f,\tilde{h}_I\rangle\langle g,\tilde{h}_J\rangle h_K,$$

donde $D_m(L)$ es el conjunto de todos los subintervalos diádicos del intervalo diádico L tal que $|Q| = 2^{-m}|L|$ para $m \in \mathbb{N}$, $|\alpha_{I,J,K,L}| \leq \frac{(|I||J||K|)^{1/2}}{|L|^2}$ y el par $(\tilde{h}_I, \tilde{h}_J) \in \left\{(h_I, h_J), (\frac{\chi_I}{|I|}, h_j), (h_I, \frac{\chi_J}{|J|})\right\}$. Estos operadores juegan un rol central en la teoría de representación de operadores de Calderón-Zygmund bilineales como se muestra en el trabajo BILINEAR REPRESENTATION THEOREM de Kangwei Li, Henri Martikainen, Yumeng Ou, Emil Vuorinen. Las técnicas utilizadas y los resultados obtenidos en nuestro trabajo permiten probar que tales operadores $S^{i,j,k}$ resultan ser operadores bilineales de Calderón-Zygmund cuando consideramos la métrica diádica asociada a la familia diádica usual en el contexto euclídeo.

Trabajo en conjunto con Raquel Crescimbeni (IITCI, Dpto. Matemática-FaEA-UNComa) y Claire Huang (Saint Louis University, EEUU).

Referencias

[1] H. Aimar, A. Bernardis and B. Iaffei. Multiresolution approximation and unconditional bases on weighted Lebesgue spaces on spaces of homogeneous type, J. Approx. Theory, 148 (2007) 12–34.

[2] H. Aimar and I. Gómez. On the Calderón-Zygmund structure of Petermichl's kernel, C.R. Acad. Sci. Paris, Ser.I 356 (2018) 509–516.

[3] H. Aimar, R. Crescimbeni y L. Nowak. Singular Integrals with Variable Kernels in Dyadic Settings. Acta Mathematica Sinica, English Series. Volume 39, pages 1565–1579, (2023)

Dinámica de Operadores de Multiplicación en el Espacio de Hardy de Series de Dirichlet

Matías Palumbo
Universidad Nacional de Rosario, Argentina
matiaspalumbo19@gmail.com

La dinámica de operadores lineales consiste en el estudio de propiedades topológicas de las órbitas de operadores lineales sobre espacios de Banach, es decir, en el estudio de los conjuntos resultantes a partir de las iteraciones de un operador. Un concepto clave es la noción de operador hipercíclico, esto es, un operador tal que la órbita de algún elemento es densa en el espacio.

En el caso de espacios de funciones, son de interés los operadores de multiplicación asociados a ciertas funciones φ. Estos operadores se suelen notar por M_φ, y a cada elemento f del espacio en cuestión le asignan el elemento $M_\varphi(f) = \varphi f$.

Analizamos la dinámica de los operadores de multiplicación y sus adjuntos en el espacio de Hardy de series de Dirichlet, denotado $\mathfrak{H}_2$. Las series de Dirichlet son funciones analíticas de la forma

$$f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n n^{-s},$$

con coeficientes $a_n \in \mathbb{C}$, y el espacio $\mathfrak{H}_2$ refiere a las series de Dirichlet tales que

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 < \infty.$$

En este espacio, caracterizamos a los operadores adjuntos de multiplicación M_φ^* hipercíclicos a partir de la imagen de φ.

Una herramienta crucial en este trabajo es la transformada de Bohr, una aplicación que a través del Teorema Fundamental de la Aritmética identifica a las series de Dirichlet con funciones analíticas en infinitas variables.

Trabajo en conjunto con Santiago Muro (Universidad Nacional de Rosario, Argentina) y Rodrigo Cardeccia (Instituto Balseiro, Argentina).

La dimensión exacta del conjunto de Liouville: el lado de Fourier

Iván Polasek
IMAS-CONICET, Argentina
ivanpolasek17@gmail.com

Trabajamos con medidas de Rajchman soportadas en conjuntos de dimensión de Hausdorff 0. Sabemos que en estos casos la dimensión de Fourier es 0, esto es, una tal medida μ debe decaer a cero más lentamente que cualquier recíproco de una potencia $\xi^{-\alpha}$.

Nos interesa entender qué decaimientos son aceptables para medidas soportadas en algún conjunto específico. En el caso particular del conjunto de números de Liouville $\mathbb{L}$, hemos retomado un resultado de Bluhm para probar un teorema que garantiza que la condición necesaria de decaer más lentamente que cualquier recíproco de potencia es en espíritu suficiente. A su vez, usamos la invariancia por traslaciones enteras de $\mathbb{L}$ para construir análisis y ejemplos interesantes que escapan a la clasificación dada por el teorema mencionado.

Trabajo en conjunto con Ezequiel Rela (IMAS–CONICET).

Operadores de variación asociados a semigrupos generados por operadores de Hardy

Pablo Quijano
IMAL (UNL–CONICET), Argentina
pabloquijanoar@gmail.com

Consideramos $\{W^{\alpha}_{\lambda,t}\}_{t>0}$, el semigrupo generado por $-\mathbb{L}^{\alpha}_{\lambda}$, donde $\mathbb{L}^{\alpha}_{\lambda}$ es un operador de Hardy en el semiespacio. El operador $\mathbb{L}^{\alpha}_{\lambda}$ involucra un laplaciano fraccionario y está definido como

$$\mathbb{L}^{\alpha}_{\lambda} = (-\Delta)^{\alpha/2}_{\mathbb{R}^d_+} + \lambda x_d^{-\alpha}, \quad \alpha \in (0,2], \lambda \geq 0.$$

Para $\rho > 0$ y $\{a_t\}_{t>0}$ un conjunto de números complejos, se define el operador de ρ-variación $\mathcal{V}(\{a_t\}_{t>0})$ como

$$\mathcal{V}_{\rho}(\{a_t\}_{t>0}) = \sup_{\{t_i\}_{i=1}^{n},\ n\in\mathbb{N}} \left(\sum_{j=0}^{n-1} \left| a_{t_{j+1}} - a_{t_j} \right|^{\rho} \right)^{1/\rho},$$

siendo $\{t_i\}_{i=1}^{n}$ una sucesión creciente de números positivos.

Además, si para algún $p \in (1,\infty)$, T_t es un operador acotado en $L^p(\Omega,\mu)$ para todo $t>0$, siendo (Ω,μ) un espacio de medida, el operador de variación $\mathcal{V}_{\rho}(\{T_t\}_{t>0})$ se define como

$$\mathcal{V}_{\rho}(\{T_t\}_{t>0})(f)(x) = \mathcal{V}(\{T_t(f)(x)\}_{t>0}), \quad f \in L^p(\Omega,\mu).$$

Mostraremos que es posible probar que para $k \in \mathbb{N}$, el operador de ρ-variación $\mathcal{V}_{\rho}\left(\left\{t^k \partial_t^k W^{\alpha}_{\lambda,t}\right\}\right)$ es acotado en $L^p(\mathbb{R}^d_+, w)$ para todo $p \in (1,\infty)$ y $w \in A_p(\mathbb{R}^d_+)$, siendo $A_p(\mathbb{R}^d_+)$ la p-clase de pesos de Muckenhoupt en $\mathbb{R}^d_+$.

Trabajo en conjunto con Jorge J. Betancor (Universidad de La Laguna, España) y Estefanía Dalmasso (IMAL (UNL–CONICET), FIQ(UNL)).

Análisis Microlocal de una Transformada de Radon sobre Líneas V Dobles y su Aplicación en Imágenes

Mariel Rosenblatt
Instituto de Ciencias, Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
mrosen@campus.ungs.edu.ar

Las transformadas tipo Radon modelan una amplia gama de dispositivos de adquisición de imágenes basadas en emisión de radiación. En este trabajo, nos centramos en una configuración de cámara Compton 2D con un detector lineal, que se modela con la transformada de Radon en líneas V. La falta de datos es un problema intrínseco de la cámara Compton, lo cual compromete la reconstrucción de las imágenes, pues la solución analítica para la reconstrucción, conocida como fórmula de retroproyección filtrada, asume un detector de tamaño infinito.

La teoría del análisis microlocal se fundamenta en el análisis de Fourier y la geometría diferencial y se aplica dentro del marco de la teoría clásica de la transformada de Radon y los operadores integrales. Esta teoría proporciona una caracterización precisa de las singularidades adicionales o artefactos que surgen en la reconstrucción de la imagen, los cuales no son inherentes al objeto original.

En este trabajo definimos una transformada de Radon en líneas V dobles y desarrollamos los resultados teóricos necesarios para obtener una fórmula de retroproyección filtrada para funciones en $\mathcal{S}(\mathbb{R}^2)$, el espacio de funciones de la clase de Schwartz, que además sean pares en la segunda coordenada, con soporte contenido en $\mathbb{R}^2\backslash\{(x_1,0),\ x_1\in\mathbb{R}\}$. Asimismo, implementamos una modificación a la fórmula de retroproyección filtrada para aplicarla en la práctica a funciones integrables de soporte compacto, con el objetivo de reconstruir imágenes y reducir las singularidades añadidas o artefactos. El operador de reconstrucción propuesto se puede caracterizar como un operador integral que exhibe propiedades pseudodiferenciales al aplicarse a funciones pares en la segunda coordenada. Esta característica es fundamental, ya que establece el marco teórico necesario para respaldar la utilidad del operador como una herramienta efectiva en la reconstrucción de imágenes, disminuyendo la presencia de artefactos.

Trabajo en conjunto con Marcela Morvidone (Universidad Nacional de San Martín, Argentina) y Javier Cebeiro (Universidad Nacional de San Martín y CNEA FCDN, Argentina).

ESTABILIDAD DE MEDIDAS CRISTALINAS ANTE PERTURBACIONES ALEATORIAS

Luciano Gabriel Scazzola
IAM-CONICET, Argentina
lucianoscazzola@gmail.com

Las medidas cristalinas son medidas atómicas para las cuales vale una fórmula de Poisson. En otras palabras, su transformada de Fourier distribucional vuelve a ser una medida atómica. Debido al interés por el comportamiento de estas medidas frente a perturbaciones y motivados por resultados recientes relacionados con perturbaciones aleatorias de retículos y conjuntos modelos de Meyer, nos hemos propuesto estudiar el comportamiento de las medidas cristalinas frente a perturbaciones aleatorias, tanto de su soporte, como de la masa de cada átomo. En esta charla, comentaremos los resultados obtenidos en conjunto con Jorge Antezana y su relación con otros trabajos.

Trabajo en conjunto con Jorge Antezana (CMaLP-UNLP, IAM-CONICET, UB).

Referencias

[1] O. Yakir, Recovering the lattice from its random perturbations, Int. Math. Res. Not. IMRN 8 (2022), 6243–6261.

[2] M. Petrache, R. Viera, Almost sure recovery in quasi-periodic structures, ArXiv.org/abs/2112.11613.

[3] N. Lev, A. Olevskii, Quasicrystals and Poisson's summation formula, Invent. Math. 200 (2015), 585–606.

[4] P. Kurasov, P. Sarnak, Stable polynomials and crystalline measures, J. Math. Phys. 61 no.8 (2020), 083501, 13 pp.

[5] M. Baake, U. Grimm, Mathematical diffraction of aperiodic structures, Chem. Soc. Rev., 41 (2012).

[6] A. Olevskii, A. Ulanovskii, Fourier Quasicrystals with Unit Masses, Comptes Rendus. Mathématique, 358 no. 11-12 (2020), 1207–1211.

[7] Y. Meyer, Measures with locally finite support and spectrum, PNAS 113 (12) 3152-3158.

Enfoque Sparse para la acotación del Operador Integral Fraccionario local con dos pesos.

Juan Manuel Sotto Ríos
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral. “Dra. Eleonor Harboure” (UNL-CONICET), Argentina
JuanMSotto@gmail.com

Para un conjunto $\Omega \subsetneq \mathbb{R}^n$ abierto y no vacío y $\beta \in (0,1)$, consideramos la familia de cubos $\mathcal{F}_\beta = \{Q(x,l) : l < \beta\, d(x,\Omega^c)\}$, donde d es la métrica d_∞. En este trabajo estudiamos desigualdades con dos pesos de la Integral fraccionaria local I_β^γ, con $0<\gamma<1$, definida para $f \in L^1_{\text{loc}}(\Omega)$ como:

$$I_\beta^\gamma f(x) = \int_{Q(x,\beta d(x,\Omega^c))} \frac{f(y)}{|x-y|^{n(1-\gamma)}}dy\,,$$

para cada $x \in \Omega$. Para esto, consideramos un par de pesos (u,v) en la clase $A^{\tau,\gamma}_{p,q,\varphi,\psi}$, con $1 < p \le q < \infty$, $\tau \in (0,1)$, definida por la condición reforzada:

$$\sup_{Q\in\mathcal{F}_\tau} |Q|^{\gamma+\frac{1}{q}-\frac{1}{p}} \left\| u^{\frac{1}{q}} \right\|_{\varphi,Q} \left\| v^{-\frac{1}{p}} \right\|_{\psi,Q} < \infty\,,$$

donde en cada uno de los pesos se considera una norma promediada de Luxemburgo con respecto a las funciones de Young φ y ψ, ver [1]. Con esto, obtuvimos el siguiente resultado

Teorema : Sean $1 < p \le q < \infty$ y $0 < \tau, \gamma < 1$. Para φ y ψ funciones de Young tal que $\overline{\varphi} \in B_{q'}$ y $\overline{\psi} \in B_p$,consideremos un par de pesos $(u,v) \in A^{\tau,\gamma}_{p,q,\varphi,\psi}$. Entonces, para cada $\beta \in (0,\tau)$ se tiene:

$$I_\beta^\gamma : L^p(\Omega, v) \to L^q(\Omega, u)\,.$$

En la demostración del teorema se utiliza una técnica con operadores de tipo Sparse similares a las que aparecen en [1]. Además obtuvimos, como aplicación, el siguiente resultado de inmersión:

$$W^{1,p}_{\rho,v}(\Omega) \subset L^q(\Omega, u\rho^q)$$

donde estos espacios están definidos como en [2]. Estos resultandos mejoran, en este contexto geométrico en particular, los obtenidos en [2].

Trabajo en conjunto con Mauricio Ramseyer (IMAL (UNL-CONICET); FIQ (UNL)) y Oscar Salinas (IMAL (UNL-CONICET); FIQ (UNL)).

Referencias

[1] David Cruz-Uribe. Two-weight inequalities for fractional integral operators and commutators. In Advanced courses of mathematical analysis VI, pages 25–85. World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2017.

[2] Ramseyer, M., Salinas, O. and Toschi, M. Two-weight boundedness for local fractional maximal and applications. In European Journal of Mathematics 9, 109 (2023).

Interacciones de Orden Superior

Joaquín Toledo
IMAL-CONICET, Argentina
joaquintoledo@santafe-conicet.gov.ar

La teoría clásica de campos parte del potencial de Newton como recíproco de la métrica de Euclides. Este núcleo $\frac{1}{d(x,y)}$ induce por integración, en la variable y, el potencial generado por una densidad $f(y)$, produciendo así un operador lineal. Cuando esta idea se extiende a interacciones de orden superior a dos, una forma análoga de potencial produciría un operador multilineal, o un tensor de orden mayor que dos. Esta mirada induce la consideración de “atracciones” o “afinidades” de orden superior y nociones de “métricas” en grupos de elementos de cardinal mayor que dos. Nos limitaremos aquí al caso de grupos de tres elementos.

Precisemos: Si X es un conjunto y $\mathbf{d} : X^3 = X \times X \times X \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ es una función que vale cero en la diagonal Δ_3 de X^3 y solo sobre ella, que es invariante por permutaciones σ de $\{1,2,3\}$, es decir $\mathbf{d}(\sigma(x_1,x_2,x_3)) = \mathbf{d}(x_{\sigma(1)},x_{\sigma(2)},x_{\sigma(3)}) = \mathbf{d}(x_1,x_2,x_3)$ y satisface una desigualdad del tipo

$$\mathbf{d}(x_1,x_2,x_3) \le K \operatorname{máx}\{\mathbf{d}(x_1,x_2,u), \mathbf{d}(x_1,x_3,u), \mathbf{d}(x_2,x_3,u)\}$$

para todos $u, x_1, x_2, x_3 \in X$, entonces decimos que $\mathbf{d}$ es una cuasi-métrica de orden tres. En [1] se prueba que una noción de atracción o afinidad transitiva a entre pares de elementos de X siempre tiene una estructura Newtoniana $a = \varphi(d)$ con φ convexa y d cuasi-métrica en X.

En este trabajo estudiamos el problema de casi-metrización de afinidades de tercer orden. Ilustramos la técnica en conjuntos de series temporales de EEG (Electroencefalografía) en neurociencias. El resultado principal se resume en el siguiente enunciado:

Teorema: Sea X un conjunto. Sea $\mathbf{a} : X^3 \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, una afinidad de tercer orden, es decir:

(a.1) $\mathbf{a} \circ \sigma = \mathbf{a}$ si $\sigma(x_1, x_2, x_3) = (x_{\sigma(1)}, x_{\sigma(2)}, x_{\sigma(3)})$ y σ es permutación de $\{1, 2, 3\}$;

(a.2) $\mathbf{a}(\overline{x}) = +\infty$ si y solo si $\overline{x} \in \Delta_3 \quad (x_1 = x_2 = x_3)$;

(a.3) Si $\mathbf{a}(x_1, x_2, u) > \lambda$, $\mathbf{a}(x_1, u, x_3) > \lambda$ y $\mathbf{a}(u, x_2, x_3) > \lambda$ entonces $\mathbf{a}(x_1, x_2, x_3) > \frac{\lambda}{C}$ para alguna constante $C > 1$ y todo $\lambda > 0$.

Entonces, si $\mathcal{V}(r) = \{\overline{x} = (x_1, x_2, x_3) \in X^3 : \mathbf{a}(\overline{x}) > \frac{1}{r}\}$, y $\mathcal{V}^{(3)} = \{(x_1, x_2, x_3) : \exists v \in X/(x_1, x_2, v) \in \mathcal{V}, (x_1, x_3, v) \in \mathcal{V}, (x_2, x_3, v) \in \mathcal{V}\}$ se tiene que

$(\mathcal{V}_1)$ $\mathcal{V}(r_1) \subseteq \mathcal{V}(r_2)$, $\infty > r_2 > r_1 > 0$;

$(\mathcal{V}_2)$ $\sigma(\mathcal{V}(r)) = \mathcal{V}(r)$, para toda σ y para todo $r > 0$;

$(\mathcal{V}_3)$ $\bigcup_{r>0} \mathcal{V}(r) = X^3$;

$(\mathcal{V}_4)$ $\bigcap_{r>0} \mathcal{V}(r) = \Delta_3$;

$(\mathcal{V}_5)$ existe $K \geq 1 : (\mathcal{V}(r))^{(3)} \subseteq \mathcal{V}(Kr)$, para todo $r > 0$;

y la función $\mathbf{d}(x_1, x_2, x_3) = \inf\{r > 0 : \overline{x} \in \mathcal{V}(r)\}$ es una casi-métrica de orden tres con la que $\mathbf{a}$ tiene estructura Newtoniana, es decir $\mathbf{a} \simeq \frac{1}{\mathbf{d}^\alpha}$ para algún $\alpha > 0$.

La idea subyacente proviene de la aplicación que hacen Macías y C. Segovia en [4] del Lema de metrización de Huke Frink [2] , [3] de uniformidades con bases numerables.

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (IMAL-CONICET) y Ivana Gómez (IMAL-CONICET).

Referencias

[1] H. Aimar and I. Gómez. Affinity and distance. On the Newtonian structure of some data kernels. Analysis and Geometry in Metric Spaces, 6(1):89–95, 2018.

[2] A. Huke Frink. Distance functions and the metrization problem. Bull. Amer. Math. Soc., 43(2):133–142, 1937.

[3] J. L. Kelley. General topology. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1975. Reprint of the 1955 edition [Van Nostrand, Toronto, Ont.], Graduate Texts in Mathematics, No. 27.

[4] R. A. Macías and C. Segovia. Lipschitz functions on spaces of homogeneous type. Adv. in Math., 33(3):257–270, 1979.

EXTRAPOLACIÓN DE COMPACIDAD Y UNA CLASE DE OPERADORES PSEUDODIFERENCIALES

Rodolfo H. Torres
Universidad de California, Riverside, USA
rodolfo.h.torres@ucr.edu

El teorema de extrapolación de Rubio de Francia se ha convertido en una herramienta poderosa para la extensión de la acotación de un operador desde un espacio de Lebesgue con peso a otros espacios. A través de los años, este teorema clásico ha sido generalizado a varios otros contextos, resultando muy útil en muchas aplicaciones. Más recientemente, varios autores han estudiado algunas extensiones para extrapolar compacidad. Presentaremos una alternative simple de dicha extrapolación de compacidad y mostraremos una nueva aplicación a una cierta clase de operadores pseudodiferenciales, estableciendo su compacidad en espacios de Lebesgue con peso.

Trabajo en conjunto con María Jesús Carro y Javier Soria, Universidad Complutense, Madrid, España.

ACOTACIÓN DE CONMUTADORES DE OPERADORES FRACCIONARIOS

Bruno Urrutia
IMAL (CONICET - UNL), Argentina
bruno_m77@hotmail.com

Dada una función localmente integrable b y un operador integral T, su conmutador $[T, b]$ se define como $[T, b]f := T(bf) - bT(f)$, para alguna función apropiada f. En [1], los autores estudiaron el comportamiento de conmutadores, logrando mostrar que si T es un operador de Calderón-Zygmund, entonces es acotado de $L^p(\mathbb{R}^n)$ en sí mismo si y sólo si el símbolo b pertenece a $BMO(\mathbb{R}^n)$. También se probó que si los conmutadores $[R_j, b]$, $1 \leq j \leq n$ son acotados (siendo R_j las transformadas de Riesz), luego necesariamente $b \in BMO(\mathbb{R}^n)$. Para el caso fraccionario se tiene la siguiente caracterización: $b \in BMO(\mathbb{R}^n)$ si y sólo si el conmutador de la integral fraccionaria clásica $[I_\alpha, b]$ es acotado de $L^p(\mathbb{R}^n)$ en $L^q(\mathbb{R}^n)$, con $1/q = 1/p - \alpha/n$ (ver [2]). Por otro lado, en [3] se dan condiciones necesarias y suficientes sobre el símbolo b para la acotación $L^p(\mathbb{R}^n) \longmapsto BMO$ de conmutadores de operadores integrales singulares y fraccionarios en el caso límite $p = d/\alpha$.

En cuanto al estudio de operadores integrales asociados a una función de radio crítico, dar una caracterización para la acotación de sus conmutadores puede ser muy difícil. En [4], los autores dieron condiciones suficientes para la acotación de conmutadores de operadores integrales singulares, con núcleos que cumplen condiciones de tamaño y suavidad de tipo Hörmander, y de operadores integrales fraccionarios, cumpliendo condiciones de tamaño y suavidad puntales. En nuestro trabajo, a través del estudio de operadores maximales, logramos un resultado de acotación de operadores integrales fraccionarios entre espacios de Lebesgue con pesos, cuando el símbolo b pertenece a ciertos espacios de tipo BMO asociados a una función de radio crítico. A diferencia del trabajo realizado en [4], los núcleos de los operadores cumplen condiciones de tipo Hörmander, más débiles que las puntuales.

Trabajo en conjunto con Bruno Bongioanni (Universidad Nacional del Litoral, Argentina) y Marisa Toschi (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Referencias

[1] R. R. Coifman, R. Rochberg and Guido Weiss. Factorization theorems for Hardy spaces in several variable. The Annals of Mathematics, Second Series, Vol. 103, No. 3 (May, 1976), pp. 611–635.

[2] S. Chanillo. A note on commutators. Indiana Univ. Math. J. 31 (1982), no. 1, 7–16.

[3] E. Harboure, C. Segovia, J. L. Torrea. Boundedness of commutators of fractional and singular integrals for the extreme values of p. Illinois J. Math. 41 (1997), no. 4, 676–700.

[4] B. Bongioanni, A. Cabral, E. Harboure. Lerner's inequality associated to a critical radius function and applications. J. Math. Anal. Appl. 407 (2013), 35–55.

MEJOR APROXIMACIÓN Y EXTENSIÓN EN ESPACIOS DE LORENTZ GAMMA

Ludmila Zabala
Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina
lzabala@exa.unrc.edu.ar

Los espacios de Lorentz, junto con sus numerosas modificaciones y extensiones como los espacios de Lorentz Gamma y los espacios de Orlicz-Lorentz, ocupan una posición central en la teoría de espacios de Banach. Estos espacios son cruciales para la interpolación de operadores lineales y están íntimamente relacionados con las desigualdades ponderadas.

Sean $a \in \mathbb{R}^+$ y L_0 la clase de todas las funciones medibles de Lebesgue que son finitas en casi todo punto sobre $(0, a)$ y que toman valores en la recta extendida $\mathbb{R}^*$. Para $f \in L_0$, denotamos su reordenamiento decreciente por f^* y consideramos el operador de Hardy definido por

$$f^{**}(t) = \frac{1}{t}\int_0^t f^*, \quad t > 0.$$

Sean $p \in \mathbb{R}^+$ y $w : (0, a) \to (0, \infty)$ una función peso integrable según Lebesgue. Para $f \in L_0$, definimos $F_{w,p}(f) = \displaystyle\int_0^a (f^{**})^p w$ y denotamos por $\Gamma_{w,p}$ al espacio de Lorentz Gamma, dado por

$$\Gamma_{w,p} = \{f \in L_0 : F_{w,p}(f) < \infty\}.$$

En estas condiciones se verifica que $\Gamma_{w,p} \subseteq \Gamma_{w,p-1}$ si $1 \leq p < \infty$.

En este contexto, introducimos el operador (multivaluado) de mejor $F_{w,p}$-aproximación $\mathcal{P}^S_{w,p} : \Gamma_{w,p} \to 2^S$ desde subespacios de Haar $S \subset L^\infty$ de dimensión finita para funciones en $\Gamma_{w,p}$, $1 \leq p < \infty$, mediante la condición

$$g \in \mathcal{P}^S_{w,p}(f) \quad \text{si} \quad F_{w,p}(f-g) = \inf_{h \in S} F_{w,p}(f-h).$$

Mostramos que $\mathcal{P}^S_{w,p}(f)$ es no vacío para $1 \leq p < \infty$, y unitario cuando $p > 1$. Utilizando transformaciones que preservan medidas, obtenemos una caracterización de $g \in \mathcal{P}^S_{w,p}(f)$, que permite la extensión de $\mathcal{P}^S_{w,p}$ para funciones en $\Gamma_{w,p-1}$. Además, presentamos propiedades del operador extendido.

Cabe destacar que estos resultados amplían aquellos publicados recientemente en [1,2] en espacios de Orlicz-Lorentz.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C614-2), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 203/23) y CONICET (PIP 112-202001-00694CO).

Trabajo en conjunto con Federico D. Kovac (Universidad Nacional de la Pampa, Facultad de Ingeniería) y Fabián E. Levis (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN).

Referencias

[1] D.E. Ferreyra, M.I. Gareis, F.E. Levis, Extended Best Polynomial Approximation Operator in Orlicz–Lorentz Spaces, Math. Nachr., 295 (7) (2022) 1292–1311.

[2] M.I. Gareis, F.D. Kovac, F.E. Levis, On a Generalization of the Extended Best Polynomial Approximation Operator in Orlicz-Lorentz Spaces, Math. Nachr., 296 (8) (2023) 3328–3343.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 3: Análisis Numérico y Optimización

ESTIMACIONES DE ERROR A POSTERIORI PARA LA APROXIMACIÓN *hp* DE ELEMENTOS FINITOS DE UN PROBLEMA DE VIBRACIONES FLUIDO-ESTRUCTURA EN DOMINIOS CURVOS

María Gabriela Armentano
Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires,
IMAS - CONICET, Buenos Aires, Argentina
garmenta@dm.uba.ar

En este trabajo introducimos y analizamos la aproximación por el método hp de elementos finitos de los modos de vibración de un sistema compuesto por un conjunto de tubos inmersos en un fluido contenido en una cavidad rígida, representando fehacientemente el dominio curvo utilizando triángulos curvos [4]. Este problema se presenta en el marco de la ingeniería nuclear ya que algunos diseños de las barras combustibles de los reactores nucleares de potencia, consisten en un arreglo de barras cilíndricas, los elementos combustibles, dispuestos en forma de coronas concéntricas, y que van alojados dentro de un tubo cilíndrico [3].

El problema puede plantearse en términos de la presión del fluido y en un marco bidimensional (específicamente una sección transversal plana curvada de la cavidad cilíndrica) [2]. Concretamente, sea $\Omega \subset R^2$ el dominio ocupado por el fluido, con borde exterior suave a trozos Γ_0 y sean Γ_j, $j = 1, \dots, K$, las interfaces entre cada uno de los K tubos y el fluido. Notamos con n la normal unitaria exterior al borde de Ω. El problema consiste en hallar ω y p tal que:

$$
\begin{aligned}
-\Delta \mathrm{p} &= \frac{\omega^2}{c^2}\mathrm{p} \qquad \text{en } \Omega,\\
\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial n} &= 0 \qquad \text{en } \Gamma_0,\\
\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial n} &= \frac{\rho_0 \omega^2}{k_j - m_j\omega^2}\left(\int_{\Gamma_j} \mathrm{p} n\right)\cdot n \qquad \text{en } \Gamma_j \quad j = 1, \dots, K.
\end{aligned}
$$

donde ρ_0 representa la densidad del fluido, c la velocidad del sonido en el fluido, mientras que k_j y m_j representan respectivamente la rigidez y la masa del $j-$ésimo tubo.

Si bien el problema de autovalores resultante no es estándar, puede reformularse de forma tal que, bajo apropiadas condiciones sobre el dominio curvo, podamos garantizar la convergencia del método y obtener estimaciones a priori del error tanto para las autofunciones como para los autovalores. Definimos un estimador a posteriori del error de tipo residual y estudiamos su eficiencia y confiabilidad. Analizamos en detalle el caso simétrico y proponemos una forma de resolverlo que nos permite simplificar el problema de autovalores y resolver de forma más eficiente el caso de autovalores múltiples. A su vez presentamos un algoritmo hp adaptativo (ver, por ejemplo, [1]) que permite, basándose en el estimador a posteriori del error y en un predictor del error, decidir en forma automática si en cada elemento de la triangulación hacer refinamiento h (i.e, refinar la malla) o refinamiento p (i.e., aumentar el orden del polinomio aproximante). Finalmente mostramos algunos ejemplos numéricos que nos permiten visualizar la buena performance del método propuesto.

Trabajo en conjunto con Claudio Padra (Departamento de Mecánica Computacional, Centro Atómico Bariloche - CONICET, 4800, Bariloche, Argentina) y Mario Scheble (Departamento de Mecánica Computacional, Centro Atómico Bariloche, 4800, Bariloche, Argentina).

Referencias

[1] M. G. Armentano, C. Padra, R. Rodriguez and M. Scheble, *An hp finite element adaptive scheme to solve the Laplace model for fluid-solid vibrations*,Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 200 (1-4), pp. 178–188 (2011).

[2] C. Conca, J. Planchard and M. Vanninathan, *Fluids and periodic structures*, Research in Applied Mathematics, vol. 38 (1995).

[3] J. M. Piracés, *Modelado de las vibraciones de un arreglo de tubos elásticamente montados inmersos en un fluido compresible utilizando adaptividad hp*, tesis de maestría, Instituto Balseiro, Universidad Nacional de Cuyo, Comisión Nacional de Energía Atómica, (2011).

[4] M. Zlamal, *Curved elements in the finite element method I*, SIAM J. Numer. Anal. vol. 10(1), pp. 229–240 (1973).

Operadores de eliminación de nodos para splines mediante Mínimos Cuadrados Locales

Silvano Carlos Figueroa
Universidad Nacional del Litoral, Facultad de Ingeniería Química, Argentina
nano95figueroa@gmail.com

Se proponen operadores de eliminación de nodos en splines generados a partir una técnica de mínimos cuadrados locales [1]. Estos operadores se basan en la construcción de inversas a izquierda de la matriz de inserción de nodos. Analizaremos por un lado la matriz de inserción de un solo nodo; y por otro lado, matrices de inserción de nodos de manera uniforme. Exploraremos propiedades de los operadores propuestos, tales como el patrón de esparcidad, preservación de soportes compactos, entre otras.

Trabajo en conjunto con Eduardo Garau (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Referencias

[1] G.H. Golub, Richard H. Bartels, Faramarz F. Samavati, Some Observations on Local Least Squares, BIT Numerical Mathematics 2003, Vol. 43, No. 1, 1–18

Aproximación numérica para el flujo por curvatura media de superficies con borde.

Bárbara Solange Ivaniszyn
Universidad Nacional del Litoral , CONICET, Argentina
bivaniszyn@fiq.unl.edu.ar

Desde la perspectiva del enfoque paramétrico, se han desarrollado diversos métodos numéricos para aproximar la evolución de una superficie bajo el flujo de curvatura media. El primer método, propuesto por Dziuk en 1990, empleaba elementos finitos evolutivos, pero sin estimaciones del error. No fue sino hasta tres décadas después que el grupo de Kovács, Li y Lubich formuló el primer método numérico evolutivo convergente para superficies sin borde. Sin embargo, hasta la fecha, no se han obtenido estimaciones del error para esquemas numéricos considerando superficies con borde.

En esta charla, presentaremos un método numérico evolutivo para el flujo de curvatura media en superficies con borde, también desde el enfoque paramétrico. Nos centraremos en el caso de condiciones de borde Dirichlet, para el cual hemos logrado obtener estimaciones de error de orden óptimo, tanto para la semi-discretización espacial como para la discretización temporal.

Trabajo en conjunto con Pedro Morin (Universidad Nacional del Litoral, CONICET, Argentina) y Sebastián Pauletti (Universidad Nacional del Litoral, CONICET, Argentina).

APROXIMACIÓN POR ELEMENTOS FINITOS DEL PROBLEMA DE NAVIER-STOKES ESTACIONARIO CON DATO DE BORDE NO SUAVE

Mauricio Mendiluce
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA - IMAS, CONICET, Argentina
mauricio.mendiluce@gmail.com

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ un dominio acotado con borde Lipschitz, consideramos las ecuaciones estacionarias de Navier-Stokes dadas por:

$$\begin{aligned} -\nu\Delta\mathbf{u} + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u} + \nabla p &= \mathbf{f} \quad \Omega \\ \nabla\cdot\mathbf{u} &= 0 \quad \Omega \\ \mathbf{u} &= \mathbf{g} \quad \partial\Omega \end{aligned} \tag{1}$$

donde $\nu > 0$ es la viscosidad del fluido y $\mathbf{f}$ y $\mathbf{g}$ son funciones dadas. Es sabido que si consideramos $\mathbf{f} \in \mathbf{H}^{-1}(\Omega)$ y $\mathbf{g} \in \mathbf{H}^{1/2}(\partial\Omega)$, con $\int_{\partial\Omega} \mathbf{g}\cdot\mathbf{n} = 0$, la teoría clásica [5] nos asegura existencia de solución $(\mathbf{u}, p) \in \mathbf{H}^1(\Omega) \times L^2_0(\Omega)$. En este trabajo analizaremos la aproximación por elementos finitos de las ecuaciones estacionarias de Navier-Stokes con condición de Dirichlet no suave, i.e., $\mathbf{g} \in L^2(\partial\Omega)$, extendiendo así los resultados obtenidos en [1] para el problema de Stokes. La no linealidad de las ecuaciones de Navier-Stokes introduce una dificultad adicional, la cual impide generalizar directamente esos resultados.

En [4] se demuestra la existencia de solución para el problema de Navier-Stokes con dato de borde $\mathbf{g} \in L^2(\partial\Omega)$ bajo el concepto de *“very weak solution”*. Por otra parte, consideramos el problema (1) pero con un dato $\mathbf{g}_\varepsilon \in \mathbf{H}^{1/2}(\partial\Omega)$ que aproxime a $\mathbf{g}$ en norma $\mathbf{L}^2(\partial\Omega)$. Para obtener nuestras estimaciones, descomponemos la solución de (1) como suma de dos funciones, una no regular (que resuelve un problema de Navier-Stokes con dato de frontera igual a la diferencia entre $\mathbf{g}$ y su aproximante $\mathbf{g}_\varepsilon$) y otra regular que resuelve un problema similar al de Navier-Stokes (con términos adicionales consecuencia de la no linealidad del problema). Esta descomposición nos permite medir el error de aproximación, en alguna norma apropiada, entre la solución del problema (1) y la solución del mismo problema pero con dato de Dirichlet $\mathbf{g}_\varepsilon$.

Resolvemos el problema discreto asociado al problema (1) con dato regular utilizando distintos métodos de elementos finitos estables [2,3] y probamos estimaciones a priori del error de aproximación. Estos resultados permiten concluir la convergencia del método propuesto con un orden que depende de la aproximación de los datos de frontera. Finalmente, presentamos algunas pruebas numéricas de la resolución del denominado *“cavity flow problem”*, el cual es considerado un clásico *benchmark* para este tipo de problemas. medskip

Trabajo en conjunto con María Gabriela Armentano (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA - IMAS, CONICET, Argentina).

Referencias

[1] R. Durán, L. Gastaldi, and A. Lombardi. Analysis of finite element approximations of stokes equations with nonsmooth data. SIAM J. Numer. Anal., 58(6):3309–3331, 2020.

[2] M. D. Gunzburger and J. S. Peterson. On conforming finite element methods for the inhomogeneous stationary navier-stokes equations. Numerische Mathematik,.(42):173–194, 1983.

[3] K. Wang. Iterative schemes for the non-homogeneous navier-stokes equations based on the finite element approximation. Computers and Mathematics with Applications, 71(1):120–132, 2016.

[4] E. Marusic Paloka. Solvability of the navier–stokes system with L2 boundary data. Appl Math Optim,.(41):365–375, 2000.

[5] R. Temam. Navier-Stokes equations theory and numerical analysis. North-Holland Publishing Company, 1977.

Convergencia en Problemas Discretos de Control Óptimo Distribuido para la Ecuación de Helmholtz

Paulo Alejandro Pascal
Universidad Autónoma de Entre Ríos, Argentina
pascal3360@gmail.com

Se considera un dominio acotado Ω en $\mathbb{R}^n$ cuya frontera regular Γ consiste de la unión de dos porciones disjuntas Γ_i, $i = 1, 2$, con $med(\Gamma_i) > 0$. Se consideran los siguientes problemas elípticos [3]:

$$-\Delta u = g \quad \text{en } \Omega \qquad u|_{\Gamma_1} = b \qquad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_2} = q$$

$$-\Delta u = g \quad \text{en } \Omega \qquad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_1} = \alpha(u-b) \qquad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_2} = q$$

$$-\Delta u + \lambda u = g \quad \text{en } \Omega \qquad u|_{\Gamma_1} = b \qquad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_2} = q$$

$$-\Delta u + \lambda u = g \quad \text{en } \Omega \qquad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_1} = \alpha(u-b) \qquad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_2} = q$$

donde u es la temperatura en Ω, g es la energía interna en Ω, b es la temperatura sobre Γ_1 para (1) y (3) y la temperatura en un entorno externo de Γ_1 para (2) y (4), q es el flujo de calor en Γ_2, $\lambda > 0$ y $\alpha > 0$ es el coeficiente de transferencia de calor en Γ_1, que satisfacen: $g \in L^2(\Omega)$, $q \in L^2(\Gamma_2)$ y $b = cte$.

En relación a estos problemas y siguiendo [3, 4], se formulan problemas de control óptimo distribuido sobre g, denotados por C para (1), C_α para (2), C^λ para (3) y C_α^λ para (4). Vinculados a ellos y siguiendo [1, 2], se formulan aproximaciones discretas por el método de los elementos finitos con triángulos de Lagrange de tipo 1, con parámetro de discretización h, denotados por C_h, $C_{h\alpha}$, C_h^λ y $C_{h\alpha}^\lambda$, respectivamente. Se obtienen resultados de existencia y unicidad de las soluciones óptimas para los problemas discretos, se dan las correspondientes condiciones de optimalidad y se estudia el comportamiento asintótico de las controles óptimos, estados del sistema y estados adjuntos cuando el parámetro λ tiende a cero, el coeficiente de transferencia de calor α tiende a infinito y el parámetro de discretización h tiende a cero, simultáneamente.

Trabajo en conjunto con Claudia M. Gariboldi (Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina) y Domingo A. Tarzia (Universidad Austral, Argentina).

Referencias

[1] C.M. Bollo, C.M. Gariboldi, D.A. Tarzia, Numerical analysis of a family of simultaneous distributed-boundary mixed elliptic optimal control problems and their asymptotic behaviour through a commutative diagram and error estimates. Nonlinear Analysis: Real World Applications. 72 (2023), Article 103842.

[2] S.C. Brenner, L.R. Scott, The Mathematical theory of finite element methods. Springer, New York (2008).

[3] C.M. Gariboldi, A.V. Maero, D.A. Tarzia, Doble convergencia en problemas de control óptimo simultáneos para la ecuación de Helmholtz. MACI, 9 (2023). 101–104.

[4] C.M Gariboldi, D.A. Tarzia, Convergence of distributed optimal controls on the internal energy in mixed elliptic problems when the heat transfer coefficient goes to infinity, Applied Mathematics and Optimization, 47 (2003), 213–230.

Propiedades geométricas y topológicas de celdas de Voronoi de orden superior

Micaela Araceli Virga
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Cuyo - CONICET, Argentina
micaela.virga@fce.uncu.edu.ar

En este trabajo estudiamos celdas generalizadas de Voronoi en el espacio Euclídeo, en particular, celdas de orden superior. Dado un conjunto arbitrario de puntos T y un subconjunto propio no vacío S, definimos la celda de Voronoi de S respecto a T como el conjunto de puntos del espacio euclídeo que se encuentran más cerca de los elementos de S que del resto de los elementos de T. Ya que esta celda se puede representar como el conjunto factible de un sistema de desigualdades lineales, podemos aplicar herramientas y teoría de la programación lineal para obtener propiedades geométricas y topológicas de esta celda en función de la geometría del conjunto T. En especial, presentamos condiciones suficientes para garantizar que la celda sea de dimensión completa, propiedad requerida en el área de la geometría computacional basada en diagramas de Voronoi.

Trabajo en conjunto con Andrea B. Ridolfi (ICAI - Facultad de Ciencias Aplicadas a la Industria, Universidad Nacional de Cuyo).

ESTABILIZACIÓN DE PROBLEMAS DE CONVECCIÓN DOMINANTE MEDIANTE BURBUJAS EXTENDIDAS.

Itatí Zocola
FIQ-UNL, Argentina
itazocola@gmail.com

En la década de 1990, Brezzi et al. propusieron un método basado en burbujas libres de residuo para la estabilización de problemas de convección-difusión con convección dominante. En el mismo, se define una burbuja en cada elemento de la partición. Proponemos un nuevo método que añade burbujas con dominio en dos elementos adyacentes.

En esta charla, discutiremos las ventajas y desventajas de la nueva propuesta, su implementación utilizando recursividad en el cálculo de las burbujas y presentaremos algunos experimentos numéricos que ilustran el desempeño del método.

Trabajo en conjunto con Pedro Morin (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 4: Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática

Intentando comprender (y evitar) los rebotes virales postratamiento en infecciones agudas

Marcelo Actis
Facultad de Ingeniería Química (UNL-CONICET), Argentina
mactis@fiq.unl.edu.ar

Los rebotes virales después de tratamientos antivirales son un fenómeno bien conocido en las infecciones agudas. En particular, una fracción significativa de personas infectadas con SARS-CoV-2 experimentó tales rebotes cuando fueron tratados con antivirales eficaces como Nirmatrelvir/Ritonavir (Paxlovid), según estudios recientes [1] Aunque se está estudiando desde un punto de vista biológico y estadístico [2,3], el mecanismo dinámico responsable de tal fenómeno aún no se comprende completamente. En este charla presentaremos una caracterización del comportamiento dinámico de modelos de células objetivo (target-cell models) para explicar los rebotes postratamiento desde la perspectiva de la estabilidad/inestabilidad de los equilibrios. Estableceremos condiciones para cualquier tratamiento antiviral para evitar los rebotes del virus, sin recurrir ni al efecto del sistema inmunológico ni al desarrollo de resistencia a través de mutaciones del virus. Los resultados de nuestras simulaciones ilustran el papel fundamental de la dosificación (es decir, las dosis y los momentos en que se administran los antivirales) para aprovechar adecuadamente los fármacos altamente eficaces y diseñar terapias adecuadas.

Trabajo en conjunto con Mara Perez (FIQ e INTEC, UNL-CONICET, Santa Fe, Argentina);, Ignacio Sanchez (INTEC, UNL-CONICET, Santa Fe, Argentina);, Esteban A. Hernandez-Vargas (University of Idaho, USA); y Alejandro H. González (FIQ e INTEC, UNL-CONICET, Santa Fe, Argentina).

Referencias

[1] Edelstein, Gregory E. et al. “SARS-CoV-2 virologic rebound with nirmatrelvir–ritonavir therapy: an observational study”. Annals of Internal Medicine, vol. 176, no. 12, 2023, pp. 1577–1585. American College of Physicians.

[2] Perelson, Alan S., Ribeiro, Ruy M. and Phan, Tin. “An explanation for SARS-CoV-2 rebound after Paxlovid treatment”. medRxiv, 2023, Cold Spring Harbor Laboratory Press.

[3] Ranard, Benjamin L. et al. “A mathematical model of SARS-CoV-2 immunity predicts paxlovid rebound”. Journal of Medical Virology, vol. 95, no. 6, 2023, e28854. Wiley Online Library.

Tomografía de Impedancia Eléctrica y Redes Neuronales para las clasificación de ACV.

Juan Pablo Agnelli
FaMAF-UNC y CIEM-CONICET, Argentina
jpagnelli@unc.edu.ar

Los accidentes cerebro vasculares (ACV) son uno de los problemas de salud más importantes en la actualidad y requieren de un tratamiento inmediato para evitar que causen un daño neurológico severo. Hay dos tipos de ACV: isquémico (coágulo que impide el flujo de sangre a una parte del cerebro) y hemorrágico (derrame originado por la rotura de un vaso cerebral). Los síntomas en ambos casos son los mismos, pero los tratamientos son muy diferentes. Contar con un “clasificador de ACV” portátil y poder comenzar el tratamiento del ACV directamente en una ambulancia sería de gran utilidad.

La Tomografía de Impedancia Eléctrica (TIE) es un método de imagen que permite reconstruir la conductividad del interior de un cuerpo, a través de mediciones de corriente y voltaje realizadas en su superficie. Desde el punto de vista matemático la TIE resulta un problema inverso no lineal y mal planteado.

En [1] se presenta una metodología para la clasificación de ACV que combina el uso de mediciones de TIE, un pre-procesamiento basado en el cómputo de las funciones VHED [2] que permiten una interpretación geométrica de las mediciones de TIE y finalmente el uso de redes neuronales. En esta charla continuamos con esta línea de investigación y extendemos el método a un escenario más realista.

Referencias

[1] J.P. Agnelli, A. Cöl, M. Lassas, R. Murthy, M. Santacesaria, and S. Siltanen. Classification of stroke using neural networks in electrical impedance tomography, Inverse Problems, 36 (2020), 115008.

[2] A. Greenleaf, M. Lassas, M. Santacesaria, S. Siltanen and G. Uhlmann, Propagation and recovery of singularities in the inverse conductivity problem, Anal. PDE, 11 (2018), 1901–1943

Modelos matemáticos para la propagación de enfermedades infecciosas y contagio en multitudes

Claudio Agustín Armas
FaMAF - UNC y CIEM - CONICET, Argentina
claudio.armas@mi.edu.unc.ar

La reciente pandemia de COVID-19 hizo evidente que controlar y erradicar una epidemia de una población es una tarea desafiante, con un fuerte impacto tanto en salud pública como en economía. Una dinámica compleja entra en juego al tratar de predecir (y por lo tanto prevenir) una mayor propagación de la enfermedad, y los modelos son claves para tratar de lograr este objetivo. En esta charla se aborda el estudio de la propagación de una epidemia e influencia de la conducta humana (específicamente conciencia del riesgo a contagiarse) a través del desarrollo de un modelo matemático para la dinámica de multitudes basado en la teoría cinética de partículas activas. El punto de partida es el modelo propuesto por Agnelli et al. [1] , donde se presenta un modelo cinético que combina el modelado de la evacuación de multitudes de un dominio acotado con la dinámica de contagio de una enfermedad infecciosa. A dicho modelo incorporamos una dinámica de contagio de la conciencia del riesgo a contagiarse. Mediante una serie de casos de estudios, exploramos diferentes escenarios que permiten analizar la interacción entre evacuación y contagio, y comprender en qué medida influyen la proximidad, el tiempo de permanencia e incluso la vacunación en la propagación de la enfermedad.

Trabajo en conjunto con Damián Knopoff (CIEM-CONICET) y Juan Pablo Agnelli (FaMAF - UNC y CIEM - CONICET).

Referencias

[1] J.P. Agnelli, B. Buffa, D. Knopoff, G. Torres. A Spatial Kinetic Model of Crowd Evacuation Dynamics with Infectious Disease Contagion, Bull. Math. Biol., Vol. 85, 2023.

Exploración de co-movimientos y causalidad en series financieras mediante análisis Wavelet

María Belén Arouxet
CMaLP-UNLP, Argentina
belen@mate.unlp.edu.ar

El estudio de las materias primas como activos financieros ha ganado prominencia debido a su baja correlación con otros activos, lo que ofrece beneficios de diversificación a los inversores. En este trabajo, se investiga la dinámica temporal y de frecuencia entre el índice de incertidumbre de política económica (GEPU), el índice de incertidumbre de Twitter (Davis, 2016) y un amplio conjunto de materias primas. Se examina un período extenso desde diciembre de 1997 hasta abril de 2022, de frecuencia mensual y diaria, que abarca diversas crisis económicas, políticas y sanitarias.

Aplicamos técnicas avanzadas de análisis wavelet, como la Transformada Wavelet Cruzada (XWT) y la Coherencia Wavelet (WTC), para estudiar los co-movimientos temporales y las relaciones de causalidad entre las series financieras, ya que esta técnica considera las no linealidades propias de estas series permitiendo realizar un análisis más profundo de los resultados. Admás, este enfoque permite no solo examinar la relación entre las series, sino también identificar las relaciones de adelanto-atraso (lead-lag) entre ellas (Torrence y Compo, 1998).

Nuestros resultados destacan que las materias primas exhiben comportamientos distintos según el tipo de crisis. Específicamente, durante la crisis financiera global y la crisis COVID-19, se observan co-movimientos más pronunciados en la mayoría de las materias primas. Este hallazgo subraya que las materias primas deben ser consideradas como un conjunto heterogéneo de activos financieros, cada uno con dinámicas subyacentes únicas, en lugar de una categoría homogénea.

Trabajo en conjunto con Veronica Pastor (Facultad de Ingeniería, UBA, Argentina), Aurelio F. Bariviera (Universitat Rovira i Virgili, Department of Business, Reus, España) y Victoria Vampa (Facultad de Ingeniería, UNLP, Argentina).

Referencias

[1] Davis, S.J., 2016. An Index of Global Economic Policy Uncertainty. Technical Report 22740. National Bureau of Economic Research. Cambridge, MA, USA.

[2] Torrence, C., Compo, G.P., 1998. A Practical Guide to Wavelet Analysis. Bulletin of the American Meteorological Society 79, 61–78.

MÉTODOS DE TIME SPLITTING DE ALTO ORDEN PARA UNA ECUACIÓN NO LINEAL DE GROSS-PITAEVSKII

Roberto Ben
Instituto del Desarrollo Humano, Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
rben@campus.ungs.edu.ar

Consideramos el problema de valores iniciales dado por la ecuación

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t}(\mathbf{x},t) = -\frac{1}{2}\nabla^2\psi(\mathbf{x},t) + \left(V(\mathbf{x},t) + \beta|\psi(\mathbf{x},t)|^2\right)\psi(\mathbf{x},t),\ \mathbf{x}\in\Omega,\ t\in[0,T],$$

con dato inicial $\psi(\mathbf{x},t_0) = \psi_0(\mathbf{x})$, $\Omega \subseteq \mathbb{R}^d$, $d \in \{1,2,3\}$. Esta ecuación no lineal de Gross-Pitaevskii (GPE) describe la dinámica de sistemas cuánticos de condensados de Bose-Einstein.

En este trabajo presentamos un enfoque numérico para obtener soluciones de la GPE bidimensional ($d = 2$), con potencial cuadrático $V(\mathbf{x},t) = \frac{1}{2}\gamma^2(x_1^2 + x_2^2)$. Calculamos el estado fundamental combinando métodos de splitting [1, 2] en el tiempo con la técnica de descenso por el gradiente. Abordamos también el estudio de la dinámica del problema de Cauchy tomando como dato inicial el estado fundamental calculado. Estudiamos la precisión de los resultados numéricos y la eficiencia de los métodos considerando diferentes órdenes de convergencia y pasos temporales. Comparamos con otros esquemas de orden alto utilizados en la literatura [3].

Trabajo en conjunto con Agustín Besteiro (Centro de Matemática Aplicada, Instituto de Tecnologías Emergentes y Ciencias Aplicadas (ITECA), Universidad Nacional de San Martín - CONICET, Buenos Aires, Argentina) y Diego Rial (Instituto de Matemática Luis Santaló, CONICET–UBA y Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Argentina).

Referencias

[1] J. P. Borgna, M. De Leo, D. Rial, and C. Sanchez de la Vega. General Splitting methods for abstract semilinear evolution equations. Commun. Math. Sci, Int. Press Boston, Inc. (2015), pp. 83–101.

[2] M. de Leo, D. Rial, and C. F. S. de la Vega, High-order time-splitting methods for irreversible equations, IMA J. Numer. Anal., (2015), pp. 1842–1866.

[3] Y. Fu, D. Hu, and G. Zhang, Arbitrary high-order exponential integrators conservative schemes for the nonlinear gross-pitaevskii equation, Computers and Mathematics with Applications, 121 (2022), pp. 102–114.

Relatividad General y Superficies Características: cronología del Formalismo de Superficies Nulas

Melina Bordcoch
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Universidad Nacional de Catamarca, Argentina
mbordcoch@exactas.unca.edu.ar

La Relatividad General es la rama de la física que mejor describe el fenómeno de gravitación. Enunciada por Albert Einstein en 1916 relaciona de manera directa la materia y energía presentes en una región con la geometría de esa región afirmando, de esta forma, que la gravedad es la curvatura del espaciotiempo. En 1983 se establece el Formalismo de Superficies Nulas (NSF) de la Relatividad General, un nuevo lenguaje para escribir las ecuaciones de Einstein (tradicionalmente escritas en términos tensoriales) que utiliza funciones que representan una familia de superficies nulas que folian el espaciotiempo. Entre 1995 y 1997 se escribió el conjunto de ecuaciones cinemáticas y dinámicas del NSF totalmente equivalentes a las ecuaciones de Einstein. Este conjunto está conformado por cinco ecuaciones complejas para las cuales las superficies nulas son, a la vez, fuente e incógnita. Se consiguió la solución a dichas ecuaciones a orden cero y uno en términos del dato libre, sin poder avanzar hacia los órdenes superiores debido a la dificultad manifiesta de las ecuaciones tal y como estaban escritas en aquellos años. En el 2016, se logró reducir el conjunto NSF a tres ecuaciones reales donde el rol del dato libre está bien definido y los términos de fuente son claros y concisos. En este trabajo se presenta la evolución cronológica de las ecuaciones del Formalismo de Superficies Nulas de la Relatividad General junto a la solución conseguida hasta segundo orden.

Trabajo en conjunto con Teresita Alejandra Rojas (CREAS CONICET Catamarca y Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Catamarca).

Evolución de la estructura simpléctica y la aplicación momento en sistemas Hamiltonianos discretos forzados

Matías Ignacio Caruso
Centro de Matemática de La Plata, Universidad Nacional de La Plata, Argentina
mcaruso@mate.unlp.edu.ar

Los sistemas mecánicos forzados forman una rica familia de sistemas dinámicos que permiten modelar una gran cantidad de sistemas de interés en robótica e ingeniería. La formulación Lagrangiana de estos sistemas está bastante desarrollada tanto en el mundo continuo como en el discreto. Sin embargo, no es así para el formalismo Hamiltoniano, donde la versión discreta está mucho menos desarrollada. El caso sin fuerzas, en el que es bien conocida la existencia de magnitudes conservadas por el flujo del sistema, ha sido estudiado por ejemplo en [1-5]; por el contrario, poco se sabe en presencia de fuerzas.

En esta comunicación, recordaremos la definición de sistema Hamiltoniano discreto forzado para sistemas cuyo espacio de configuraciones es un $\mathbb{R}$-espacio vectorial, y estudiaremos propiedades tales como la evolución de estructuras simplécticas y de aplicaciones momento por el flujo del sistema. Veremos también que, en ausencia de fuerzas, se recuperan los resultados usuales de conservación.

Trabajo en conjunto con Javier Fernández (Depto. de Matemática, Instituto Balseiro, UNCU–CNEA), Cora Tori (Depto. de Cs. Básicas, Fac. Ingeniería, UNLP; Centro de Matemática de La Plata) y Marcela Zuccalli (Depto. de Matemática, UNLP; Centro de Matemática de La Plata).

Referencias

[1] Clavero, F. J. (2014), Sistemas mecánicos discretos, Tesis de Licenciatura, Instituto Balseiro – U. N. de Cuyo y C.N.E.A.

[2] Lall, S. y M. West (2006), Discrete variational Hamiltonian mechanics, J. Phys. A 39.19, 5509–5519.

[3] Leok, M. y Zhang, J. (2011), Discrete Hamiltonian Variational Integrators, Journal of Numerical Analysis 31, 1497–1532.

[4] Marsden J. E. y West M. (2001), Discrete mechanics and variational integrators, Acta Numerica 10, 357–514.

[5] Schmitt, J. M. y M. Leok (2017), Properties of Hamiltonian variational integrators, IMA Journal of Numerical Analysis 38.1, págs. 377–398.

ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES Y PREDICCIÓN DE CASOS DE DENGUE EN EL NORTE ARGENTINO USANDO REDES NEURONALES

Ezequiel Francisco Chocobar
Facultad de Ciencias Exactas - Universidad Nacional de Salta , Argentina
ezequiel.chocobar@exa.unsa.edu.ar

El Dengue es una enfermedad infecciosa que persiste en regiones con climas tropicales. En Argentina cada año se reportan casos de esta enfermedad. Particularmente en el Departamento de Orán, ubicado al norte de la provincia de Salta, la incidencia de esta infección aumenta año tras año. Desarrollamos modelos basados en dos tipos de redes neuronales para predecir infecciones de Dengue en esa región. Estas redes neuronales son las llamadas MLP (perceptrón multicapa) y LSTM (Long short-term memory). Primeramente hacemos un análisis de la serie temporal. epidemiológica, es decir cantidad de casos de dengue reportados por semana epidemiológica. Estos datos están disponibles en el sitio web del Ministerio de Salud de la Nación. También tenemos en cuenta los datos climáticos de la zona, como la temperatura, humedad y precipitaciones, los cuales fueron obtenidos del Servicio Meteorológico Nacional. Analizamos la correlación y autocorrelación de esas variables para mostrar si los datos presentan estacionalidad. Para el entrenamiento y testeo de los modelos consideramos la temperatura, humedad, precipitaciones, infecciones y el tiempo. Concluimos que nuestro modelo basado en una red LSTM es capaz de predecir la incidencia de dengue durante varios meses con una alta precisión.

Trabajo en conjunto con Fátima Elisabeth Chauque (Universidad Nacional de Salta, Argentina), Gisela Estefanía Jaime (Universidad Nacional de Salta, Argentina) y Sebastián David López (INENCO Salta, Argentina).

Referencias

[1] Ministerio de Salud Publica de la Provincia de Salta. Boletín Epidemiológico N° 67. 2024.

[2] Datos Argentina. Vigilancia de las enfermedades por virus del Dengue y Zika. 2024. url: https://datos.gob.ar/dataset/salud-vigilancia-enfermedades-por-virus-dengue-zika.

[3] Chathurangi Edussuriya, Sampath Deegalla e Indika Gawarammana. ≪An accurate mathematical model predicting number of dengue cases in tropics≫. En: PLoS neglected tropical diseases 15.11 (2021), e0009756.

[4] Sebastian Lopez. Introducción al análisis de series temporales con machine learning. 2024. url: https://github.com/sebastlop/series-temporales-machine-learning.git.

ANÁLISIS DE LA PROPAGACIÓN DE UNA EPIDEMIA SOBRE REDES RGG

Romina Cobiaga
Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina
romina.cobiaga@uns.edu.ar

Los modelos compartimentales, como el modelo SIR, son válidos bajo la hipótesis de mezcla homogénea, donde se asume que cada individuo está en contacto con todos los demás. Sin embargo, esta suposición no es razonable para poblaciones muy grandes.

Para abordar esta realidad poblacional, las redes RGG son de gran utilidad. Estas redes representan nodos dispuestos aleatoriamente en el espacio y conectados según una distancia umbral, lo que las hace versátiles y realistas ya que podemos pensar que dichos nodos representan ciudades, barrios o regiones urbanas.

En este trabajo, presentamos los avances de nuestra investigación sobre la propagación de enfermedades infecciosas en estas redes utilizando, para la dinámica de cada nodo, un modelo basado en ecuaciones diferenciales ordinarias, específicamente el modelo SIR. Exploramos diferentes escenarios de brotes epidémicos utilizando redes RGG de distintos tamaños y distribuciones espaciales para obtener información detallada sobre la dinámica de propagación de la enfermedad.

Se analizaron indicadores epidemiológicos relevantes como el tiempo hasta alcanzar los picos de la epidemia, el número básico de reproducción R_0, el total de individuos infectados y la duración total de la epidemia. Además, se realizó un análisis estadístico detallado que incluyó la distribución de varias variables y explicando las relaciones entre ellas.

Trabajo en conjunto con Guillermo Capobianco (Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca), Beatriz Marrón (Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca) y Walter Reartes (Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca).

Referencias

[1] M. J. Keeling and P. Rohani, Modeling infectious diseases in humans and animals, Princeton University Press, 2011.

[2] H. W. Hethcote, The mathematics of infectious diseases, SIAM review, 42 (2000), pp. 599–653.

[3] C. Nowzari, V. M. Preciado, and G. J. Pappas, Analysis and control of epidemics: A survey of spreading processes on complex networks, IEEE Control Systems Magazine, 36 (2016),pp. 26–46.

[4] M. Penrose, Random geometric graphs, Oxford University Press, 2008.

ESTIMACIÓN DE LA EMERGENCIA DE ADULTOS DEL MOSQUITO *Aedes albifasciatus* MEDIANTE UN MODELO MATEMÁTICO-COMPUTACIONAL

Alejandra Gallego
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNCPBA), Argentina
alemania91@gmail.com

Los mosquitos (Diptera: Culicidae) tienen un ciclo de vida que incluye una fase acuática de estadios inmaduros (huevo, larva y pupa) y una fase aérea de adulto. Las especies cuyas hembras colocan sus huevos en suelos húmedos propensos a inundarse (charcos temporarios) se conocen como mosquitos de inundación. Estos se caracterizan por presentar explosiones demográficas, es decir, una gran cantidad de adultos emergen de los charcos temporarios y provocan picaduras masivas a los ciudadanos que se encuentran en los distintos espacios verdes. Los factores climáticos y ambientales tales como la temperatura, la precipitación, la duración del charco temporario (hidroperiodo) y las condiciones previas a la sequía y durante la misma influyen fuertemente en la eclosión de los huevos y en el desarrollo de larvas y pupas. En Argentina, *Aedes albifasciatus* es el mosquito de inundación de mayor distribución geográfica y responsable de la transmisión de la Encefalitis Equina del Oeste. Esta enfermedad reemergente, ha sido detectada en caballos y humanos durante fines del 2023 e inicios del 2024.

En el presente trabajo se estima la fecha a partir de la cual será posible observar ejemplares adultos de *Ae. albifasciatus* en espacios verdes luego de un evento de lluvia. Para ello se combinan tres modelos matemáticos que se implementan en un algoritmo computacional. El primero permite estimar la probabilidad de que las larvas alcancen el estadio de pupa cuando se dan ciertas condiciones climáticas/ambientales asociadas al momento del muestreo mediante una función de ligadura logit. El segundo modelo, describe el tiempo necesario para que las larvas completen su desarrollo (tiempo de desarrollo larval) en función de la temperatura. Este modelo no lineal, se construyó teniendo en cuenta las temperaturas umbrales para la especie y región de estudio, es decir, la temperatura mínima a partir de la cual sería posible observar desarrollo larval y la temperatura máxima a partir de la cual la especie no podría continuar su desarrollo. Ambos modelos fueron parametrizados con datos del Servicio Meteorológico Nacional y datos obtenidos en los muestreos de larvas y pupas realizados a campo entre septiembre del 2019 y junio del 2021 en la ciudad de Tandil, provincia de Buenos Aires. Finalmente, el tercero es un modelo lineal que describe el tiempo necesario para que las pupas culminen su desarrollo, y se ajustó con datos de la bibliografía correspondientes a dos regiones de Argentina ubicadas una al norte y otra al sur de la ciudad de Tandil.

Dado que la mortalidad entre el estadio pupal y adulto es considerada despreciable, se suele asumir que las larvas que alcanzan el estadio pupal serán adultos. La implementación del algoritmo construido en este trabajo, que involucra los tres modelos antes descriptos, podría ser una herramienta que permita pronosticar cuántos días después de una lluvia se observarán adultos en espacios verdes. De esta forma, la implementación conjunta de los modelos construidos puede transformarse en una herramienta que permita alertar a los vecinos para que eviten los espacios verdes en esas fechas o para que utilicen repelentes personales durante esos días.

Trabajo en conjunto con Vezzani Darío (Instituto Multidisciplinario sobre Ecosistemas y Desarrollo Sustentable, UNCPBA, Argentina) y Simoy Veronica (Instituto Multidisciplinario sobre Ecosistemas y Desarrollo Sustentable, UNCPBA, Argentina).

MODELOS MATEMÁTICOS Y SIMULACIONES DE LA TEORÍA BCS EN NÚCLEOS SUPERCONDUCTORES

Julián Franco Gelabert
Instituto Balseiro, Argentina
julian.gelabert@ib.edu.ar

En este trabajo se presenta una formulación matemática detallada y simulaciones de la teoría BCS (Bardeen-Cooper-Schrieffer) aplicadas a núcleos atómicos, utilizando isótopos de estaño y níquel como casos de estudio. La teoría BCS, originalmente desarrollada para describir la superconductividad en materiales sólidos, se adapta aquí para analizar el apareamiento de nucleones desde un enfoque matemático riguroso.

Se emplea el Modelo de Capas como base para desarrollar el formalismo de cuasipartículas y deducir las ecuaciones BCS a través de métodos de variacionales. Las ecuaciones obtenidas describen el comportamiento de los nucleones emparejados en el núcleo, análogos a los pares de Cooper en la superconductividad. Se realizaron cálculos numéricos precisos utilizando el programa BCSCONT, evaluando observables como el nivel de Fermi, probabilidades de ocupación y energías de separación de neutrones mediante métodos matemáticos avanzados.

El trabajo incluye una comparación rigurosa de los resultados numéricos con datos experimentales, validando la aplicación de la teoría BCS en la descripción de núcleos en la línea de goteo de neutrones. Además, se presenta una extensión del formalismo mediante las ecuaciones de Gorkov y el uso de funciones de Green, proporcionando una visión matemática profunda de la dinámica y estructura de los núcleos superconductores.

Las ecuaciones BCS fundamentales derivadas en este trabajo son:

$$\Delta = G \sum_k \frac{\Delta}{2E_k}$$

donde Δ es el gap de energía y E_k es la energía de cuasipartícula. La energía de separación de neutrones S_n se calcula como:

$$S_n(N, Z) = B(Z, N) - B(Z, N-1)$$

donde $B(Z, N)$ es la energía de ligadura del núcleo con Z protones y N neutrones.

El formalismo de Gorkov se desarrolla a partir de las funciones de Green, proporcionando soluciones algebraicas para las ecuaciones de movimiento:

$$\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - H\right) G(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\delta(t - t')$$

donde G es la función de Green y H es el Hamiltoniano del sistema.

Este estudio no solo aporta un enfoque matemático a la teoría BCS aplicada a la física nuclear, sino que también sugiere posibles extensiones y mejoras en la modelización matemática de sistemas complejos de muchos cuerpos.

ANÁLISIS DE UN PROBLEMA FRACCIONARIO PARA LA DINÁMICA DE LA POBLACIÓN DE UNA COLONIA DE ABEJAS MELÍFERAS

Fernando Ghioldi Gahona
Universidad Nacional de Rosario, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Escuela de Ciencias Exactas y Naturales, Depto.de Matemática. , Argentina
ferg@fceia.unr.edu.ar

La disminución de las poblaciones de colonias de abejas melíferas, fenómeno conocido como trastorno de colapso de colonias, es una preocupación a nivel mundial debido al decrecimiento que se viene evidenciando en la cantidad de abejas durante los últimos años. Estos insectos son los principales contribuyentes de la polinización y la interrupción de la misma podría causar serios problemas en la economía, la agricultura y la ecología. Existen diferentes modelos que describen la dinámica de la población de una colonia de abejas en los cuales se considera al polen y al néctar como las fuentes del alimento necesario para la misma. Entre ellos cabe destacar los modelos de [1], [2] y [3].

Por otro lado, motivado por aplicaciones en diversas áreas científicas (electricidad, magnetismo, mecánica, dinámica de fluidos, medicina, etc.), el cálculo fraccionario se encuentra en rápido desarrollo, lo que ha llevado a un gran crecimiento de su estudio en las últimas décadas. La derivada fraccionaria es un operador no local, esto convierte a las ecuaciones diferenciales fraccionarias en buenas candidatas para la modelización de situaciones en las que es importante considerar la historia del fenómeno estudiado ([4], [5], [6] y [7]), a diferencia de los modelos con derivada clásica donde esto no se tiene en cuenta.

En este trabajo, a partir de [8], se tratará un problema fraccionario multi-orden que describirá la dinámica de la población de una colonia de abejas utilizando el operador diferencial fraccionario de Caputo. Nuestro modelo dependerá del número C de abejas crías (huevos, larvas y pupas), del número O de abejas colmeneras (obreras jóvenes), el número R de abejas recolectoras (obreras adultas mayores) y de la cantidad f de alimento (polen y néctar) como ya se había mencionado antes.

Proponemos el siguiente modelo fraccionario no lineal, para $t \in [t_0, T]$, considerando $p, q, r, s \in (0, 1]$, respectivamente, como los órdenes de derivación de cada una de las 4 variables (C, O, R, f), con ciertos datos iniciales (no negativos):

$$
\begin{aligned}
&D^p C(t) = L\frac{f^2}{f^2+b^2}\frac{O}{O+v} - (\phi_0 + m_C)C\\
&D^q O(t) = \phi_0 C - \left(\alpha_{min} + \alpha_{max}\frac{b^2}{f^2+b^2} - \sigma\frac{R}{R+O}\right) O - m_O O\\
&D^r R(t) = \left(\alpha_{min} + \alpha_{max}\frac{b^2}{f^2+b^2} - \sigma\frac{R}{R+O}\right) O - m_R R\\
&D^s f(t) = -\gamma_C C - \gamma_A O + (c - \gamma_A)R\\
&C(t_0) = C_0, \quad O(t_0) = O_0, \quad R(t_0) = R_0, \quad f(t_0) = f_0.
\end{aligned}
$$

Principalmente, se realizará un análisis sobre la existencia y unicidad de soluciones en general y un estudio de estabilidad para casos especiales de particular interés. Se harán comparaciones con el problema clásico, donde solo interviene la derivada de primer orden.

Trabajo en conjunto con Melani Barrios (Universidad Nacional de Rosario - Conicet) y Gabriela Reyero (Universidad Nacional de Rosario).

Referencias

[1] S. Bagheri, M. Mirzale, A mathematical model of honey bee colony dynamics to predict the effect of pollen on colony failure, PLoSOne, 14(11): e0225632, (2019).

[2] D. Khoury, M. Myerscough, A. Barron, A quantitative model of honey bee colony population dynamics, PLoSOne, 6(4) e18491, (2011).

[3] D. Khoury, A. Barron, M. Myerscough, Modelling food and population dynamics in honey bee colonies, PLoSOne, Vol. 8, Issue 5, e59084, (2013).

[4] M. Barrios, G. Reyero, M. Tidball, Harvest management problem with a fractional logistic equation, Mathematica Pannonica New Series 27 /NS 1/(2021) 2, pp 152–163, Akadémiai Kiadó, DOI 10.1556 / 314.2021.00014, ISSN 0865-2090 (print) ISSN 2786-0752 (online), (2021).

[5] D. Bravo, M. Barrios, G. Reyero, Analysis of a fractional-order predator-prey model with harvest incorporating an Allee effect, Journal of Fractional Calculus and Applications, Vol.14(2),Nro. 8, ISSN: 2090-5858(online), ISSN:2090-584X(print), 2023.

[6] K. Diethelm, The analysis of fractional differential equations, Lecture Notes in Mathematics, Springer, (2010).

[7] A. Ferrari, E. Santillan Marcus, Study of a fractional-order model for HIV infection of CD4+ T-cells with treatment, Journal of Fractional Calculus and Applications, Vol. 11(2), (2020), pp. 12–22.

[8] Tugba Akman Yıldız, A fractional dynamical model for honeybee colony population, International Journal of Biomathematics Vol. 11, No. 4 (2018) 1850063 (23 pages) World Scientific Publishing Company DOI: 10.1142/S1793524518500638.

ESTIMACIÓN DE LA PROPORCIÓN DE TRABAJADORES DEPENDIENTES QUE CUMPLEN CON EL REQUISITO CONTRIBUTIVO BAJO UN ENFOQUE BAYESIANO

Melina Guardiola
Instituto de Matemática (INMABB), Dto. de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS) - CONICET, Bahía Blanca, Argentina
melinaval76@gmail.com

Una de las dimensiones del desempeño de cualquier sistema previsional es la cobertura; es decir qué porcentaje de población objetivo percibe jubilación o pensión. Para acceder a una prestación contributiva en Argentina (jubilación), es necesario cumplir con la edad mínima jubilatoria y haber aportado durante al menos 30 años. Por tal motivo, no es suficiente evaluar la proporción de trabajadores que en un determinado momento aportan al sistema (tienen empleos formales), sino que es necesario analizar las historias laborales en una ventana de tiempo, lo cual permite hablar de densidad contributiva.

En este trabajo se propone estudiar, mediante un análisis bayesiano secuencial, cómo puede ir actualizándose la estimación de la proporción de trabajadores que presentan un historial completo de aportes durante los años previos a alcanzar la edad mínima jubilatoria (θ), considerando sucesivas ventanas de tiempo.

Presentaremos un modelo probabilístico bayesiano para nuestro parámetro de interés $\theta \in [0, 1]$ y realizaremos inferencias utilizando dicho modelo como base. Contando con información hallada en trabajos sobre la temática, para modelar nuestro conocimiento a priori sobre θ, propondremos una familia de distribuciones conjugadas para la verosimilitud Binomial, aprovechando las virtudes de la conjugación. La actualización de las estimaciones se realizará utilizando los datos de la Muestra Longitudinal de Empleo Registrado (MLER) del Sistema Integrado Previsional Argentino (SIPA).

Trabajo en conjunto con Fernanda Villarreal (Instituto de Matemática (INMABB), Dto. de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS) - CONICET, Bahía Blanca, Argentina) y Milva Geri (Instituto de investigaciones económicas y Sociales del Sur (IIESS-CONICET), Dto. de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Bahía Blanca, Argentina).

Referencias

[1] Herrerias R. and Zamarripa G. (2023). Institutional Design of Pension Systems Versus Labor Market Structure: What Matters Most? Work, Aging and Retirement. Oxford University Press.

[2] Johnson, A.; Ott, M.Q. and Dogucu, M. (2022). Bayes Rules! An Introduction to Applied Bayesian Modeling. Chapman and Hall /CRC Texts in Statistical Science.

[3] Paulino, C.D., Amaral Turkman, M.A., Murteira, B. and Silva, G.L. (2018). Estatística Bayesiana, 2a Ed. Fund. Calouste Gulbenkian, Lisboa.

[4] Rofman, R.,and Oliveri, M. L. (2012). Un repaso sobre las políticas de protección social y la distribución del ingreso en Argentina. Económica, La Plata, 58, p. 97–128.

ANÁLISIS DE MECANISMOS PARA REDUCIR LA INEFICIENCIA EN LA UTILIZACIÓN DE UNA RED CONGESTIONADA

Elina M. Mancinelli
Universidad Nacional de Rosario, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, ECEN, Argentina
elina@fceia.unr.edu.ar

El problema del diseño de un plan óptimo de incentivos para conseguir un objetivo social en una red de transporte congestionada, es un problema complejo que aún sigue recibiendo atención.

Se considera una red de tráfico con usuarios que buscan minimizar su tiempo de recorrido. Los mismos serán clasificados según su nivel de aversión al riesgo. Al considerar esta incertidumbre se modifica su percepción de cada agente respecto de los costos asociados a sus acciones. La aversión al riesgo se modeliza a través de la incorporación de cierto tipo de jugadores, uno por cada clase, cuyo objetivo será perjudicar lo más posible a los conductores correspondientes.

Se diseña un mecanismo de incentivos (peajes o subsidios) para inducir un comportamiento individual que, al alcanzar un equilibrio multiclase, aproxime un equilibrio social, en este caso dado por la reducción del tiempo promedio de permanencia en la red.

Se comparan y analizan los resultados obtenidos para los distintos mecanismos propuestos.

Trabajo en conjunto con María Evangelina Alvarez (Universidad Nacional de Rosario, Fac. Ciencias Exactas, Ing. y Agr.) y Jorgelina Walpen (Universidad Nacional de Rosario, Fac. Ciencias Exactas, Ing. y Agr.).

Referencias

[1] Alvarez M.E., Mancinelli E.M., Walpen J., Incentivo para reducir el costo social en una red con usuarios pesimistas, Matemática aplicada, computacional e industrial, Volume 9, 339–342, ISSN: 2314-3282, 2023.

[2] Ferguson B. L., Brown P. N., Marden J. R., The effectiveness of subsidies and tolls in congestions games, IEEE Transactions on Automatic Control, 2021.

[3] Morandi V., Bridging the user equilibrium and the system optimum in static traffic assignment: a review, 4OR-Q J Oper Res 22, 89–119, 2024.

[4] Narahari Y., Game Theory and Mechanism Design, World Scientific Publishing Co. 2014.

[5] Roughgarden T., Selfish Routing and the Price of Anarchy, MIT Press, 2005.

ESTUDIO DE UN ESQUEMA DE ASIGNACIÓN DE TIEMPOS DE ROJO Y VERDE A LOS SEMÁFOROS DE UNA RED VEHICULAR URBANA MEDIANTE CADENAS DE MARKOV

Olga Micaela de los Angeles Noez
Universidad Nacional de Salta, Argentina
micka.noez1993@gmail.com

El presente trabajo pretende realizar un aporte a la modelización de ciertos aspectos de las redes urbanas de semáforos, utilizando herramientas específicas de la Matemática (concretamente, la teoría de los procesos markovianos ergódicos) para optimizar algunos parámetros que podrían permitir mayor fluidez en el tráfico. Casi cualquier conductor de vehículos se ha encontrado en la situación de tener que soportar un largo tiempo de espera ante la luz roja impuesta por un semáforo, mientras no pasa ningún vehículo en la dirección que en ese momento tiene luz verde. Más allá de la comprensible molestia para los conductores en particular, es altamente probable que la circunstancia provoque ineficiencias en el tránsito general de vehículos por ese sistema de semáforos. Consideramos que esa situación puede optimizarse adquiriendo una perspectiva global de la red en la que, por ejemplo, se analice cuáles son los semáforos en los que hay mayor concentración vehicular, y las direcciones más elegidas por los vehículos que llegan a los mismos para continuar su trayecto. Para tal fin, realizamos la modelización de una red semafórica como un proceso markoviano, cuyos estados y transiciones se fijan en base a la ubicación de cada semáforo, a sus interconexiones con otros semáforos, y al comportamiento estadístico (en cuanto a la dirección que seguirán) de los vehículos que arriban al mismo. Aplicando la técnica de desdoblamiento de estados por entradas ('incoming state splitting', típica de la Dinámica Simbólica) y otras consideraciones apropiadas, se logra que la cadena de Markov que modeliza la red sea ergódica [1,2] y, en consecuencia, su único vector invariante se torna una herramienta valiosa que permite predecir en cuáles semáforos, y más concretamente en qué dirección de cada uno de ellos, se concentra la mayor carga vehicular. De este modo se obtiene una perspectiva global de la dinámica de la red en su conjunto, y se logra un criterio para asignar los tiempos de luz roja y de luz verde a cada dirección de cada uno de los semáforos de la red, criterio cuya eficiencia puede testearse principalmente a través de la cantidad promedio de tiempo de luces rojas que en total debe esperar un vehículo que transita por el sistema, en relación al tiempo total promedio que permanece en el mismo. En este trabajo, se presentará la modelización de una red en la forma arriba descrita, junto con resultados de simulaciones en las que se contemplaron distintos esquemas de asignación de tiempos de rojo y verde a cada semáforo, de los cuales se aprecia que la asignación de tiempos que surge en base al vector invariante de la cadena resulta más eficaz, en comparación con otros esquemas de asignación de tales tiempos.

Trabajo desarrollado en el marco del proyecto de investigación C.I.U.N.Sa. N° 2728 "Propiedades dinámicas de autómatas celulares".

Trabajo en conjunto con Jorge Fernando Yazlle (Universidad Nacional de Salta, Argentina).

Referencias

[1] Probability and Random Processes. Grimmett, G.; Stirzaker, D. 3rd Edition, 2001.

[2] Stochastic Processes. Ross, S. 2nd Edition. John Wiley and Sons, 1995.

Estabilización del punto silla en el problema HNM.

Verónica E. Pastor
Dpto. de Matemática; Fac. de Ingeniería; UBA, Argentina
vpastor@fi.uba.ar

El problema de la estabilización de un sistema linealizado en un punto de equilibrio inestable mediante realimentación con sólo un retardo en la salida es referido como el problema de Huijberts-Michiels-Nijmeijer (HNM) en [1] donde se determinan condiciones para la estabilidad del lazo cerrado mediante el método de descomposición D.

Es sabido que si la linealización tiene un número impar de autovalores reales positivos no se pueden obtener parámetros de control para lograr la estabilización mediante las estrategias propuestas en [1], restricción conocida como ONL (del inglés, odd number limitation) ([2]), por tanto, el caso del punto silla está fuera su alcance.

El problema análogo en el caso unidimensional ha sido resuelto mediante el diseño de un método de control con ganancia periódica y realimentación basada en dos estados con retardo en [3]. El objetivo de este trabajo es la construcción de una estrategia con estas características para estabilizar un punto silla en el problema HNM.

Trabajo en conjunto con González Graciela A. (Dpto. de Matemática; Fac. de Ingeniería; UBA; CONICET; ggonzal@fi.uba.ar).

Referencias

[1] G.A. Leonov, M.M. Shumafov and, N.V. Kuznetsov. Delayed Feedback Stabilization and the Huijberts–Michiels–Nijmeijer Problem. Differential Equations, 52, 1707–1731 (2016).

[2] H. Kokame, K. Hirata, K. Konishi, and T. Mori. Difference feedback can stabilize uncertain steady states, IEEE Transactions on Automatic Control, 46(12), 1908–1913 (2001).

[3] V. E. Pastor, G. A. González,.Oscillating delayed feedback control schemes for stabilizing equilibrium points, Heliyon, 5(6) (2019).

Dinámica Poblacional y Control de Flebótomos: Un Modelo Matemático y su Análisis de Estabilidad

Noelia Adriana Melisa Velasquez
Universidad Nacional de Salta, Argentina
noeliavelasq@gmail.com

Las Leishmaniasis son un grupo de enfermedades parasitarias causadas por diferentes protozoos pertenecientes a la familia Tripanosomatidae, género Leishmania (Euglenozoa: Kinetoplastea), transmitidas al ser humano por la picadura de distintas especies de insectos flebótomos, en América del género Lutzomyia. Estos flebótomos, que son los vectores de la enfermedad, son diferentes según la especie de Leishmania [6].

Estas enfermedades se caracterizan por comprometer la piel, mucosas y vísceras. Dicho compromiso dependerá fundamentalmente de la especie de Leishmania, pero también de la respuesta inmune del huésped entre otros factores [6].

En Argentina se registraron 337 casos en el año 2021, de los cuales el 42correspondieron a la provincia de Salta (195/337); en el año 2022 se notificaron 79 casos de la enfermedad, demostrando la persistencia de la enfermedad en la provincia, principalmente en los departamentos San Martín y Orán, con foco en las localidades de Colonia Santa Rosa e Hipólito Yrigoyen, donde la presencia de flebótomos en las áreas sugiere una transmisión endémica [1] [5].

Para describir la dinámica poblacional de los flebótomos, se propone un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que considera tres etapas de su ciclo de vida: huevo (H), larva (L), pupa (P) y adulto (A). Los parámetros biológicos necesarios para el desarrollo de estos vectores se extraen de la literatura existente.

El control de los flebótomos se centra principalmente en los adultos, debido a que las larvas son difíciles de localizar y se encuentran ampliamente distribuidas, haciendo inviable su control [3]. Por ello, se propone un parámetro que contempla el tratamiento con insecticidas en la etapa adulta.

Se analiza y discute la estabilidad de los puntos de equilibrio del modelo propuesto con el fin de caracterizar de forma cualitativa las soluciones a partir del espacio fase y se derivan soluciones numéricas para distintos parámetros con el objeto de simular diferentes escenarios en las regiones mencionadas. Finalmente, se discute la viabilidad biológica de los resultados obtenidos.

Trabajo en conjunto con Betina Abad (Universidad Nacional de Salta. Facultad de Cs. Naturales, Argentina), Marcos Marreiro Salvatierra (Universidad do Estado de Amazonas, Brasil), Fátima Yáñez (Universidad Nacional de Salta. Facultad de Cs. Naturales, Argentina) y Juan Carlos Rosales (Universidad Nacional de Salta. Facultad de Cs. Exactas, Argentina).

Referencias

[1] Aramayo, L. V., Copa, G. N., Hoyos, C. L., Almazán, M. C., Juarez, M., Cajal, S. P.,and Gil, J. F. (2022). Leishmaniasis tegumentaria y flebótomos en la localidad de Colonia Santa Rosa del norte de Argentina. Revista argentina de microbiología, 54(2), 143–151.

[2] Ministerio de Salud Pública. Gobierno de la Provincia de Salta (2023). Boletín Epidemiológico. Dirección General de Coordinación Epidemiológica N° 5.

[3] Esteban, R. G., Molinero, M. Á. G.,and Escudero, M. L. D. F. (2020). Aproximación didáctica al estudio de los flebotomos y su control bajo el enfoque de “Una sola Salud”. Revista Madrileña de Salud Pública: REMASP, 4(8), 1–12.

[4] Quintana, M. G., Santini, M. S.,and Salomón, O. D. (2015). Vigilancia de insectos transmisores de leishmaniasis: Manual operativo para la comunidad: Clave pictográfica para identificación especies de flebótomos: Clarificación y montaje.

[5] Carlos Rosales, J.,and Hyun Mo, Y. (2007). Estimación del número básico de reproducibilidad para la leishmaniasis tegumentaria americana en dos sitios del noreste de la provincia de Salta, Argentina. Cadernos de SaúdePública , 23 , 2663-2671.

[6] Ministerio de Salud. Enfermedades infecciosas: leishmaniasis visceral. Diagnóstico de Leishmania Visceral. Guía para el equipo de Salud N°5. (Julio del 2021).

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 5: Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad

Un problema de autovalores para ecuaciones anisotrópicas

Juan Ignacio Ceresa Dussel
Instituto de Cálculo, CONICET-UBA, Argentina
ceresa.dussel@gmail.com

En este trabajo, nuestro interés radica en demostrar la existencia de valores críticos de los siguientes cocientes de tipo Rayleigh:

$$Q_p(u) = \frac{\|\nabla u\|_p}{\|u\|_p}$$

donde $p = (p_1, \dots, p_n)$,

$$\|\nabla u\|_p = \left(\sum_{i=1}^{n} \|u_{x_i}\|_{p_i}^{p_i} \right)^{1/p_i}$$

es una norma de Sobolev anisotrópica y

$$\|u\|_p = \left(\int \left(\dots \left(\int \left(\int |u|^{p_1}\, dx_1 \right)^{p_1/p_2} dx_2 \right) \dots dx_n \right) \right)^{1/p_n}$$

es una norma de Lebesgue anisotrópica.

Usando la teoría de Ljusternik-Schnirelmann, demostramos la existencia de una secuencia de valores críticos y también encontramos una ecuación de Euler-Lagrange asociada a los puntos críticos.

Trabajo en conjunto con Julián Fernández Bonder (UBA).

Un problema inverso de Cauchy para una ecuación hiperbólica como un problema generalizado de momentos

Maria Beatriz Pintarelli
Dep.de Matemática, Fac. de Ciencias Exactas, UNLP- Dep. Ciencias Básicas, Fac. Ingeniería, UNLP, Argentina
mariabpintarelli@gmail.com

El problema consiste en encontrar $h(t)$ y $w(x,t)$ en la ecuación

$$w_{tt}(x,t) - h(t) w_{xx}(x,t) = 0$$

sobre el dominio $E = \{(x,t);\ a_1 \le x \le b_1\ ;\ 0 < t \le b_2\}$ bajo condiciones de Cauchy usando las técnicas de problema generalizado de momentos.

El espacio subyacente es $L^2(0, b_2)$, donde $w(x,t)$ es dos veces diferenciable con respecto a x y t.

Es posible resolver numéricamente el problema usando las técnicas de problema inverso de momentos generalizados, esto es el método de expansión truncada.

Veremos que se puede encontrar una aproximación numérica para $h(t)$ y $w(x,t)$ en tres pasos. En los pasos uno y dos encontramos una aproximación para $w(x,t)$. En un tercer paso se encuentra una aproximación para la función $(-1 + h(t))w_{xx}(x,t)$. De aquí una aproximación para $h(t)$.

En cada paso se transforma una determinada ecuación en derivadas parciales en una ecuación integral. Esta ecuación integral tiene como incógnita una función para la cual se encuentra una aproximación numérica utilizando el método de expansión truncada. Para esto operamos sobre la ecuación integral para llegar a un problema de momentos generalizados.

Se obtienen cotas para el error de aproximación y se ilustra el método con ejemplos.

EL OPERADOR BIARMÓNICO EN ESPACIOS DE ORLICZ-SOBOLEV

Analía Silva
Departamento de Matemática, UNSL-IMASL, Argentina
analia.silva82@gmail.com

Dada G una función de Young, se define el operador g-Laplaciano como

$$\Delta_g u := \text{div}\left(g(|\nabla u|)\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right)$$

donde $g = G'$. En particular, cuando $G(t) = t^2/2$, Δ_g coindide con el clásico operador Laplaciano.

En esta charla proponemos abordar operadores del tipo g-Laplaciano de orden superior. Más precisamente, mostraremos una generalización a espacios de Orlicz-Sobolev de orden superior del clásico operador biarmónico $\Delta^2 = \Delta(\Delta)$.

Finalmente discutiremos algunas propiedades de dicho operador.

Trabajo en conjunto con Pablo Ochoa (UNCuyo-CONICET).

PERCOLACIÓN CON GRADO RESTRINGIDO ALEATORIO

Marco Antonio Ticse Aucahuasi
Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil
marco.ticse@gmail.com

En esta comunicación, presentamos el Modelo de Percolación de Grado Restringido en un Ambiente Aleatorio (MPGRAA) [1], aplicado la malla cuadrada $L^2 = (V, E)$. Este modelo establece restricciones aleatorias de grado que limitan el número máximo de conexiones que un vértice puede tener. Introducimos secuencias $\{U_e\}_{e\in E}$ de variables aleatorias i.i.d. en $U[0,1]$, así como una secuencia de enteros positivos $\{\kappa_v\}_{v\in V}$ de variables aleatorias i.i.d. tomando valores $j \in \{0,1,2,3\}$ con probabilidad ρ_j, donde cada secuencia está asociada a elos y vértices, respectivamente. Cada elo e intenta abrirse en el tiempo U_e, siendo exitoso únicamente si ambos vértices tienen grado menor que la restricción aleatoria κ_v. De este modo, el proceso introduce un componente estocástico en las conexiones entre los vértices. Enfatizamos algunas propiedades y resultados significativos inherentes a este modelo [2], que ofrecen una comprensión más profunda de las dinámicas de percolación en redes con restricciones aleatorias.

Trabajo en conjunto con Roger W. C. Silva (Universidade Federal de Minas Gerais) y Diogo C. dos Santos (Universidade Federal de Alagoas).

Referencias

[1] R. Sanchis, D. C. Dos Santos, R. W. Silva. Constrained-degree percolation in random environment. Ann. Inst. H. Poincaré Probab Statist., 58(4) (2022), 1887–1899.

[2] G. Grimmett. Percolation (1999). Springer, Berlin, 2nd ed.

DEPOSICIÓN BALÍSTICA DE LARGO ALCANCE.

Sebastian Zaninovich
IMAS - CONICET, Argentina
sebazaninovich@gmail.com

El proceso de deposición balística es un modelo clásico en probabilidad donde en cada sitio de $\mathbb{Z}^d$ caen bloques en tiempos exponenciales y se adhieren al primer lugar de contacto con la superficie que ellos mismos forman. Esto constituye una regla dura. Es sabido que esta superficie crece linealmente en el tiempo pero es muy poco lo que se sabe de sus fluctuaciones. En esta charla proponemos un modelo alternativo donde reemplazamos la regla dura por una regla suave, con la esperanza de poder obtener mayor información sobre las fluctuaciones. Comentaremos los resultados obtenidos hasta el momento, así como las ventajas que ofrece este modelo.

Trabajo en conjunto con Pablo Groisman (Exactas - UBA / IMAS - CONICET) y Santiago Saglietti (PUC - Chile).

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 6: Estadística, Ciencia de Datos e Inteligencia Artificial

SISTEMAS DE RECOMENDACIÓN PARA DATOS EN ALTA DIMENSIÓN: UNA NUEVA PROPUESTA METODOLÓGICA BASADA EN CESTAS DE CONSUMO

Maria Florencia Acosta
FICH-UNL, Argentina
ma.flor.acosta@gmail.com

Los sistemas de recomendación son herramientas matemáticas que, a partir de datos nos recomiendan productos o servicios. Los más conocidos son los que utilizan las plataformas de transmisión de contenido (streaming), pero cada vez se utilizan más en comercio electrónico, bancos, plataformas de enseñanza, entre otros.

Un sistema de recomendación no es más que un método de filtrado que toma la información relevante para el problema, descartando la información que no es completamente informativa para el mismo. La mayoría de los métodos de recomendación se basan en factorización de matrices, y pueden ser del tipo colaborativo o no colaborativo. El primero, se basa en utilizar la información de usuarios para realizar la recomendación, mientras que el segundo solo utiliza la información del usuario en cuestión. Estos métodos son basados en datos (data-driven) y por lo tanto son métodos automáticos, que necesitan ser entrenados a partir de bases de datos confiables.

Para el caso particular de métodos de recomendación basados en análisis de cestas de consumo, la cantidad de productos involucrados en el problema puede ser significativamente mayor a la cantidad de cestas, por lo que el problema se torna de alta dimensionalidad, surgiendo en este caso una matriz de cesta-productos dispersa (sparse). Las metodologías clásicas utilizadas en este tipo de problemas generalmente utilizan matrices de cesta-productos binarias, reglas de asociación y/o medidas de similaridad que no contemplan la alta dimensionalidad del problema.

En el presente trabajo proponemos un nuevo método basado en aglomerado (clustering) que utiliza una matriz de cesta-productos sparse compuesta por la participación en las ventas totales de cada producto, donde las recomendaciones surgen de acuerdo a la similaridad de las cestas de consumo pero considerando el peso que tiene cada producto en las ventas totales. A su vez, se utiliza una medida de similaridad apta para alta dimensionalidad de los datos, buscando pesar los agrupamientos con otros factores relevantes para el sistema de recomendación como ser el tamaño del cliente, la asignación del gasto, y la importancia del ítem recomendado en los ingresos por ventas. Mas aún, este método resulta invariante ante cambios generalizados de precios, resultando así adecuado en contextos inflacionarios.

La motivación de esta metodología surge de la necesidad de una firma mayorista que vende alrededor de 1500 productos alimenticios y busca recomendar productos a sus clientes considerando no sólo la probabilidad de compra sino también su relevancia al ingreso por venta generado.

Trabajo en conjunto con Rodrigo García Arancibia (UNL & CONICET), Pamela Llop (FIQ-UNL & CONICET) y Mariel Guadalupe Lovatto (FIQ-UNL & CONICET).

Referencias

[1] Sarkar, Soham and Ghosh, Anil K, On perfect clustering of high dimension, low sample size data, IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, (9) 42, 2257–2272 , 2019, IEEE.

[2] Hahsler, Michael and Grün, Bettina and Hornik, Kurt, Arules-A computational environment for mining association rules and frequent item sets, Journal of statistical software, (15) 14, 1–25, 2005, University of California at Los Angeles.

[3] Boztg, Yasemin and Reutterer, Thomas, A combined approach for segment-specific market basket analysis, European Journal of Operational Research, (1) 187, 294–312, 2008, Elsevier.

[4] Reutterer, Thomas and Dan, Daniel, Cluster analysis in marketing research, Handbook of market research, 221-249, 2021, Springer.

[5] Hahsler, Michael and Karpienko, Radoslaw, Visualizing association rules in hierarchical groups, Journal of Business Economics, 87, 317–335, 2017, Springer.

ANÁLISIS DE INTERACCIONES DE ALTO ORDEN EN SEÑALES DE IEEG Y MEG A TRAVÉS DE CUANTIFICADORES Y DISTANCIAS ENTRE HIPERGRAFOS EN DISTINTOS ESTADOS CEREBRALES

Dalma Bilbao
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral - IMAL, CONICET, UNL, CCT CONICET Santa Fe, Argentina
bilbaodalmaanahi@gmail.com

En 1960, Claude Berge propuso la teoría de hipergrafos como una extensión natural de la teoría de grafos, permitiendo representar interacciones de orden superior. Formalmente, un hipergrafo no dirigido es un par $\mathcal{H} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$, donde $\mathcal{V}$ es el conjunto de vértices y $\mathcal{E}$ es un subconjunto de partes no vacías de $\mathcal{V}$ que cubren $\mathcal{V}$. Los elementos de $\mathcal{E}$ se llaman hiperaristas, es decir, $e \neq \emptyset$ para todo $e \in \mathcal{E}$ y $\bigcup_{e \in \mathcal{E}} e = \mathcal{V}$.
En neurociencia, la caracterización y diferenciación de estados cerebrales son fundamentales para comprender los mecanismos subyacentes en diversas funciones cognitivas y patologías neurológicas. La capacidad inherente de los hipergrafos para establecer relaciones de alto orden permite modelar las múltiples conexiones existentes entre diferentes regiones cerebrales a partir de datos de Electroencefalograma (EEG) y Magnetoencefalograma (MEG), capturando así la complejidad de las conexiones neuronales. Existe una amplia literatura sobre medidas de disimilitud de grafos. Algunos de estos conceptos permiten inducir distancias naturales entre hipergrafos, al considerar el hipergrafo como un grafo ponderado no dirigido inducido por su matriz de adyacencia $\mathcal{A}(\mathcal{H})$.

En este trabajo, proponemos un enfoque innovador que utiliza tres cuantificadores asociados a un hipergrafo:

Entropía, $S(H) = -\sum\_i = 1^{n-1} \lambda\_i \log\_2 \lambda\_i$, siendo λ_i los autovalores asociados a la matriz laplaciana del hipergrafo $L(H)$.

Centralidad de vértices, $C\_1(v) = d(v) = \sum\_e \in E h(v, e)$.

Centralidad de hiperaristas, $C\_2(e) = \delta(e) = \sum\_v \in V h(v, e)$, donde $h(v, e)$ representa un elemento de la matriz de incidencia H de H.

A partir de estos cuantificadores, definimos tres nociones de distancias entre hipergrafos con el mismo número de vértices y el mismo número de hiperaristas.

Distancia Espectral: Dados los hipergrafos $\mathcal{H} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ y $\tilde{\mathcal{H}} = (\mathcal{V}, \tilde{\mathcal{E}})$, sean H y $\tilde{H}$ sus respectivas matrices de incidencia, $\mathcal{L}$ y $\tilde{\mathcal{L}}$ los laplacianos normalizados asociados. Las matrices Laplacianas $\mathcal{L}$ y $\tilde{\mathcal{L}}$ proporcionan los autovalores correspondientes $0 = \lambda\_0 \leq \lambda\_1 \leq \ldots \leq \lambda\_n - 1$ y $0 = \tilde{\lambda}\_0 \leq \tilde{\lambda}\_1 \leq \ldots \leq \tilde{\lambda}\_n - 1$. Estas dos secuencias, consideradas como vectores en $\mathbb{R}^{n-1}$, tienen definidas las p-distancias, $1 \leq p < \infty$

$$D_s^p(\mathcal{H}, \tilde{\mathcal{H}}) = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} |\lambda_i - \tilde{\lambda}_i|^p \right)^{1/n}.$$

El caso más importante es $p = 2$, que define la estructura del espacio de Hilbert en $\mathbb{R}^{n-1}$.

Distancia de Centralidad de Vértices: Dados $\mathcal{H}$ y $\tilde{\mathcal{H}}$. Denotemos C y $\tilde{C}$ a las respectivas funciones de centralidad de vértices

$$C(v) = \sum_{e \in \mathcal{E}} h(v, e) \ \text{ y } \ \tilde{C}(v) = \sum_{\tilde{e} \in \tilde{\mathcal{E}}} h(v, \tilde{e})$$

Una disimilitud entre $\mathcal{H}$ y $\tilde{\mathcal{H}}$ que toma en cuenta la centralidad de los vértices está dada por

$$D_{vc}(\mathcal{H}, \tilde{\mathcal{H}}) = \max_{v \in \mathcal{V}} |C(v) - \tilde{C}(v)|.$$

Distancia de Centralidad de Hiperaristas: Sean $\mathcal{H}$ y $\tilde{\mathcal{H}}$ dos hipergrafos con el mismo número de hiperaristas $m = |\mathcal{E}| = |\tilde{\mathcal{E}}|$. Los datos empíricos y la construcción del modelo que usaremos generan un orden natural, dado por las bandas de frecuencias, para los dos conjuntos de hiperaristas $\mathcal{E} = \{e\_1, \ldots, e\_m\}$ y $\tilde{\mathcal{E}} = \{\tilde{e}\_1, \ldots, \tilde{e}\_m\}$. En esta situación, una distancia basada en la centralidad de hiperaristas entre $\mathcal{H}$ y $\tilde{\mathcal{H}}$ puede definirse por

$$D_{hc}(\mathcal{H}, \tilde{\mathcal{H}}) = \max_{i=1,\ldots,m} |C(e_i) - \tilde{C}(\tilde{e}_i)| = \max_{i=1,\ldots,m} \left| \sum_{v \in \mathcal{V}} h(v, e_i) - \sum_{\tilde{v} \in \tilde{\mathcal{V}}} h(v, \tilde{e}_i) \right|.$$

Con estas distancias definidas, nuestro estudio se centra en su aplicación sobre hipergrafos que modelan distintos estados de sueño en ratas y distintos estados de epilepsia en humanos, siendo nuestro objetivo poder diferenciar entre estos distintos estados cerebrales en cada uno de los casos bajo estudio. Para ello trabajamos sobre hipergrafos construidos a partir de tres conjuntos de datos reales de señales neurofisiológicas. El primer conjunto consiste en registros de iEEG intracraneal de nueve ratas, cada una en cuatro estados de sueño distintos: vigilia activa (AW), movimiento ocular rápido (REM), vigilia tranquila (QW) y sueño no REM (NREM). El segundo conjunto incluye EEG de cuero cabelludo con 19 electrodos, obtenidos de seis pacientes epilépticos en diferentes estados cerebrales. Por último, el tercer conjunto de datos contiene señales de magnetoencefalografía (MEG) de dos pacientes con epilepsia generalizada, el primero con epilepsia generalizada primaria y el segundo con epilepsia generalizada secundaria. Los resultados muestran que estas nociones de distancias entre hipergrafos, obtenidos a partir de las seis bandas de frecuencias usuales en cada estado, permiten, razonablemente, distinguir diferentes estados cerebrales.

Trabajo en conjunto con Dr. Diego Mateos (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral - IMAL, CONICET, UNL, Santa Fe), y Dr Hugo Aimar del Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL-CONICET-UNL,Santa Fe).

TÉCNICAS MATRICIALES PARA LA CLASIFICACIÓN DE DISCURSOS PRESIDENCIALES

Ian Bounos
Universidad de Buenos Aires, Argentina
bounosian@gmail.com

En este trabajo se muestra cómo pueden utilizarse métodos de reducción de dimensionalidad basados en matrices para la clasificación de autores de discursos presidenciales. La representación de textos como matrices de frecuencias, en la cual cada columna es una palabra del vocabulario, suele presentar el desafío de la alta dimensionalidad, por lo cual es preciso utilizar técnicas para reducir dicha dimensión. En este estudio, se emplean 1108 discursos de los presidentes Alberto Fernández, Cristina Fernández de Kirchner y Mauricio Macri, obtenidos mediante técnicas de scraping de páginas oficiales. Se utilizan dos métodos de reducción de dimensionalidad basados en matrices: el Análisis de Componentes Principales (PCA) y la Factorización No Negativa de Matrices (NMF), con el objetivo de reducir la dimensión de las matrices y, en primer lugar, obtener una visualización de los discursos. En una segunda instancia, se utiliza la versión reducida como entrada para un algoritmo de K vecinos más cercanos, con el fin de clasificar los textos, es decir, determinar a qué presidente corresponde cada uno, con una separación entre el conjunto de datos de entrenamiento y testeo. Se concluye con una comparación de ambos métodos, no solo en términos cuantitativos, evaluando su rendimiento predictivo, sino también en términos cualitativos para permitir una interpretación más profunda de los resultados obtenidos.

Trabajo en conjunto con Dirección de Juan Pablo Pinasco (Universidad de Buenos Aires).

palabras clave: Natural language processing, Ciencia de datos, Non negative matrix factorization, Análisis de componentes principales.

ANÁLISIS DE DATOS Y APRENDIZAJE AUTOMÁTICO PARA ESTRATEGIAS DE CARRERA EN LA FÓRMULA 1: GP SILVERSTONE 2024

Ezequiel Francisco Chocobar
Facultad de Ciencias Exactas - Universidad Nacional de Salta , Argentina
ezequiel.chocobar@exa.unsa.edu.ar

En este estudio, exploramos técnicas avanzadas de análisis de datos aplicadas al contexto de un Gran Premio de Fórmula 1 (GP), centrándonos en un caso particular: el GP de Silverstone de 2024. Nuestro objetivo principal es mejorar la predicción del rendimiento de los pilotos y las estrategias de carrera mediante el uso de herramientas computacionales y técnicas estadísticas. Comenzamos utilizando Boxplots, diagrama de cajas y bigotes, para analizar los datos de la segunda sesión de práctica (FP2) previa al GP. Estos gráficos nos permiten visualizar la dispersión de los tiempos de vuelta de los pilotos, identificando tendencias y posibles discrepancias entre los competidores. En el caso nos pueden proporcionar indicadores clave sobre el rendimiento relativo de cada piloto, como la consistencia en el ritmo de carrera. Luego nos enfocamos en otros métodos para analizar la telemetría y datos meteorológicos para optimizar las estrategias de parada en boxes durante la carrera. Utilizamos modelos de regresión lineal para estimar la degradación de los neumáticos y redes neuronales recurrentes (LSTM) para predecir los tiempos por vuelta en tiempo real.

Nuestra metodología integra herramientas avanzadas de análisis de datos con programación en Python utilizando diferentes librerías, entre ellas FastF1. Las conclusiones obtenidas del análisis exploratorio y del modelado con aprendizaje automático (machine learning) nos permiten no solo optimizar estrategias actuales, sino también proponer futuros estudios que expandan el análisis a más variables y técnicas avanzadas.

Trabajo en conjunto con Cinthia Noelia del Valle Vides (Universidad Nacional de Salta, Argentina) y Esteban Ernesto Rodríguez (Universidad Nacional de Salta, Argentina).

Referencias

[1] C. Ahumada, Notas de Estadística Descriptiva, Universidad Nacional de Salta, 2015.

[2] J.L. Devore, Probabilidad y Estadísticas para Ingeniería y Ciencias, Cengage Learning, 2008.

[3] Rondelli, Massimo, The Future of Formula 1 Racing: Neural Networks to Predict Tyre Strategy, Universita di Bologna, Italia. 2022.

[4] E. Bahit, Curso: Python para principiantes, safecreative, 2012.

[5] C. Chatfield, The Analysis of Time Series: An Introduction, Sixth Edition. Reino Unido: CRC Press, 2003.

[6] https://docs.fastf1.dev/, Biblioteca con datos de F1

REGRESIÓN ROBUSTA PARA COMPOSICIONES CON DISTRIBUCIÓN DIRICHLET GENERALIZADA.

Marina Fragalá
Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
mfragala@campus.ungs.edu.ar

El problema del análisis estadístico de datos composicionales sigue siendo una fuente de preocupación desde que en 1897 Karl Pearson pusiera de manifiesto la inadecuación de los métodos estadísticos clásicos para el estudio de los mismos. Los datos composicionales son realizaciones de vectores aleatorios positivos de suma constante. Suelen darse en forma de proporciones, porcentajes o concentraciones. Son habituales en ciencias aplicadas como biología, química, geología, economía, medicina, sociología, etc. Por eso es tan imprescindible disponer de herramientas adecuadas para su análisis.

Una posible distribución para las composiciones es la Dirichlet. Como los modelos de Dirichlet no siempre ajustan bien, Monique Graf (2020) propuso una generalización de dicha distribución, denominada distribución Beta Generalizada Simplicial (SGB). Esta distribución es lo suficientemente flexible como para adaptarse a muchas situaciones prácticas. La estimación por máxima verosimilitud y los modelos de regresión SGB fueron desarrollados por la misma autora.

En esta charla propondremos generalizaciones robustas con buenas propiedades asintóticas. Analizaremos cómo se comportan estos estimadores en escenarios de simulación con outliers y lo compararemos con el estimador clásico de Graf.

Trabajo en conjunto con Marina Valdora (Instituto de Cálculo, Universidad de Buenos Aires - Conicet) y Alfio Marazzi (Facultad de Biología y Medicina, Universidad de Lausanne, Suiza).

Referencias

[1] Aitchison J. (1986). The statistical analysis of compositional data. Monographs on statistics and applied probability. Chapman and Hall Ltd (reprinted 2003 with additional material by the Blackburn Press, London (UK).

[2] Aitchison J. (2003). The Statistical Analysis of Compositional Data. The Black- burn Press, Caldwell, NJ.

[3] García Ben M., Martínez E., Yohai V.J. (2006). Robust estimation for the multivariate linear model based on a Tau-scale. Journal of Multivariate Analysis 97, 1600–1622.

[4] Graf M. (2020). Regression for compositions based on a generalization of the Dirichlet distribution. Statistical Methodsand Applications.

[5] Graf M. (2020). SGB: Simplicial Generalized Beta Regression, R package.

[6] Marazzi A., Valdora M., Yohai V.J., Amiguet M. (2019). A robust conditional maximum likelihood estimator for generalized linear models with a dispersion parameter. Test. 28(1), 223–241.

Análisis Estadístico de las Características Habitacionales de la Población de Cuyo . Censo 2022

Lilian Adriana Mallea
Universidad Nacional de San Juan, Argentina
lamallea@gmail.com

En el presente trabajo se analizan, desde un enfoque estadístico de datos clásicos y de datos simbólicos, las condiciones habitacionales de la población de Cuyo en viviendas particulares. La fuente es el INDEC y los datos corresponden al Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2022 de las provincias de San Juan, Mendoza y San Luis ([5], [6], [7]). En el análisis clásico, la unidad experimental o microdato es el Departamento de cada una de las provincias de Cuyo. Siguiendo este enfoque se lleva a cabo un Análisis Factorial Exploratorio y posterior Clustering a partir de los factores principales, [4]. Con el propósito de realizar un Análisis de Datos Simbólicos (ADS) se agrupan los departamentos en clases o macrodatos según dos conceptos que permiten obtener los objetos simbolicos (OS) [1] a analizar. Se agrupan de acuerdo al concepto "Departamentos centrales de la Provincia", en el que se incluye a Capital y sus departamentos aledaños, coincidentes aproximadamente, con los aglomerados urbanos de las respectivas provincias. El segundo de los conceptos se denomina "Otros departamentos". En ambos casos se obtienen tres OS. En el enfoque simbólico se realiza una visualización y descripción simbólica de los objetos obtenidos ([2], [3]). De esta forma se logra, con la complementación de ambos tipos de análisis de datos, caracterizar zonas de cada provincia de Cuyo de acuerdo a las caracteristicas de vivienda de su población, como así también comparar las condiciones habitacionales de la población de las tres provincias.

Palabras Clave: Población. Cuyo. Censo2022. Datos clásicos. Datos simbólicos.

Trabajo en conjunto con Jose Ernesto Torres (Universidad Nacional de San Juan) y Leonel Ganga (Universidad Nacional de San Juan).

Referencias

[1] L. Billard, L., Diday, E. Symbolic Data Analysis: Conceptual Statistics and Data Mining. 2007.

[2] H. Bock, E. Diday. Analysis of Symbolic Data: Exploratory methods for extracting statistical information from complex data. Springer-Verlar, Berlin-Heidelberg, 2000.

[3] E. Diday. An Introduction to Symbolic Data Analysis and the Sodas Software. University Paris,Dauphine, 2000.

[4] D. Peña. Análisis de datos multivariantes. Madrid, Mc Graw Hill. 2002.

[5] Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2022. Resultados Definitivos. Provincia de San Juan. INDEC.2023.

[6] Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2022. Resultados Definitivos. Provincia de Mendoza. INDEC. 2023.

[7] Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2022. Resultados Definitivos. Provincia de San Luis. INDEC. 2023.

Métodos de Predicción de Series Temporales Simbólicas de Intervalos.

Cecilia Evelyn Martínez
Universidad Nacional de San Juan - Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales., Argentina
cecilia.martinez@unsj-cuim.edu.ar

Los datos simbólicos son un paradigma de representación de la información que surge a fines de los ochenta (Diday, 1987) bajo la premisa de que las variables clásicas, es decir, aquellas que a cada individuo le asignan un único valor, no son capaces de representar con fidelidad algunas situaciones. El análisis de datos simbólicos nos presenta una nueva manera de procesar información de diversas clases. En este sentido, los datos simbólicos, a diferencia de los clásicos, permiten representar conceptos de una manera sintética y descriptiva. La característica fundamental de los datos simbólicos es que permiten la descripción de elementos o fenómenos donde exista una variabilidad interna. Los conceptos implican variabilidad ya que por ejemplo, las distintas realizaciones de ese concepto pueden ser algo diferentes entre sí. La variabilidad surge de manera natural al agregar observaciones; dicha agregación puede ser contemporánea, es decir, si se recopilan

observaciones recogidas en un mismo instante temporal o cuando el instante temporal no es importante, o bien, temporal, cuando el criterio de agregación es el tiempo y se recopilan observaciones ocurridas a lo largo de una unidad de tiempo, por ejemplo, una hora, un día, una año, etc.

Al tener una estructura distinta que la de los datos clásicos, las técnicas de análisis del paradigma clásico no son válidas para analizar los datos simbólicos. Por ello, es necesario desarrollar un nuevo catálogo de métodos que sean capaces de extraer el conocimiento de este nuevo tipo de datos. Éste es el propósito del análisis de datos simbólicos.

Nuestro trabajo se centra en la descripción y pronóstico de las Series Temporales Simbólicas de Intervalo (STI), las cuales proporcionan una ventaja única para explorar la evolución de variables a lo largo del tiempo y que pueden ser un paso vital a la hora de decidir y planificar estratégicamente.

El análisis y la predicción de series de tiempo de intervalo tienen aplicaciones significativas en una amplia gama de campos, desde la economía y la meteorología hasta la salud pública y la industria. Capturan cómo variables cambian con el tiempo, revelando patrones cambiantes ocultos, y proporciona la base para la detección de anomalías, la predicción de eventos futuros, y la comprensión de ciclos y tendencias.

En el presente trabajo se abordan cuestiones metodológicas relativas al modelado y pronóstico de las STI, la selección de técnicas apropiadas para su análisis e interpretación de los resultados. Las mismas se aplican a series temporales de intervalo en un contexto financiero, tomando como ejemplo el Índice de Dow Jones y el Índice S & P 500.

Trabajo en conjunto con Lilian Adriana Mallea (Universidad Nacional de San Juan, Argentina).

Referencias

[1] Arroyo Gallardo, Javier. Tesis para la obtencióon del título de doctor: Méetodos de Predicción para Series Temporales de Intervalos e Histogramas. Departamento de Organizacióon Industrial Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI) Universidad Pontificia Comillas. Madrid, 2008.

[2] Arroyo, Javier; Gonzáles Rivera, Gloria; Maté, Carlos. “Forecasting with interval and histogram data Some financial applications”.

[3] Diday, Edwin; Noirhomme Fraiture, Monique. “Symbolic data analysis and the SODAS software”.

[4] Diday, Edwin; Monique Noirhomme-Fraiture. “Symbolic Data Analysis and the SODAS Software”.

Reign-and-Conquer: Cluster Analysis with a Different Number of Clusters per Margin

Gabriel Martos Venturini
UTDT, Argentina
gmartos@utdt.edu

An often overlooked pitfall of model-based clustering is that it typically results in the same number of clusters per margin, an assumption that may not be natural in practice. We develop a clustering method that takes advantage of the sturdiness of model-based clustering, while attempting to mitigate this issue. The proposed approach allows each margin to have a varying number of clusters and employs a strategy game-inspired algorithm, named “Reign-and-Conquer”, to cluster the data. Since the proposed clustering approach only specifies a model for the margins, but leaves the joint unspecified, it has the advantage of being partially parallelizable; hence, the proposed approach is computationally appealing as well as more tractable for moderate to high dimensions than a “full” (joint) model-based clustering approach. A battery of numerical experiments on simulated data indicates an overall good performance of the proposed methods in a variety of scenarios, and real datasets are used to showcase their usefulness in practice.

Trabajo en conjunto con Miguel de Carvalho, The University of Edinburgh, UK y Andrej Svetlosak, The University of Edinburgh, UK.

Análisis de relaciones entre variables espaciales y de contexto en partidos de la Liga Española de Fútbol

Pablo Mislej
Instituto de Cálculo - Universidad de Buenos Aires, Argentina
pmislej@gmail.com

Durante un partido de fútbol se sucede una enorme cantidad de eventos, individuales y colectivos, entre los cuales se destacan las posiciones en el campo de juego que ocupan a cada tiempo T los 22 jugadores y la pelota; sumado a lo anterior podemos anexar el resultado parcial del encuentro, cuál de los equipos es local, la duración promedio de posesión del balón por cada escuadra, etc. Esta colección de variables espaciales y de contexto genera un ecosistema de información que -de contar con un muestrario significativo de partidos de un campeonato dado- permite obtener conclusiones acerca del comportamiento de los futbolistas en esa división.

En septiembre de 2023 el club de fútbol Real Racing Club de Santander, que milita en la Segunda División de España, y el Instituto de Cálculo de la Universidad de Buenos Aires, firmaron un convenio de colaboración para incentivar la investigación en temas de ciencia de datos aplicada al fútbol. En ese marco la Liga Española habilitó a que este grupo acceda a la información detallada que sobre cada partido de dicha competencia se trackea en la plataforma Mediacoach [1]. Se repasarán los diferentes hallazgos surgidos del estudio.

Trabajos como [2] y [3] de reciente publicación dan cuenta del tipo de análisis que emergen en esta línea de investigación.

Trabajo en conjunto con Andrés Farall (Universidad de Buenos Aires, Argentina), Diego Brunetti (Universidad de Buenos Aires, Argentina), Sebastián Ceria (Real Racing Club de Santander, España), Guillermo Durán (Universidad de Buenos Aires, Argentina), Manuel Durán (Universidad de Buenos Aires, Argentina) y Nicolás Marucho (Universidad de Buenos Aires, Argentina).

Referencias

[1] “Media Coach.” Wikipedia, La enciclopedia libre. URL https://en.wikipedia.org/wiki/Media_Coach.

[2] Lago-Peñas, Carlos, et al. “Do elite soccer players cover longer distance when losing? Differences between attackers and defenders.” International Journal of Sports Scienceand Coaching 16.3 (2021): 840–847.

[3] Lorenzo-Martinez, Miguel, et al. “Do elite soccer players cover less distance when their team spent more time in possession of the ball?.” Science and Medicine in Football 5.4 (2021): 310–316.

Test de Hipótesis para la varianza de un número grande de poblaciones.

Daniela Rodriguez
Universidad Torcuato Di Tella - Instituto de Calculo, CONICET, Argentina
0danielarodriguez@gmail.com

En esta charla presentaremos una propuesta de test de hipótesis para probar la igualdad de las varianzas de k poblaciones a partir de muestras independientes de cada una de ellas. En contraste con el escenario clásico, donde k se mantiene fijo y el tamaño de la muestra de cada población aumenta, aquí se asume que k es grande y el tamaño de cada muestra es pequeño en comparación con k. Se propone un nuevo test estudiando su distribución asintótica del estadístico bajo la hipótesis nula de igualdad de las k varianzas, así como bajo alternativas, lo que nos permite estudiar la consistencia del test. También se investigan dos aproximaciones bootstrap a la distribución nula del estadístico. Presentaremos un estudio de simulación para mostrar el comportamiento de la propuesta para muestras finitas y una aplicación a un conjunto de datos reales.

Trabajo en conjunto con María Dolores Jiménez Gamero (Universidad de Sevilla, España) y Marina Valdora (Universidad de Buenos Aires y CONICET, Argentina).

PRUEBAS DE HIPÓTESIS ROBUSTAS EN MODELOS PARCIALMENTE LINEALES DE ÍNDICE SIMPLE

María Florencia Statti
Instituto de Cálculo, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Argentina
florencia.statti@ic.fcen.uba.ar

Gran parte de la actividad en robustez concierne al proceso de estimación, pero más allá de desarrollar estimadores robustos, el problema de realizar tests robustos también merece gran atención. De hecho, los tests de hipótesis son parte de la práctica habitual que realiza una persona que trabaja con datos. Por ejemplo, cuando se ajusta un modelo lineal, después del proceso de estimación y a fin de completar el análisis, se suelen hacer tests individuales sobre cada parámetro para verificar si es nulo o no, y así facilitar la interpretación del ajuste realizado. Este trabajo se propone introducir un estadístico robusto que permita contrastar hipótesis que involucren a la componente lineal del modelo.

En general, los test robustos han recibido un tratamiento menos extendido que la estimación robusta. Sin embargo, es sabido que los procedimientos de tests de hipótesis basados en la metodología clásica suelen heredar su sensibilidad a datos atípicos, en el sentido de que una pequeña cantidad de observaciones puede afectar el nivel o la potencia de los tests.

Es así que desarrollar tests de hipótesis que bajo contaminación retengan un nivel de significación estable, es deseable. Los trabajos de Heritier y Ronchetti (1994) y Cantoni y Ronchetti (2001) figuran entre los primeros que van en esta dirección en el campo de modelos paramétricos, el primero en un contexto general, mientras que el segundo está más enfocado a un modelo lineal generalizado. Estos autores también investigan la estabilidad del nivel asintótico bajo contaminación. Más recientemente, Bianco, Boente y Martínez (2006) y Bianco y Martínez (2009) estudian tests robustos en el caso del modelo parcialmente lineal y en el modelo logístico, respectivamente. Maronna et al. (2019) tratan el problema de tests robustos y en particular, se ocupan en el modelo lineal de los tests robustos de tipo Wald.

Consideremos el Modelo Parcialmente Lineal de Índice Simple (MPLIS) en el que se observa un vector $(y, \mathbf{x}, \mathbf{t})$, donde la variable respuesta y se relaciona con los dos vectores de covariables $\mathbf{x}$ y $\mathbf{t}$ mediante la ecuación

$$y = \boldsymbol{\beta}_0^t \mathbf{x} + \eta_0(\boldsymbol{\theta}_0^t \mathbf{t}) + \sigma_0 \epsilon \,,$$

siendo $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^p$ y $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^q$, y donde $\boldsymbol{\beta}_0 \in \mathbb{R}^p$, $\boldsymbol{\theta}_0 \in \mathbb{R}^q$ y $\sigma_0 \in \mathbb{R}$ son parámetros desconocidos y la función real univariada continua η_0 también lo es. Además asumiremos que el error ϵ es independiente del vector de covariables $(\mathbf{x}, \mathbf{t})$.

Para que el modelo sea identificable, supondremos que $||\boldsymbol{\theta}_0|| = 1$ y que su primera componente es positiva, ya que por el hecho de que η_0 sea desconocida, sólo la dirección del vector $\boldsymbol{\theta}_0$ puede ser reconocida.

La complejidad intrínseca del modelo que presenta una parte paramétrica y otra no paramétrica, hacen que el estudio de tests de hipótesis se vuelva un mayor desafío. Liang et al. (2010) desarrollan pruebas de hipótesis lineales para los coeficientes lineal e índice simple y proponen un test de bondad de ajuste para la componente no paramétrica. Este trabajo utiliza un método de perfiles que, al basarse en mínimos cuadrados, permite que datos atípicos influyan en la estimación y en consecuencia, en los estadísticos de las pruebas de hipótesis que se consideran allí.

En este trabajo, se proponen pruebas de hipótesis que involucran al parámetro lineal basadas en un estadístico de tipo Wald con el objetivo de que sean resistentes a la presencia de un pequeño porcentaje de observaciones anómalas.

Suponemos que tenemos una muestra aleatoria de vectores $(y_i, \mathbf{x}_i, \mathbf{t}_i) \subset \mathbb{R}^{p+q+1}$ para $i \in \{1, ..., n\}$, que siguen el modelo antes descripto y el objetivo será decidir entre las hipótesis

$$H_0 : \boldsymbol{\beta}_0 = \boldsymbol{\beta}_* \quad \text{contra} \quad H_1 : \boldsymbol{\beta}_0 \neq \boldsymbol{\beta}_* \,.$$

Para evaluar el comportamiento de la propuesta se realizaron simulaciones para cuantificar niveles de significación y potencia de los tests, y compararlos con los obtenidos en versiones clásicas.

Gran parte de este trabajo es parte de la tesis de doctorado de la autora bajo la dirección de la Dra. Ana M. Bianco, que se puede descargar en https://web.dm.uba.ar/files/tesis_doc/statti.pdf

Referencias

[1] Bianco A., Boente G. y Martinez E. (2006) Robust tests in semiparametric partly linear models. Scandinavian Journal of Statistics, 33: 435–450.

[2] Bianco A. y Martinez E. (2009) Robust testing in the logistic regression model. Computational Statistics and Data Analysis, 53: 4095–4105.

[3] Cantoni E. y Ronchetti E. (2001) Robust inference for generalized linear models. Journal of the American Statistical Association, 96: 1022–1030.

[4] Heritier S. y Ronchetti E. (1994) Robust Bounded-Influence Tests in General Parametric Models. Journal of the American Statistical Association, Vol. 89, No. 427. 897–904.

[5] Liang H., Liu X., Li R. y Tsai C. L. (2010) Estimation and testing for partially linear single-index models. The Annals of Statistics, 38(6): 3811–3836.

[6] Maronna R. A., Martin R. D., Salibián-Barrera M. y Yohai V. J. (2019) Robust statistics: theory and methods (with R). Second edition - John Wileyand Sons, Ltd.

Estimación robusta en modelos lineales generalizados de alta dimensión

Marina Valdora
Universidad de Buenos Aires, Argentina
mvaldora@gmail.com

Los modelos lineales generalizados (GLM) son una herramienta importante en el análisis de datos. En problemas de alta dimensión, los métodos tradicionales fallan, porque se basan en la suposición de que el número de observaciones es mayor que el número de covariables. El problema de los datos de alta dimensión ha sido ampliamente estudiado y se han propuesto procedimientos penalizados; ver, por ejemplo, [1]. Si una pequeña proporción de los datos observados es atípica, los métodos clásicos para estos modelos se vuelven inestables y poco fiables. Estimadores robustos para modelos lineales de alta dimensión han sido propuestos en [2] y [3], entre otros. En [4] se introdujeron M-estimadores robustos penalizados para GLM, mientras que en [5] se propusieron estimadores robustos penalizados para la regresión logística. Los MT-estimadores propuestos en [6] son particularmente adecuados para GLM; sin embargo, necesitan buenas estimaciones iniciales; ver [7]. En este trabajo presentamos MT-estimadores penalizados para GLM, ilustramos sus propiedades teóricas y métodos computacionales y mostramos resutados de simulaciones y ejemplos.

Trabajo en conjunto con Claudio Agostinelli (Universidad de Trento, Italia).

Referencias

[1] J. Friedman, T. Hastie, and R. Tibshirani. The elements of statistical learning, volume 1. Springer, 2001.

[2] R.A. Maronna. Robust ridge regression for high-dimensional data. Technometrics, 53(1):44–53, 2011.

[3] E. Smucler and V.J. Yohai. Robust and sparse estimators for linear regression models. Computational Statisticsand Data Analysis, 111:116–130, 2017.

[4] M. Avella-Medina and E. Ronchetti. Robust and consistent variable selection in high-dimensional generalized linear models. Biometrika, 105(1):31–44, 2018.

[5] A.M. Bianco, G. Boente, and G. Chebi. Penalized robust estimators in sparse logistic regression. Test, 1–32., 2021.

[6] M. Valdora and V.J. Yohai. Robust estimators for generalized linear models. Journal of Statistical Planning and Inference, 146:31–48, 2014.

[7] C. Agostinelli, M. Valdora, and V.J. Yohai. Initial robust estimation in generalized linear models. Computational Statisticsand Data Analysis, 134:144–156, 2019.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 7: Lógica y Computabilidad

Cuasivariedades de hoops básicos

Gabriel Ignacio Bernal Ribotta
Universidad Nacional del Litoral (UNL), Argentina
gabrielgib.bernal@gmail.com

Un hoop es un álgebra $(A, \cdot, \rightarrow, 1)$ tal que $(A, \cdot, 1)$ es un monoide conmutativo y se satisfacen $x \rightarrow x = 1$, $x \cdot (x \rightarrow y) = y \cdot (y \rightarrow x)$ y $x \rightarrow (y \rightarrow z) = (x \cdot y) \rightarrow z$. Un hoop es de Wajsberg si, además, se cumple $(x \rightarrow y) \rightarrow y = (y \rightarrow x) \rightarrow x$. Son la contraparte algebraica del razonamiento multivaluado positiva.

Por otro lado, los hoops básicos son álgebras $(A, \cdot, \rightarrow, 1)$ que son productos subdirectos de hoops totalmente ordenados. Estos forman una variedad axiomatizada por $(x \rightarrow y) \rightarrow z \leq ((y \rightarrow x) \rightarrow z) \rightarrow z$.

Los hoops básicos totalmente ordenados pueden ser representados como suma ordinal de hoops de Wajsberg. Estos resultados junto con un estudio de las variedades son presentados en [1,3].

Las subvariedades y subcuasivariedades de hoops básicos se corresponden con extensiones del fragmento positivo de la lógica básica de Hájek, por lo que su estudio tiene un impacto importante en el desarrollo de la lógica. Dada la complejidad de las cuasivariedades, los estudios actuales se han centrado en el estudio de variedades.

Las cuasivariedades de hoops de Wajsberg generadas por una única cadena fueron estudiadas en [2,4]. Usando estos resultados, analizamos las cuasivariedades generadas por hoops básicos totalmente ordenados que son sumas ordinales finitas de hoops de Wajsberg.

En este trabajo vamos a ver algunos resultados interesantes de caracterización de cuasivariedades de hoops básicos teniendo como puntapié incial la construcción de suma ordinal y su comportamiento con respecto a los operadores del álgebra universal.

Trabajo en conjunto con Conrado Gómez (Universidad Nacional del Litoral, Argentina), Manuela Busaniche (Universidad Nacional del Litoral, Argentina) y Miguel Marcos (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Referencias

[1] Aglianò, P., and Montagna F., 'Varieties of BL-algebras I: general properties', Journal of Pure and Applied Algebra, 181, (2003), 105–129.

[2] Aglianò, P., 'Quasivarieties of Wajsberg Hoops', Fuzzy Sets and Systems, 465, (2023).

[3] Busaniche, M., 'Decomposition of BL-chains', Algebra Universalis, 52, (2004), 519–525.

[4] Gispert, J., and Torrens, A., 'Quasivarieties Generated by Simple MV-Algebras', Studia Logica, 61(1), (2003), 79—99.

Retículos de Lewis débiles

Sergio Celani
Facultad de Ciencias Exactas- NUCOMPAC y CONICET. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina
sergiocelani@gmail.com

Un marco de entorno (neighbourhood frame) es una estructura relacional de la forma $\langle X, M \rangle$, donde X es un conjunto y $M \subseteq X \times \mathcal{P}(X)$, es decir, M es una relación entre puntos y subconjuntos de X. Estas clases de estructuras se utilizan para estudiar lógicas modales más generales que las lógicas modales normales. En esta charla vamos a estudiar la teoría de representación de la variedad WL de retículos distributivos con una implicación $\Rightarrow$, llamados retículos de Lewis débiles, que corresponden a los subreductos $\vee, \wedge, \Rightarrow, \perp, \top$ de la clase de álgebras generada por la famila de álgebras $\{\langle \mathcal{P}(X), \cup, \cap, \emptyset, X \Rightarrow_M \rangle : \langle X, M \rangle$ es un marco de entorno$\}$, donde la implicación $\Rightarrow_M$ se define por

$$U \Rightarrow_M V = \{x \in X : \forall Y \in M(x)(Y \subseteq U \text{ implica } Y \subseteq V)\}$$

para todo $U, V \in \mathcal{P}(X)$. La variedad WL corresponde fragmento de la lógica iP$^-$ (arithmetical base preservativity logic) e incluye a la variedad de las álgebras de Heyting débiles [1]. La importancia de la variedad WL y su teoría de representación radica que permite probar un teorema de completitud para la lógica iP$^-$ y algunas de sus extensiones [2] [3][4][5].

Trabajo en conjunto con Ismael Calomino (Universidad Nacional del Centro) y Hernán San Martín (Universidad Nacional de la Plata).

Referencias

[1] Celani S., Jansana R.: Bounded distributive lattices with strict implication. Math. Log. Q. 51, 219–246 (2005).

[2] de Groot J., Litak T., Pattinson D.: Gödel-McKinsey-Tarski and Blok-Esakia for Heyting-Lewis Implication. https://arxiv.org/pdf/2105.01873.pdf

[3] Iemhoff R.: Preservativity logic: An analogue of interpretability logic for constructive theories. Math. Log. Q. 49, 230–249 (2003).

[4] Iemhoff R., De Jongh D., Zhou C.: Properties of intuitionistic provability and preservativity logics. Logic J. IGPL 13, 615–636 (2005).

[5] Litak T., Visser A.: Lewis meets Brouwer: constructive strict implication. Indag. Math. 29, 36–90 (2018).

Dualidad topológica para semiretículos con adjunciones

Belén Giménez
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina
belengim.28@gmail.com

Un semiretículo con adjunción es una estructura (A, l, r) donde $A = \rangle A, \wedge, 1\langle$ es un semiretículo acotado, con l y r operadores unarios sobre A que verifican:

$$(Adj)\ l(x) \leq y \longleftrightarrow x \leq r(y)$$

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar una dualidad entre la categoría de semiretículos con adjunciones y una categoría de ciertos espacios topológicos multirelacionales con determinados morfismos. Para llevar a cabo esta dualidad, empleamos la dualidad para semiretículos monótonos desarrollada por Calomino, Menchón y Zuluaga en [1], así como ciertos resultados establecidos en [2].

Trabajo en conjunto con Gustavo Pelaitay (CONICET -UNSJ) y William Zuluaga (CONICET-UNICEN).

Referencias

[1] Calomino, I., Menchón, P. y Botero, W.J.Z. A Topological Duality for Monotone Expansions of Semilattices. Appl Categor Struct 30, 1257–1282 (2022).

[2] Celani, S.A., González, L.J. A Categorical Duality for Semilattices and Lattices. Appl Categor Struct 28, 853–875 (2020).

Axiomatización de sistemas lógicos modales multivaluados finitos

Eros Pablo Girardi
Universidad Nacional del Litoral, Argentina
erospablo2001@gmail.com

Los sistemas de lógicas modales y multivaluadas son una extensión de las lógicas modales clásicas que admiten más de dos valores de verdad. Nos proveen de formalizaciones que nos permiten modelar otros tipos de razonamientos más generales que los clásicos.

Las semánticas basadas en modelos de Kripke son en la lógica modal clásica las herramientas que permiten la interpretación de las proposiciones. Estos modelos están formados por un conjunto de mundos posibles, una relación binaria R de accesibilidad entre ellos y una evaluación e en el álgebra de Boole de 2 elementos de cada una de las proposiciones en cada uno de los mundos posibles. En el contexto no-clásico, tanto la relación R de accesibilidad como la evaluación e pasan a ser multivaluadas ([1]). En este caso, R se modifica y pasa a ser una relación que establece el grado de accesibilidad entre dos mundos como función de dos variables. Por otro lado, e pasa a ser una evaluación que da el grado de verdad de una proposición en un mundo.

En el caso clásico, hay una correspondencia entre los modelos cuyas relaciones satisfacen ciertas propiedades y los axiomas de esos sistemas determinados por esos modelos ([3]). Nuestro objetivo es investigar este tipo de correlación en sistemas de lógicas modales y multivaluadas para algunos casos concretos ([2]). En particular, centramos la investigación en el caso que tanto la relación como la evaluación tomen valores en cadenas finitas, en particular sobre las álgebras finitas n-arias de Łukasiewicz y Gödel. Este trabajo pretende dar un primer paso en la caracterización de sistemas lógicos modales y multivaluados. Demostramos rigurosamente algunas equivalencias entre axiomas y propiedades de la relación de accesibilidad en el caso multivaluado junto a otras propiedades.

Trabajo en conjunto con Dra. Manuela Busaniche (Universidad Nacional del Litoral) y Dr. Miguel Marcos (Universidad Nacional del Litoral).

Referencias

[1] Bou F., Esteva, F., Godo, L., Rodriguez, R. On the minimum many-valued modal logic over a finite residuated lattice, Journal of Logic and Computation, 21(5): 739–790, 2011.

[2] Busaniche, M., Cordero, P., Marcos, M., Rodriguez, R. An algebraic semantics for possibilistic finite-valued Łukasiewicz logic. International Journal of Approximate Reasoning. Volume 159, 2023.

[3] Calarco, V. On Simplified Semantics and Translation Problems for Euclidean Modal Logics. Master Thesis, supervised by Metcalfe, G. and van den Berg, Line. Mathematical Institute of the Faculty of Science, University of Bern, 2023.

Semántica algebraica para un fragmento de la lógica intuicionista dinámica concurrente

Rocío Elizabeth Wagner
Universidad Nacional de La Pampa, Argentina
rociow_ts@hotmail.com

La lógica Proposicional dinámica (PDL) [1] es un sistema lógico basado en la lógica clásica definido sobre un lenguaje de programas. A cada programa α se le asocia un conector modal $[\alpha]$ donde la fórmula $[\alpha]\varphi$ significa: después de cada ejecución de α, φ es verdad. Se parte de programas atómicos y se forman nuevos programas a través de ciertas operaciones entre programas. Una extensión de la PDL, llamada lógica concurrente proposicional dinámica (CDPL), fue considerada por Pelag [2], agregando una operación entre programas, la cual fue estudiada principalmente por R.Goldblatt en [3],[4]. La CPDL está basada en la lógica clásica, aquí consideraremos una versión de las lógicas proposicionales dinámicas concurrentes basadas en la lógica intuicionista (ICPDL) con un solo programa ([5],[6]). En esta comunicación presentaremos semánticamente un nuevo fragmento de las ICPDL con un solo programa. Daremos una axiomatización a través de un sistema al estilo Hilbert y extendiendo las nociones estudiadas por Sergio Celani en [7] para álgebras de Boole concurrentes, presentaremos a las Álgebras de Heyting concurrentes o CH-álgebras, las cuales forman una semántica algebraica para dicho fragmento de ICPDL. Hemos desarrollado dos semánticas relacionales, los ic-marcos y los IKN-marcos. Aquí, nos centraremos en los ic-marcos. Presentaremos un tipo de espacio topológico (Espacios de Esakia concurrentes) basados en los ic-marcos, los cuales son una representación topológica de las CH-álgebras. Definiremos la categoría de las CH-álgebras y la categoría de los Espacios de Esakia concurrentes, y veremos que estas categorías son dualmente equivalentes.

Trabajo en conjunto con Luciano González (Universidad Nacional de La Pampa, Argentina) y Sergio Celani (Universidad Nacional del Centro de la provincia de Buenos Aires, Argentina).

Referencias

[1] V. R. Pratt. Semantical considerations on Floyd-Hoare logic. In 17th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, pages 109-121. IEEE, 1976.

[2] D. Peleg. Concurrent dynamic logic. Journal of the Association for Computing Machin ery, 34(2):450–479, 1987.

[3] R. Goldblatt. Logics of time and computation, volume 7 of Lecture Notes. CSLI, second edition edition, 1992.

[4] R. Goldblatt. Parallel action: Concurrent dynamic logic with independent modalities. Studia Logica, 51:551–578, 1992.

[5] D. Wijesekera. Constructive modal logics I. Ann. of Pure Appl. Logic, 50(3):271–301, 1990.

[6] D. Wijesekera and A. Nerode. Tableaux for constructive concurrent dynamic logic. Ann. Pure Appl. Logic, 135(1–3):172, 2005.

[7] S. Celani. Concurrent algebras: an algebraic study of a fragment of concurrent propo sitional dynamic logic. Algebra Universalis, 66:183–204, 2011.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión 8: Matemática Discreta

Evolución de autómatas celulares permutacionales

Diego Luis Alberto
Universidad Nacional de Salta, Argentina
diegoalberto@exa.unsa.edu.ar

En el estudio de las propiedades de los autómatas celulares permutacionales es de interés buscar ejemplos o familias de autómatas que sean sensibles a las condiciones iniciales, positivamente expansivos, como así también, cuál es el conjunto límite de los mismos. De la simulación realizada para observar el comportamiento de las órbitas de los puntos a través de un autómata celular permutacional, se infiere que en algún momento el comportamiento es similar a aplicar la full shift en una cantidad finita de veces.

En [1], para un alfabeto de cardinal dos, presentaron una familia de autómatas celulares electores que tiene convergencia en tiempo finito, y cualquier autómata celular F de esta familia cumple que el comportamiento de F^2 es similar al comportamiento de realizar la composición, varias veces, del full shift consigo misma. Por otro lado, en [2] se probó que estos autómatas celulares - llamados allí shift de longitud variable - son sensibles a las condiciones iniciales. Un autómata elector se define usando un código para la full shift unidimensional y la permutación identidad se asocia a cada palabra del código para definir el sistema de permutaciones del autómata. En [2], donde se considera un alfabeto finito, se demostró que si el sistema de permutaciones se define usando a una única permutación distinta de la identidad, el autómata celular que resulta, también es sensible a las condiciones iniciales.

Con el propósito de conocer más el comportamiento de estos autómatas celulares - que en su definición se usa a una única permutación distinta de la identidad - realizamos simulaciones y observamos que F^{k+1} presentan el mismo comportamiento de aplicar varias veces la full shift, donde k es el período de la permutación que define el autómata celular. Finalmente, probamos de manera general, que hay una familia que tiene este comportamiento; mostrando ejemplos particulares en un alfabeto de cardinal mayor a dos y aún queda pendiente analizar que sucede en el alfabeto de cardinal dos, donde en este caso la permutación transpuesta es la que usamos para definir el sistema de permutaciones del autómata celular.

Trabajo desarrollado en el marco del proyecto de investigación C.I.U.N.Sa. N°: 2728: “Propiedades Dinámicas de Autómatas Celulares¨.

Referencias

[1] Jadur, C.; Yazlle, J., On the Dynamics of Cellular Automata induced from a Prefix Code. Adv. in Appl. Math. 38, 27–53 (2007).

[2] Alberto, D., Sensitivity of Cellular Automata: The Case of Variable Length Shifts. Journal of Cellular Automata 13, 429–440 (2017).

The stability of nonstationary Markov strategies in a dynamic resource game with heterogeneous discounting

Luis Alcalá
Instituto de Matemática Aplicada San Luis, UNSL-CONICET, Argentina
lalcala@unsl.edu.ar

In this paper, we study the stability of nonstationary Markov strategies in a two-player dynamic resource game with heterogeneous discount factors and infinite horizon, originally developed by Levhari and Mirman [1]. It is well known that this game has a unique Markov-perfect equilibrium (MPE) in stationary strategies that is also globally stable. We analyze several consequences of enlarging the strategy spaces of the players to include Markov nonstationary strategies. In particular, we prove the following: 1. The MPE in stationary strategies is the limit of a sequence of nonstationary equilibria for the finite horizon game as the horizon tends to infinity; 2. The MPE in stationary strategies is also an MPE in nonstationary strategies, but it is both locally and globally unstable; 3. There are two asymptotic equilibria where the consumption of one player converges to zero and the consumption of the other player is maximized in the limit. Both of these equilibria are saddle-path stable; and 4. There is a continuum of asymptotic equilibria where the consumption of both players converge to zero and the limiting stock is maximized, which are locally stable. However, these equilibria may not satisfy a terminal condition for dynamic problems with unbounded payoffs, which is both necessary and sufficient for optimality, as has been recently shown by Wiszniewska-Matyszkiel [2], and Wiszniewska-Matyszkiel and Singh [3].

Referencias

[1] Levhari D. and Mirman L.J. (1980) "The Great Fish War: An example using a dynamic Cournot-Nash solution," Bell Journal of Economics, 11(1):322–334.

[2] Wiszniewska-Matyszkiel A. (2011) "On the terminal condition for the Bellman equation for dynamic optimization with an infinite horizon," Applied Mathematics Letters, 24, 943–949.

[3] Wiszniewska-Matyszkiel A. and Singh R. (2021) "Necessity of the terminal condition in the infinite horizon dynamic optimization problems with unbounded payoff," Automatica, 123,109332.

COMPLEJIDAD COMPUTACIONAL DE ALGUNOS PROBLEMAS DE MODIFICACIÓN A GRAFOS DE INTERVALOS.

Aldana Ayelén Alcantar
UBA-Instituto de cálculo, Argentina
ayealcantar@ic.fcen.uba.ar

Un problema de modificación de grafos consiste en analizar cómo agregar o borrar aristas o vértices de forma mínima para que el grafo resultante cumpla una cierta propiedad. En particular, el problema Π-$Completion$ consiste en agregar aristas de forma mínima para que el grafo cumpla la propiedad deseada Π. La complejidad computacional de estos problemas suele ser difícil por lo que se busca encontrar versiones tratables modificando la clase de grafos que se utiliza como input.

En este trabajo, buscamos analizar la complejidad del problema de completar grafos de línea arco circulares a grafos de intervalos. Específicamente, queremos determinar si un grafo de línea arco circular $L(G)$ puede ser completado con k o menos aristas para convertirse en un grafo de intervalos, y demostrar que esto es equivalente a encontrar un OLA de tamaño específico en $L(G)$.

Este trabajo es una primera aproximación a analizar la complejidad del problema de completar grafos arco circulares a grafos de intervalos, el cual es un problema abierto.

Trabajo en conjunto con Guillermo Durán (UBA, FCEN, Departamento de Matemática. CONICET- Instituto de Cálculo (IC). Buenos Aires, Argentina) y Nina Pardal (UBA, FCEN, Departamento de Computación. CONICET- Instituto de Ciencias de la Computación (ICC). Buenos Aires, Argentina. University of Sheffield, Inglaterra).

COMPARACIÓN DE ALGORITMOS DE ASIGNACIÓN DE BIENES INDIVISIBLES.

Agustín Alvarez
Universidad Nacional de General Sarmiento, Instituto de Ciencias, Los Polvorines, Provincia de Buenos Aires, Argentina
agalvarez@campus.ungs.edu.ar

Cómo repartir un conjunto de bienes indivisibles (artículos, no plata) entre un grupo de personas no es un problema sencillo. Las personas podrían ser un grupo de hermanas que heredan un conjunto de bienes, o un matrimonio que se divorcia, o países en conflicto por un conjunto de recursos. Pensando en las hermanas que heredan, cada hermana valora los bienes según su propia subjetividad y se desea tener un método que reparta los bienes de manera que todas queden satisfechas con el reparto. Hay definidas distintas medidas de justicia y funciones de bienestar para medir cuán buenos son los repartos de este tipo y lo deseable suele ser proponer algoritmos de reparto que se desempeñen bien respecto a estas medidas o cuantificadores. Proponemos un método de asignación y lo comparamos a través de simulaciones con otros algoritmos conocidos. A su vez, para casos de pocos agentes y pocos artículos también comparamos con métodos exhaustivos que logran, de existir, repartos proporcionales o repartos sin envidia, observando en qué proporción de casos no se logran estos repartos justos con el algoritmo propuesto y los conocidos. También comparamos con métodos exhaustivos que maximizan medidas de bienestar como el Bienestar de Nash o el igualitario, observando la pérdida con los otros algoritmos en este sentido. El objetivo de realizar esta comparación es elegir un método de asignación que sea computable tanto en casos de pocos herederos y pocos agentes como cuando estas cantidades son moderadas o grandes y que su comportamiento sea bueno o aceptable en los casos en que se puede comparar con algoritmos exhaustivos. Programar dicho método dentro de una aplicación Shiny para brindar una herramienta de reparto de bienes indivisibles para posibles usuarios interesados.

Es un problema bastante similar al de repartir bienes, el de repartir un conjunto de tareas entre trabajadores, donde cada uno valora las tareas según su percepción. También se estudia este problema y se propone un método de reparto de tareas.

Finalmente se crea una aplicación Shiny para que los usuarios interesados puedan utilizar libremente esta herramienta en cualquiera de los tipos de reparto.

Algunos trabajos importantes del área se incluyen en las referencias.

Referencias

[1] Amanatidis, G., Aziz, H., Birmpas, G., Filos-Ratsikas, A., Li, B., Moulin, H., . . .and Wu, X. (2023). Fair division of indivisible goods: Recent progress and open questions. Artificial Intelligence, 322, 103965.

[2] Lipton, R. J., Markakis, E., Mossel, E.,and Saberi, A. (2004). On approximately fair allo- cations of indivisible goods. In Proceedings of the 5th ACM Conference on Electronic Commerce (pp. 125–131).

[3] Plaut, B.,and Roughgarden, T. (2020). Almost envy-freeness with general valuations. SIAM Journal on Discrete Mathematics, 34(2), 1039–1068.

[4] Akrami, H., Alon, N., Chaudhury, B. R., Garg, J., Mehlhorn, K.,and Mehta, R. (2022). EFX allocations: Simplifications and improvements. arXiv preprint arXiv:2205.07638.

MECANISMOS DE ASIGNACIÓN EFICIENTE EN MERCADOS MUCHOS A MUCHOS DINÁMICOS

Adriana del Valle Amieva Rodriguez
Universidad Nacional de San Luis. Instituto de Matematica Aplicada San Luis, Argentina
adry.91101@gmail.com

En este trabajo, analizamos la asignación de docentes a escuelas en un mercado muchos-a-muchos donde la variable temporal tiene un rol fundamental. Adaptamos un concepto de estabilidad a estos mercados y presentamos un mecanismo que calcula una asignación estable de forma dinámica, obteniendo resultados eficientes dentro del conjunto de asignaciones dinámicamente estables. No obstante, es posible encontrar asignaciones no dinámicamente estables que sean más eficientes para los trabajadores. Para estos casos, proponemos un mecanismo que calcula la asignación más eficiente fuera del conjunto de asignaciones dinámicamente estables.

Trabajo en conjunto con Pablo Neme (Universidad Nacional de San Luis, Argentina) y Agustín Bonifacio (Universidad Nacional de San Luis, Argentina).

MANIPULACIONES OBVIAS Y LA REGLA UNIFORME

Roberto Pablo Arribillaga
Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET) - Departamento de Matemática (UNSL) , Argentina
rarribi@gmail.com

En el problema de la asignación de un bien infinitamente divisible entre agentes cuyas preferencias son unimodales, demostramos que la regla uniforme es la única regla de asignación que satisface eficiencia, consistencia, garantía de división equitativa y no manipulabilidad obvia.

Ampliación:

En la teoría de la asignación de recursos, particularmente cuando se trata de un bien completamente divisible, es esencial encontrar reglas de asignación que sean justas y eficientes. En este contexto, consideramos una situación donde varios agentes tienen preferencias unimodales, es decir, cada agente tiene una única cantidad ideal de la mercancía que prefiere más que cualquier otra cantidad y conforme se aleja de esa cantidad su situación empeora.

La regla uniforme se refiere a un método de asignación que propone un reparto lo más igualitario popsible de manera de hacer un repato eficiente.

Nuestro análisis muestra que esta regla uniforme es la única que cumple simultáneamente con los siguientes criterios:

Eficiencia: La asignación debe maximizar el bienestar total, es decir, no debe haber manera de reorganizar la distribución para que al menos un agente esté mejor sin que otro esté peor.

Consistencia: Si aplicamos la regla a un subconjunto de agentes con el bien asignada a ese subconjunto, la asignación resultante debe ser coherente con la asignación original.

Garantía de división equitativa: Cada agente debe recibir el reparto igualitario si este es su cantidad ideal.

No manipulabilidad obvia: No debe ser posible para un agente mejorar su asignación reportando falsamente sus preferencias de manera obvia.

Estos criterios aseguran que la regla de asignación no solo es justa y eficiente, sino también robusta ante intentos de manipulación y consistente en diferentes escenarios de asignación. La conclusión de que solo la regla uniforme satisface todos estos criterios simultáneamente es significativa, ya que proporciona una base teórica sólida para su uso en diversas aplicaciones prácticas de asignación de recursos.

Trabajo en conjunto con Agustín Bonifacio (Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET) - Departamento de Matemática (UNSL)).

Referencias

[1] Sprumont, Y. (1991): "The division problem with single-peaked preferences: a charac- terization of the uniform allocation rule," Econometrica, 509–519.

[2] Thomson, W. (1994): "Consistent solutions to the problem of fair division when prefer- ences are single-peaked," Journal of Economic Theory, 63, 219–245.

[3] Troyan, P. and T. Morrill (2020): "Obvious manipulations," Journal of Economic The- ory, 185, 104970. 25.

[4] Ching, S. (1994): "An alternative characterization of the uniform rule," Social Choice and Welfare, 11, 131–136.

[5] Arribillaga, R. P. and A. G. Bonifacio (2024): "Obvious manipulations of tops-only voting rules," Games and Economic Behavior, 143, 12–24.

NOT OBVIOUSLY MANIPULABLE ALLOTMENT RULES

Agustín Bonifacio
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
agustinbonifacio@gmail.com

In the problem of allocating a single non-disposable commodity among agents whose preferences are single-peaked, we study a weakening of strategy-proofness called not obvious manipulability (NOM). If agents are cognitively limited, then NOM is sufficient to describe their strategic behavior. We characterize a large family of own-peak-only rules that satisfy efficiency, NOM, and a minimal fairness condition. We call these rules "simple". In economies with excess demand, simple rules fully satiate agents whose peak amount is less than or equal to equal division and assign, to each remaining agent, an amount between equal division and his peak. In economies with excess supply, simple rules are defined symmetrically. These rules can be thought of as a two-step procedure that involves solving a claims problem. We also show that the single-plateaued domain is maximal for the characterizing properties of simple rules. Therefore, even though replacing strategy-proofness with NOM greatly expands the family of admissible rules, the maximal domain of preferences involved remains basically unaltered.

Trabajo en conjunto con Pablo Arribillaga (Universidad Nacional de San Luis, Argentina).

Referencias

[1] Arribillaga, R. P. and A. G. Bonifacio (2024): "Obvious manipulations of tops-only voting rules," Games and Economic Behavior, 143, 12–24.

[2] Barberà, S., M. O. Jackson and A. Neme (1997): "Strategy-proof allotment rules," Games and Economic Behavior, 18, 1–21.

[3] Ching, S. and S. Serizawa (1998): "A maximal domain for the existence of strategyproof rules," Journal of Economic Theory, 78, 157–166.

[4] Massó, J. and A. Neme (2001): "Maximal domain of preferences in the division problem," Games and Economic Behavior, 37, 367–387.

[5] Ortega, J. and E. Segal-Halevi (2022): "Obvious manipulations in cake-cutting," Social Choice and Welfare, 1–20.

[6] Sprumont, Y. (1991): "The division problem with single-peaked preferences: a characterization of the uniform allocation rule," Econometrica, 509–519.

[7] Troyan, P. and T. Morrill (2020): "Obvious manipulations," Journal of Economic Theory, 185, 104970.

Hacia una caracterización de los grafos balanceados dentro de la clase de grafos coclaw-free

Lucía Busolini
Universidad de Buenos Aires, Argentina
lucia.busolini@gmail.com

Una matriz $A \in \{0,1\}^{n\times m}$ es balanceada [1] si no contiene como submatriz una matriz cuadrada de orden impar con exactamente dos 1's por fila y por columna. Un grafo G es balanceado [2] si su matriz de incidencia cliques maximales vs. vértices es balanceada. Bonomo, Durán, Lin y Szwarcfiter probaron en [3] que un grafo es balanceado si y sólo si no contiene soles impares generalizados como subgrafos inducidos. Sin embargo, esta caracterización no es una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales ya que algunos soles impares generalizados contienen otros soles impares generalizados como subgrafos inducidos propios. No se conoce todavía una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales de la clase de grafos balanceados. A pesar de esto, existen algunas caracterizaciones parciales en esta dirección.

Anteriormente, logramos caracterizar los grafos claw-free (es decir, que no tienen $K_{1,3}$ inducidos) que son balanceados, como aquellos que no contienen agujeros impares, antiagujeros de longitud 7, ni pirámides como subgrafos inducidos. Notamos que los resultados previos [1, 4, 5] que usamos para esta caracterización pueden aplicarse también en el caso de grafos coclaw-free (es decir, que no tienen $K_3 \cup K_1$ inducidos), y es por esto que estamos trabajando en la caracterización de los grafos coclaw-free que son balanceados.

En esta charla voy a introducir los trabajos previos que fueron la base para lograr describir los grafos claw-free balanceados. Además, mencionaré qué nos permite afirmar acerca de los grafos coclaw-free que son balanceados y los resultados parciales que hemos obtenido en el camino a una caracterización por subgrafos inducidos prohibido minimales de los grafos coclaw-free que son balanceados.

Trabajo en conjunto con Guillermo Durán (Universidad de Buenos Aires, Argentina) y Martín D. Safe (Universidad Nacional del Sur, Argentina).

Referencias

[1] C. Berge. "Balanced matrices". En: Math. Programming 2.1 (1972), 19–31.

[2] C. Berge y V. Chvátal, eds. Topics on perfect graphs. Vol. 88. North-Holland Mathematics Studies. Annals of Discrete Mathematics, 21. North-Holland, Amsterdam, 1984, págs. xiv+369.

[3] F. Bonomo, G. Durán, M. C. Lin y J. L. Szwarcfiter. "On balanced graphs". En: Math. Program. 105.2-3, Ser. B (2006), 233–250.

[4] V. Chvátal y N. Sbihi. "Recognizing claw-free perfect graphs". En: J. Combin. Theory Ser. B 44.2 (1988), 154–176.

[5] F. Maffray y B. A. Reed. "A description of claw-free perfect graphs". En: J. Combin. Theory Ser. B 75.1 (1999), 134–156.

GAPS EN POLINOMIOS CICLOTÓMICOS BINARIOS

Antonio Cafure
Universidad Nacional de General Sarmiento, CONICET, Argentina
acafure@campus.ungs.edu.ar

El conjunto de gaps de un polinomio dado por su representación densa es el conjunto de las distancias entre las potencias de monomios no nulos consecutivos. El máximo gap de un polinomio es el máximo de este conjunto.

En este contexto, el estudio de los gaps de los polinomios ciclotómicos ha cobrado relevancia en los últimos años como consecuencia de las aplicaciones a problemas de criptografía ([1], [2]). El primer caso importante de estudio es el caso de los polinomios ciclotómicos binarios. Un polinomio ciclotómico Φ_n se dice binario si $n = pq$, con $p < q$ números primos. Es sabido que el máximo gap de Φ_{pq} es igual a $p - 1$ y que la cantidad de estos gaps es igual a $2\lfloor q/p \rfloor$ ([1], [2]). De todos modos queda aún por determinar el conjunto completo de gaps de Φ_{pq}.

En esta comunicación presentaremos los dos resultados que siguen.

El primero de ellos da cuenta del segundo gap de Φ_{pq}. En efecto, mostramos que si $3 < p < q$ son primos impares y $r > 0$ es el resto de q módulo p, entonces el segundo gap de Φ_{pq} es igual al máximo entre $p - r - 1$ y $r - 1$.

El segundo resultado proporciona una caracterización combinatoria de los sucesivos gaps de Φ_{pq} cuando $q \equiv \pm 1 \mod p$. En particular, implica el de [3] sobre la existencia de gaps de todas las longitudes.

Para obtener estos resultados apelamos a la interpretación de los polinomios ciclotómicos binarios en términos de una concatenación de palabras sobre el alfabeto $\{-1, 0, 1\}$ que introdujimos en nuestro trabajo [4].

Trabajo en conjunto con Eda Cesaratto (Universidad Nacional de General Sarmiento, CONICET, Argentina).

Referencias

[1] Hong, H.; Lee, E.; Lee, H.; Park, C. Maximum gap in (inverse) cyclotomic polynomial. J. Number Theory 132, No. 10, 2297–2315 (2012).

[2] Zhang, B. Remarks on the maximum gap in binary cyclotomic polynomials. Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roum., Nouv. Sér. 59(107), No. 1, 109-115 (2016).

[3] Camburu, O.; Ciolan, E.; Luca, F.; Moree, P.; Shparlinski, I. Cyclotomic coefficients: gaps and jumps. J. Number Theory 163, 211–237 (2016).

[4] Cafure, A.; Cesaratto, E. Binary cyclotomic polynomials: representation via words and algorithms. Lecroq, Thierry (ed.) et al., Combinatorics on words. 13th international conference, WORDS 2021, Rouen, France, September 13—17, 2021. Proceedings. Cham: Springer. Lect. Notes Comput. Sci. 12847, 65-77 (2021).

COLOREANDO LOS CAMINOS DE UN ÁRBOL

Pablo De Caria Di Fonzo
CONICET/ CMaLP, Universidad Nacional de La Plata, Argentina
pdecaria@mate.unlp.edu.ar

Es sabido que todo coloreo propio de las aristas de un grafo G es equivalente a un coloreo propio de los vértices de su grafo de líneas. A su vez, los grafos de líneas pueden caracterizarse como los grafos de intersección por aristas de caminos de un árbol estrella.

Se dice que un grafo G es EPT si puede representarse como el grafo de intersección por aristas de una familia de caminos de un árbol T. De esta manera, se deduce que los grafos de líneas forman una subclase de los grafos EPT.

Como consecuencia de lo dicho arriba, el estudio del coloreo de los grafos EPT cobra interés al poder ser visto como una generalización del problema del coloreo de aristas o coloreo de grafos de líneas.

En esta presentación comenzaremos con dicho estudio, considerando inicialmente restricciones sobre los árboles sobre los cuales los grafos EPT se representan (en primer lugar, abordaremos el problema en árboles oruga) y sobre los caminos (si se pueden repetir o no). Nos interesará en particular comparar el número cromático de los grafos EPT con su número clique y cuánto pueden llegar a diferir, mostrando casos en los que ambos coinciden.

Trabajo en conjunto con María Pía Mazzoleni (CONICET/Universidad Nacional de La Plata) y María Guadalupe Payo Vidal (CONICET/Universidad Nacional de La Plata).

SOBRE UNA GENERALIZACIÓN DE GRAFOS DISTANCIA REGULAR, AUTOVECTORES CONSTANTES Y AUTOVALORES LINEALES

Ezequiel Dratman
Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
edratman@campus.ungs.edu.ar

Dado un grafo conexo G, se define el grafo G_i de distancia-i al grafo cuyo conjunto de vértices es $V(G)$, y dos vértices u y v son adyacentes si y solo si $d(u,v) = i$ en G. Llamaremos matriz de distancia-i de G a la matriz de adyacencia A_i de G_i. Un grafo G se denomina distancia regular si para todo par de vértices u y v con $d(u,v) = k$, la cantidad de vértices z con $d(u,z) = i$ y $d(z,v) = j$ es una constante que sólo depende de i, j y k [1]. Estos grafos son un concepto clave en Combinatoria Algebraica [2] y han dado lugar a varias generalizaciones, como los esquemas de asociación [3]. En particular, las matrices de distancia-i de un grafo distancia regular conmutan, de donde se puede deducir que todas estas matrices son mutuamente diagonalizables, es decir, comparten todos los autovectores [4].

En esta comunicación, presentaremos una caracterización de la familia de grafos cuyas matrices de distancia-i son mutuamente diagonalizables, y mostraremos que la familia de grafos distancia regular esta incluida propiamente en la anterior. Además, para estas familias, probaremos propiedades de los autovalores y autovectores de las matrices clásicas asociadas a un grafo, es decir, matriz de adyacencia, distancia, laplaciana, etc.

Trabajo en conjunto con Cristian M. Conde (Universidad Nacional de General Sarmiento), Verónica Moyano (Universidad Nacional de General Sarmiento) y Adrián Pastine (Universidad Nacional de San Luis).

Referencias

[1] A.E. Brouwer, A.M. Cohen, A. Neumaier, Distance-Regular Graphs, Springer-Verlag, Berlin/New York, 1989.

[2] C.D. Godsil, Algebraic Combinatorics, Chapman and Hall, New York, 1993.

[3] W.J. Martin, H. Tanaka, Commutative association schemes, European J. Combin. 30 (2009) 1497–1525.

[4] G. Strang, Linear Algebra and its Application, Cengage Learning, 2006.

MATRICES EP RELATIVAS A UNA ISOMETRÍA PARCIAL

David Eduardo Ferreyra
Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, Argentina
deferreyra@exa.unrc.edu.ar

Una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ es EP (o rango-Hermitiana) si su espacio columna coincide con el espacio columna de su traspuesta conjugada A^*. Este tipo de matrices es muy importante en la teoría matricial e incluye matriciales especiales como los proyectores ortogonales, las matrices Hermitianas, anti-Hermitianas, unitarias, normales y por supuesto las no singulares. Las matrices EP tienen índice a lo sumo uno, esto es, $\mathcal{R}(A) = \mathcal{R}(A^2)$, donde $\mathcal{R}(\cdot)$ indica el espacio columna de la matriz. Dicha limitación condujo a diferentes extensiones para el caso de matrices cuadradas de índice arbitrario [4,8] como así también a la teoría de operadores y/o anillos abstractos [3,9]. Sin embargo, para el caso rectangular se han obtenido muy pocos resultados [10].

En esta charla, se presentará la idea de T-EP matriz que involucra una matriz rectangular $A \in \mathbb{C}^{m\times n}$ relativa a una isometría parcial $T \in \mathbb{C}^{m\times n}$, es decir, $T = TT^*T$. A partir de ciertas descomposiciones simultáneas de A y T, basadas en las descomposición SVD y la descomposición de Hartwig-Spindelböck, se presentan diferentes propiedades y caracterizaciones de las T-EP matrices, muchas de las cuales involucran la clásica inversa de Moore-Penrose. Entre las caracterizaciones más destacadas se puede mencionar la siguiente: A es T-EP si y sólo si $TA^\dagger A = AA^\dagger T$ y $\mathcal{R}(A^*) \subseteq \mathcal{R}(T^*)$, donde $A^\dagger$ simboliza la inversa de Moore-Penrose de A.

Este enfoque está inspirado en [7] , donde se desarrolla una teoría espectral para matrices rectangulares y se introduce el concepto de $*$-ortogonalidad entre dos matrices $A, B \in \mathbb{C}^{m\times n}$, a saber, $A^*B = 0$ y $BA^* = 0$.

De esta manera se extienden muchos resultados conocidos en el caso cuadrado como los obtenidos en [1,2]. Si hay tiempo, se hará un ligero interludio al problema de la suma de dos matrices de la misma clase. Más precisamente, ¿cuándo la suma de dos matrices T-EP resulta nuevamente T-EP? Su conexión con ciertos resultados de $*$-ortogonalidad, sumas paralelas y matrices rango disjuntas serán mencionados [5,6].

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C634) y CONICET (PIBAA 28720210100658CO).

Trabajo en conjunto con Saroj Malik (School of Liberal Studies, Ambedkar University, India).

Referencias

[1] Baksalary, O.M., Trenkler, G.: Characterizations of EP, normal and Hermitian matrices. Linear Multilinear Algebra 56, 299–304 (2008).

[2] Cheng, S., Tian, Y.: Two sets of new characterizations for normal and EP matrices. Linear Algebra Appl. 375, 181–195 (2003).

[3] Djordjevic, D.S.: Characterizations of normal, hyponormal and EP operators. J. Math. Anal. Appl. 329, 1181–1190 (2007).

[4] Ferreyra, D.E., Levis, F.E., Priori, A.N., Thome, N.: Extending EP matrices by means of recent generalized inverses. Aequat. Math. 98, 921–939 (2024).

[5] Ferreyra D.E., Malik S.B.: Relative EP matrices, Rev. Real Acad. Cienc. Exactas Fis. Nat. Ser. A-Mat. 116, 69 (2022).

[6] Ferreyra D.E, Malik, S.B.: Core and strongly core orthogonal matrices. Linear Multilinear Algebra 70 (20), 5052–5067 (2022).

[7] Hestenes, M.R.: Relative Hermitian matrices. Pacific J. Math. 11, 224–245 (1961).

[8] Malik, S.B., Rueda, L., Thome, N.: The class of m-EP and m-normal matrices. Linear Multilinear Algebra 64(11), 2119–2132 (2016).

[9] Mosic, D., Djordjevic, D.S., Koliha, J.J.: EP elements in rings. Linear Algebra Appl. 431, 527–535 (2009).

[10] Tian, Y., Wang, H.: Characterizations of EP matrices and weighted-EP matrices. Linear Algebra Appl. 434(5), 1295–1318 (2011).

EFECTO DE OPERACIONES DE VÉRTICES EN ASOCIAEDROS DE GRAFOS

Ana Gargantini
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Cuyo y CONICET, Argentina
agargantini@fcen.uncu.edu.ar

El concepto de asociaedro de grafo abarca y generaliza familias conocidas de politopos, como los asociaedros clásicos, los permutoedros y los cicloedros. Dado un grafo conexo G, el asociaedro $\mathcal{A}(G)$ es un politopo convexo que codifica la estructura combinatoria de ciertas descomposiciones del grafo G en grafos conexos más pequeños, y resulta una herramienta de utilidad en diversos contextos, tales como optimización, sistemas jerárquicos de visualización, generación de estructuras aleatorias y modelos probabilísticos. Además tienen relevancia en álgebra y física, ya que constituyen instancias particulares de permutoedros generalizados.

El 1-esqueleto de $\mathcal{A}(G)$ se puede describir como el grafo de rotaciones de G, es decir, como el grafo $\mathcal{R}(G)$ cuyo conjunto de vértices es el conjunto de árboles de búsqueda sobre G y cuyas aristas están determinadas por rotaciones en los árboles de búsqueda, y recibe el nombre de grafo de rotaciones de G. Entre las propiedades de interés estudiadas en estos grafos se encuentran aquellas relativas a hamiltonicidad, conectividad, coloreo y distancias.

En esta comunicación estudiamos cómo se reflejan en el grafo de rotaciones de G, algunas operaciones sobre el propio grafo G. En particular, consideramos las operaciones de añadir a G un vértice pendiente, un gemelo falso o un gemelo verdadero. Presentamos resultados sobre la estructura de los grafos de rotaciones y sus consecuencias sobre las distancias en este grafo, así como también aplicaciones a su número cromático. Entre estos corolarios, demostramos que el número cromático de los asociaedros de grafos split completos es 3.

Trabajo en conjunto con Adrián Pastine (Instituto de Matemática Aplicada San Luis, CONICET-UNSL) y Pablo Torres (Universidad Nacional de Rosario - CONICET).

Sobre el radio espectral de los grafos bipartitos con signo no balanceados

Luciano N. Grippo
Universidad Nacional de General Sarmiento. Instituto de Ciencias; Argentina. CONICET, ICI-UNGS, Buenos Aires, Argentina
lgrippo@campus.ungs.edu.ar

Un *grafo con signo* $\dot{\Sigma}$ consiste en un grafo $\Sigma = (V, E)$, llamado *grafo subyacente*, y una función signo $\sigma : E \to \{-1, 1\}$. Con $(\dot{\Sigma}, H^-)$ denotamos al grafo con signo $\dot{\Sigma}$ cuyas aristas e negativas ($\sigma(e) = -1$) inducen un grafo H. Una matriz de adyacencia $A(\dot{\Sigma})$ de $\dot{\Sigma}$ es una matriz cuyas filas y respectivas columnas están indexadas por algún ordenamiento de V; $A(\dot{\Sigma})_{uv}$ es igual a 0, -1 y 1 si $uv \notin E$, $\sigma(uv) = -1$ y $\sigma(uv) = 1$, respectivamente. Consideremos sus autovalores: $\lambda_1(\dot{\Sigma}) \geq \cdots \geq \lambda_n(\dot{\Sigma})$ ordenados de mayor a menor, donde $n = |V|$. Un grafo con signo es balanceado si todos sus ciclos tienen una cantidad par de aristas negativas. Es bien conocida la siguiente relación entre los índices del grafo con signo y su correspondiente grafo subyacente: $\lambda_1(\dot{\Sigma}) \leq \lambda_1(\Sigma)$; valiendo la igualdad solo en el caso de que $\dot{\Sigma}$ sea balanceado. Cabe mencionar que, en el caso que Σ sea bipartito, el radio espectral y el índice de $\dot{\Sigma}$ coinciden, es decir: $\text{máx}\{-\lambda_n(\dot{\Sigma}), \lambda_1(\dot{\Sigma})\} = \rho(\dot{\Sigma}) = \lambda_1(\dot{\Sigma})$. Los grafos con signo fueron introducidos por Harary en 1953 en el contexto de la psicología social. En 2022, Brunetti y Stanić caracterizaron los grafos conexos con signo no balanceados con orden, tamaño, y número de vértices fijos con máximo índice y radio espectral, respectivamente. Koledin y Stanić iniciaron esta línea de investigación en 2017, conjecturando que si $\dot{\Sigma}$ es un grafo completo con signo no balanceado de máximo índice, con n vértices y k aristas negativas, siendo $k < n-1$, entonces el conjunto de aristas negativas inducen la estrella $K_{1,k-1}$. En 2021, Ghorbani y Mjidi confirmaron esta conjetura. En un artículo reciente, Li, Lin, y Meng caracterizaron los grafos completos con signo no balanceados de máximo radio espectral, cuyas aristas negativas inducen un árbol generador. Nuestro trabajo se inspira en estos artículos previos mencionados. Específicamente, caracterizamos los grafos bipartitos completos con signo no balanceados $(K_{r,s}, H^-)$, donde H es un árbol con k aristas tales que $k \leq \text{máx}\{\frac{r}{2} - 1, \frac{s}{2} - 1\}$. Además, caracterizamos los grafos bipartitos con signo no balanceados con n vértices de máximo radio espectral.

Trabajo en conjunto con Ezequiel Dratman (Universidad Nacional de General Sarmiento. Instituto de Ciencias; Argentina. CONICET, ICI-UNGS, Buenos Aires, Argentina) y Cristian M. Conde (Universidad Nacional de General Sarmiento. Instituto de Ciencias; Argentina. CONICET, ICI-UNGS, Buenos Aires, Argentina).

A New Formula for the Determinant of a Graph

Daniel A. Jaume
Universidad Nacional de San Luis - IMASL -CONICET, Argentina
djaume@unsl.edu.ar

It is known that the vertices of any graph G can be efficiently partitioned into two sets X, $\bar{X}$, where $G[X]$ is Kőnig-Egerváry, $G[\bar{X}]$ is 2-bicritical, and $\alpha(G) = \alpha(G[X]) + \alpha(G[\bar{X}])$, see [1] and [2]. It is shown here that $\det(G) = \det(G[X]) \cdot \det(G[\bar{X}])$.

Trabajo en conjunto con Craig Larson (Virginia Commonwealth University) y Gonzalo Molina (Universidad Nacional de San Luis).

Referencias

[1] C. E. Larson. A note on critical independence reductions. Bull. Inst. Combin. Appl., 51:34–46, 2007.

[2] C. E. Larson. The critical independence number and an independence decomposition. European J. Combin., 32(2):294–300, 2011.

OPERACIONES DE RETICULADO PARA EL CONJUNTO ESTABLE EN MERCADOS BILATERALES SUSTITUIBLES MEDIANTE DINÁMICAS DE REEQUILIBRIO

Noelia Juarez
Universidad Nacional de San Luis, Instituto de Matemática Aplicada San Luis, Argentina
noemjuarez@gmail.com

En este trabajo, calculamos las operaciones de reticulado del conjunto estable (por parejas) en mercados bilaterales en los que sólo se impone la sustituibilidad en las funciones de elección de los agentes. Para ello, utilizamos operadores de Tarski definidos en los reticulados de las asignaciones trabajador-cuasi-estable y firma-cuasi-estable. Estos operadores modelan la dinámica de las cadenas de despidos y vacantes, respectivamente. En primer lugar, calculamos las operaciones de reticulado en el modelo muchos- a-uno. A continuación, ampliamos estas operaciones a un modelo de muchos-a-muchos con funciones de elección sustituibles en ambos lados del mercado.

Trabajo en conjunto con Agustín G. Bonifacio (UNSL, IMASL, Argentina) y Paola Manasero (UNSL, IMASL, Argentina).

P_3-CONVEXIDAD EN EL GRAFO COMPLEMENTO DEL GRAFO GENERALIZADO DE KNESER

Agustina Victoria Ledezma
Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET) y Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Luis, Argentina
agustinaledezma@gmail.com

Dados $n > k$ enteros positivos, definimos $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$, y $[n]^k$ el conjunto de k-subconjuntos de $[n]$. El grafo de Kneser $K(n, k)$ es el grafo cuyo conjunto de vértices es $[n]^k$ y donde dos k-subconjuntos $A, B \in [n]^k$ son adyacentes si y solo si $A \cap B = \emptyset$. Los grafos generalizados de Kneser $K(n, k, i)$, con i entero no negativo, son obtenidos de los grafos de Kneser de forma natural, tomando el mismo conjunto de vértices, y donde dos vértices A y B son adyacentes si y solo si $|A \cap B| \leq i$. Para este trabajo nos concentramos en los grafos complemento de los grafos generalizados de Kneser. Es decir, en los grafos $\overline{K(n, k, i)}$, cuyos vértices son los subconjuntos de tamaño k del conjunto de tamaño n, y donde hay una arista entre dos vértices si el tamaño de su intersección es mayor que i.

Para esta familia de grafos estudiamos problemas de propagación en grafos relacionados a la P_3-convexidad. Suponiendo que hay un conjunto inicial de vértices contagiados, en estos problemas un vértice se contagia si dos de sus vecinos ya están contagiados. Con estas condiciones, estudiamos tres problemas: el número de cápsula, que es el tamaño del conjunto inicial de vértices contagiados más pequeño que llega a contagiar a todo el grafo; el número de convexidad, que es el conjunto de vértices más grande que no contagia a ningún otro vértice, y el número de percolación, que es el mayor tiempo que puede demorar un conjunto inicial en contagiar a todo el grafo.

Trabajo en conjunto con Adrián Pastine (Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET) y Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Luis).

INVERSAS G-DRAZIN W-PONDERADAS LATERALES Y ÓRDENES PARCIALES MATRICIALES

María Luz Llanes
Universidad Nacional de Río Cuarto, FCEFQyN, Argentina
mllanes@exa.unrc.edu.ar

En 2016, Wang y Liu [6] definieron la inversa G-Drazin de una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ de índice k como una matriz $X \in \mathbb{C}^{n\times n}$ que satisface las ecuaciones matriciales

$$A, \quad XA^{k+1} = A^k, \quad A^{k+1}X = A^k. \tag{1}$$

Los autores probaron que el conjunto solución, digamos $A\{GD\}$, es no vacío y permite inducir una relación binaria sobre $\mathbb{C}^{n\times n}$ que resulta reflexiva, transitiva y antisimétrica dando lugar a un orden parcial matricial llamado orden parcial G-Drazin [1,6]:

$$A \leq^{GD} B \;\Leftrightarrow\; \exists\, X_1, X_2 \in A\{GD\} \text{ tal que } X_1A = X_1B \text{ y } AX_2 = BX_2. \tag{2}$$

En 2018, Coll, Lattanzi y Thome [2] extendieron las inversas G-Drazin al caso rectangular mediante una matriz de ponderación W, y mediante dichas inversas intentaron también obtener un orden parcial sobre el conjunto de matrices complejas rectangulares. Sin embargo, solamente obtuvieron un pre-orden matricial. En 2022, Mosić [3,4,5] introduce la idea de inversa G-Drazin a izquierda (resp. a derecha) de A combinado la primera condición de (1) con la segunda (resp. la tercera) y prueba que estas dos nuevas clases de inversas generalizadas inducen respectivamente un orden parcial sobre $\mathbb{C}^{n\times n}$. En esta charla comentaremos una extensión de este último trabajo al caso rectangular incorporando un peso adecuado en el sistema (1). Más concretamente, dada una matriz de ponderación $0 \neq W \in \mathbb{C}^{n\times m}$, se dice que X es una inversa G-Drazin a izquierda W-ponderada (resp. a derecha) de $A \in \mathbb{C}^{m\times n}$ si satisface las dos ecuaciones

$$AWXWA = A \text{ y } XW(AW)^{k+1} = (AW)^k \text{ (resp. } AWXWA = A \text{ y } (WA)^{k+1}WX = (WA)^k), \quad (3)$$

donde $k = \max\{\operatorname{ind}(AW), \operatorname{ind}(WA)\}$ ($\operatorname{ind}(\cdot)$ indica el índice de la matriz). Mediante dichas inversas generalizadas, extendemos el orden parcial dado en (2) al caso rectangular y conseguimos dos nuevos órdenes parciales matriciales.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C634), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 135/19) y CONICET (PIBAA 28720210100658CO).

Trabajo en conjunto con David E. Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN) y Albina Priori (Universidad Nacional de Río Cuarto, FCEFQyN).

Referencias

[1] D.E. Ferreyra, M. Lattanzi, F.E. Levis, N. Thome, Solving an open problem about the G-Drazin partial order, Electronic J. Linear Algebra, 36 (2020), 55–66.

[2] C. Coll, M. Lattanzi, N. Thome, Weighted G-Drazin inverses and a new pre-order on rectangular matrices, Appl. Math. Comput., 317 (2018), 12–24.

[3] D. Mosic, L. Wang, Left and right G-outer inverses, Linear Multilinear Algebra, 70 (17) (2022), 3319–3334.

[4] D. Mosic, G-outer inverse of Banach spaces operators, J. Math. Anal. Appl., 481 (2) (2020), 123501.

[5] D. Mosic, Weighted G-Drazin inverse for operators on Banach spaces, Carpathian J. Math., 35(2) (2019), 171–184.

[6] H. Wang , X. Liu, Partial orders based on core-nilpotent decomposition, Linear Algebra Appl., 488 (2016) 235–248.

Dominancia y Estructura de los Conjuntos Estables Von Neumann-Morgenstern en Mercados de Matching Uno a Uno

Andrés Mauricio Lucero Quevedo
Universidad Nacional de San Luis - Instituto de Matemática Aplicada San Luis, Argentina
luceroqam@gmail.com

En la literatura de juegos cooperativos, Von Neumann y Morgenstern (1944) introdujeron el concepto de conjunto estable Von Neumann-Morgenstern. En el presente trabajo, estudiaremos el mencionado concepto de solución en un mercado de matching bilateral uno a uno (literatura de teoría de juegos no cooperativos), específicamente las relaciones de dominancia entre los elementos (es decir, los matchings) que pertenecen y no pertenecen a los conjuntos estables Von Neumann-Morgenstern. Además, a través de este estudio, construiremos conjuntos ordenados de agentes del mercado, que permitirán probar en el marco de los conjuntos estables Von Neumann-Morgenstern, dos resultados clásicos de la literatura conocidos para el core de un mercado uno a uno: (i) El conjunto formado por todos los conjuntos estables Von Neumann-Morgenstern de un mercado uno a uno es no vacío; (ii) para cualesquiera dos matching en un conjunto estable Von Neumann-Morgenstern, la join es también un elemento del conjunto estable Von Neumann-Morgenstern (por simetría, el resultado paralelo también vale para la meet).

About the determinant of graph with perfect matching

Diego G. Martinez
Universidad Nacional de San Luis - IMASL -CONICET, Argentina
dgmartinez@unsl.edu.ar

In 2022, Jaume and Molina introduced the FP-KE decomposition, see [1]. This is a structural decomposition of graphs in terms of flowers and posies. Flowers were introduced by Edmonds (1965) in the context of matching theory. Posies were introduced by Sterboul (1979) to characterize Kőnig-Egerváry graphs.

The FP-KE Decomposition of a graph breaks the graph into two disjoint subgraphs, one of which may be empty. It always yields a Kőnig-Egerváry subgraph, named the KE-part of the graph, and an FP-part, which is a subgraph where every vertex is in a flower or in a posy.

We show that the FP-KE Decomposition of graphs with perfect matchings is multiplicative with respect to the determinant: $\det(G) = \det(\mathrm{FP}(G) \cdot \mathrm{KE}(G))$.

Trabajo en conjunto con Daniel A. Jaume (Universidad Nacional de San Luis - IMASL - CONICET) y Cristian Panelo (Universidad Nacional de San Luis).

Referencias

[1] D. Jaume and G. Molina, A new graph decomposition: the FP-KE Decomposition, submitted.

Funciones simétricas y t-diseños esféricos en $\mathbb{R}^2$

Federico Nicolás Martínez
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
fnmartinez@email.unsl.edu.ar

Un subconjunto finito X de S^{n-1} in $\mathbb{R}^n$ es un $t-$diseño esférico si para cualquier polinomio $f(x) = f(x_1, ..., x_n)$ de grado a lo sumo t, el valor de la integral de $f(x)$ sobre S^{n-1} dividido por el volumen de S^{n-1} es igual al promedio de $f(x)$ en X. Intuitivamente, podemos decir que los puntos de X están distribuidos de manera “óptima” en la esfera. Los t-diseños esféricos fueron introducidos en **[2]** y son objeto de interés en diversas áreas de la matemática (ver también **[1]**).

En el caso $n = 2$ los elementos del diseño pueden verse como números complejos de módulo 1 y podemos dar la siguiente definición equivalente: para $n, t \in \mathbb{N}$, $n \geq t+1$, el conjunto $X = \{z_1, \dots, z_n\} \subset S^1$ es un t-diseño esférico si y sólo si $\sigma_i(z_1, \dots, z_n) = 0$ para $i = 1, \dots, t$, donde σ_i es la $i-$ésima función simétrica de los elementos de X. De esta forma podemos estudiar los t-diseños por medio de los coeficientes de los polinomios que tienen por raíces a sus elementos.

Así, las raíces enésimas de un número complejo de módulo 1 son un t-diseño esférico si $n > t$ al igual que uniones de conjuntos de este tipo (eg. la unión de raíces cúbicas y cuartas de respectivos números complejos de módulo 1 forman un 2-diseño esférico de 7 elementos, al igual que raíces séptimas de un tal número). Diseños obtenidos de esta forma se dicen de “tipo grupo” y son todos los t-diseños para $t + 1 \leq n \leq 2t + 2$ mientras que, para $n \geq 2t + 3$ existen, además, no numerables t-diseños de “tipo no grupo” (ver **[3]**).

En **[4]**, dados k puntos en S^1 satisfaciendo ciertas condiciones determinadas por medio de sus funciones simétricas, se introduce un método para construir t-diseños esféricos en $\mathbb{R}^2$ con $2t + k$ elementos. Dichas condiciones también clarifican la naturaleza de los diseños de tipo grupo y dan una descripción geométrica del conjunto de los t-diseños esféricos en términos del σ-espacio.

Referencias

[1] E. Bannai; E. Bannai. A survey on spherical designs and algebraic combinatorics on spheres. *European Journal of Combinatorics*, 30:1392–1425, 2009.

[2] P. Delsarte; J. M. Goethals; J. J. Seidel. Spherical codes and designs. *Geometriae Dedicata*, 6:363–388, 1977.

[3] Y. Hong. On spherical t-designs in $\mathbb{R}^2$. *European Jounal of Combinatorics*, 3(3):255–258, 1982.

[4] F. Martínez. Simmetric functions and spherical t-designs in $\mathbb{R}^2$. *Codes, Designs and Criptography*, 90:2563–2581, 2022.

LA INVERSA m-WC RESPECTO A UN PESO HERMITIANO

Paola Moas
Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Universidad Siglo 21, Argentina
pmoas@exa.unrc.edu.ar

Prasad y Bapat [5] definieron la inversa de Moore-Penrose ponderada de una matriz $A \in \mathbb{C}^{m\times n}$ respecto a dos matrices hermitianas definidas positivas $E \in \mathbb{C}^{m\times m}$ y $F \in \mathbb{C}^{n\times n}$ como la única matriz $X = A^{\dagger}_{E,F}$ que satisface las ecuaciones matriciales

$$(1)\ AXA = A, \quad (2)\ XAX = X, \quad (3^E)\ (EAX)^* = EAX, \quad (4^F)\ (FXA)^* = FXA.$$

Si $E = I_m$ y $F = I_n$, $A^{\dagger}_{E,F}$ representa la clásica inversa de Moore-Penrose $A^{\dagger}$ de A. Inspirado en dicho trabajo, en [1] introdujeron la inversa core-EP de una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ respecto a un peso Hermitiano invertible $E \in \mathbb{C}^{n\times n}$, denotada por $A^{\textcircled{\dagger},\mathrm{E}}$, la cual coincide con la inversa core-EP [6] cuando $E = I_n$. Usando la inversa $A^{\textcircled{\dagger},\mathrm{E}}$, recientemente en [4] estudiaron la inversa m-WG ponderada respecto de E denotada por $A^{\textcircled{w}^E_m}$.

La idea de esta charla es presentar una extensión de $A^{\textcircled{\dagger},\mathrm{E}}$ usando un parámetro $m \in \mathbb{N}$ y componiendo la inversa m-WG ponderada respecto de E con un proyector oblicuo adecuado que involucra la inversa de Moore-Penrose ponderada. Más precisamente,

$$A^{\textcircled{\#}^E_m} = A^{\textcircled{w}^E_m} A^m (A^m)^{\dagger}_{E,I_n}, \quad m \in \mathbb{N}.$$

Cuando $E = I_n$, $A^{\textcircled{\#}^E_m}$ se reduce a la inversa m-WC de A estudiada en [2]. Más aún, si además $m = 1$, $A^{\textcircled{\#}^E_m}$ coincide con la inversa core débil estudiada en [3], mientras que si $m \geq k$ (donde k indica el índice de A), $A^{\textcircled{\#}^E_m}$ coincide con la inversa core-EP.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C634), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 135/19) y CONICET (PIBAA 28720210100658CO).

Trabajo en conjunto con David E. Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN), Fabián E. Levis (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN) y Paola Moas (Universidad Nacional de Río Cuarto,CONICET, FCEFQyN, Universidad Siglo 21).

Referencias

[1] Behera, R., Maharana, G., Sahoo, J.K.: Further results on weighted core-EP inverse of matrices. Results Math. 75, 174 (2020).

[2] Ferreyra D.E., Malik, S.B.: The m-weak core inverse. Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. 118, 41 (2024).

[3] Ferreyra, D.E., Levis, F.E., Priori A.N., Thome N.: The weak core inverse. Aequat. Math. 95 (2021), 351–373.

[4] Ferreyra, D.E., Levis, F.E., Moas P., Orquera V.: The m-group inverse respect to a Hermitian weight. Preprint (2024).

[5] Manjunatha Prasad, K., Bapat, R.B.: The generalized Moore-Penrose inverse. Linear Algebra Appl. 165 (1992), 59–69.

[6] Manjunatha Prasad, K., Mohana, K.S.: Core-EP inverse. Linear Multilinear Algebra 62 (6)(2014), 792–802.

ABOUT OF THE DETERMINANT KŐNIG-EGERVÁRY GRAPHS WITH A PERFECT MATCHING

Gonzalo Molina
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
lgmolina@unsl.edu.ar

Kőnig-Egerváry graphs were introduced in [1]. They are graphs where the covering number equals the matching number. There exists a rich literature on the topic; see, for example, [2] and [3]. Graphs with (a unique) perfect matching have been extensively studied in the literature, see for example [4] and [5]. Harary in 1962, [see [6] , and Sachs in 1964, see [7], introduced what are now known as Sachs subgraphs, which consist of subgraphs where all components are edges or cycles.

In this work, it is proved, via the notion of posy introduced by Deming in [1], that every Kőnig-Egerváry graph with a perfect matching has a spanning bipartite graph with the same set of Sachs subgraphs, and therefore the same determinant.

Trabajo en conjunto con Daniel A. Jaume (Universidad Nacional de San Luis).

Referencias

[1] Deming, R. W. (1979). Independence numbers of graphs-an extension of the König– Egerváry theorem. Discrete Mathematics, 27(1):23–33.

[2] Levit, V. E. and Mandrescu, E. (2011). A characterization of König– Egerváry graphs using a common property of all maximum matchings. Electronic Notes in Discrete Mathematics, 38:565–570.

[3] Cardoso, D. M., Robbiano, M., and Rojo, O. (2017). Combinatorial and spectral properties of König–Egerváry graphs. Discrete Applied Mathematics, 217:446–454.

[4] Simion, R. and Cao, D. S. (1989). Solution to a problem of C D Godsil regarding bipartite graphs with unique perfect matching. Combinatorica, 9:85–89.

[5] Wang, X., Shang, W., and Yuan, J. (2015). On graphs with a unique perfect matching. Graphs and Combinatorics, 31:1765–1777.

[6] Harary, F. (1962). The determinant of the adjacency matrix of a graph. SIAM Review, 4(3):202–210.

[7] Sachs, H. (1964). Beziehungen zwischen den in einem graphen enthaltenen kreisen und seinem charakteristischen polynom. Publicationes Mathematicae Debrecen, 11(1-4):119–134.

PROPIEDAD DE 1-PERSISTENCIA EN LA RELAJACIÓN CLIQUE DEL POLIEDRO DE CONJUNTOS ESTABLES.

Lucía Moroni
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura-Universidad Nacional de Rosario, Argentina
lmoroni@fceia.unr.edu.ar

En este trabajo avanzamos en el estudio de la propiedad de 1-persistencia sobre la relajación por cliques del poliedro de conjuntos estables de un grafo G, $QSTAB(G)$. En general, se dice que un poliedro $P \subset [0,1]^n$ tiene la propiedad de 1-persistencia si para todo $c \in \mathbb{R}^n$ y x^* solución óptima de $\max\{cx : x \in P\}$, existe una solución óptima y^* del problema $\max\{cx : x \in P \cap \{0,1\}^n\}$ tal que $y_j^* = x_j^*$ si $x_j^* = 1$. Esta propiedad se relaciona con otra propiedad más fuerte, la de 0,1-persistencia, analizada en [1].

En [2] se demostró que, para todo grafo G en cierta superclase de grafos libres de patas (paw-free), $QSTAB(G)$ verifica la propiedad de 1-persistencia, pero también que existen grafos para los cuales esto no ocurre. Llamando Q a la familia de todos los grafos G tales que $QSTAB(G)$ sí tiene la propiedad de 1-persistencia, probamos que cualquier subgrafo inducido G' de un grafo G en Q también pertenece a la familia. Es por ello que la propiedad es hereditaria sobre la familia Q. De esta manera, conocer los grafos más “pequeños” que no pertenecen a ella llevaría a una caracterización de la misma por menores prohibidos. Definimos que un grafo G es mnQ si G no pertenece a Q pero todo subgrafo inducido por nodos propio de él, sí está en la familia. En esta línea de trabajo, en esta contribución, presentamos tres familias infinitas de estructuras mínimas prohibidas para ella.

Trabajo en conjunto con Delle Donne, Diego (ESSEC Business School, Cergy, France), Escalante, Mariana (CONICET, Argentina - Universidad Nacional de Rosario, Argentina) y Fekete, Pablo (Universidad Nacional de Rosario, Argentina).

Referencias

[1] E. Rodríguez-Heck, K. Stickler, M. Walter, S. Weltge. “Persistency of Linear Programming Relaxations for the Stable Set Problem.” Bienstock D., Zambelli G. (eds) Integer Programming and Combinatorial Optimization. IPCO 2020. Lecture Notes in Computer Science, vol 12125. Springer, Cham.

[2] Delle Donne, D., Escalante, M., Fekete, P., Moroni, L. (2024). 1-Persistency of the Clique Relaxation of the Stable Set Polytope. In: Basu, A., Mahjoub, A.R., Salazar González, J.J. (eds) Combinatorial Optimization. ISCO 2024. Lecture Notes in Computer Science, vol 14594. Springer, Cham.

Una nueva extensión de la inversa Core a matrices de índice arbitrario

Vanina Grisel Negro
Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina
vani.negro.16@gmail.com

Para una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ es conocido que la inversa Core es la única matriz $X \in \mathbb{C}^{n\times n}$ que satisface las condiciones: $AX = AA^\dagger$ y $\mathcal{R}(X) \subseteq \mathcal{R}(A)$ [1], donde $A^\dagger$ es la clásica inversa de Moore-Penrose de A. Una tal matriz X existe si y solo si A es de índice a lo sumo 1 (o sea, $\mathcal{R}(A^2) = \mathcal{R}(A)$), y en este caso la única solución viene dada por $X = A^\# AA^\dagger$, donde $A^\#$ representa la inversa de Grupo. La inversa Core es conocida por ser una $\{1, 2, 3\}$-inversa de A, es decir, una inversa interior ($AXA = A$), exterior ($XAX = X$) y $(AX)^* = AX$.

Desde su aparición en el año 2010, fue extendida de diferentes maneras para el caso de matrices de índice arbitrario como puede verse en [2-4]. En tales trabajos, básicamente la forma de definir las extensiones de la inversa Core radicaba en componer alguna inversa conocida (de Moore-Penrose, de Drazin, de Grupo) con ciertos proyectores (ortogonales u oblicuos). Una desventaja de estas inversas generalizadas es que no distinguen matrices nilpotentes pues resultan siempre nulas. Tampoco preservan la interesante propiedad de ser $\{1, 2, 3\}$-inversa de la matriz.

En esta charla presentamos una nueva técnica para generar una extensión alternativa de la inversa Core que se denomina inversa Core extendida (o EC-inversa). Esta técnica, a diferencia de componer inversas conocidas, se basa en sumas y diferencias de ciertas inversas generalizadas. Se analizará existencia y unicidad de la EC-inversa como así también su aplicación a un problema de minimización que involucra la norma Frobenius. Esta nueva extensión, puede distinguir matrices nilpotentes y además preserva la propiedad de ser $\{1, 2, 3\}$-inversa de la matriz.

– Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (Res. Nro. 0449/24 PPI 2024-2026), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 135/19) y CONICET (PIBAA 28720210100658CO).

Trabajo en conjunto con David Eduardo Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, Argentina), Albina Natalia Priori (Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina) y Dijana Mosić (University of Niš, Faculty of Sciences and Mathematics, Serbia).

Referencias

[1] O.M. Baksalary, G. Trenkler, Core inverse of matrices, Linear Multilinear Algebra, 58 (6) (2010) 681–697.

[2] D.E. Ferreyra, F.E. Levis, A.N. Priori, N. Thome, The weak core inverse, Aequat. Math., 95 (2021) 351–373.

[3] S. Malik, N. Thome, On a new generalized inverse for matrices of an arbitrary index, Appl. Math. Comput., 226 (1) (2014) 575–580.

[4] K. Manjunatha Prasad, K.S. Mohana, Core-EP inverse, Linear Multilinear Algebra, 62 (6) (2014) 792–802.

LP-approach for substitutable preferences in matching markets

Pablo Neme
UNSL-IMASL, Argentina
Pabloneme08@gmail.com

En este trabajo estudiamos un modelo de matching muchos a uno con preferencias sustituibles. Presentamos una descomposición a un modelo uno a uno y un programa lineal cuyas soluciones enteras se corresponden con el conjunto de matching estables.

Trabajo en conjunto con Jorge Oviedo (UNSL-IMASL, Argentina) y Marcelo Fernandez (John Hopkins University, EEUU).

LA INVERSA DE GRUPO m-DÉBIL RELATIVA A UN PESO HERMITIANO

Valentina Orquera
Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Universidad Siglo 21, Argentina
vorquera@exa.unrc.edu.ar

La inversa m-WG para elementos en un anillo con involución arbitrario fue introducida recientemente en [6]. Para el caso de una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ de índice k se define como la única matriz $X = A^{ⓦ_m}$ que satisface las ecuaciones

$$XA^{k+1} = A^k, \quad AX^2 = X, \quad (A^*)^k A^{m+1} X = (A^*)^k A^m, \quad m \in \mathbb{N}.$$

Cuando $m = 1$, $A^{ⓦ_m}$ coincide con la inversa de grupo débil $A^{ⓦ}$ de A estudiada en [4], mientras que si $m \geq k$, $A^{ⓦ_m}$ coincide con la clásica inversa de Drazin y por lo tanto resulta también una extensión de la inversa de grupo cuando $k = 1$.

Prasad y Bapat [2] definieron la inversa de Moore-Penrose ponderada de una matriz $A \in \mathbb{C}^{m\times n}$ respecto a dos matrices hermitianas definidas positivas $E \in \mathbb{C}^{m\times m}$ y $F \in \mathbb{C}^{n\times n}$ como la única matriz $X = A^{\dagger}_{E,F}$ que satisface las ecuaciones

$$(1)\ AXA = A, \quad (2)\ XAX = X, \quad (3^E)\ (EAX)^* = EAX, \quad (4^F)\ (FXA)^* = FXA.$$

Si $E = I_m$ y $F = I_n$, $A^{\dagger}_{E,F}$ representa la clásica inversa de Moore-Penrose $A^{\dagger}$ de A. Dicha inversa tiene interesantes aplicaciones en redes neuronales [5]. Combinando algunas de las ecuaciones que definen a la inversa de Moore-Penrose ponderada, en [1] introdujeron la inversa core-EP de una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ respecto a un peso Hermitiano invertible $E \in \mathbb{C}^{n\times n}$, denotada por $A^{\text{ⓣ},E}$, la cual coincide con la inversa core-EP [3] cuando $E = I_n$.

Motivados por los trabajos previos, en esta charla se presenta la inversa m-WG de una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ respecto a un peso Hermitiano invertible $E \in \mathbb{C}^{n\times n}$ como la única matriz $X = A^{ⓦ_m^E}$ que satisface

$$AX^2 = X, \quad AX = \left(A^{\text{ⓣ},E}\right)^m A^m, \quad m \in \mathbb{N}.$$

Si $E = I_n$, $A^{ⓦ_m^E}$ se reduce a la inversa m-WG de A. Se estudian resultados de existencia y unicidad de esta nueva inversa como así también diferentes representaciones y caracterizaciones.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C634), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 135/19) y CONICET (PIBAA 28720210100658CO).

Trabajo en conjunto con David E. Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN), Fabián E. Levis (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN) y Paola Moas (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Universidad Siglo 21).

Referencias

[1] Behera, R., Maharana, G., Sahoo, J.K.: Further results on weighted core-EP inverse of matrices. Results Math. 75, 174 (2020).

[2] Manjunatha Prasad, K., Bapat, R.B.: The generalized Moore-Penrose inverse. Linear Algebra Appl. 165 (1992), 59–69.

[3] Manjunatha Prasad, K., Mohana, K.S.: Core-EP inverse. Linear Multilinear Algebra 62 (6)(2014), 792–802.

[4] Wang, H., Chen,J.: Weak group inverse. Open Math. 16 (1) (2018), 1218–1232.

[5] Wei, Y.: Recurrent neural networks for computing weighted Moore-Penrose inverse. Appl. Math. Comput. 116 (2000), 279–287.

[6] Zhou, Y., Chen, J., Zhou, M.: m-weak group inverses in a ring with involution. Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. 115, 2 (2021).

About unimodularity of barbells graphs

Cristian Panelo
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
crpanelo@unsl.edu.ar

Graphs with a unique perfect matching have been extensively studied in the literature, see [1] and [2]. A graph G is unimodular if $|\det(G)| = 1$. In [3], the problem of characterizing unimodular graphs is proposed, and unicyclic unimodular graphs are characterized. A Kőnig-Egerváry graph is a graph such that its vertex covering number equals its matching number. Kőnig-Egerváry graphs were independently introduced in 1979 by Deming [4] and Sterboul [5]. An even subdivision of a graph G is either the graph G itself or any of the graphs that arise from G by successive application of even subdivisions. A barbell is the graph formed by two disjoint K_3 linked by an edge. We also refer as a barbell graph to any even subdivision of it. In [6], the notion of a barbell part, B(G), of a graph G with a unique perfect matching was introduced. It was shown that every such graph G can be decomposed into two disjoint subgraphs: KE(G) (a Kőnig-Egerváry graph) and B(G) (the subgraph induced by all vertices in M-barbells of G). A graph G is called a B-graph if B(G) $= G$.

In [6], it was proved that for all graphs with a unique perfect matching:

$$\det(G) = \det(\mathrm{B}(G)) \cdot \det(\mathrm{KE}(G)).$$

Hence, in order to characterize when a graph is unimodular, it is necessary to characterize when Kőnig-Egerváry graphs and B-graphs are unimodular. This work characterizes a large unimodular subfamily of B-graphs.

Trabajo en conjunto con Daniel A Jaume (Universidad Nacional de San Luis) y Diego G Martinez (Universidad Nacional de San Luis).

Referencias

[1] R. Simion and D. S. Cao. Solution to a problem of cd godsil regarding bipartite graphs with unique perfect matching. Combinatorica, 9:85–89, 1989.

[2] S. Panda and S. Pati. On the inverse of a class of bipartite graphs with unique perfect matchings. The Electronic Journal of Linear Algebra, 29:89–101, 2015.

[3] S. Akbari and S. J. Kirkland. On unimodular graphs. Linear Algebra and its Applications, 421(1):3–15, 2007.

[4] R. W. Deming. Independence numbers of graphs - an extension of the Kőnig-Egerváry Theorem. Discrete Mathematics, 27(1):23–33, 1979.

[5] F. Sterboul. A characterization of the graphs in which the transversal number equals the matching number. 1979.

[6] D. A. Jaume, C. Panelo, and D. G. Martinez, Determinantal decomposition of graphs with unique perfect matching, submitted.

Subdivisiones impares en grafos de Kneser

Adrian Pastine
Departamento de Matemática, Universidad Nacional de San Luis, e IMASL (UNSL-CONICET), Argentina
agpastine@gmail.com

Dado un grafo G decimos que contiene otro grafo H como un menor si podemos obtener H a partir de G si se lo puede obtener del mismo por medio repetidas aplicaciones de tres operaciones: el borrado de vértices, el borrado de aristas, y la contracción de aristas. La conjetura más importante en el estudio de menores es la conjetura de Hadwiger, que dice que todo grafo G contiene a $K_{\chi(G)}$ como un menor (donde $\chi(G)$ es el número cromático de G).

Por otro lado, decimos que G contiene una inmersión de H si se puede obtener H a partir de G por medio de la repetida aplicación de: borrado de vértices, borrado de aristas, y reemplazo de un par de aristas incidentes $\{u, v\}$ y $\{v, w\}$ por la arista $\{u, w\}$. De manera similar a lo que ocurre con el problema de menores, la conjetura de Abu-Khzam y Langston dice que todo grafo G contiene una inmersión de $K_{\chi(G)}$.

Ambos problemas son generalizados en el estudio de subdivisiones. Una subdivisión de una arista $\{u, v\}$ se obtiene al agregar un nuevo vértice, w, y al reemplazar la arista $\{u, v\}$ por las aristas $\{u, w\}$ y $\{w, v\}$. Decimos que un grafo G contiene una subdivisión de un grafo H si se puede obtener un subgrafo de G a partir de H por medio de repetidas subdivisiones de aristas. Claramente, si un grafo G contiene una subdivisión de H, entonces contiene una inmersión de H, y contiene a H como un menor. Por lo tanto, el estudio de subdivisiones abarca tanto el problema de menores como el problema de inmersiones.

El problema de subdivisiones se restringe un poco más al concentrarnos en la versión impar del problema. Esto es que si dos vértices $\{u, v\}$ son vecinos en H, entonces el camino de G obtenido a partir de las subdivisiones entre u y v debe tener una cantidad impar de aristas (existen también versiones impares del problema de menores y del problema de inmersiones). Esta restricción es interesante ya que un grafo bipartito completo contiene subdivisiones de grafos completos de un gran número de vértices, pero no contienen subdiviones impares de K_3. Así, el caso impar representa un poco mejor el número de coloreo.

El grafo de Kneser $K(n, k)$ tiene como vértices los subconjuntos de cardinalidad k de un subconjunto base de cardinalidad n, y tiene aristas entre dos vértices si son disjuntos. En este trabajos estudiamos subdivisiones impares del grafo de Kneser, y demostramos que si $G = K(n, k)$, entonces G tiene una subdivisión impar de $K_{\chi(G)}$.

A NEW ELEMENTAL PROOF OF KŐNIG'S THEOREM

Kevin D. Pereyra
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
kdpereyra@unsl.edu.ar

The well-known Kőnig's Theorem states that in a bipartite graph G, the number of edges in a maximum matching is equal to the number of vertices in a minimum vertex cover, i.e., $\mu(G) = \tau_0(G)$, see [1] and [2]. From this result, it is easy to deduce that if e is an edge of G connecting two vertices in a minimum vertex cover, then G and $G - e$ have the same number of vertices in a minimum vertex cover, i.e., $\tau_0(G) = \tau_0(G - e)$. We present an elementary proof of this property without using Kőnig's Theorem. Then we give a proof of Kőnig's Theorem using this property. We also give an edge version of the property.

Trabajo en conjunto con Daniel A. Jaume (Universidad Nacional de San Luis - IMASL - CONICET).

Referencias

[1] Kőnig, Dénes. "Graphs and matrices."Matematikai és Fizikai Lapok 38 (1931): 116–119.

[2] Reichmeider, Philip Francis. The Equivalence of Some Combinatorial Matching Theorems. Adelphi University, 1978.

MATRICES DE SUMA POR FILA EN GRUPOS DIEDRALES GENERALIZADOS

María Valentina Soldera Ruiz
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
mvsrpame@gmail.com

Dados Γ, un grupo, y $\Sigma = \{\sigma_1, \ldots, \sigma_{|\Gamma|}\}$, un multiconjunto de elementos de Γ de cardinalidad $|\Gamma|$, una matriz de suma por fila de orden g y suma Σ, $\mathrm{RSM}_\Gamma(g, \Sigma)$, es una matriz de g columnas y $|\Gamma|$ filas, cuyas columnas son permutaciones de los elementos de Γ, y cuya i-ésima fila suma σ_i (utilizando notación aditiva para el producto del grupo). Este tipo de matrices son de interés por sus aplicaciones a la descomposición de grafos, y han sido utilizadas sobre grupos abelianos implicitamente por mucho tiempo. Sin embargo, las RSM fueron introducidas formalmente recien en [1], donde, por las limitaciones de los grupos abelianos, matrices sobre grupos diedrales generalizados fueron utilizadas para descomponer grafos completos en ciertas estructuras. Más precisamente, estudiaron el grupo diedral generalizado

$$\Gamma = \left\langle \mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_{2^{k+1}n} \times \tau \;\middle|\; \tau^2 = e,\ h\tau = \tau h,\ \forall h \in \mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_{2^{k+1}n} \right\rangle$$

o, en notación aditiva,

$$\Gamma = \langle \mathbb{Z}_m \oplus \mathbb{Z}_{2^{k+1}n} \oplus \tau \mid 2\tau = e,\ h + \tau = \tau - h,\ \forall h \in \mathbb{Z}_m \oplus \mathbb{Z}_{2^{k+1}n} \rangle$$

donde e es la identidad. Los autores de [1] demostraron que dado $g \geq 3$ existe un Σ con α elementos de orden m y $|\Gamma| - \alpha$ elementos de orden $2^k n$, tal que existe una $\mathrm{RSM}_\Gamma(g, \Sigma)$ (salvo en ciertos casos). Como [1] es el único trabajo que estudia estas matrices sobre grupos no abelianos, queda mucho trabajo por hacer y cualquier resultado resultaría en nuevas descomposiciones de grafos.

En este trabajo nos concentramos en las condiciones necesarias y suficientes sobre Σ y g para que exista $\mathrm{RSM}_\Gamma(g,\Sigma)$ cuando Γ es un grupo diedral generalizado.

Referencias

[1] Burgess, A. C., Danziger, P., Pastine, A.,and Traetta, T. (2024). Constructing uniform 2-factorizations via row-sum matrices: Solutions to the Hamilton-Waterloo problem. Journal of Combinatorial Theory, Series A, 201, 105803.

UN MODELADO MATEMÁTICO PARA ESTUDIAR LAS PROPIEDADES DE LAS CADENAS GLOBALES DE COMPOSICIÓN DE SERVICIOS

Juan Marcos Tripolone
Universidad de Congreso, Argentina
juanmarcos418@profesores.ucongreso.edu.ar

Esta comunicación se refiere a los modelos de asignación aplicados a la cadena internacional de contratos de outsourcing para composición de servicios. Las cadenas globales de valor tienen como objetivo capilarizar los procesos de captación y subcontratación de recursos (offshoring/outsourcing/staffing), y al mismo tiempo, mitigar o gestionar los riesgos de externalización hacia abajo en la cadena.

Estos riesgos incluyen la desactivación del contrato, el despido abrupto de un determinado trabajador (por bajo desempeño o por una nueva oferta laboral) entre otros, lo que motiva que la cadena de subcontratación crezca indefinidamente.

Este artículo aborda matemáticamente desde los Juegos de Asignación, la Teoría de Contratos, la Teoría de Retículos y los conjuntos ordenados el esquema de contratación en grandes cadenas de contratistas, proponiendo algunas propiedades clave para estudiar su comportamiento a través de un plexo de teoremas.

Para acometer este objetivo, el abordaje propuesto incluye:

A. El diseño de una estructura reticular multinivel que representa la cadena de composición de servicios, con nodos de contratación en diferentes niveles representando contratistas y subcontratistas, en donde se evidencia la relación de asignación.

B. Morfismos de asignación de contratos entre los agentes de la cadena, con sus propiedades y caracterización.

Aspectos destacados de la investigación:

1. La cadena de contratación en los mercados de subcontratación se modela como un juego de emparejamiento de muchos a muchos representable mediante retículos.

2. Se desarrolla un álgebra de asignaciones contractuales con teoremas que demuestran las propiedades algebraicas y topológicas de las cadenas de subcontratación.

3. Se propone el diseño de una plataforma digital para emparejar contratistas y subcontratistas utilizando algoritmos basados en preferencias.

4. Se demuestra la existencia de asignaciones estables y optimalidad para contratistas en cadenas de subcontratación finitas con preferencias estrictas.

5. Se establecen resultados acerca de niveles de complejidad, mostrando que el cálculo de la distancia a la estabilidad es NP-difícil.

6. Se aplica la teoría de categorías para analizar las propiedades estructurales de los pooles de composición de servicios y las asignaciones de recursos humanos.

Introducción:

Se pretenden modelar las cadenas de subcontratación en mercados de outsourcing como juegos de emparejamiento múltiple representables por retículos. Se desarrolla un álgebra de asignaciones contractuales y se propone el diseño de una plataforma digital para emparejar contratistas y subcontratistas.

El mercado de recursos humanos (RRHH), especialmente en sectores empresariales como el de las tecnologías de la información o la construcción, presenta a menudo una importante cadena de contratistas y subcontratistas de distintos niveles, para cubrir vacantes en proyectos relevantes (como desarrollos de sistemas informáticos de gran envergadura o grandes obras públicas de construcción). Por ejemplo, cuando una empresa contratista que licita un proyecto (en el que se debe asignar una determinada cantidad de personal mediante un modelo de negocio de externalización) contrata o asigna dicho proyecto a otra empresa, ésta es considerada como contratista directo (contratista de nivel 1, o 1-contratista). Si el 1-contratista subcontrata parcialmente algunos de estos recursos humanos a otra empresa, esta nueva empresa es un subcontratista (contratista de nivel 2, o 2-contratista). Esta cadena de contratación puede extenderse y generalizarse a la empresa contratista n-ésima (contratista de nivel n, o n-contratista).

Juegos de asignación de muchos a muchos en la composición de servicios:

Situaciones de muchos a muchos como el desafío de asignar talento humano en proyectos de empresas son cada vez más comunes en extensas cadenas globales de empresas contratantes producidas por la formación de equipos de recursos humanos aplicados a proyectos de tecnologías de la información u otros sectores similares de la economía del conocimiento y los servicios profesionales exportables.

Esto motiva extender los modelos de emparejamiento de trabajadores a instituciones (muchos a uno) a casos en los que distintos trabajadores pertenecientes a una o más empresas contratantes son asignados a distintos proyectos de varias empresas contratantes (muchos a muchos). Este trabajo propone soluciones algebraicas y computacionales al desafío.

Algebrización de la cadena de contratación:

Para simplificar el modelo, consideramos que la empresa contratante A_0 sólo oferta un único proyecto, y los elementos de este conjunto representan los recursos humanos (propios o subcontratados) asignados al proyecto. A efectos de generalización, consideraremos aquí que la empresa contratista A_0 equivale al propio proyecto en estudio.

Sin embargo, al extender este modelo a múltiples proyectos multicontratistas que subcontratan múltiples recursos humanos a múltiples subcontratistas, se obtiene un modelo de asignación de muchos a muchos en el mercado del talento humano. Para estos casos, se puede denotar genéricamente como $A_{ij} \subseteq A_i$ el j-ésimo proyecto de A_i, y ampliar lo aquí expuesto. Este modelo se vuelve aún más complejo si se pueden asignar trabajadores a tiempo parcial (por lo que un solo trabajador podría ser asignado a más de un proyecto de más de una empresa).

Sea A_0 la empresa contratante dueña del proyecto, y $A_{i \in I}$ empresas contratistas de la misma cadena de contratación, $I = \{1, 2, 3, ..., n\}; I \subset N\}$. Sean estas empresas A_1 el contratista directo de A_0 (es decir, contratista de A_0, o 1-contratista), A_2 contratista de A_1 (subcontratista de A_0 o 2-contratista), A_3 contratista de A_2 (subsubcontratista de A_0 o 3-contratista), ..., A_n contratista de A_{n-1} (n-contratista).

$A_0 =$ 'Empresa contratante' $= \{a_{01}, a_{02}, ..., a_{0x}, a_{11}, a_{12}, ..., a_{1b}, a_{21}, a_{22}, ..., a_{2b}, a_{31}, a_{32}, ..., a_{3c}, ..., a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nm}\}$

$A_1 =$ 'Contratista directo (1-contractor)' $= \{a_{11}, a_{12}, ..., a_{1b}, a_{21}, a_{22}, ..., a_{2b}, a_{31}, a_{32}, ..., a_{3c}, ..., a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nm}\}$

$A_2 =$ 'Subcontratista (2-contractor)' $= \{a_{21}, a_{22}, ..., a_{2b}, a_{31}, a_{32}, ..., a_{3c}, ..., a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nm}\}$

$A_3 =$ 'Sub-subcontratista (3-contractor)' $= \{a_{31}, a_{32}, ..., a_{3c}, ..., a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nm}\}$

$A_n =$ 'Sub-...-subcontratista (n-contractor)' $= \{a_{n1}, a_{n2}, ..., a_{nm}\}$

Cadena simple de contratación:

$A_n \subseteq A_{n-1} \subseteq ... \subseteq A_i \subseteq ... \subseteq A_3 \subseteq A_2 \subseteq A_1 \subseteq A_0 \; \forall \; i \in I = \{1, 2, ..., n\}$

$A_n \cup A_{n-1} \cup ... \cup A_i \cup ... \cup A_3 \cup A_2 \cup A_1 = A_0 \; \forall \; i \in I = \{1, 2, ..., n\}$

Un espacio métrico definido por el nivel de contrato:

Con el desarrollo anterior se constituye el espacio métrico $(\wp P(C \cup S), \delta(A_i, A_j))$, $A_i, A_j \in \wp P(C \cup S)$, donde $C \cup S$ es el universo de contratistas para una cadena de contratación.

Definición. Función de distancia entre niveles de contratación:

Sean A_i, A_j, A_k empresas pertenecientes a una única cadena de contratación (hilo único) tal que $A_i, A_j, A_k \subseteq C \cup S$ $(A_i, A_j, A_k \in \wp(C \cup S))$ y sea $\delta : \wp(C \cup S) \times \wp(C \cup S) \rightarrow \mathbb{N}$ / $\delta(A_i, A_j) = |i - j|$, donde i (j) representa el nivel de profundidad del agente i (j) en la cadena contractual. $\Rightarrow$

(i) $\delta(A_i, A_i) = 0$

(ii) $\delta(A_i, A_j) > 0 \; \forall A \neq B$

(iii) $\delta(A_i, A_j) = \delta(A_j, A_i)$

(iv) $\delta(A_i, A_k) \leq \delta(A_i, A_j) + \delta(A_j, A_k) \; \forall A_i, A_j, A_k \in C \cup S$

$\therefore$ $\delta(A_i, A_j)$ es una función distancia de $\wp(C \cup S)$ entre los conjuntos $A_i, A_j, A_k \in C \cup S$.

Cadena de composición simplificada:

Se presentan a continuación algunas definiciones útiles para modelar un hilo completo o cadena de contratación para la composición de servicios agregados.

Principal inicial. Sean las empresas A_0, A_1, A_2, A_3 tales que A_0 contrata a A_1 para su proyecto, para lo cual A_1 subcontrata a A_2, que a su vez subcontrata a A_3 para el mismo fin. Formalizamos a la empresa contratante principal y dueña del proyecto como el conjunto A_0 de proyectos ofrecidos a licitación a su red de contratistas. A su vez, X es un conjunto de asignaciones con contratos factibles para ejecutar el proyecto de A_0.

Contratos factibles para el proyecto licitado. Sea X el conjunto de asignaciones posibles por contratos al proyecto A_0, considerando que la empresa A_0 podría asignar algunos de sus propios empleados a este u otros proyectos.

Contratistas y subcontratistas asignados. Sea A_{0_x} el subconjunto de A_0 que contiene a los recursos humanos propios (directos) que A_0 asignó a su proyecto unidos a A_{1_x}, que es el subconjunto de A_1 que contiene agentes (personas o empresas) subcontratados por A_1 para el proyecto de A_0, que subcontrata a A_{2_x}, subconjunto de A_2 definido que contiene agentes (personas o empresas) subcontratados por A_2 para asignar al equipo que A_1 reunió para el proyecto de A_0, finalizando la cadena con A_{3_x} el subconjunto de A_3 definido como el conjunto de recursos humanos (solo personas, ya que en este ejemplo A_3 está en el último nivel de contratación) subcontratados por A_3 para asignarlos al equipo que A_2 reunió para proporcionar recursos humanos a la empresa A_1, que a su vez reunió el equipo final de contratistas indirectos y subcontratistas, junto a los recursos humanos propios que A_0 asignó a su proyecto.

Asumiendo que todos los elementos (conjuntos unitarios de personas o conjuntos de empresas subcontratistas) de $A_{0_X}, A_{1_X}, A_{2_X}$ y A_{3_X} sean aceptables por A_0 para ser asignados a su proyecto, y considerando A_{0_X} como el conjunto de todos los recursos humanos asignables al proyecto de A0 en la cadena, se puede construir una estructura compuesta por el conjunto A_0 ordenado por la operación de subconjunto (poset).

$A_{3_X} = \{a_{3_{x_1}}, a_{3_{x_2}}, ..., a_{3_{x_o}}\} \subseteq A_3$

$(A_{3_X} \in \wp(A_3), |A_{3_X}| = o)$

$A_{2_X} = \{a_{3_{x_1}}, a_{3_{x_2}}, ..., a_{3_{x_o}}, a_{2_{x_1}}, a_{2_{x_2}}, ..., a_{2_{x_l}}\} \subseteq A_2$

$(A_{2_X} \in \wp(A_2), |A_{2_X}| = |A_{3_X}| + l = o + l)$

$A_{1_X} = \{a_{3_{x_1}}, a_{3_{x_2}}, ..., a_{3_{x_o}}, a_{2_{x_1}}, a_{2_{x_2}}, ..., a_{2_{x_l}}, a_{1_{x_1}}, a_{1_{x_2}}, ..., a_{1_{x_m}}\} \subseteq A_1$

$(A_{1_X} \in \wp(A_1), |A_{1_X}| = |A_{3_X}| + |A_{2_X}| + m = o + l + m)$

$A_{0_X} = \{a_{3_{x_1}}, ..., a_{3_{x_o}}, a_{2_{x_1}}, a_{2_{x_2}}, ..., a_{2_{x_l}}, a_{1_{x_1}}, a_{1_{x_2}}, ..., a_{1_{x_m}}, a_{0_{x_1}}, a_{0_{x_2}}, ..., a_{0_{x_n}}\} \subseteq A_0$

$(A_{0_X} \in \wp(A_0), |A_{0_X}| = |A_{3_X}| + |A_{2_X}| + |A_{1_X}| + n = o + l + m + n)$

$\therefore \langle \wp(A_0), \subseteq \rangle : A_{3_X} \subseteq A_{2_X} \subseteq A_{1_X} \subseteq A_{0_X}$

Retículos en el mercado de contratistas:

Utilizando la relación de orden definida por la operación de subconjunto, es posible construir la red que representa la cadena formada en el poset $\langle \wp(A_{0_X}), \subseteq \rangle$ como sigue.

Hilos de contratación de primer orden: A_{0_X}

Hilos de contratación de segundo orden:

$A_{8_X} \subseteq A_{0_X}$

Hilos de contratación de tercer orden:

$\{a_{0_{x_1}}\} \subseteq A_{8_X} \subseteq A_{0_X}$

$A_{3_X} \subseteq A_{1_X} \subseteq A_{0_X}$

$A_{4_X} \subseteq A_{1_X} \subseteq A_{0_X}$

$A_{7_X} \subseteq A_{2_X} \subseteq A_{0_X}$

Hilos de contratación de cuarto orden:

$A_{5_X} \subseteq A_{6_X} \subseteq A_{2_X} \subseteq A_{0_X}$

Competencia y preferencias en los mercados de recursos humanos:

Sean $A_0, A_1, A_2 y A_3$ empresas que desean contratar respectivamente $q_{A_0}, q_{A_1}, q_{A_2}$ y q_{A_3} recursos humanos con el mismo perfil profesional, y sea H el conjunto de trabajadores h_r que cumplen con el perfil especificado. Después de evaluar a cada h_r, A_0, A_1, A_2 y A_3 podrían construir las siguientes relaciones de preferencia ejemplificativas (descartando de ellas a los candidatos que decidieron rechazar), y hacer una oferta de trabajo considerando las tarifas r_0, r_1, r_2 y r_3 a cada trabajador, ordenados del más preferido al menos preferido, suponiendo que cada empresa intentó contratar la suficiente cantidad de trabajadores para cubrir su cuota requerida.

$H = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7, h_8, h_9\}$

$h_3 \succeq_{A_0} h_5 \succeq_{A_0} h_9 \succeq_{A_0} h_7 \succeq_{A_0} h_2; q_{A_0} = 5$

$h_1 \succeq_{A_1} h_3 \succeq_{A_1} h_5 \succeq_{A_1} h_9 \succeq_{A_1} h_7 \succeq_{A_1} h_2; q_{A_1} = 4$

$h_3 \succeq_{A_2} h_1 \succeq_{A_2} h_8 \succeq_{A_2} h_5 \succeq_{A_2} h_9 \succeq_{A_2} h_7 \succeq_{A_2} h_2; q_{A_2} = 6$

$h_8 \succeq_{A_3} h_5 \succeq_{A_3} h_9 \succeq_{A_3} h_1 \succeq_{A_3} h_7 \succeq_{A_3} h_2; q_{A_3} = 3$

A_0 realizará una oferta laboral a: $O_{A_0} = \{h_3, h_5, h_9, h_7, h_2\}$

A_1 realizará una oferta laboral a: $O_{A_1} = \{h_1, h_3, h_5, h_9\}$

A_2 realizará una oferta laboral a: $O_{A_2} = \{h_3, h_1, h_8, h_5, h_9, h_7\}$

A_3 realizará una oferta laboral a: $O_{A_3} = \{h_8, h_5, h_9\}$

Considerando $\succeq_H$ como la relación de preferencia que los candidatos $h_r \in H$ tienen sobre las vacantes ofrecidas por las empresas A_0, A_1, A_2, A_3, se deduce que este problema de asignación tiene un orden dual, y por tanto, puede construirse a partir de las empresas que prefieren a los trabajadores evaluados.

$\succeq_{A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3}: A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3 \to H,$

o desde su orden dual:

$\succeq_H: H \to A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3,$

donde se verifica que:

$\succeq_{A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3} \circ \succeq_H = \succeq_H^{-1} \circ \succeq_{A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3}^{-1}$

Generalizando, el conjunto de alternativas posibles para los trabajadores h_r, representa todas las ofertas de trabajo disponibles de todas las empresas A_i:

$X_h = \bigcup A_i$

$\succeq_{\bigcup A_i} \circ \succeq_H = \succeq_H^{-1} \circ \succeq_{\bigcup A_i}^{-1}$

La cadena de contratación modelada mediante morfismos de matching:

Es posible generalizar la composición de servicios $\mu = \circ_{i=1}^{n} \mu_i$ como una única relación de asignación (es decir, simplemente μ), si asumimos que todos los contratos intervinientes en todos los i niveles de la cadena de contratantes, tanto entre personas (consideradas como singletons) y empresas como entre las propias empresas, se llevan a cabo mediante contratos de naturaleza equivalente. Esta relación de asignación tiene propiedades interesantes que se desarrollarán en el apartado de teoremas. Ahora construiremos una tabla genérica para la relación de contratación μ con el fin de definirla formalmente.

Definición. Relación de contratación. Definimos μ_i como el i-ésimo morfismo de asignación (aplicación intercompañía que preserva la estructura interna de la cadena contractual) entre los conjuntos que representan a cada empresa contratante, donde i es un índice que identifica la profundidad en la cadena de contratación. Formalmente:

Sea $C \cup S$ el universo de contratistas factibles (tanto individuos como empresas) y μ la relación contractual entre ellos tal que:

$\mu : \wp(C \cup S) \to \wp(A_0)$
$x \to \mu(x)$
$\{a_{01}\}\mu A_0$
$\{a_{0x}\}\mu A_0$
$A_1 \mu A_0$
$\{a_{11}\}\mu A_1$
$\{a_{1b}\}\mu A_1$
$A_2 \mu A_1$
$\{a_{21}\}\mu A_2$
$\{a_{2b}\}\mu A_2$
$A_n \mu A_{n-1}$
$\{a_{nm}\}\mu A_n$

Modelado preliminar:

Se define el universo de contratistas como $C \cup S$, donde C son los contratistas directos y S los subcontratistas. La relación de contratación se denota como μ.

Álgebra de asignaciones contractuales:

Se define la operación de asignación contractual μ con las siguientes propiedades:

Transitividad: $A_2 \mu A_1, A_1 \mu A_0 \Rightarrow A_2 \mu A_0$
Simetría: $A_1 \mu_1 A_0 \Leftrightarrow A_0 \mu_1 A_1$
Asociatividad: $(A_2 \mu A_1) \mu A_0 = A_2 \mu (A_1 \mu A_0)$

Retículos de preferencias:

Se demuestra que las preferencias de las empresas sobre los subcontratistas forman un retículo.

Teorema. Si cada empresa contratista define una relación de preferencia sobre el conjunto de subcontratistas potenciales, entonces estas relaciones de preferencia forman un retículo.

Composición de servicios en pools:

Se define un pool de servicios como una tripleta (A, q, p), donde A es el conjunto de agentes, q la cantidad de recursos humanos y p la tarifa.

La operación de unión de pools se define como:

$(A_1, q_1, p_1) \oplus (A_2, q_2, p_2) = (A_1 \cup A_2, q_1 + q_2, \text{máx}(p_1, p_2))$

Asignaciones estables:

Se demuestra la existencia de asignaciones estables en cadenas de subcontratación finitas con preferencias estrictas.

Teorema. En una cadena de subcontratación finita con preferencias estrictas, siempre existe al menos una asignación estable.

Complejidad computacional:

Se establece que calcular la distancia a la estabilidad es un problema NP-duro.

Teorema. Calcular la distancia a la estabilidad para una asignación dada en una cadena de subcontratación es un problema NP-duro.

Propiedades de los retículos contractuales:

Existencia de un espacio métrico en la cadena
Cerradura del álgebra de asignaciones contractuales
Elemento neutro del álgebra de asignación contractual
Composición de morfismos de asignación
Asociatividad en la cadena de morfismos de asignación
Elemento identidad en los morfismos de asignación
Existencia de un retículo de preferencias
Morfismo de retículos inducido por una asignación
Existencia de un retículo de asignaciones estables

Preservación de estabilidad y optimalidad en servicios
Plenitud y fidelidad de funtores
Funtor adjunto izquierdo al funtor de intersección
Categoría monoidal en pooles de servicios
Axioma 1: Asociatividad
Axioma 2: Unidad
Axioma 3: Coherencia
Cerradura de categoría de pooles de RRHH
Conclusiones:

El modelo propuesto permite abordar proyectos de desarrollo de software con múltiples niveles de subcontratación, optimizando las asignaciones en plataformas de freelancing. Se sugieren futuras líneas de investigación en la maximización del valor para agentes intermediarios y en el diseño de mercados de talento en línea.

Referencias

[1] Blair, C. (1988). The lattice structure of the set of stable matchings with Multiple Partners. Mathematics of Operations Research, 13, 619–628.

[2] Risma, E. (2015). A deferred acceptance algorithm with contracts. Journal of Dynamics and Games, 2, 289–302.

[3] Risma, E. (2015). Binary operations and lattice structure for a model of matching with contracts. Mathematical Social Sciences, 73, 6–12.

[4] Ostrovsky, M. (2008). Stability in Supply Chain Networks. American Economic Review, 98:3, 897–923.

[5] Teytelboym, A. (2014). Trading networks with bilateral contracts. ISER Seminar Series, 18.

[6] Echenique, F. and Oviedo, J. (2006). A theory of stability in many-to-many matching markets. Theoretical Economics, 1, 233–273.

[7] Gale, D. and Shapley, L. (1962). College admissions and the stability of marriage. American Math Monthly, 69, 9–15.

[8] Gusfield, D. and Irving, R. (1989). The Stable Marriage Problem: Structure and Algorithms. Cambridge: MIT press.

[9] Hatfield, J. and Milgrom, P. (2005). Matching with contracts. The American Economic Review, 95, 913–935.

[10] Hatfield, J. and Kominers, S. (2012). Contract design and stability in many to many matching. Working paper.

A COMBINATORIAL CORE-NILPOTENT DECOMPOSITION OF UNICYCLIC GRAPHS

Micaela Vega
Universidad Nacional de San Luis - IMASL -CONICET, Argentina
mvega@unsl.edu.ar

A singular matrix A of rank r and order n, is similar to a 2×2 block-diagonal, where one of the blocks is a $r \times r$ non-singular matrix and the other block is nilpotent, see [1]. This is called a core-nilpotent decomposition of A. In this work, we show that is possible to obtain a core-nilpotent decomposition of the adjacency matrix of a unicyclic graph throughout its adjacency relations, without computing a matrix Q (whose columns form a basis of the range and null space of the adjacency matrix of U) and its inverse. This is possible through the null decomposition of unicyclic graphs, see [2].

Trabajo en conjunto con Daniel A Jaume (Universidad Nacional de San Luis), Maikon Machado Toledo (Universidad Nacional de San Luis) y Cristian Panelo (Universidad Nacional de San Luis).

Referencias

[1] Meyer, C. Matrix Analysis and Applied Linear Algebra. Society for Industrial and Applied Mathematics (2000).

[2] Allem, L. E., Jaume, D. A., Molina, G., Toledo, M. M., and Trevisan, V., Null decomposition of unicyclic graphs, Discrete Applied Mathematics,(2020) 285:594–611.

Contando la cantidad de PEDs en algunas clases de grafos

Camilo Vera
Instituto de Cálculo, FCEN, UBA, Argentina
camilo.vera2509@gmail.com

Dado un grafo $G = (V, E)$ y dos aristas $e, f \in E$, decimos que e domina a f si ambas comparten un extremo o bien si $e = f$. Un subconjunto P de E es un conjunto perfecto de aristas dominantes (PED por sus siglas en inglés) si toda arista de $E \setminus P$ es dominada por exactamente una arista de P. Notar que todo grafo posee un PED, ya que el conjunto de aristas E es un PED.

En este trabajo daremos a conocer una serie de resultados en torno a la cantidad de PEDs para ciertas clases de grafos. En primer lugar, obtuvimos una fórmula por recurrencia para calcular el número de PEDs del camino P_n, sabiendo que P_1, P_2 y P_3 tienen 1, 1 y 3 PEDs, respectivamente. De igual manera, probamos que los ciclos C_n, $n \geq 3$, cumplen la misma recurrencia que los caminos, donde C_3, C_4 y C_5 tienen 4, 5 y 6 PEDs, respectivamente. En segundo lugar, probamos que si T es un árbol con n vértices, entonces la cantidad de PEDs de T es menor o igual que la cantidad de PEDs de P_n. En tercer lugar, y con ayuda del resultado anterior, probamos que un bosque con $n \geq 13$ vértices tiene una cantidad de PEDs menor o igual que la cantidad de PEDs de P_n.

Por otro lado, hallamos un algoritmo lineal para calcular el número de PEDs de un grafo serie-paralelo generalizado y de un grafo cordal, usando las ideas presentadas en [1]. También calculamos la máxima cantidad de PEDs de un grafo cordal con n vértices y damos una familia de grafos de esta clase que alcanza dicho máximo.

Referencias

[1] C. L. Lu, M. T. Ko, C. Y. Tang, Perfect edge domination and efficient edge domination in graphs, Discrete Applied Mathematics 119 (2002).

Caracterización Axiomática de reglas de asignación en el problema de la mochila

Dalma Yamila Veron
Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET), Argentina
verondalma@gmail.com

En el problema de la mochila, un grupo de agentes busca llenar una mochila con varios bienes. Se debe considerar dos cuestiones. La primera, ampliamente estudiada en la literatura, es decidir que artículos seleccionar para introducir en la mochila. La segunda cuestión, no tan estudiada, es dividir los ingresos totales entre los agentes que participan.
Existen distintos tipos de algoritmos que resuelven el primero de estos problemas. En este caso estudiaremos dos algoritmos, que si bien no son eficientes, son muy sencillos y ampliamente conocidos en la literatura. Luego, proponemos una regla de reparto asociada a cada algoritmo.
Primero, consideremos un problema $P = (N, M, W, w, p)$, donde N es el conjunto de agentes, M el conjunto de bienes, W el tamaño de la mochila, w_j es el tamaño del objeto j y p_j^i es la ganancia que obtiene el agente i cuando el bien j es introducido en la mochila.
Además para cualquier problema P, el conjunto de asignaciones factibles es definido como

$$\mathcal{F}(P) = \{(x_j)_{j\in M} \in \mathbb{R}_+^M : \textstyle\sum_{j\in M} x_j \leq W\}.$$

La idea del primer algoritmo, denominado algoritmo voraz dividido (Greedy-Split Algorithm), es comenzar con una mochila vacía y simplemente revisar los elementos que están en orden decreciente de eficiencia, agregando cada elemento en consideración a la mochila sin exceder su capacidad.
Se define la regla asociada a dicho algoritmo como $f^* = (\varphi^*, r^*)$, donde φ^* ordena los elementos de manera decreciente de eficiencia, es decir

$$\tfrac{p_1}{w_1} \geq \ldots \geq \tfrac{p_{s-1}}{w_{s-1}} \geq \tfrac{p_s}{w_s} \geq \ldots$$

en el cual s se determina por

$$\textstyle\sum_{k=1}^{s-1} w_k \leq W < \sum_{k=1}^{s} w_k$$

y $(\varphi_j^*(P))_{j\in M} \in \mathcal{F}$, donde

$$\varphi_j^*(P) = \begin{cases} 1 & si \quad j \leq s-1 \\ 0 & si \quad j > s-1. \end{cases}$$

Para un agente i en el problema P, la regla de reparto se define como:

$$r_i^*(P) = \sum_{j \in M} p_j^i \varphi_j^*(P).$$

La idea del segundo algoritmo, denominado algoritmo voraz (Greedy Algorithm), se define como $f^G = (\varphi^G, r^G)$. Es muy similar a la del algoritmo anterior, pero si el elemento j no entra, se verifica si los siguientes objetos, por ejemplo, $j+1$ o $j+2$ pueden entran en la mochila.

Además del orden nombrado, se debe tener en cuenta otro orden, que es el orden de ingreso a la mochila, es decir

$$j_1, j_2, \ldots, j_r$$

donde j_1 indica el primer objeto que es colocado en la mochila que no necesariamente es el primer objeto del orden por eficiencia por que este podria no entrar.
Por otro lado, para un agente i en el problema P, la regla de reparto se define como:

$$r_i^G(P) = \sum_{j \in M} p_j^i \varphi_j^G(P).$$

Desde un enfoque axiomático de la teoría de juego y la elección social, se introducen algunas propiedades que caracterizan estos algoritmos y se realiza una comparación de los mismos.
En este trabajo se demuestra que f^* es la única regla que satisface Maximum aspirations, Weak independence of irrelevant goods, Minimal efficient, Conditional null solution y Composition up.
De manera conjetural, se considera que f^G es la única regla que satisface Máximum aspirations, Independence of relevant goods, Minimal efficient y No advantage splitting .
Y por último, a modo de comparación, se muestra la siguiente tabla

Axiomas	f^*	f^G
Maximum aspirations	$\checkmark$	$\checkmark$
Weak independence of irrelevant goods	$\checkmark$	$\checkmark$
Minimal efficient	$\checkmark$	$\checkmark$
Conditional null solution	$\checkmark$	$\times$
Composition up	$\checkmark$	$\times$
Independence of relevant goods	$\checkmark$	$\checkmark$
No advantage splitting	$\checkmark$	$\checkmark$
Independence of irrelevant goods	$\times$	$\checkmark$
Outcast condition	$\checkmark$	$\checkmark$
Arrow's Choice Axiom	$\checkmark$	$\times$
Quality over Quantity	$\checkmark$	$\checkmark$

UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA
FUNDADA EN 1936

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Conferencias REM

Pensando y re-pensando los Números Reales. Inter-juego entre lo cognitivo y lo epistemológico

Virginia Montoro
Universidad Nacional del Comahue

Lo que aprenden los y las estudiantes no necesariamente es lo que desde la enseñanza se les propone. Ellos y ellas construyen conocimientos, ideas y teorías muchas veces eficaces para la vida diaria o (por lo menos) para aprobar los exámenes. Estos modos de comprender personales, llamadas concepciones o compresiones propias, suelen estar más o menos alejados del conocimiento legitimado, objetivado y consensuado en comunidades científicas, llamado conceptos y que generalmente viven en los libros. En ocasiones se registran relevantes brechas entre concepciones y conceptos, que, de no ser conocidas y trabajadas deliberadamente, pueden interferir con una comprensión cabal de los conocimientos académicos.

Los lineamientos curriculares proponen, que, al finalizar la escuela secundaria, el estudiantado comprenda el concepto de número real, maneje el sistema de representación decimal de reales, puedan ordenarlos, representarlos sobre la recta y usarlos para resolver problemas. En Matemática universitaria, es frecuente observar que la noción de número real se trabaja como un contenido aprendido y naturalizado en la escuela secundaria. Sin embargo, mostraremos como estas expectativas respecto a que al ingresar a la universidad la noción de número real sea una noción disponible en el estudiantado frecuentemente no son satisfechas.

El número real fue a través de la historia de la matemática un concepto complejo y muy difícil de formalizar, entre otras cosas por estar íntimamente ligado al infinito actual, noción que se presenta como contraintuitiva y que por más de veinte siglos no fue aceptada, ni precisada formalmente por la comunidad matemática. La de número real es, de hecho, una de las ideas más útiles e importantes de la matemática, ya que sobre ella se construye gran parte del desarrollo de esta ciencia y se la encuentra, como esbozamos, en el centro de la enseñanza matemática en las escuelas secundarias y en la universidad.

Es precisamente en este concepto que se hace patente en las y los estudiantes la transición entre un pensamiento matemático elemental (escolar) y un pensamiento matemático avanzado (universitario). Esta transición de un tipo de pensamiento al otro requiere una reconstrucción cognitiva que implica, por ejemplo, el paso de describir a definir y de convencer a demostrar y que principalmente requiere de la comprensión de conceptos matemáticos más abstractos, por ejemplo, los que tienen que ver con el infinito.

Describiremos y analizaremos qué comprensiones han construido sobre el número real estudiantes de los últimos años de secundaria e ingresantes y avanzados/as universitarios, de carreras donde la Matemática tiene distinto peso. De modo de visualizar la incidencia que pudiera tener el estudio y tipo de Matemática estudiada (escolar, avanzada aplicada, avanzada teórica) sobre estas comprensiones.

Mostraremos un gradiente de amplitud y profundidad en los modos de comprensión estudiantiles de los números reales, teniendo en cuenta las concepciones sobre número en general y números reales en particular; la comprensión de la densidad y el orden de los números reales; y cómo se relacionan las concepciones sobre el infinito matemático y la recta numérica con la comprensión del número real.

Exponemos la diversidad de ideas que pueden operar en un grupo de estudiantes, tanto en la secundaria como en la universidad, ya que consideramos que al tener en cuenta esta variedad, la enseñanza podrá partir de ellas para facilitar los aprendizajes y desarrollar estrategias que puedan ayudar a revisar, articular o refinar ideas.

Observaremos el esfuerzo cognitivo que conlleva la explicitación de la naturaleza del número real y de conceptos tan abstractos como infinito o completitud- continuidad, lo que pone de manifiesto que para promover que los estudiantes puedan apropiarse de tales conceptos, es indispensable que la enseñanza prevea entre sus metas para los últimos años de secundaria y primeros años de la universidad un trabajo específico y explícito sobre estas complejas nociones de modo de facilitar el pasaje de una matemática escolar a una matemática avanzada.

Podemos pensar al número real como una construcción cultural e históricamente generada, que nos permite acceder a otros mundos posibles además del mundo (paradójicamente) real de objetos finitos y discretos. La comprensión de este conocimiento numérico no sólo hace necesaria la reconstrucción de la mente, sino que la hace posible, generando nuevas formas de pensar y concebir el mundo.

Formación de profesores basada en la colaboración y la práctica docente: diálogos y aprendizajes en la frontera universidad-escuela

Ana Leticia Losano
Universidad de Sorocaba

¿Cómo organizar procesos de formación que contribuyan significativamente con el desarrollo profesional de profesores de matemática? ¿Qué tipo de actividades proponer dentro de espacios formativos que posibiliten que los docentes identifiquen problemas y desafíos en su práctica y proyecten maneras de superarlos? ¿Cómo podemos favorecer y cultivar la reflexión de los profesores? ¿Cómo influencian las culturas y contextos escolares esos procesos? ¿Cuál es el papel que deben asumir los formadores de la universidad? Esos interrogantes son, desde hace algunas décadas, el foco de muchas de las investigaciones desarrolladas en el campo de la formación de profesores de matemática, dando origen a múltiples modelos para organizar oportunidades formativas en distintos lugares del mundo. En esta conferencia comparto cómo los miembros de un grupo colaborativo, llamado Grupo de Sábado, nos hemos aproximado a esas cuestiones, generando tentativas de respuesta, así como nuevas preguntas e indagaciones. El Grupo de Sábado es una comunidad de aprendizaje docente que congrega a profesores de la Educación Básica, futuros profesores, investigadores y formadores interesados en investigar, colaborativamente, los procesos de enseñar y aprender matemática. A lo largo de sus 25 años de existencia, las actividades e integrantes del grupo han ido cambiando. Sin embargo, mantuvimos un eje conductor que define buena parte de su naturaleza: el grupo cultiva relaciones de colaboración entre docentes de la escuela y de la universidad, tomando como punto de partida las demandas y prácticas de los profesores de la Educación Básica. En los últimos siete años, el Grupo de Sábado viene desarrollando proyectos en los cuales nos hemos apropiado de las actividades propias del proceso de formación internacionalmente conocido como Lesson Study (o Estudio de Clases) y las hemos articulado con las prácticas que el grupo fue produciendo a lo largo de su historia. El resultado es un proceso formativo cíclico que denominamos Lesson Study Híbrido y que, de modo general, consiste en cuatro fases: a) delimitar un tema particularmente desafiador, b) planificar una clase centrada en ese tema, c) implementar la clase mientras otros miembros realizan observaciones y d) discutir y reflexionar sobre la clase, sistematizando la experiencia vivida en una narrativa. Cada una de esas fases involucra la realización de actividades dentro del grupo y de las escuelas participantes. Además de describir el desarrollo de estos ciclos, voy a detenerme en la descripción de los aprendizajes docentes producidos y en el análisis de las oportunidades y desafíos que enfrentamos al aproximarnos a las distintas comunidades escolares. Concluyo destacando que esta forma de organizar procesos de formación está posibilitando expandir el espacio de frontera entre la universidad y la escuela, posibilitando diálogos significativos entre esas comunidades.

El trabajo colaborativo como punto distintivo en las trayectorias profesionales.

Cristina Esteley
Universidad Nacional de Córdoba

Esta conferencia coloca como centro de análisis y discusión aspectos del trabajo colaborativo que involucra a profesores que enseñan matemática y otros. Partiendo de avances internacionales se mostrarán ejemplos de colaboraciones locales poniendo en evidencia el valor de la colaboración en las trayectorias de formación docente. Es importante destacar que, en el ámbito internacional, durante los últimos 30 años, prácticas y estudios relativos a trabajos colaborativos que involucran a docentes, investigadores u otros sujetos, fueron tomando particular relevancia en el campo de la educación matemática. Las prácticas colaborativas, investigaciones acerca de esas prácticas y/o las investigaciones colaborativas se van configurando en el marco de una constante preocupación e interés por la formación docente. Cabe señalar que, aunque ese particular interés por el trabajo colaborativo emerge con fuerza a fines de 1990, la colaboración con profesores tiene una extensa raigambre en el campo. Ejemplos de esos trabajos son la colaboraciones al interior de las ”Lesson Studies” japonesas que tienen una larga historia o, las creaciones a fines de los sesentas de los IREM (Instituto de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas) en Francia y del Instituto para el Desarrollo de la Educación Matemática en la Universidad de Utrecht, Países Bajos. Cabe destacar que las dos últimas instituciones nacen luego del primer Congreso Internacional de Educación Matemática o ICME I (Lyon,1969 [1]) marcando quizás el posterior vínculo fértil entre ICME e ICMI (Comité Internacional de Instrucción Matemática - organismo este que tiene a su cargo lo referido a ICME) con el avance en lo referido a prácticas o estudios sobre colaboraciones. De este modo, y sin dejar de desconocer la amplitud y extensión de producciones referidas al trabajo colaborativo, interesa destacar dos de ellas frutos de colaboraciones internacionales auspiciadas por ICMI y que focalizan en el tema. Una de ellas es el Survey presentado en ICME 14 (2016) y la otra es ICMI Study 25 (2020). Ambos estudios representan un estado del arte en el tema y ofrecen discusiones interesantes sobre formas de colaboración, aspectos teóricos que sustentan esos trabajos, recursos de o para la colaboración. Se agregan a ellos, un tópico novedoso e interesante relativo al rol y formación de quienes lideran grupos o acciones colaborativas. Ambos estudios reconocen la colaboración como fenómeno complejo, dinámico y contextualizado, una cierta ausencia de voces de profesores en la publicaciones científicas y la variable tiempo como aquella que dificulta procesos colaborativos. Sin embargo, en sus estudios sobre colaboración Hargreaves (1996) [2], señala que, en esos trabajos el tiempo no es sólo una restricción objetiva que puede resultar opresiva, sino también un horizonte de posibilidades o limitaciones definidas subjetivamente. Es en ese sentido que luego se destaca el aporte del trabajo colaborativo para los sujetos comprometidos con un proyecto común y el impacto que tiene sobre sus trayectorias profesionales.

Referencias

[1] Sobre más detalles en aspectos históricos ver por ejemplo: Furinghetti, F y Giacardi, L. (2022). The International Commission on Mathematical Instruction, 1908-2008: People, Events, and Challenges in Mathematics Education. Springer ISBN 978-3-031-04312-3.

[2] Hargreaves, A. (1996). Profesorado, cultura y postmodernidad. Ediciones Morata. Madrid.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Talleres REM

Taller de Modelización

La Modelización Matemática en contexto real en un entorno enriquecido con herramienta informática.

Luis Reina
Ex Profesor del Instituto de Enseñanza Superior "Del Atuel"

Fundamentación

Este taller apunta hacia la formulación de tareas que inciten la actividad y reflexión matemática en un ambiente enriquecido con herramientas informáticas, siendo importante resaltar que el uso y la incorporación de estos recursos en el proceso de estudio de las matemáticas no son inmediatos ni transparentes. Se trata entonces de reconocer la actividad matemática como una actividad de modelización ya que en cierto sentido, toda actividad matemática puede ser interpretada como una actividad de modelización (Barquero, Bosch y Gascón, 2013; Barquero, Bosch y Florensa, 2022). Al estudiar fenómenos de las ciencias naturales en algunos casos se requiere de una matematización del fenómeno que involucra funciones sencillas y en otros de un estudio a través de funciones periódicas con las dificultades didácticas que emergen en dicho proceso (Reina y Wilhelmi, 2019; 2021). En las diferentes actividades del taller se propone el empleo de software que permite el tratamiento y el posterior análisis de videos (Arrieta, Carrasco y Pantoja, 2015; Pantoja et al., 2015), que por un lado facilita el proceso de modelización, pero por otro, plantea retos en las condiciones y gestión del aula de matemáticas. Se revela importante la reflexión sobre estas cuestiones. Finalmente se plantea el desafío para futuros docentes y profesores en actividad de considerar la modelización intramatemática como parte inseparable de la modelización extramatemática que permitan repensar el problema de la modelización matemática desde una dimensión epistemológica y didáctica.

Objetivos

- Realizar videos de fenómenos físicos presentes en el aula de Matemática o en contextos cotidianos.
- Analizar y producir modelos matemáticos a partir de videos en entornos dinámicos con ayuda de software específicos.
- Desarrollar tareas que estimulen el trabajo colaborativo, la generación y verificación de hipótesis y de conjeturas, la búsqueda de modelos.

Metodología de trabajo

A los efectos de estimular un trabajo y un aprendizaje cooperativo, en el taller se propondrá a los asistentes a la conformación de grupos de hasta cuatro integrantes. A partir de allí se despliegan diferentes momentos de estudio de la modelización matemática:

-1er Momento: Se observarán y producirán algunos fenómenos físicos presentes en el aula de Matemática y en la vida cotidiana. Posteriormente se procederá a la captura en videos de algunos de los fenómenos observados. Se producirán conjeturas sobre los posibles modelos matemáticos asociados a dichos fenómenos y se compartirán dichas conjeturas a los demás grupos.

-2do Momento: Se familiarizará a los asistentes con el uso del software que permitirá un análisis de los videos producidos por los diferentes grupos y la generación de modelos extra matemáticos.

-3er Momento: Se realizará el análisis propiamente dicho de los videos y se producirán los modelos intramatemáticos asociados a cada uno de los casos de estudio.

-4to Momento: Se propiciará un tiempo de intercambio y reflexión en torno a la modelización matemática, el empleo de la herramienta informática con sus potencialidades, limitaciones y algunos aspectos didácticos a tener en cuenta para una posible implementación en la Educación Secundaria.

Destinatarios

El taller está destinado a futuros docentes de matemática y docentes que se desempeñen en el ámbito de la Educación Secundaria.

Requisitos materiales o tecnología necesaria para el Taller

Sería deseable que los asistentes traigan:
- Celular que les permita grabar videos cortos.
- Computadoras con el software GeoGebra y Tracker.
- Una regla y cinta adhesiva.

Referencias bibliográficas

[1] Arrieta, J., Carrasco, E. y Pantoja, R. (2015). La incorporación al aula de prácticas de modelación/simulación del movimiento. XIV CIAEM-IACME. Chiapas, México. https://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/1323/517

[2] Barquero, B., Bosch, M. y Gascón, J. (2013). Las tres dimensiones del problema didáctico de la modelización matemática. Educación Matemática Pesquisa, v.15 n.1.

Taller de Reales

Hacia la comprensión de los reales en la escuela secundaria.

Carolina Benito
Universidad Pedagógica Nacional

Cecilia Montes de Oca
Universidad Pedagógica Nacional

Fundamentación y marco del trabajo

Partimos de la premisa de que el concepto de número real se construye a través de procesos infinitos, límites y, también, a través de la representación en la recta. Estas nociones, si bien son tratadas en la escuela secundaria, no terminan de ser abordadas con la profundidad necesaria para poder sostener la comprensión del número real. El conocimiento que las y los estudiantes puedan desarrollar sobre este campo numérico a propósito de sus representaciones, sus características y propiedades, entre ellas la densidad, sienta la base para una conceptualización de los números reales. Este conjunto numérico es parte tanto de la matemática de la escuela secundaria bajo la forma de dominio de las funciones más usuales, como de la educación superior en los procesos infinitos que constituyen el núcleo de nociones fundamentales para el cálculo y el análisis matemático. Dado que los reales no son “atrapables” por situaciones que involucren la utilización de instrumentos de medida o la lectura de fenómenos físicos, es preciso considerar problemas intramatemáticos para producir una génesis artificial de estos conceptos y constituirlos en objetos teóricos de indagación.

En este taller proponemos un espacio de reflexión sobre la enseñanza de los números reales. La propuesta se apoya en el libro “Los números reales en la escuela secundaria. Una secuencia posible” escrito en el proyecto de investigación PICTO 2017-0022, “De la resolución de problemas hacia la construcción de teoría en el aula. Puentes posibles en el campo de los Números Reales”. Las situaciones - problemas que allí aparecen fueron diseñadas, implementadas y estudiadas por un equipo de investigación de la Unipe junto a un grupo de docentes de escuela secundaria que llevó la secuencia a sus aulas y participó luego en la escritura del libro.

En estos encuentros analizaremos algunos problemas propuestos en el libro y producciones de estudiantes que surgieron en las implementaciones con la intención de desnaturalizar/problematizar la enseñanza de los números reales en la escuela secundaria. En particular nos proponemos reflexionar sobre el uso de las calculadoras para distinguir y anticipar desarrollos decimales finitos e infinitos, las diferentes escrituras de los números, las escrituras decimales infinitas como un nexo entre racionales e irracionales y también para estudiar la densidad, la representación de los números y la idea de continuo en la recta numérica y la emergencia de un posicionamiento teórico en los y las estudiantes para asumir/discutir sobre estos asuntos.

Objetivos:

- Proponer un espacio de reflexión a partir del estudio de actividades para el aula que ponen el foco en la comprensión de las escrituras decimales de las fracciones y desarrollar una mirada crítica de la calculadora.
- Analizar actividades que requieren el estudio de escrituras decimales infinitas (periódicas o no) como una puerta de entrada a la densidad en R y a la posibilidad de concebir infinitos números irracionales.
- Analizar producciones de estudiantes que nos ayuden a comprender su posicionamiento, los obstáculos con los que se encuentran y las ideas en proceso que van construyendo.

- Reflexionar sobre la potencia de propiciar estas discusiones en el aula de la escuela secundaria para generar en los y las estudiantes un posicionamiento teórico que aporte en la conceptualización de los números reales.

Metodología de trabajo

El taller se desarrollará en torno a tres momentos:

Primer momento: trabajo con actividades para el aula de la escuela secundaria en torno a los números racionales para dar luz a algunas preguntas como: ¿De cuántas formas se puede representar un número racional? ¿Cómo puede ser la expresión decimal de una fracción? ¿Cómo se obtiene el período de una expresión decimal? ¿Qué sabemos del tratamiento que realiza la calculadora acerca de los números decimales y su representación? Duración prevista: una hora y veinte

Segundo momento: análisis de producciones de estudiantes sobre las actividades trabajadas en el primer momento. Nos interesa comparar algunas producciones con las anticipaciones que hayan hecho los y las asistentes al taller y así ver las ideas en proceso que van generando los estudiantes como las dificultades que muchas veces quedan opacas en el aprendizaje de estos números. Duración prevista: una hora y veinte

Tercer momento: análisis de actividades que ponen en juego el trabajo con expresiones decimales infinitas. Espacio de reflexión sobre el posicionamiento teórico que implica el estudio de los números reales ¿Qué tipo de actividades pueden ayudar a conocer otros números irracionales más allá de los que suelen trabajarse habitualmente? ¿Qué lugar ocupa la demostración en el aula? Duración prevista: una hora y veinte

Destinatarios:

Profesores de Matemática, formadores de docentes de Matemática y estudiantes del profesorado de Matemática

Referencias bibliográficas

[1] Benito, Carolina; Bergé, Analía, Cedrón, Mara; Duarte, Betina; Herrera, Romina; Lamela, Cecilia; Montes de Oca, María Cecilia, Morales, Graciela y Rey, Mauro (2023) Los números reales en la escuela secundaria. Una secuencia posible. UNIPE Editorial Universitaria ISBN 978-987-3805-79-0.

Taller de Geometría

Explorar, modelizar y validar a partir de la resolución de un problema de geometría integrando GeoGebra.

Cecilia Papini
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

Mauro Natale
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

Fundamentación y marco del trabajo

En este taller nos proponemos compartir con colegas docentes y estudiantes un espacio para trabajar sobre la resolución de algunos problemas geométricos que admiten la integración del programa GeoGebra de una manera “legítima” en términos de Artigue, 2007. A partir del trabajo compartido nos interesa problematizar la enseñanza de la geometría en relación con las dificultades que se presentan en las aulas de los diferentes niveles educativos y que se reportan en distintos trabajos de investigación. En este marco, adherimos a un planteo didáctico desde el que se busca una enseñanza de geometría que posibilite entradas al quehacer matemático revalorizando el potencial anticipatorio y la búsqueda de argumentaciones propias de la Geometría y más en general de la Matemática. La integración legítima del software GeoGebra en el aula, puede constituirse en un medio potente para lograr estos objetivos, en términos de Arias, Grimaldi, Itzcovich, Murúa y Segal (2022), la posibilidad de dotar de movimiento a las construcciones que se producen con el programa introduce una diferencia sustantiva con el trabajo en lápiz y papel. Asumimos también que las herramientas de la actividad matemática (incluidas estas construcciones) “...modelan los procesos de aprendizaje, sus formas, pero también los conocimientos y saberes que ellas producen...”, tienen una función pragmática y epistémica (Artigue, 2007, p. 5) que nos resulta interesante estudiar.

Consideramos situaciones de enseñanza de geometría desde una perspectiva que se propone generar condiciones para que los estudiantes produzcan conocimientos geométricos superando aspectos perceptivos de las representaciones de los objetos, realizando inferencias y explicitando relaciones que se apoyan en los datos y las propiedades (Itzcovich, 2005). Consideramos “problemas geométricos” que favorezcan la exploración y producción de conjeturas, la puesta en juego de propiedades geométricas en las resoluciones, la diferenciación entre la representación y el objeto representado, la construcción de argumentos que se ocupen de la validez de las respuestas. Desde esta perspectiva también consideramos el planteo de Itzcovich y Murúa (2016) que llaman la atención sobre una "especie de situación paradójica" interesante para pensar las clases de geometría: si bien el trabajo geométrico conceptual debe superar la percepción al mismo tiempo debe apoyarse fuertemente en las representaciones que requieren de la percepción.

A partir de los párrafos anteriores, puede evidenciarse que desde nuestra posición didáctica asumimos la clase como una comunidad que produce conocimientos matemáticos, a partir de la interacción de los estudiantes con problemas que los enfrentan a rupturas respecto de los conocimientos que tienen en un cierto momento. Este trabajo matemático de los estudiantes no sólo se realiza a nivel personal o individual, en la confrontación de cada alumno con una problemática que ofrece resistencias, sino también a nivel colectivo donde el grupo comparte preguntas, explica y discute procedimientos, argumenta en favor de su validez, acuerda y negocia significados con sus pares y con el docente (Brousseau, 2007; Sadovsky, 2005).

Objetivos

- Compartir un espacio de trabajo y reflexión en torno a la resolución de problemas geométricos integrando el programa GeoGebra.
- Estudiar las potencialidades de ciertos problemas matemáticos para favorecer la exploración, la producción de conjeturas y de pruebas, y cuya resolución moviliza conocimientos matemáticos y sobre el programa GeoGebra.
- Reflexionar sobre la construcción de modelos dinámicos y sobre su validez.
- Repensar algunos aspectos de las prácticas docentes a partir de las reflexiones compartidas en los encuentros del taller.

Metodología de trabajo

Proponemos una dinámica de taller que alterna momentos destinados a la resolución de problemas geométricos con la posibilidad de integrar el programa GeoGebra y momentos para reflexionar de manera colectiva sobre los procesos de resolución y sus posibles implicancias para la práctica docente.

Destinatarios

- Estudiantes de Profesorado de Matemática y/o Licenciatura en Ciencias Matemáticas.
- Profesores de Matemática de nivel secundario y superior.

Requisitos, materiales o tecnología necesaria para el Taller

- Computadora o teléfono móvil con la aplicación GeoGebra instalada.
- Conexión a internet (en lo posible).
- Proyector.

Referencias bibliográficas

[1] Arias, D., Grimaldi, V., Itzcovich, H., Murúa, R., y Segal, S. El arrastre en un programa de geometría dinámica. Su dominio de validez como asunto de interacción entre estudiantes y docentes. Revista De Educación Matemática, 37(1), 7–30. https://doi.org/10.33044/revem.37472. (2022).

[2] Artigue, M. (2007). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental. México: Edebé Ediciones Internacionales. En Memorias de la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática (pp. 9-21).

[3] Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas. (D. Fregona, Trad.). Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

[4] Itzcovich, H. (2005). Iniciación al estudio didáctico de la Geometría. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal. Itzcovich, H. y Murúa, R. (2016). GeoGebra: nuevas preguntas sobre viejas tareas. Yupana. Revista de Educación Matemática de la UNL, (10), pp. 71-85. Ediciones UNL. https://doi.org/10.14409/yu.v0i10.7698

[5] Natale, M., y Papini, C. (2019). Producir geometría con GeoGebra. Una experiencia colaborativa en el nivel universitario. En Actas V Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales. La Plata, Argentina: Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, Universidad Nacional de La Plata. http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab_eventos/ev.11945/ev.11945.pdf

[6] Papini, C., Natale, M., Madrid, A. P., Soria, S., y Balcarce, M. (2023a). Una experiencia de geometría en el nivel superior para explorar, modelizar y validar. Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo, 12(3), 005-016. Brasil. `https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/issue/view/2869`

[7] Papini, M. C., Natale, M., Madrid, A. P., Soria, S., y Balcarce, M. (2023b). Un problema y dos tareas productivas para trabajar geometría con GeoGebra en un aula de nivel superior. En Actas V Jornadas de Enseñanza e Investigación en el Campo de las Ciencias Exactas y Naturales. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, UNLP. `http://jornadasceyn.fahce.unlp.edu.ar/vi-jornadas-2023/actas/ponencia-230824093553228363`

[8] Sadovsky, P. (2005). Enseñar matemática hoy. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

TALLER

Educación Disruptiva ¿Qué aportamos desde la Matemática?.

Eduardo Zarate
Universidad Nacional de Catamarca

Mónica Puente
Universidad Nacional de Catamarca

Colaboradores: Vanesa Figueroa, Cecilia Marchetti, Aníbal Morel, Julia Cabeza
Universidad Nacional de Catamarca

Fundamentación

Vivimos en un sociedad de cambios vertiginosos, desde 2010 en adelante, se puede observar un cambio vertiginoso en todo el ámbito tecnológico, smartphones cada vez más potentes, aparición de nuevas (y uso generalizado de) redes sociales, desarrollo continuo del mundo gamer (incluye competencias internacionales), aparición de criptomonedas (incluye la masificación del uso de medio electrónicos de pagos) y últimamente la aparición de la inteligencia artificial como herramienta interactiva (como facilitador de conocimiento). Estos cambios continuos, exigen que los sistemas educativos estén en constante actualización, lo métodos tradicionales de enseñanza y aprendizaje no abarcan las nuevas tendencias y sucede que la actualización de los sistemas llega a destiempo. En la provincia de Catamarca a través del Decreto Acuerdo del 29/04/2024 N°397/24 se implementa en el Sistema Educativo de la Provincia, la Educación Disruptiva a través de la integración de las metodologías de las tecnologías de aprendizaje y el conocimiento en los distintos niveles y modalidades establecidos en la Ley N° 5381, además entendiendo por Educación Disruptiva a la transformación de los procesos educativos, mediante las tecnologías del aprendizaje y el conocimiento en el ámbito de la educación y comunicación. Por este motivo surge la necesidad de brindar un taller a la comunidad educativa, docente y alumnos avanzados, para actualizar prácticas educativas, integrar la tecnología a nuestra clase, fomentar el pensamiento crítico y creativo, personalizar el aprendizaje, aumentar la motivación de nuestros estudiantes, promover el desarrollo de habilidades y competencias matemáticas y preparar para los cambios que se avecinan. Mostrando actividades innovadoras, incluyendo el uso de la IA en el aula, usando un enfoque por competencias matemáticas en el aula, y proponiendo que nuestros participantes desarrollen actividades teniendo en cuenta estos enfoques metodológicos.

Objetivos

- Proponer y guiar a los participantes en el desarrollo de actividades educativas basadas en el enfoque Educación Disruptiva contextualizadas a las necesidades de nuestra provincia. - Reflexionar sobre las ventajas y desventajas del uso de la Educación Disruptiva en el área Matemática. - Capacitar en el uso de las herramientas digitales y tecnológicas emergentes para enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

Metodología

Este taller, comenzará con una introducción sobre la Educación Disruptiva y su relevancia específica en la enseñanza de la Matemática, se crearán espacios para la reflexión y debate inicial sobre las experiencias y desafíos en la integración de tecnología en la enseñanza de las Matemáticas. Las sesiones estarán destinadas a reflexionar sobre el impacto de los cambios tecnológicos en la educación matemática. Se analizarán ejemplos de prácticas disruptivas en matemáticas a nivel global, proporcionando un marco conceptual sólido para el taller. La participación será grupal, cada grupo recibirá una propuesta de actividades prácticas utilizando herramientas tecnológicas emergentes, como software de matemáticas, aplicaciones de inteligencia artificial y simulaciones interactivas. Los grupos desarrollarán una actividad educativa contextualizada a las necesidades de la provincia de Catamarca, integrando herramientas tecnológicas. Se destinará momentos para la socialización y debate de las actividades desarrolladas por cada grupo. Los participantes presentarán sus propuestas, discutiendo las ventajas y desventajas de cada una. Esta reflexión colectiva permitirá mejorar y adaptar las actividades presentadas. Se realizarán análisis, donde se presentará un caso práctico de un estudiante de nivel secundario. Se analizarán las intervenciones del docente y se debatirá sobre la inclusión de consignas que fomenten la reflexión metacognitiva. A continuación, los participantes nuevamente divididos en grupos, trabajarán en el diseño de intervenciones que integren herramientas tecnológicas y enfoques metacognitivos en la enseñanza de las matemáticas. Se dedicará un espacio para la presentación sobre el uso de la inteligencia artificial en el aula de matemáticas, se discutirá sobre las oportunidades y desafíos que presenta la IA en la educación matemática. Para concluir el taller, se realizará una puesta en común, donde se socializarán las intervenciones y consignas diseñadas por los grupos. Se debatirán los beneficios y posibles dificultades de implementar estas propuestas en el aula. Finalmente, se hará una reflexión final sobre el taller y se entregarán certificados de participación a los asistentes.

Destinatarios

El taller está destinado a docentes y futuros docentes de Matemáticas que se desempeñen o pretendan desempeñarse en el ámbito de la educación secundaria. Busca capacitar a los participantes en el uso de herramientas tecnológicas emergentes y en la aplicación de metodologías disruptivas, con el fin de enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y preparar a los estudiantes para los desafíos del futuro. Requisitos Materiales Para el desarrollo de las actividades previstas, se requiere disponer de dispositivos como computadora personal, celular o tablet para los participantes, lapiceras y carpeta para anotaciones. Serán recursos disponibles por los organizadores del taller un proyector para presentaciones, pizarra, conexión a internet, y acceso a softwares y aplicaciones de acceso libres y gratuitas específicas para matemática.

Referencias bibliográficas

[1] Camarena Gallardo, P., (2009). La matemática en el contexto de las ciencias. Innovación Educativa, 9(46), 15-25.

[2] Dcto. Acdo. N.o 397 29-04-2024. Por la cual se implementa en el Sistema Educativo de la Provincia la Educación Disruptiva a través de la integración de las metodologías de las tecnologías del aprendizaje y el conocimiento en los niveles de Educación Inicial, Primaria, Secundaria y Superior, en todas las Modalidades establecidas en la Ley N.° 5.381. B.O. XCIX, B.J. LXXXVI, No38. 10 de mayo del 2024. Catamarca.

[3] Hernán Galvis, A., Flórez, N., Bermúdez, M. A., y Humberto Vera, J. (2016). Estrategia alternativa en contexto Latinoamericano para reforzar aprendizaje de matemáticas en educación media: Una innovación disruptiva. Revista de Educación a Distancia (RED), (48). Recuperado de https://revistas.um.es/red/article/view/253441

[4] López Mera, D. D., Suárez Chávez, S. E., Hernández Montoya, B. C., Archila Gutiérrez, A. C., Pérez Rojas, E. H., y Osorno Taborda, S. V. (2017). Aprendizaje de las matemáticas basada en retos, concebidos desde un juego de realidad alternativa. Institución Universitaria Antonio José Camacho. Cali, Colombia. https://doi.org/10.26507/ponencia.490

[5] López Mera, D. D., Hernández Montoya, B. C., Suarez-Chavez, S. E., Archila-Gutiérrez, A. C., Pérez-Rojas, E. H., y Osorno-Taborda, S. V. (2019). Juego de realidad alternativa para las matemáticas en educación superior desde la percepción estudiantil de las prácticas de enseñanza. Cultura Educación Sociedad, 10(2), 123–136. https://doi.org/10.17981/cultedusoc.10.2.2019.10

[6] Luzuriaga Guamán, P. d. R., y Barrera Erreyes, H. M. (2023). Aprendizaje basado en retos y el desarrollo del razonamiento lógico-matemático en contexto reales. Uniandes Episteme, 10(1), 119-133.

[7] Pilonieta, G. (2017). Innovación disruptiva. Esperanza para la educación de futuro. Educación y ciudad, (32), 53-64. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6213561

[8] Sinche Villa, D. A., Quizhpe Cueva, J. I. Alvarado Jaramillo, El. Del C., y Granda Medina, M. N. (2023). Aprendizaje basado en retos para el desarrollo de competencias matemáticas en la educación básica superior. LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades 4(6), 16 – 32. https://doi.org/10.56712/latam.v4i6.1419

[9] Valles-Baca, H. G., y Parra Acosta, H. (2022). La educación disruptiva y el desarrollo de competencias universitarias. RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación Y El Desarrollo Educativo, 13(25). https://doi.org/10.23913/ride.v13i25.1284

TALLER

La Resolución de Problemas en la clase de Matemática. Un desafío permanente.

Noelia Gómez
Universidad Nacional de Catamarca

Alejandra Acevedo
Universidad Nacional de Catamarca

Colaboradores: Armando Schuster, Diego Isaías Ibáñez, Exequiel Arias, Eimi Reartes
Universidad Nacional de Catamarca

Fundamentación

La riqueza de la implementación de la resolución de problemas, tanto desde la enseñanza como del aprendizaje, en la clase de Matemática se estudia desde hace varias décadas, sin embargo, pareciera ser que lo que la investigación muestra no genera el impacto esperado en las aulas, pues aún persiste la tendencia de clases de Matemática tradicionales. Santos Trigo (2014) propone que considerar la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas es aceptar que la actividad de aprender no se reduce a un conjunto de reglas que pueden aplicarse en la solución de problemas, es una perspectiva en la que existe una conceptualización dinámica de la Matemática y en la cual es importante identificar elementos que ayuden a desarrollar y promover una disposición matemática en los estudiantes. En este sentido, se propone este taller con la intención de generar un espacio de reflexión sobre el uso de la resolución de problemas en la clase de Matemática y aportar elementos que favorezcan su incorporación a partir de un enfoque actual proveniente del campo de la Educación Matemática.

Objetivos

- Socializar y reflexionar sobre experiencias del uso de la resolución de problemas en la clase de matemática.
- Actualizar conocimientos sobre la resolución de problemas desde aportes actuales del campo de la Educación Matemática.

Metodología de trabajo

La dinámica del taller está estructurada en diferentes etapas. En primer lugar, se iniciará con un espacio de intercambio y reflexión sobre experiencias en el uso de la Resolución de Problemas en la clase de Matemática. Luego, se presentarán aportes actuales sobre la Resolución de Problemas como enfoque teórico, con especial énfasis en el concepto de gama de problemas.

A continuación, se propondrá a los asistentes trabajar en grupo para analizar y manipular problemas matemáticos, los cuales serán socializados y debatidos al finalizar la jornada. En una etapa posterior, se compartirá la producción de un estudiante de nivel secundario para analizar y debatir las intervenciones del docente y la inclusión de consignas que fomenten la reflexión metacognitiva en los estudiantes. Posteriormente, los asistentes trabajarán en el diseño de intervenciones y en la redacción de consignas metacognitivas. Finalmente, se llevará a cabo una puesta en común sobre el trabajo realizado.

Destinatarios

El taller está destinado a docentes y futuros docentes de Matemática que se desempeñen o pretendan desempeñarse en el ámbito de la educación secundaria.

Requicitos, materiales

Para el desarrollo de las actividades previstas se requiere disponer de proyector o pantalla para presentaciones, pizarra, conexión a internet.

Referencias bibliográficas

[1] Ponce de León, B., Rodríguez, M., Barreiro, P. y Leonian, P. (2013). Planificación de una secuencia de clases de matemática bajo el enfoque de Resolución de Problemas. `https://www.researchgate.net/publication/350800283_Planificacion_de_una_secuencia_de_clases_de_matematica_bajo_el_enfoque_de_Resolucion_de_Problemas`

[2] Ponce de León, B., Rodríguez, M., Barreiro, P. y Leonian, P. (2013). Gama de problemas matemáticos: análisis a priori. `https://www.researchgate.net/publication/346474455_GAMAS_DE_PROBLEMAS_MATEMATICOS_ANALISIS_A_PRIORI`

[3] Rodríguez, M., Pochulu, M. D., Barreiro, P., Bressan, A., Camós, C., Carnelli, G., ... y Zolkower, B. (2015). Educación matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. Capítulo 6.

[4] Rodríguez (coord). (2016). Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática. Ediciones UNGS. Rodríguez, M. (2019). Un esquema para planificar la enseñanza de la matemática. Revista Mexicana del Bachillerato a Distancia, 11(22). `http://revistas.unam.mx/index.php/rmbd/article/view/70589/62399`.

[5] Santos Trigo L., (2011). La Educación Matemática, resolución de problemas, y el empleo de herramientas computacionales. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Vol. 6. Número 8. pp 35-54.

[6] Santos Trigo L., (2014). La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos. Trillas.

[7] Santos Trigo L., (2016). La resolución de Problemas Matemáticos y el uso coordinado de tecnologías digitales. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Vol. 11. Número 15. pp 333-346.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Experiencias en el Aula

PROPUESTA DE ENSEÑANZA PARA EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL DESDE EL ENFOQUE BASADO EN COMPETENCIAS

Andrea Carolina Antunez
Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
aantunez@campus.ungs.edu.ar

Se trata de una experiencia en la cátedra de Elementos de cálculo realizada durante el primer semestre de 2024 con estudiantes de primer año de las carreras de ingeniería industrial, química y electromecánica de la Universidad Nacional de General Sarmiento. El paradigma pedagógico en educación superior basado en la formación de competencias exige elaborar prácticas de enseñanza y evaluación diferentes a la tradicional distribución de clases divididas en teoría y práctica y la evaluación focalizada en la acreditación al final del proceso de enseñanza y aprendizaje. En este sentido, cobra relevancia pensar estratégicamente el diseño e implementación de una propuesta que integre actividades que fomenten el aprendizaje de competencias en consonancia con una evaluación formativa. En este trabajo se presenta el diseño y puesta en funcionamiento de una propuesta que aborda el aprendizaje del cálculo diferencial e integral en una variable, en la que se muestra una posible forma de generar un espacio que favorezca a los estudiantes la adquisición de algunas competencias genéricas en un ambiente de trabajo colaborativo y orientada al aprendizaje invertido.

Trabajo en conjunto con Malegarie, Daniela Analía (Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina).

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA EN LA CLASE DE MATEMÁTICA DEL NIVEL SECUNDARIO

GISELA FERNANDA Díaz
ENET N° 1 “Prof. Vicente García Aguilera” y Escuela Secundaria N° 89 “Huayra Punco”, Argentina
giselabrunoazul@gmail.com

La enseñanza tradicional de la matemática, que se centra en la memorización de fórmulas y métodos, ha demostrado no generar los resultados esperados en las evaluaciones de aprendizaje. Esta situación pone en evidencia la necesidad de un cambio metodológico en la enseñanza de la matemática para promover la comprensión más profunda de los conceptos matemáticos, la resolución de problemas, el trabajo colaborativo y el pensamiento crítico.

La enseñanza a través de la resolución de problemas se centra en aplicar conceptos y habilidades matemáticas para resolver situaciones del mundo real. En este sentido, los problemas de la Olimpiada Matemática Argentina son especialmente desafiantes y estimulan el desarrollo del pensamiento crítico. En este trabajo se relata la experiencia de la implementación de la resolución de problemas como estrategia de enseñanza en dos escuelas de distintos contextos. Se describen algunos de los desafíos que se enfrentaron durante la transición desde un enfoque tradicional en la enseñanza de la Matemática y se reflexiona sobre los resultados obtenidos.

Trabajo en conjunto con Bruno Hernán Rosales (Colegio Padre Ramón de la Quintana).

USO DE LAS TIC EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMATICA EN NIVEL SECUNDARIO

María Cecilia Guardia
Escuela preuniversitaria "Fray Mamerto Esquíú", Argentina
ceciliaguardia@yahoo.com

Este trabajo tiene como objetivo promover el uso de las TIC en el aula para mejorar la calidad de la educación matemática, fomentando prácticas significativas y el pensamiento crítico de los estudiantes. Las TIC se presentan como herramientas pedagógicas para despertar el interés por aprender, permitiendo a la comunidad educativa trascender más allá del aula. Esta implementación requiere que los docentes estén dispuestos a adquirir nuevos conocimientos, romper barreras entre lo conocido y lo desconocido. Esto implica redefinir conceptos de aula y de enseñanza, seleccionando los recursos adecuados para desarrollar capacidades matemáticas. Las TIC ofrecen una forma dinámica y productiva de gestionar la clase, promoviendo el trabajo colaborativo, optimizando los procesos de enseñanza y aprendizaje. El libro "Hackear la educación" de Lewin (2018) destaca la necesidad de transformar la educación tradicional para adaptarse a las demandas del siglo XXI, enfatizando habilidades como la creatividad y el pensamiento crítico. Maggio (2021) sugiere una autoevaluación sincera de las prácticas educativas, animándose a cuestionar y transformar lo establecido. La experiencia en la Fray permitió al equipo disciplinar explorar herramientas tecnológicas, enfrentando el desafío de innovar en la enseñanza de las matemáticas y contribuyendo a un enfoque educativo más adaptado a los tiempos actuales.

Trabajo en conjunto con Melina Raquel Ávila Sáenz (Escuela preuniversitaria Fray Mamerto Esquiu), Susana Elena Medina (Escuela preuniversitaria Fray Mamerto Esquiu) y Andrea Lorena Diaz (Escuela preuniversitaria Fray Mamerto Esquiu).

LOS LMS E IAS GENERATIVAS COMO ASISTENTES EN PROPUESTAS PARA CURSOS DE INGRESO A LA UNIVERSIDAD

Juan Manuel Lopez
Universidad Nacional de Cuyo, Argentina
jmlopez@fcen.uncu.edu.ar

En el presente trabajo compartiremos algunas experiencias de aula, llevadas a cabo con diferentes grupos de ingresantes a las carreras científicas de la UNCuyo. Las mismas tuvieron lugar en las siguientes Sedes Territoriales: San Martín y General Alvear; articulando entre modalidades presenciales con complemento virtual, o enteramente virtual (Moodle). El eje transversal de las experiencias que desarrollaremos es la formulación de preguntas y actividades a partir de IA generativa, y el diseño de instrumentos de evaluación a distancia.

Trabajo en conjunto con Mónica Maciela Ortiz (Universidad Nacional de Cuyo, Argentina).

IMPLEMENTACIÓN DE PROYECTOS APLICADOS COMO ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA DE ECUACIONES DIFERENCIALES

Silvina Real
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología - Universidad Nacional de Tucumán, Argentina
sreal@herrera.unt.edu.ar

En este trabajo se relata una experiencia áulica llevada a cabo durante el primer cuatrimestre de 2024 con los alumnos de la asignatura "Matemática para Físicos" de la carrera Licenciatura en Física de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología de la Universidad Nacional de Tucumán. Se desarrolló un proyecto integrador para aplicar conceptos relacionados a las ecuaciones diferenciales a problemas concretos, involucrando un total de 16 alumnos. El proyecto consistió en un pequeño trabajo de investigación acerca de alguno de los temas estudiados en la asignatura con una aplicación a un problema de interés físico. La actividad no sólo integró conocimientos matemáticos y físicos, sino que también fomentó habilidades de investigación, redacción, graficación y expresión oral. Los resultados fueron positivos, con un alto nivel de compromiso y una mayor comprensión de la relevancia de las ecuaciones diferenciales en la física.

Trabajo en conjunto con Noelia Beatriz Argüelles (Universidad Nacional de Tucumán, Argentina).

ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE USANDO TICS EN LA MATEMÁTICA DE LAS CARRERAS DE LAS CIENCIAS ECONÓMICAS

Teresita Alejandra Rojas
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales UNCA-CREAS CONICET, Argentina
trojas@unca.edu.ar

Los softwares en la enseñanza de la matemática ponen a disposición de docentes y estudiantes nuevas herramientas que facilitan su inclusión a la enseñanza y aprendizaje de conceptos que ayudan a resolver problemas y lo que es más importante contribuyen a desarrollar nuevas capacidades. Una matemática inclusiva que respete y sea sensible a los diferentes ritmos y capacidades de los estudiantes, buscando su máximo potencial de aprendizaje.

La matemática está ligada con los alumnos ingresantes a las carreras de Contador Público y de la Licenciatura en Administración, quienes ingresan con un cúmulo de dudas, motivo por el cual los docentes deciden incorporar los softwares para mejorar su enseñanza y aprendizaje.

Esta investigación parte de la siguiente pregunta ¿Cuál es el potencial educativo de los softwares en las prácticas educativas para lograr su adecuación e inclusión de diferentes alumnos con capacidades diferentes?
.

Este interrogante será respondido con el uso de la metodología cuantitativa y cualitativa, mediante el cual los docentes expondrán sus experiencias en las prácticas de las cátedras Calculo Diferencial e Integral de la carrera de Contador Público y de la Licenciatura en Administración de la Facultad de Ciencias Económicas y de Administración de la Universidad Nacional de Catamarca.

Trabajo en conjunto con Lic. Mamani Edgardo Rodolfo (Facultad de Ciencias Económicas y de Administración-UNCA, Argentina). y Esp. Ing. Leiva Raúl Eduardo (Facultad de Ciencias Económicas y de Administración-UNCA, Argentina)..

¿CÓMO MAXIMIZAR EL BENEFICIO DE UN EMPRENDIMIENTO?: RESULTADOS DE UNA ACTIVIDAD DE ESTUDIO E INVESTIGACIÓN

Diana Patricia Salgado
Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur (UNS), Argentina
salgado.dp@gmail.com

Este trabajo presenta resultados de una implementación realizada en dos cursos de matemática de nivel universitario para las carreras Licenciatura En Administración de Empresas y Contador Público. La experiencia trata de la incorporación de una actividad de estudio e investigación referida a maximizar el beneficio de un fabricante. Los resultados se analizan a partir del funcionamiento de los gestos didácticos, denominados dialécticas, lo que permite describir el trabajo realizado por los estudiantes. Se observa un buen funcionamiento de la dialéctica del individuo y del colectivo, de la lectura y escritura y la del entrar y salir del tema.

Trabajo en conjunto con Paula Rabanedo (Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN), Argentina) y Carla Morbelli (Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Argentina).

INCORPORACIÓN DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN LAS CLASES DE MATEMÁTICA DE NIVEL SECUNDARIO

Diana Patricia Salgado
Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur (UNS), Argentina
salgado.dp@gmail.com

Este trabajo presenta resultados de un taller dictado a profesores de matemática de nivel secundario y estudiantes de Profesorado en Matemática. La propuesta se estructuró en torno a dos objetivos primordiales. Por un lado, se buscó generar un espacio de encuentro entre docentes de nivel secundario y estudiantes de profesorado para trabajar con propuestas pedagógicas en relación a la enseñanza, mediada por TIC, de contenidos curriculares de matemática. Por otro lado, se motivó la producción de materiales adaptables a distintos niveles educativos, de manera tal de que pudieran ser reutilizados en diversos contextos y compartidos con otros colegas. La experiencia dejó como resultado un enriquecedor intercambio docente, con una valoración muy positiva de las TIC como herramientas del diseño de actividades de matemática pues las mismas facilitan la retroalimentación dinámica y efectiva entre contenidos, docentes y estudiantes. El análisis de esta experiencia revela que el uso de las TIC, junto con la metodología aplicada en el aula, constituye una combinación efectiva para experimentar distintas formas de aproximarnos al conocimiento matemático.

Trabajo en conjunto con Verónica San Román (Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Argentina) y Jessica Del Punta (Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Argentina).

TRAYECTORIA EN PROYECTOS DE INNOVACIÓN EN ÁLGEBRA APLICADA A LAS CIENCIAS ECONÓMICAS

Marino Schneeberger
Facultad de Ciencias Económicas - Universidad Nacional de Entre Ríos, Argentina
marino.schneeberger@uner.edu.ar

En este escrito se presenta un compendio de las experiencias gestadas en los últimos años por la cátedra Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas, de las carreras Contador Público y Licenciatura en Economía, de la Universidad Nacional de Entre Ríos. Esta asignatura mantiene desde hace muchos años un fuerte compromiso, de manera constante, con la mejora educativa, dando así lugar al desarrollo de proyectos innovadores. Entre estas iniciativas se destacan el cambio metodológico en la enseñanza, la integración de software libre, la reinvención de procesos evaluativos, la adopción de herramientas tecnológicas como recurso complementario y la creación de espacios que fomentan la participación activa de los estudiantes, fortaleciendo así sus procesos de aprendizaje.

Trabajo en conjunto con Marisa Battisti (UNER), Cecilia Lell (UNER) y María Virginia Rodríguez (UNER).

ENSEÑANZA DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS MEDIADA POR TECNOLOGÍAS DIGITALES:RELATO Y CONCLUSIONES DE UNA EXPERIENCIA ÁULICA

Cinthia Noelia Del Valle Vides
Universidad Nacional de Salta-Facultad de Ciencias Exactas- Dpto. de Matemática, Argentina
cinthia.vides@exa.unsa.edu.ar

En esta comunicación se describirá una experiencia áulica desarrollada durante la Pasantía Profesional de la Especialización en Educación Mediada por Tecnología Digital de la Universidad Nacional del Comahue en el mes de junio de 2024. La pasantía se llevó a cabo en la Universidad Nacional de Salta en la asignatura “Introducción a la Matemática”, materia del primer año-primer cuatrimestre de la Facultad de Ciencias Exactas. Dicho proyecto abordó la enseñanza de funciones exponenciales y logarítmicas mediada por tecnologías digitales, incluyendo Moodle, Geogebra, Chat GPT, Photomath y Whatsapp. Además se justificará la propuesta desde diferentes autores de educación mediada por tecnología digital.

Los resultados de la experiencia mostraron una mejor comprensión de los conceptos matemáticos, mayor participación activa y desarrollo de competencias digitales. Este enfoque demostró cómo la mediación tecnológica puede superar barreras en la enseñanza de la matemática y optimizar el proceso educativo.

ESTILOS DE APRENDIZAJE APLICADOS AL AULA DE MATEMÁTICA. AVANCES EN EL DISEÑO DE ENTORNOS PERSONALES

Silvia Vrancken
Facultad de Ciencias Agrarias. Universidad Nacional del Litoral, Argentina
vranckensilvia@gmail.com

En procesos que contemplan la personalización del aprendizaje, se reconoce la importancia de la adaptación de los ambientes, atendiendo al desarrollo de entornos personales. En este contexto, planteamos una investigación cuyo objetivo es incorporar a los espacios de aprendizaje de Matemática de Ingeniería Agronómica, herramientas centradas en las actividades de los alumnos, que estimulen la interacción y a su vez, atiendan a las características individuales, al aprendizaje autorregulado y autónomo. Dentro de los aspectos teóricos que dan marco al proyecto, se estudiaron los estilos de aprendizaje de nuestros estudiantes, considerando que, de acuerdo a las formas en que la mente procesa la información o es influida por las percepciones, un individuo puede ser activo, reflexivo, teórico o pragmático. Estos estilos afectan la manera en que enfrentan las situaciones de aprendizaje, por lo que se consideraron como variable importante para el diseño de propuestas. Los avances incluyen el desarrollo de recursos y actividades que, integrados a las aulas virtuales, ofrecen la posibilidad de que los alumnos opten por los que son de su preferencia. Sus reacciones ante los cambios propuestos, nos alientan y desafían en la búsqueda de nuevas alternativas de personalización.

Trabajo en conjunto con Mariana Schmithalter (Facultad de Ciencias Agrarias. Universidad Nacional del Litoral), Marcela Hecklein (Facultad de Ciencias Agrarias. Universidad Nacional del Litoral) y Ana Leyendecker (Facultad de Ciencias Agrarias. Universidad Nacional del Litoral).

ISSN 1514-9595 (web)

Reportes de Investigación

LA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN STEAM: REVISIÓN DE LITERATURA EN EL CONTEXTO DE AMÉRICA LATINA

Jonathan Alonso
Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación; Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
jonymalonso@gmail.com

Este trabajo presenta una revisión bibliográfica de artículos sobre educación STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics) en el contexto latinoamericano, enfocándose en la integración de la matemática. Se analizó un total de 126 artículos publicados en revistas de acceso abierto, de los cuales 21 cumplieron con los criterios de incluir la matemática en el título o como disciplina involucrada. Los artículos seleccionados fueron clasificados según el tipo de trabajo (investigación, experiencia educativa o ensayo teórico) y el nivel educativo que abordan (primario, secundario, superior, no específico). Los resultados indican que la presencia de la matemática en STEAM se puede clasificar en tres categorías principales: la matemática integrada con otras disciplinas en un contexto interdisciplinario; la matemática en relación con tendencias en educación matemática; y la matemática como foco del estudio, sin una mirada integradora. Además, se observó una predominancia de artículos de investigación y una distribución relativamente equilibrada entre los niveles educativos, con una ligera mayoría en el nivel secundario.

Trabajo en conjunto con Mónica E. Villarreal (Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina).

LA ENSEÑANZA DE SABERES SOBRE EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL EN LA TRANSICIÓN DE LA ESCUELA PRIMARIA A LA SECUNDARIA

Daniela Antunez
Dirección General de Educación Superior (DGES). Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (FAMAF- UNC). , Argentina
daniela.antunez@unc.edu.ar

El presente documento surge de trabajos de investigación sobre cómo se aborda la enseñanza del Sistema de Numeración en la transición entre las escuelas primarias y secundarias de la ciudad de Bell Ville. En este escrito, sintetizamos hallazgos que emergieron del análisis de algunas actividades, seleccionadas por el equipo de investigación, de los libros de textos que se usan en esas escuelas. Ampliamos con algunas de las perspectivas de los docentes en torno a la enseñanza del Sistema de Numeración Decimal, a partir del análisis de esas actividades en un taller.

Trabajo en conjunto con Fregona, Dilma (FAMAF, UNC)., Gerez Cuevas, José Nicolás (FAMAF, UNC)., Gimenez, Anibal Dario (FAMAF, UNC)., Arónica, Laura Elisa (Dirección General de Educación Superior; Escuela Normal Superior "José Figueroa Alcorta". Bell Ville) y Mondino, Mariel (Dirección General de Educación Superior).

RESIGNIFICAR EL LUGAR DE DOCENTES Y ESTUDIANTES EN LA CLASE DE MATEMÁTICA: EL FENÓMENO DEL NOTICING PARA COMPRENDER EL MUNDO DE LA FORMACIÓN

Fernando Jorge Bifano
CeFIEC-FCEN-UBA, Argentina
fjbifano@ccpems.exactas.uba.ar

El fenómeno del noticing tiene más de dos décadas de indagación en el campo de la didáctica de la matemática, desde diversas perspectivas y con diferentes metodologías. Uno de sus aportes se relaciona con la posibilidad de estimular la reflexión sobre la práctica y por tanto puede trabajarse como capacidad a desarrollar en la formación inicial docente. En ese sentido, se asume que los formadores como expertos tienen ya un cierto recorrido que les permitiría contar con un repertorio lo suficientemente amplio para identificar las situaciones significativas que pueden emerger en el aula para el aprendizaje. Nuestra contribución busca poner en discusión esta cuestión a partir de una experiencia de noticing vivida en nuestro rol de formadores. Lo haremos presentando extractos de clase de una materia inicial en la formación de las y los estudiantes del profesorado de matemáticas. Los hallazgos que emergen como fruto del análisis retrospectivo nos invitan a resignificar el lugar de docentes y estudiantes en la clase a partir de problematizar algunos aspectos que operan desde los posicionamientos didácticos que se asumen implícitamente sobre aquello que podría considerarse una buena clase de matemáticas.

Trabajo en conjunto con Enrique Di Rico (CeFIEC-FCEB-UBA, Argentina) y Fabián Gómez (CeFIEC-FCEB-UBA, Argentina).

ANÁLISIS A PRIORI DE UN INSTRUMENTO DE INDAGACIÓN SOBRE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS: ESTUDIO DE LOS PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN FUNCIONES LINEALES

Paula Daniela Bordón
Universidad Nacional del Nordeste, Argentina
paula_bordon@yahoo.com

Se realiza un análisis ontosemiótico referencial de las situaciones-problemas correspondientes a las funciones lineales de un instrumento de indagación, que fue elaborado con el propósito de suministrar a los ingresantes de las carreras de Ingeniería de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura de la UNNE, con el objetivo de valorar la comprensión que tienen sobre la argumentación en el ámbito de las funciones lineales y cuadráticas. Se emplean como herramientas teóricas y metodológicas las nociones de configuración epistémica y función semiótica, constructos teóricos y metodológicos del Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos, marco teórico de la investigación en curso. Se identifican los objetos matemáticos primarios involucrados en las resoluciones expertas y sus relaciones conceptuales.

Trabajo en conjunto con Ricardo Ramón Espinoza (Universidad Nacional del Nordeste, Argentina), Grisel Ivana Almeida (Universidad Nacional del Nordeste, Argentina) y María Mercedes Ayala (Universidad Nacional del Nordeste, Argentina).

TRANSFORMAR LA ESCRITURA DE UN CÁLCULO PARA LEER NUEVA INFORMACIÓN: DESAFÍOS EN EL PRIMER ENCUENTRO CON UNA TAREA NUEVA

Valeria Borsani
Universidad Pedagógica Nacional, Argentina
valeria.borsani@unipe.edu.ar

Esta comunicación es un recorte de los estudios realizados en mi trabajo de Tesis de Maestría, La diversidad de conocimientos aritméticos de les estudiantes en el tránsito hacia una práctica algebraica, ya defendida. Reflexionamos aquí sobre algunas tensiones que se generan en el espacio de discusión colectiva de un grupo de estudiantes de primer año de escuela secundaria cuando las técnicas ya constituidas son insuficientes para abordar un nuevo problema. Se trata de la construcción de un nuevo tipo de práctica para abordar objetos y problemas que, en principio, aparecen como iguales a otros ya conocidos. Profundizar en la trama de las interacciones que se dieron en el aula nos permitió entender algunas dificultades de les estudiantes ante la ruptura involucrada en la nueva tarea.

LA PRODUCCIÓN DE VIDEOS COMO RECURSO EN LA FORMACIÓN DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICA: UN ANÁLISIS MULTIMODAL

Araceli Coirini
Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, UNC, Argentina
araceli.coirini@unc.edu.ar

Este trabajo presenta un análisis preliminar del discurso multimodal en videos producidos por futuros profesores de matemática (FPM) en el curso Didáctica Especial y Taller de Matemática (DEyTM) del Profesorado en Matemática de la UNC. La ponencia se enmarca en un proyecto más amplio que investiga cómo la producción y el uso de videos pueden contribuir al desarrollo profesional de los FPM en escenarios de modelización matemática (MM). Adoptando un enfoque semiótico social de la representación multimodal, se analizó un video producido por FPM, enfocándose en los modos semióticos utilizados para comunicar diversos aspectos del proceso de MM. Si bien, los resultados muestran una predominancia del lenguaje (hablado y escrito), se destacan momentos que conjugan diferentes modos para la producción de significado singulares que exceden y complementan las capacidades discursivas del lenguaje. Lo anterior sugiere la necesidad de proporcionar más oportunidades para que los FPM se familiaricen con la producción de videos y la diversidad de modos semióticos disponibles. Este análisis destaca el potencial de los videos como herramienta para el desarrollo profesional de FPM.

Trabajo en conjunto con Dipierri, Iris (Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, UNC), Alonso, Jonathan (Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, UNC) y Villarreal, Mónica (Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, UNC).

LA VALIDACIÓN EN LIBROS DE TEXTO DE SEGUNDO AÑO DE SECUNDARIA: CIRCUNFERENCIAS Y TRIÁNGULOS

Ana Mabel Gomez
Universidad Nacional del Litoral, Argentina
agomez@exa.unne.edu.ar

En el presente trabajo focalizamos en el estudio de tareas de geometría propuestas en un libro de texto de educación secundaria entorno a la validación en el aula de matemática. Específicamente, analizamos tareas de un libro de primer año de educación secundaria en los temas circunferencia y triángulos y analizar las tareas propuestas focalizando en los modos de validación que se promueven explícita e implícitamente en las mismas. Identificamos, distintas actividades propias del quehacer matemático que se promueven en las tareas y tipos de pruebas. Señalamos que las tareas propuestas promueven distintos aspectos, y que el análisis realizado muestra qué cuestiones no se promueven directamente en las tareas y pueden resultar relevantes en la intervención docente si se busca avanzar de pruebas pragmáticas a pruebas intelectuales.

Trabajo en conjunto con Ana Mabel Gomez (Universidad Nacional del Litoral, Argentina), María Florencia Cruz (Universidad Nacional del Litoral, Argentina) y Cecilia Laspina (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

EL CÁLCULO DE ÁREAS EN LA GRECIA ANTIGUA: MARCAS EN EL DESARROLLO DE LA INTEGRAL DEFINIDA

Nicolás Igolnikov
Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Instituto de Investigaciones en Didáctica de las Ciencias Naturales y la Matemática (CEFIEC), Argentina
nigolnikov@dm.uba.ar

El presente trabajo se propone anticipar algunos elementos de un análisis histórico-epistemológico del concepto de integral definida, en el marco del trabajo de tesis doctoral del autor. Se analizan algunas producciones de la Grecia Antigua, y se proponen preguntas en relación con la enseñanza-aprendizaje de esta noción.

UN PROBLEMA DINÁMICO PARA RELACIONAR CONCEPTOS DE GEOMETRÍA Y ANÁLISIS

Mauro Natale
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN), Argentina
natale.doc@gmail.com

Este trabajo se enmarca en el proyecto de investigación titulado "Producción de conocimientos matemáticos utilizando GeoGebra en aulas de nivel superior. Un estudio didáctico de procesos de exploración, conjetura y prueba en la resolución de problemas geométricos". Uno de los objetivos fundamentales del proyecto es ampliar y profundizar caracterizaciones de las potencialidades de ciertos problemas matemáticos para favorecer la exploración y la producción de conjeturas y de pruebas, incluyendo conocimientos matemáticos y sobre el programa GeoGebra en aulas de nivel superior.

En esta comunicación, compartimos las primeras etapas de diseño y análisis a priori de una propuesta para estudiar en aulas de nivel superior, que parte de un problema dado en contexto geométrico con un recurso de GeoGebra y busca relacionar algunos conceptos del análisis matemático y de la geometría. Nos interesa ofrecer a las y los estudiantes de este nivel oportunidades de explorar problemas cuyas resoluciones los invitan a producir estrategias nuevas y, a partir de ellas pensar, formular y validar conjeturas. En el seno de estas situaciones seguimos profundizando el estudio de la inclusión del programa GeoGebra.

Trabajo en conjunto con Ana Paula Madrid (UNICEN, Argentina), María Cecilia Papini (UNICEN, Argentina), Débora Perez (UNICEN, Argentina), Silvana Soria (UNICEN, Argentina) y Mariela Balcarce (UNICEN, Argentina).

ANÁLISIS DE LOS ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

Myriam Nuñez
Facultad de Farmacia y Bioquímica, Universidad de Buenos Aires (UBA), Argentina
myriam@ffyb.uba.ar

Es de público conocimiento que la educación en contexto de pandemia ha dejado una gran huella en las trayectorias educativas de los estudiantes de todos los niveles educativos (Antropoulos y Huarte, 2022; Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia, 2022; Observatorio Argentinos por la Educación, 2020; Observatorio en Educación, Ciencia y Tecnología, 2023).

Teniendo en cuenta esta problemática y registrando una disminución en el rendimiento de los estudiantes que cursan la asignatura Matemática de las carreras de Farmacia y Bioquímica de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad de Buenos Aires se decidió analizar, dentro del marco de la socioepistemología, las resoluciones y los errores cometidos por los estudiantes en el ejercicio de ecuaciones diferenciales ordinarias de los segundos parciales correspondientes a los primeros y segundos cuatrimestres de los años 2019 y 2022.

Esto permitirá ampliar la mirada para identificar los obstáculos que aparecen en la resolución del tema correspondiente y realizar modificaciones en el dictado de la asignatura logrando así enriquecer las prácticas con el objetivo de que los aprendizajes resulten significativos para los estudiantes en su formación académica.

Trabajo en conjunto con Judith Montenegro Brusotti, Ayelén Catani, Paula Zambianchi y Matías Camalet-Le Noble.

ESTUDIO DE LA RELACIÓN ENTRE LA ESCRITURA EPISTÉMICA Y EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN LA UNIVERSIDAD

Ana Clara Torelli
Universidad Nacional de Luján, Argentina
anaclaratorelli@gmail.com

Este trabajo de investigación propone a través de una propuesta de enseñanza, estudiar la importancia de la relación entre la escritura epistémica y el razonamiento matemático en la asignatura Matemática General en la Ingeniería Agronómica de la Universidad Nacional de Luján, donde los docentes reflexionan sobre la propia actividad de enseñanza, tratando de buscar mejores condiciones que favorezcan el aprendizaje, con la intención de evitar la deserción y mejorar porcentajes de aprobación, pudiendo aportar también al campo de la didáctica del nivel superior, al producir conceptualizaciones que pudieran comunicarse a otros docentes como herramientas para el trabajo del aula.

Se reflexiona sobre la complejidad de las situaciones de enseñanza realizando un estudio cualitativo, exploratorio, con un trabajo de campo a partir del diseño, análisis e implementación de secuencias didácticas sobre la derivada de funciones, haciendo foco en la fundamentación que deben realizar los estudiantes para resolverla.

En dicha secuencia se intercalan situaciones de escritura para explicitar, argumentar y justificar lo aprendido, ya sea individualmente o grupalmente en el marco de la institucionalización, donde la evaluación formativa pone la mirada en la revisión de la secuencia, como un proceso retroalimentado por la identificación de aquellas cuestiones que serían pasibles de incluir.

Trabajo en conjunto con Pagano Roxana (Universidad Nacional de Luján, Argentina), Martinez Vanina (Universidad Nacional de Luján, Argentina), Erni Anabela (Universidad Nacional de Luján, Argentina) y Colabelli Lidia (Universidad Nacional de Luján, Argentina).

ISSN 1514-9595 (web)

Publicaciones de la REM: Experiencias en el Aula

Esta sección contiene los trabajos que fueron presentados para ser expuestos durante la REM - UMA 2024 en la Sesión “Experiencias en el Aula” y fueron aceptados por evaluadores para ser publicados.

El proceso de evaluación fue realizado por un conjunto de docentes e investigadores/as de todo el país y coordinado por el Comité Científico REM.

PROPUESTA DE ENSEÑANZA PARA EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL DESDE EL ENFOQUE BASADO EN COMPETENCIAS

Antúnez, Andrea Carolina[1]; Malegarie, Daniela Analía[2]

Universidad Nacional de General Sarmiento

[1]aantunez@campus.ungs.edu.ar; [2]dmalegarie@campus.ungs.edu.ar

Categoría de trabajo: Relatos de experiencia de enseñanza.

Nivel educativo: Superior

Palabras claves: competencias, enfoque basado en competencias, cálculo diferencial e integral, interdisciplinariedad.

Resumen:

Se trata de una experiencia en la cátedra de Elementos de cálculo realizada durante el primer semestre de 2024 con estudiantes de primer año de las carreras de ingeniería industrial, química y electromecánica de la Universidad Nacional de General Sarmiento. El paradigma pedagógico en educación superior basado en la formación de competencias exige elaborar prácticas de enseñanza y evaluación diferentes a la tradicional distribución de clases divididas en teoría y práctica y la evaluación focalizada en la acreditación al final del proceso de enseñanza y aprendizaje. En este sentido, cobra relevancia pensar estratégicamente el diseño e implementación de una propuesta que integre actividades que fomenten el aprendizaje de competencias en consonancia con una evaluación formativa. En este trabajo se presenta el diseño y puesta en funcionamiento de una propuesta que aborda el aprendizaje del cálculo diferencial e integral en una variable, en la que se muestra una posible forma de generar un espacio que favorezca a los estudiantes la adquisición de algunas competencias genéricas en un ambiente de trabajo colaborativo y orientada al aprendizaje invertido.

Introducción:

En 1996, en Argentina, el Consejo Federal de Decanos de Ingeniería (CONFEDI) realizó una propuesta para la enseñanza de las materias de ingeniería, reformulando y unificando la metodología en las universidades del país. Según esta propuesta, el CONFEDI sugirió el enfoque de enseñanza por competencias para lograr el perfil deseado en ingeniería, definiendo competencia como "la capacidad de articular eficazmente un conjunto de esquemas (estructuras mentales) y valores, permitiendo movilizar (poner a disposición) distintos saberes, en un determinado contexto con el fin de resolver situaciones profesionales"[1]. Además, Tobón [3] complementa esta definición describiendo las competencias como "procesos complejos de desempeño con idoneidad en determinados contextos, integrando diferentes saberes (saber ser, saber hacer, saber conocer y saber convivir), para realizar actividades y/o resolver problemas". Según el CONFEDI [2], esta noción de competencia implica definir un modelo centrado en el estudiante, que contemple tanto competencias genéricas como específicas, asegurando que cada estudiante desarrolle habilidades y conocimientos necesarios para su desempeño profesional.

En este contexto, durante el 2023, las autoridades de la Universidad Nacional de General Sarmiento aprobaron la actualización de los planes de estudio de las carreras de Ingeniería Industrial, Ingeniería Electromecánica e Ingeniería Química, a implementarse a partir del primer semestre del ciclo lectivo 2024. Una de las modificaciones consistió en definir una nueva materia denominada "Elementos de Cálculo", con contenidos vinculados al cálculo diferencial e integral en una variable y con competencias genéricas a desarrollar. El plan de estudio aprobado propone que cada estudiante desarrolle competencias tecnológicas, sociales y actitudinales cuyos resultados de aprendizaje sean

1. Identificar, formular y resolver problemas.
2. Familiarizar a las/los estudiantes con el uso del lenguaje simbólico.
3. Familiarizar a las/los estudiantes con el uso de las herramientas argumentativas propias de los procesos de validación y con la construcción y el desarrollo de nociones o procedimientos desde una perspectiva general.
4. Afianzar en las/los estudiantes el trabajo colectivo y colaborativo.
5. Comunicarse con efectividad de forma oral, escrita, simbólica y gráfica.
6. Propiciar el aprendizaje en forma continua y autónoma de las/los estudiantes.

La propuesta se diseñó siguiendo estos objetivos y, para lograrlos, se elaboró secuencias de actividades que fomenten el trabajo colaborativo y la resolución de problemas en un entorno de aula invertida, a fin de generar un ambiente de intercambio que favorezca el aprendizaje buscado. En el aula invertida, se invierten los roles de los sujetos del proceso enseñanza-aprendizaje; se abandona la clase expositiva, sustituyéndola por materiales complementarios y actividades que cada estudiante debe revisar fuera del aula, y la tarea se transforma en actividades prácticas dentro del aula. De acuerdo a lo referido por Bergmann y Sams [5], el enfoque de aula invertida implica generar una secuencia de actividades flexibles en términos de interacciones entre estudiantes y docentes como de formatos de contenido; que fomente una cultura de aprendizaje centrada en el estudiante; sostenida por un andamiaje de contenido dirigido y accesible; e impulsada por docentes como facilitadores y guías del aprendizaje. Es decir, es necesario generar entornos de aprendizaje individualizados, el fomento de comunidades de aprendizaje y la auto-dirección del proceso formativo. [4]

Esta metodología requiere una base sólida de hábitos y habilidades de estudio por parte del estudiantado o, en su defecto, que el equipo docente incentive ese interés y proporcione materiales motivadores y funcionales de estudio para estudiar fuera del aula. Para obtener resultados favorables, fue necesario que la planificación de actividades tenga en cuenta la adaptación progresiva de estudiantes y docentes a esta nueva dinámica, que revierte el método tradicional de clases teóricas y clases prácticas.

Esta comunicación presenta el diseño de esta materia, enfocada en el desarrollo de competencias genéricas en los estudiantes, con actividades que impulsan el trabajo colaborativo, la resolución de problemas y la autonomía del aprendizaje.

Lineamientos metodológicos y desarrollo de la experiencia.

La experiencia tuvo lugar en la cátedra de Elementos de Cálculo durante el primer semestre de 2024, involucrando a estudiantes de primer año de carreras de ingeniería de la Universidad Nacional de General Sarmiento. La propuesta fue implementada en las 10 comisiones de la materia, sumando un total aproximado de 350 estudiantes asistentes. La dinámica de las clases se dividió en dos encuentros semanales, cada uno de cuatro horas, con un total de 16 semanas de cursada.

Antes de cursar esta materia, los estudiantes debían haber aprobado los talleres iniciales obligatorios en los cuales se desarrollaron habilidades y hábitos de estudio necesarios para el ámbito universitario (trabajo en equipo, redacción de informes, lectura e interpretación de materiales en diversos formatos, etc) y se abordaron contenidos matemáticos básicos (ecuaciones, funciones lineales y cuadráticas, problemas de aplicación, inecuaciones y notación matemática, etc). Esta base previa permitió que los estudiantes se involucren en esta dinámica de estudio con un marco mínimo de conocimientos y habilidades.

Se adoptó una estructura particular para la dinámica de las clases: Cada encuentro consistía de dos horas a cargo de un/a único/a docente con dos comisiones agrupadas (aproximadamente 60 estudiantes) y luego dos horas con un docente por cada comisión en aulas separadas (30 estudiantes aproximadamente). Desde la primera clase, las/os estudiantes se agruparon en parejas o grupos de no más de cuatro personas según su libre elección. Además, se armaron grupos de entre cuatro a cinco estudiantes para desarrollar los trabajos prácticos de la materia.

Esta estructura fomenta el trabajo colaborativo y la interacción constante entre estudiantes desde la primera clase.

En la planificación, las actividades se dividieron en dos categorías: "actividades de prácticas-teóricas" y "actividades de prácticas-taller". Las primeras se centraron en problemas para iniciar a trabajar en grupos, donde se abordaba principalmente las nociones más conceptuales o generales, como se puede visualizar con el ejemplo de la figura 1.

Actividad 1: Una pelota se deja caer desde la plataforma superior de observación de una torre de 450 m sobre el suelo y su altura $h(t)$ por encima del suelo se registra a intervalos de 1 segundo en la siguiente tabla:

Tiempo (t en segundos)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Altura ($h(t)$ en metros)	450	445	431	408	375	332	279	216	143	61

(a) Predecir el tiempo en el que la pelota tocará el suelo con un modelo adecuado.

(b) ¿Como se puede calcular la velocidad de impacto de la pelota contra el suelo?

Fig. 1. Ejemplo actividad de práctica-teórica para la introducción de límite.

En estas actividades, se organiza un trabajo grupal que evidencia lo aprendido y lo que aún falta definir. Luego, un debate mediado por el docente permite afianzar conceptos, institucionalizar nuevas definiciones y reforzar lo que cada estudiante debe seguir investigando con el apoyo de materiales complementarios o en las siguientes clases.

Por otro lado, las actividades de prácticas-taller se enfocan en trabajar estrategias prácticas de resolución y métodos de cálculo en grupos más reducidos, con la intervención docente más focalizada. Por ejemplo, luego de haber trabajado y afianzado la definición de continuidad de una función en un punto, la propuesta de la clase posterior de práctica-taller consistió en agruparse en pequeños grupos para estudiar una función partida, distinta para cada equipo, con la consigna:

- ¿Cuáles son todos los valores x donde es posible evaluar la función? ¿Hay algún valor x_0 para el cuál la función es discontinua? En ese caso ¿es posible hacer pequeñas modificaciones a la fórmula de la función para que la función obtenida sea continua en dicho punto?

Fig.2: Consigna para trabajar en grupos con funciones partidas diferentes.

En este ejemplo, conocer el cálculo de límites se vuelve un objetivo de aprendizaje grupal necesario para abordar la consigna. La posterior exposición de cada grupo abre la discusión sobre las dificultades, permitiendo debatir similitudes y diferencias entre los casos.

En ambas categorías de actividades, se plantean problemas vinculados a aplicaciones de la matemática en la ingeniería, reforzando así el sentido de su estudio. Además, se fomenta el uso de la aplicación móvil de Geogebra, como calculadora gráfica y como recurso didáctico, facilitando la realización de actividades dinámicas y prácticas.

La evaluación de la materia se estructuró en trabajos prácticos grupales y dos exámenes parciales individuales. Por ejemplo, en el primer trabajo práctico se propuso dos etapas, con retroalimentación intermedia, que permitían un progresivo seguimiento docente.

Problema 1: Una persona está monitoreando la temperatura de un motor industrial que se enfría gradualmente después de ser apagado. Durante el proceso, se registran las temperaturas en grados Celsius en diferentes momentos. Sin embargo, las mediciones no son completamente precisas, por lo que se estima que algunos datos tienen un margen de error.

Las mediciones asociadas a tu grupo puedes encontrarlas en el siguiente enlace, donde ingresarás el número N de tu grupo:

https://www.geogebra.org/m/xj2fukzk

Diseñar un modelo de función para esta situación utilizando alguna de las funciones trabajadas en la primera unidad. Decidir grupalmente qué datos considerar y justificar la elección del modelo encontrado. El objetivo es que dicho modelo permite justificar con un cálculo analítico una posible respuesta para las siguientes preguntas:

1. Según el modelo elegido, ¿cuáles de los puntos no pertenecen al gráfico de la función? Indicar el error de la medición en cada caso.
2. ¿Cuál era la temperatura estimada del motor cuando se apagó?
3. ¿Cuánto tiempo tardó aproximadamente en enfriarse el motor hasta alcanzar los 24°C (temperatura ambiente)?

Fig.3: Consigna del primer trabajo práctico grupal evaluativo.

En particular, en la implementación del ejemplo de la Fig 3, algunas respuestas que justificaban el modelo elegido reflejaban los conflictos afrontados en esa decisión:

- “Tras experimentar con diferentes tipos de funciones (cuadráticas, exponenciales, etc) notamos que la función era la mejor se ajustaba a los datos proporcionados, capturando el comportamiento general de la temperatura en función del tiempo, con una pendiente negativa que refleja el enfriamiento gradual del motor.”
- “Nosotros trazamos varias líneas y pudimos notar como x81 y x95 se aproximan a la mayor cantidad de puntos como se ve en el gráfico (línea roja)” . (Frase indicando cómo toman la decisión por la recta roja junto a un gráfico con varias rectas y los puntos de medición).

Algunas observaciones sobre la implementación y reflexiones finales

Uno de los resultados más significativos fue la mejora en el entendimiento conceptual de los estudiantes que se vio reflejado en evolución de las devoluciones de los trabajos prácticos. A través de las actividades de prácticas-teóricas, los estudiantes demostraron una mayor capacidad para articular y aplicar conceptos matemáticos en las evaluaciones. El debate guiado y el trabajo en grupos permitió generar vínculos de confianza entre estudiantes y docentes que se vió evidenciado en la mayor participación y en la escasa deserción de estudiantes en la materia.

Las actividades de prácticas-taller ayudaron a establecer un diálogo fluido entre los sujetos de la actividad y a desarrollar habilidades prácticas cruciales para su formación en ingeniería. La oportunidad de trabajar en grupos más reducidos y recibir atención más individualizada de su docente permitió una mayor personalización del aprendizaje y la resolución de dudas específicas de cada estudiante.

Se observó que las producciones que implican un trabajo grupal previo fueron progresivamente más elaboradas y consensuadas dentro del grupo. De las producciones podemos inferir que competencias tales como familiarizarse con las argumentaciones matemáticas y el lenguaje específico, fueron características que estuvieron presentes durante la resolución de estos trabajos.

Se observó que el uso de la metodología de aula invertida fomenta la autonomía en el aprendizaje. Los estudiantes se acostumbraron a preparar las clases revisando materiales teóricos y recursos adicionales por su cuenta, lo que les permitió gestionar mejor su tiempo y asumir la responsabilidad de su propio proceso de aprendizaje. Sin embargo, a medida que los contenidos se complejizan, la demanda de asistencia y de explicaciones más expositivas presionaban con la dinámica propuesta por el docente, quien en determinadas ocasiones ordenaba la clase con explicaciones más expositivas.

Esta primera implementación permitió reflexionar sobre la propuesta a fin de incorporar el acompañamiento adecuado y capacitar aún más al equipo docente frente a esta dinámica, cuestiones que consideramos fundamentales para que la misma pueda tener mejores resultados.

Bibliografía:

1. CONFEDI. (2017). Marco conceptual y definición de estándares de acreditación de las carreras de ingeniería. Oro Verde. Recuperado de https://confedi.org.ar/wp-content/uploads/2021/07/MARCOC1.pdf
2. CONFEDI. (2018). Propuesta de estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de ingeniería en la República Argentina: Libro Rojo de CONFEDI. Universidad FASTA Ediciones.
3. Tobón, S. (2008). Gestión curricular y ciclos propedéuticos. Bogotá: ECOE.
4. Martínez-Olvera, W., Esquivel-Gámez, I., & Martínez, J. (2015). Acercamiento teórico-práctico al modelo de aprendizaje invertido. Alternativas para nuevas prácticas educativas, 1, 158-172.
5. Bergmann, J., & Sams, A. (2012). Flip your classroom: Reach every student in every class every day. International Society for Technology in Education.

USO DE LAS TIC EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMATICA EN NIVEL SECUNDARIO

Melina Raquel Ávila Sáen; Susana Elena Medin; María Cecilia Guardia y Andrea Lorena Díaz

Escuela preuniversitaria "Fray Mamerto Esquiú"

melinaavilasaenz@gmail.com

Categoría del trabajo: Experiencias de aula

Nivel educativo: Nivel secundario

Palabras claves: Educación - Innovación - Matemática -Tic.

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo promover el uso de las TIC en el aula. La integración de éstas es inherente a la vida moderna, abarcando áreas como el entretenimiento y la educación. Según Punie y Cabrera (2006), la tecnología ha revolucionado tanto la educación como el acceso a recursos educativos. La pandemia de COVID-19 intensificó esta necesidad, obligando a instituciones como la Escuela Preuniversitaria "Fray Mamerto Esquiú" a digitalizar contenidos, utilizar plataformas virtuales y fomentar la creación de videos tutoriales específicos para satisfacer las necesidades curriculares. Las TIC ofrecen una forma dinámica y productiva de gestionar la clase, promoviendo el trabajo colaborativo, optimizando los procesos de enseñanza y de aprendizaje. El libro "Hackeando la educación" de Lewin (2024) destaca la necesidad de transformar la educación tradicional para adaptarse a las demandas delsiglo XXI y enfatiza habilidades como la creatividad y el pensamiento crítico. Maggio (2021) sugiere una autoevaluación sincera de las prácticas educativas, animándose a cuestionar y transformar lo establecido. La experiencia en la Escuela Preuniversitaria permitió al equipo disciplinar explorar herramientas tecnológicas, enfrentando así el desafío de innovar en la enseñanza de las matemáticas para contribuir a un enfoque educativo más adaptado a los tiempos actuales.

Fundamentación:

La generación de hoy asume a las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) como parte de su vida, utilizando teléfonos celulares, computadoras e internet para entretenimiento, redes sociales, búsqueda de información, entre otras tantas.

Así también, las TIC se van incorporado gradualmente a los procesos de enseñanza y aprendizaje, generando nuevas formas de interacción que van construyendo los nuevos paradigmas pedagógicos, dejando de lado los métodos tradicionales. Este nuevo escenario, lleva a replantear las prácticas pedagógicas buscando recursos digitales que se adapten pertinentemente a los contenidos de las cátedras de matemática. Ante la escasez, de estos, se vio la necesidad de elaborar material propio reformulando los trabajos teóricos prácticos, elaborando videos personalizados e incorporando aulas virtuales entre otros. Para Punie, Y., & Cabrera, M., 2006 "La tecnología ha transformado no solo la forma en que trabajamos y nos comunicamos, sino también cómo aprendemos y enseñamos. La inclusión de las TIC en la educación ha permitido un acceso más amplio a la información y recursos educativos".

Es por ello, que este proceso de incorporación de las nuevas tecnologías en la escuela tenía un modelo centrado en materiales impresos y encuentros presenciales, lo que requirió un progresivo fortalecimiento en la construcción de conocimiento a través de actividades basadas en experiencias significativas sobre todo a partir del aislamiento por COVID.

La incorporación de las TIC permite a los estudiantes acceder a una amplia gama de recursos educativos en línea, así como también a videos, artículos y aplicaciones interactivas que facilitan el aprendizaje autónomo y la investigación.

Drucker (1999) plantea que la nueva sociedad exige de una permanente actividad de formación y aprendizaje. Bajo esta circunstancia es necesario crear y preservar un estado de cambio permanente, es decir, es preciso un aprendizaje a lo largo de la vida, donde el no aprender se encuentra abolido. Por tales razones cada vez es más requerido un nuevo estilo de trabajo, estudiantes que sean capaces de superar las limitantes de espacio, tiempo o ubicación geográfica y ante estos retos, el conocimiento es el recurso dominante.

En concordancia con lo planteado por Drucker requiere por parte del docente una actitud reflexiva a cerca de las concepciones y creencias de su formación de base, apelando a una actitud de apertura con motivación, formación y actualización permanente para construir un nuevo estilo de trabajo que resulte atractivo e incida en forma positiva en los alumnos.

Descripción de la institución:

La escuela surge como Escuela Normal Regional Fray Mamerto Esquiú un 9 de Julio de 1903. En 1.972 se funda, en su predio, la Universidad Nacional de Catamarca (UNCA) y la escuela pasa a depender de ella. En el año 2.002 cambia de denominación por Escuela Preuniversitaria "Fray Mamerto Esquiú", recientemente cumplió 121 años de vida. En la actualidad, cuenta con los tres niveles de enseñanza: Nivel Inicial, Nivel Primario y Nivel Secundario, albergando un total de 1345 alumnos. Además, cuenta con un Departamento de Ciencias Exactas y Tecnología integrado por 13 docentes, entre los cuales 4 docentes conforman el equipo disciplinar de Matemática.

Relato de la experiencia en pandemia por COVID (virtualidad)

Los participantes de la experiencia son los alumnos del nivel secundario de la Escuela preuniversitaria “Fray Mamerto Esquiú” a cargo del equipo disciplinar de Matemática.

En el año 2020, por la crisis sanitaria por COVID 19 y el ASPO (Aislamiento Sanitario Preventivo Obligatorio) se suspendieron en forma abrupta las clases presenciales, repentinamente las metodologías de enseñanza y aprendizaje tuvieron que reinventarse para dar paso a otras alternativas de trabajo, por ejemplo, aquellas ligadas al aprendizaje autónomo y colaborativo con la incorporación de las TIC como recurso didáctico.

La Facultad de Humanidades de la UNCA brindó el apoyo a la escuela con un soporte técnico desde el departamento de Educación a Distancia con la incorporación de la plataforma e–ducativa habilitando las aulas virtuales. Esta apertura significó un gran desafío para la comunidad educativa del nivel secundario que hasta ese momento sólo trabajaba con WhatsApp y correo electrónico, poniendo de manifiesto dificultades con la educación virtual y los tiempos asincrónicos.

Es así como se abordaron distintas posibilidades para establecer y sostener el vínculo pedagógico con los medios disponibles, pero también se visualizó desigualdades y brechas tecnológicas que emergieron con mayor fuerza.

El trabajar con las aulas virtuales, implicó digitalizar contenidos teóricos y prácticos, incorporando explicaciones paso a paso para una mejor comprensión hasta poder realizar videoconferencias.

Para un mejor acompañamiento asincrónico y los inconvenientes de conectividad, se sugirió videos tutoriales disponibles en la web, en esta búsqueda, se advirtió la ausencia de videos que respondan a las necesidades pedagógicas de la institución, ya que, la notación y vocabulario específico eran diferentes según el origen del autor del video, aunque estuvieran en idioma español. Por otro lado, la extensión de los mismos dificultaba la descarga en forma simple en los celulares.

Para cubrir esta necesidad y brindarles a los alumnos un recurso didáctico digital, asincrónico y contextualizado es que se tomó la decisión de elaborar videos tutoriales específicos de matemática para el nivel secundario en concordancia al diseño curricular áulico de la institución.

En este proceso, se requirió formación de manera autodidacta sobre softwares y se utilizaron las versiones gratuitas de los siguientes grabadores de pantallas con tiempo limitado: Camtasia, Icecream, Screen, Recorder y Bandicam.

Gracias al gran trabajo colaborativo del equipo de matemática se pudo ir puliendo y mejorandopara abrir canales en diferentes plataformas como YouTube y Tiktok

Relato de experiencia en post- pandemia (actualidad)

Actualmente, la escuela Fray, cuenta con 3 canales de YouTube con un total de 246 vídeos, todos de alcance público, algunos con una reproducción mayor a 20.000 vistas hasta la fecha, elaborados por docentes del departamento de matemática, que abarcan contenidos del diseño curricular a lo largo de los seis años del nivel secundario y con un total de 1.865 suscriptores.

Además, la escuela posee una sala de computación, un circuito interno de televisores y/o proyectores para transmitir vídeos didácticos en algunas aulas, una biblioteca digital cuyos materiales bibliográficos año a año se van actualizando y una sala multimedia con una pizarra digital interactiva con acceso a internet.

Con el retorno a la presencialidad resultan de gran apoyo complementario a las prácticas pedagógicas los siguientes recursos digitales:

- ✓ Aula virtual,
- ✓ WhatsApp,
- ✓ Canales de YouTube,
- ✓ App educativa con contenidos de matemática (π),
- ✓ Software GeoGebra (versión para PC y celulares),
- ✓ App de calculadora científica 991,
- ✓ Pizarra Digital Interactiva (PDI),
- ✓ Quiz,
- ✓ Padlet,

- ✓ Salas de escape con Google forms.

El cambio y adaptación a este nuevo escenario fue diverso, pero en líneas generales pasamos de la clase tradicional de pizarra y marcador al modelo de aula invertida, donde se envía material teórico - práctico por medio de WhatsApp, luego se explican y desarrollan en clases varios ejemplos, se visualizan los videos tutoriales sumando ejemplos y reforzando lo aprendido en la presencialidad. Luego se usa alguna app educativa para ejercitar y hasta evaluar algún contenido mediado por la gamificación.

Conclusión:

El objetivo de este trabajo es socializar la experiencia y promover el uso de las TIC en el aula como herramienta tecnológica, con una finalidad esencialmente pedagógica, orientadora del "saber saber" y del "saber hacer", con el objeto de contribuir con el mejoramiento de la calidad en la educación matemática, propiciando prácticas significativas, reflexivas y situacionales, potenciando la creatividad y el pensamiento crítico de los alumnos, desarrollando competenciasy fortaleciendo los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

El aprendizaje es más efectivo cuando las condiciones son adecuadas, es decir, cuando se logra despertar en el individuo el interés por aprender, y es precisamente este, el detonador que se busca activar en los alumnos con la implementación de las diferentes TIC, permitiendo ser utilizadas por la comunidad docente, estudiantil y lograr traspasar las fronteras más allá del aula y de la institución, llegando así al público en general.

La implementación de las TIC requiere una apertura permanente por parte de los docentes, buena disposición y tiempo para adquirir los conocimientos necesarios en el manejo de los recursos digitales rompiendo las barreras entre lo conocido y lo desconocido, y además implica redefinir las estrategias metodológicas en el aprender y enseñar matemática.

Ante encuestas realizadas a los alumnos del nivel secundario de la escuela preuniversitaria Fray Mamerto Esquiu sobre la implementación de los diferentes recursos de las Tic se obtuvo amplia aceptación, como así también el reconocimiento institucional y de la comunidad educativa.

Cabe aclarar, que estos recursos digitales en matemática son una buena alternativa, ya que, permiten gestionar la clase de forma dinámica y productiva, cada uno de ellos conlleva una estrategia diferente y se complementan para promover un trabajo colaborativo, permitiendo así, construir colectivamente redes de conocimiento, motivando el desarrollo de las capacidades para el pensar y saber hacer matemático, optimizando los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

En el libro *"Hackeando la educación" (Lewin, 2024)* la autora, aborda la necesidad de transformar la educación tradicional para adaptarse a las demandas del siglo XXI. Lewin destaca que el sistema educativo actual a menudo falla en preparar a los estudiantes para los desafíos del mundo moderno, y aboga por una reforma educativa que promueva habilidades críticas como la creatividad, el pensamiento crítico, la colaboración y la adaptabilidad. También plantea que, en esta era digital, los docentes que fusionan la sabiduría tradicional con la innovación tecnológica están configurando el futuro del aula, llevando la educación a nuevas alturas.

"Es la hora de movilizarnos para volver a mirar nuestras prácticas y reflexionar cuan endurecidas, anquilosadas o estancadas estaban o siguen estando. Necesitamos ese tipo de sinceridad que a veces incomoda, molesta o directamente duele. Habiendo reconocido, analizado, sufrido y amado el territorio híbrido y cambiante, el desafío será animarse a sospechar, cuestionar, desarmar y soltar para saltar, para transformar lo que venimos haciendo". (Maggio,M, 2021).

Integrar tecnología en la educación no se trata solo herramientas digitales sino sobre crear nuevas formas de aprender. Debemos utilizar la tecnología cuando mejora el aprendizaje o limitarla cuando se convierte en una distracción, el reto es integrar la tecnología de manera que maximice sus beneficios y minimice sus desventajas y establecer normas claras para su uso.

Bibliografía:

- Drucker, P. F. (1999). *Management challenges for the 21st century*. Harper Business.
- Lewin, L. (2024). *Hackeando la educación: Un camino para transformar la escuela desde las emociones y la neurociencia*. Editorial Bonum.
- Punie, Y., & Cabrera, M. (2006). The future of ICT and learning in the knowledge society. European Journal of Education, 41(3-4), 345-356.
- Rodríguez, M. (2015). Didáctica de la Matemática y TIC: Propuestas innovadoras parala educación secundaria. Editorial Novedades Educativas.
- Zimerman, L. (2021). *Reseña de "Educación en Pandemia. Guía de supervivencia para docentes y familias": Mariana Maggio, 2021, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Editorial Paidós*. Web.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA EN LA CLASE DE MATEMÁTICA DEL NIVEL SECUNDARIO

Gisela Fernanda Día y Bruno Hernán Rosales

ENET N° 1 "Prof. Vicente García Aguilera" - Escuela Secundaria N° 89 "Huayra Punco"

giselabrunoazul@gmail.com

Categoría del Trabajo: Experiencia de Aula

Nivel Educativo: Nivel Secundario

Palabras Claves: Matemática, Enseñanza, Resolución de Problemas, Heurísticas

Resumen

La enseñanza tradicional de la matemática, centrada en la memorización de fórmulas y procedimientos, ha demostrado ser insuficiente para lograr una comprensión profunda y significativa de los conceptos matemáticos. Este enfoque, a menudo criticado por su falta de efectividad, subraya la necesidad de un cambio metodológico en la enseñanza de la matemática en el nivel secundario.

El presente trabajo aborda la implementación de la Resolución de Problemas como una estrategia pedagógica en dos escuelas con contextos diversos. Este enfoque busca no solo la aplicación de conceptos matemáticos en situaciones intra y extramatemáticas, sino también el desarrollo del pensamiento crítico y una comprensión más profunda. A través de los problemas propuestos por la Olimpiada Matemática Argentina, los estudiantes han enfrentado desafíos significativos, tanto en la transición desde un enfoque tradicional como en la adaptación a esta nueva metodología.

La experiencia muestra que, aunque la transición no está exenta de dificultades, los resultados obtenidos son alentadores. Se observa un progreso en la capacidad de los estudiantes para abordar problemas complejos, reflexionar sobre sus procesos de pensamiento y aplicar conocimientos matemáticos en contextos variados.

Los resultados de las pruebas de aprendizaje realizadas por el Ministerio de Educación en 2022, que abarcan a 397.687 estudiantes de quinto y sexto año de 11.672 escuelas secundaria, han sido preocupantes en los últimos años. En Matemática, el 71,4% de los estudiantes se encontraban en el grupo de menor rendimiento en 2019, cifra que aumento al 82,4% en 2022, lo que indica que la enseñanza tradicional en el aula no está brindando los resultados esperados. En la provincia de Catamarca, el Ministerio de Educación compartió algunos datos de las escuelas de gestión estatal, que presentan el 80% de la matrícula provincial, revelando que solo el 40,9 % de los alumnos de escuelas públicas alcanzaron los niveles de desempeño deseados en Matemática (Secretaría de evaluación e información educativa, 2022, p. 6).

Por otra parte, dentro del campo de la Didáctica de la Matemática, autores como Ayllón (2016), Espinoza (2016), Fernández (2016), Mancera (2000), Monroy (2014), Rodríguez (2015), Rojas (2015), Ruiz (2013), Salazar (2014, y Santos, L. (2014) han llevado a cabo investigaciones que demuestran que una enseñanza basada en el pensamiento crítico y la resolución creativa de problemas produce mejores resultados académico y permite a los estudiantes aplicar conceptos matemáticos en situaciones de la vida real.

Esta situación pone en evidencia la necesidad de un cambio metodológico en la enseñanza de la matemática para promover una comprensión profunda de los conceptos matemáticos, la resolución de problemas, el trabajo colaborativo y el pensamiento crítico. Este enfoque puede ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades matemáticas esenciales para su vida diaria, académica y su futuro profesional.

La enseñanza de matemáticas a través de la resolución de problemas se centra en aplicar conceptos y habilidades matemáticas para abordar situaciones intra y extramatemáticas, en lugar de limitarse a la memorización de fórmulas y procedimientos. Los problemas de la Olimpiada Matemática Argentina son especialmente desafiantes y estimulan el pensamiento crítico al permitir explorar diversas estrategias para encontrar la solución. Según Polya (1981): “Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata" (p. 117).

Por lo tanto, un problema puede inicialmente causar un bloqueo en el estudiante, pero a través de procesos metacognitivos, este puede superar los obstáculos que se le presenta y desarrollar estrategias para intentar llegar a la solución.

Objetivo

El objetivo principal de esta comunicación es demostrar que, mediante la resolución de problemas, los estudiantes pueden desarrollar habilidades para argumentar y defender sus soluciones de manera oral, empleando un lenguaje matemático claro y coherente que se vuelve natural con el tiempo. Es decir, se busca que cada estudiante actúe como un matemático:

indagando, experimentando, analizando sus procesos, ajustando su enfoque, reflexionando sobre su pensamiento y tomando conciencia de su forma de razonar.

Además, al discutir y compartir soluciones con sus compañeros, los estudiantes pueden explorar diferentes estrategias heurísticas para alcanzar una misma solución, lo que promueve la creatividad y el pensamiento crítico. La experiencia demuestra que la implementación de la resolución de problemas como estrategia de enseñanza en escuelas secundarias, independientemente de su contexto, desafía a los alumnos y fomenta el desarrollo del pensamiento crítico, haciendo que esta forma de trabajo resulte más atractiva que las metodologías tradicionales.

Modalidad de trabajo en el aula

La estrategia de trabajo se implementó en la Escuela Técnica Preuniversitaria E.N.E.T. N° 1 “Prof. Vicente G. Aguilera” y en la Escuela Secundaria N° 89 “Huayra Punco”. La transición de un enfoque de clase tradicional a uno basado en problemas no fue ni espontánea ni sencilla. Al principio, se presentaba un problema a mitad de la clase, y los estudiantes solían preguntar: ¿qué debemos hacer con los datos? ¿Sumar? ¿Restar? ¿Multiplicar? ¿Dividir? En este contexto, la gestión del aula fue fundamental. Las intervenciones realizadas buscaban que los estudiantes llegaran a las respuestas por sí mismos. Ante sus preguntas, se respondía con otras interrogantes: ¿Qué dice el problema? ¿Qué entendiste? ¿Qué crees que podemos hacer? ¿Lo que hiciste cumple con las condiciones del problema? A veces se alcanzaba la solución, y otras veces se traía la solución para la clase siguiente.

Una vez obtenida la solución, se pedía a un estudiante que expusiera su desarrollo en la pizarra para comparar tanto la solución como la estrategia heurística utilizada con la de sus compañeros. Cuando el desarrollo era incorrecto, los compañeros señalaban algún dato que se había pasado por alto o algo que no cumplía con las condiciones del problema, colaborando para llegar a la solución correcta. Si ningún alumno identificaba el error, se hacía una pregunta que los ayudaba a reconocerlo. Esto permitía a los estudiantes autoevaluarse, aprender nuevas estrategias heurísticas y conceptos matemáticos.

Después de resolver una amplia variedad de problemas, se promovían momentos de reflexión metacognitiva, lo cual requería una considerable inversión de tiempo. En estas instancias, se invitaba a los estudiantes a reflexionar sobre lo que habían resuelto mediante preguntas como: ¿qué tipo de información te ayuda a pensar en un posible camino para resolver el problema? Con esta pregunta se buscaba que el estudiante identificara los datos que le dieron una idea o un posible enfoque.

En clases posteriores, los estudiantes pedían al iniciar la clase otro problema, porque disfrutaban del sentimiento de desafío que estos les generaban y aún más la satisfacción cuando lograban plantear una solución.

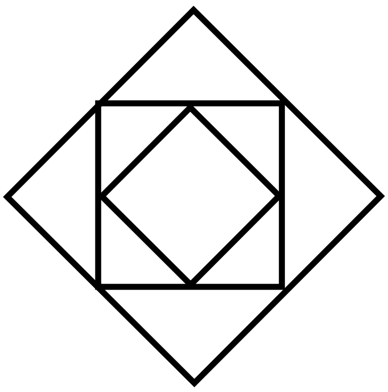
Un cambio en la estrategia de enseñanza y aprendizaje también requería repensar la forma de evaluar. Por ello, se implementó la evaluación a través de portafolios y rúbricas. El portafolio (la carpeta) permitió a los estudiantes demostrar su comprensión y habilidades en la resolución de problemas matemáticos, ofreciendo una visión valiosa del proceso que seguían para llegar a una solución, el cual mejoraba notablemente con el tiempo. La evaluación por rúbrica estableció los siguientes criterios:

- Comprensión del problema: ¿El estudiante ha comprendido correctamente el problema y ha identificado los datos relevantes?
- Proceso de resolución: ¿El estudiante ha utilizado un proceso lógico y coherente para llegar a una solución?
- Comunicación: ¿El estudiante ha explicado claramente su proceso de resolución y su respuesta?
- Autonomía: ¿El estudiante ha demostrado autonomía en la resolución del problema?

Con variables de “Alcanzó”, “En Proceso” y “Fortalecer”. Esto permitió a los estudiantes comprender claramente los objetivos de aprendizaje y recibir retroalimentación específica para mejorar su comprensión y habilidades en la resolución de problemas.

Considerando la edad y los intereses de los estudiantes, se añadieron ilustraciones de cómic relacionadas con el problema para hacerlo más atractivo, especialmente para aquellos a quienes les gusta dibujar. Por ejemplo:

Katy dibujo en su pared tres cuadrados. El cuadrado mediano une los puntos medios del cuadrado grande. El cuadrado pequeño une los puntos medios del cuadrado mediano. El área del cuadrado pequeño en la figura es de 6 m^2. Ahora, ella quiere pintar el cuadrado grande de color rojo y necesita calcular su área para comprar la pintura. ¿Podes ayudar a Katy??



Conclusión

La implementación de la metodología de resolución de problemas en las dos escuelas secundarias con contextos significativamente diferentes ha demostrado ser eficaz para mejorar el aprendizaje de los estudiantes, independientemente de sus circunstancias socioeconómicas. En la Escuela Técnica E.N.E.T. N° 1, donde se anticipaba un buen resultado debido a la familiaridad de los estudiantes con enfoques de trabajo práctico, los resultados fueron positivos y motivaron la extensión de esta metodología a la Escuela Secundaria N° 89 "Huayra Punco", donde los estudiantes provienen de un contexto sociofamiliar más complejo.

Sorprendentemente, en esta última institución, la metodología no solo logró captar la atención de los estudiantes, sino que también facilitó un proceso de aprendizaje en el que los alumnos se sintieron desafiados y motivados para encontrar soluciones a los problemas planteados. Esta experiencia les permitió desconectarse de sus problemas personales y concentrarse en el desafío académico, lo que contribuyó al desarrollo de nuevas estrategias heurísticas y una mayor confianza en sus habilidades matemáticas.

La experiencia demuestra que la resolución de problemas no solo es una estrategia pedagógica eficaz, sino que también es capaz de transformar la dinámica del aula, fomentando la participación activa de los estudiantes, el pensamiento crítico y la capacidad de autoevaluación. Los estudiantes aprendieron a validar sus soluciones y a defender sus razonamientos, lo que refuerza la idea de que el docente no es la única fuente de verdad, sino un facilitador del proceso de aprendizaje.

Bibliografía

Secretaría de evaluación e información educativa. (2022). Resultados a nivel nacional Aprender 2022 en Nivel Secundario. https://www.argentina.gob.ar/sites/default/files/2023/06/_resultados_a_nivel_nacional_aprender_2022_en_nivel_secundario__secretaria_de_informacion_y_evaluacion_educativa.pptx_1.pdf

Ayllón, M., Ballesta-Claver, J., & Gomez, I. (2016) Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. Propósitos Y Representaciones, 4(1), 169–193. Recuperado de: https://doi.org/http://dx.doi.org/10.20511/pyr2016. v4n1.89

Espinoza, J., Lupiáñez, J. L. & Segovia, I. (2016). La invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático. Electronic Journal or Research in Educational Psychology, 14(2), 368-392.

Fernández, E. & Molina, M. (2016). Indagación en el conocimiento conceptual del simbolismo algebraico de estudiantes de secundaria mediante la invención de problemas. Enseñanza de las ciencias, 34(1), 53-71. Recuperado de: http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/306636

Mancera, E. (2000). Saber Matemáticas es saber resolver problemas. Grupo Editorial

Monroy, J. I. (2014). la resolución de problemas matemáticos y su impacto en pensamiento crítico del ciudadano. Revista de cooperación, 1(3), 79-86. Recuperado de: http://www.revistadecooperacion.com/numero3/03-06.pdf

Rodríguez, L., García, L., & Lozano, M. (2015). El método de proyecto para la formulación de problemas matemáticos. Atenas, 4(32), 100–112.

Rojas, Y. (2015). La resolución de problemas como estrategia metodológica en una clase de matemática de secundaria en el CTP de Venecia, Región E>ducativa de San Carlos, 2015. Tesis en opción al Grado de licenciatura. Universidad Estatal a Distancia, San José, Costa Rica

Ruiz, A. (2013). La reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Perspectiva de la praxis. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, (10), 1-111.

Salazar, L. (2014). Diseño de tareas a partir de la modificación de problemas planteados en libros de texto de matemática. Revista Paradigma, 35(1), 55-77. Recuperado de: http://www.scielo.org.ve/pdf/pdg/v35n1/art03.pdf

Santos, L. (2014). Resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos. México, DF: Trillas.

Polya, G (1981). *Mathematical Discovery: On understanding, learning and teaching problema solving*. New York: Wiley.

Rodríguez, M., Pochulu, M. D., Barreiro, P., Bressan, A., Camós, C., Carnelli, G., ... & Zolkower, B. (2015). Educación matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos.

IMPLEMENTACIÓN DE PROYECTOS APLICADOS COMO ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA DE ECUACIONES DIFERENCIALES

Silvina Real y Noelia Beatriz Argüelles

Facultad de Ciencias Exactas e Ingeniería - Universidad Nacional de Tucumán

sreal@herrera.unt.edu.ar

Categoría del Trabajo: Experiencias de Aula

Nivel educativo: Universitario.

Palabras claves: ecuaciones diferenciales, aplicaciones físicas.

Resumen: En este trabajo se relata una experiencia áulica llevada a cabo durante el primer cuatrimestre de 2024 con los alumnos de la asignatura "Matemática para Físicos" de la carrera Licenciatura en Física de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología de la Universidad Nacional de Tucumán. Se desarrolló un proyecto integrador para aplicar conceptos relacionados a las ecuaciones diferenciales a problemas concretos, involucrando un total de 16 alumnos. El proyecto consistió en un pequeño trabajo de investigación acerca de alguno de los temas estudiados en la asignatura con una aplicación a un problema de interés físico. La actividad no sólo integró conocimientos matemáticos y físicos, sino que también fomentó habilidades de investigación, redacción, graficación y expresión oral. Los resultados fueron positivos, con un alto nivel de compromiso y una mayor comprensión de la relevancia de las ecuaciones diferenciales en la física.

Introducción

Las ecuaciones diferenciales modelan una amplia variedad de fenómenos naturales desde la caída libre de un cuerpo hasta la propagación de ondas y la dinámica de fluidos; y describen el cambio de cantidades físicas en el tiempo y el espacio. La habilidad de interpretar dichas ecuaciones, clasificarlas, analizar la existencia de soluciones, y en caso de ser posible resolverlas es fundamental para el análisis de sistemas dinámicos.

A través de la aplicación de ecuaciones diferenciales a problemas concretos se logra establecer un vínculo directo entre la teoría matemática y la física permitiendo a los estudiantes ver cómo los principios matemáticos se traducen en soluciones prácticas y reales, fomentando una integración más sólida entre ambas disciplinas, lo cual fue estudiado por diversos autores como Camacho-Machín y Guerrero-Ortiz (2015), Sijmkens et al. (2022).

Teniendo en cuenta todo esto fue que decidimos en el primer cuatrimestre del periodo lectivo 2024 proponer como actividad dentro la asignatura “Matemática para Físicos” la realización por parte de los estudiantes de proyectos aplicados. Participaron en el desarrollo de la misma 16 alumnos de la carrera Licenciatura en Física de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología (FACET) de la Universidad Nacional de Tucumán (UNT). La asignatura corresponde al primer cuatrimestre de tercer año de la carrera por lo que nuestros alumnos poseen conocimientos suficientes de física para encarar el estudio de los problemas planteados en los proyectos.

Proponemos la actividad como un proyecto de investigación integrador, con el objetivo de promover en los alumnos las habilidades que deben adquirir a lo largo de su carrera como futuros profesionales. Entre las fortalezas de nuestra propuesta de enseñanza, se encuentra el desarrollo de competencias como la recopilación bibliográfica y lectura crítica, la redacción de textos académicos utilizando herramientas de software especializadas (como LaTeX), la realización de gráficos digitales mediante software, la elaboración de presentaciones y la expresión oral a través de exposiciones para sus compañeros. Como afirma Perrenoud (1999) el aprendizaje a través de proyectos no sólo facilita la integración de conocimientos, sino que también fomenta el desarrollo de sus habilidades investigativas, comunicativas y organizativas.

Motivación y objetivos de la propuesta

Nuestra motivación para la actividad fue el deseo de que los alumnos pudieran incorporar los conceptos matemáticos de forma aplicada, en respuesta al constante pedido de años anteriores por parte de éstos, interesados en vincular la matemática aprendida en nuestra asignatura con los conceptos físicos adquiridos previamente y en asignaturas paralelas. Buscamos contextualizar el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática teniendo en cuenta a la población estudiantil, para educar de acuerdo a las necesidades propias de cada grupo de acuerdo al enfoque de Gamboa y Borrero (2016).

La implementación de esta actividad en el aula tiene como objetivos:

- Mejorar el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales mediante su aplicación concreta en problemas físicos.
- Comprender cómo los conceptos matemáticos se pueden utilizar para resolver situaciones prácticas.
- Consolidar los conocimientos adquiridos al aplicarlos a temas de interés de los alumnos.
- Trabajar en la expresión escrita mediante la redacción de una monografía o informe utilizando un programa de escritura científica.
- Incorporar el uso de softwares de graficación para visualizar y analizar en forma crítica las soluciones obtenidas correspondientes a la situación problemática planteada.
- Desarrollar competencias en la comunicación oral.

Consideramos que a través de estos objetivos el proyecto es integrador en cuanto a la incorporación de conocimientos matemáticos y el desarrollo de habilidades de investigación en los alumnos.

Como docentes de matemática en la carrera de Licenciatura en Física creemos que el uso de herramientas como la implementación de proyectos aumenta el interés por parte de los alumnos en los temas de la asignatura al verlos aplicados tan concretamente en su campo.

Otra motivación para realizar estos proyectos es acercar a los alumnos a sus docentes, estableciendo un contacto diferente al participar estos últimos como asesores de los trabajos presentados. Además, se fortalece el vínculo entre pares al realizar los trabajos en pequeños grupos, y se promueve la interacción y el aprendizaje colaborativo al involucrar al resto de los compañeros como evaluadores durante las presentaciones. Esta dinámica no sólo fomenta un ambiente de apoyo mutuo, sino que también enriquece la experiencia educativa a través del intercambio de conocimientos y perspectivas.

Metodología

Los alumnos trabajaron en grupos de dos personas. La metodología propuesta fue la realización de una pequeña investigación con revisión de diferente bibliografía y posteriormente la redacción de un informe escrito, con formato de monografía que debían presentar al equipo docente en el plazo acordado para ello. Se les dio un plazo de tres semanas durante las cuales los alumnos tenían la posibilidad de acercarse a los docentes en horarios de consulta para mostrar su avance o pedir sugerencias en el enfoque del trabajo y estructura en la redacción.

Cada proyecto implementado en la actividad estaba compuesto de dos partes: un ejercicio centrado en el desarrollo teórico de las ecuaciones diferenciales, abordando su resolución de manera más general; y una aplicación práctica, utilizando el mismo tipo de ecuación dada en el apartado anterior. Todos los temas incluyeron la elaboración de esquemas para visualizar la situación problemática y gráficas de las soluciones obtenidas para el análisis crítico de su comportamiento. Las mismas debían realizarse con algún programa de graficación en computadora.

Una vez aprobada la monografía, los alumnos debían exponer el trabajo realizado a sus compañeros en una presentación breve de 15 minutos, con un tiempo posterior para preguntas.

Proyectos realizados en el primer cuatrimestre 2024

Los conceptos matemáticos trabajados en los proyectos corresponden a las primeras tres unidades de la asignatura “Matemática para Físicos”, entre los cuales podemos mencionar:

Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden: solución general, solución particular, familias paramétricas de curvas planas, problema de valor inicial, métodos de resolución de acuerdo al tipo de ecuación dada (variables separables, exacta, reducible a exacta, lineal, Bernoulli), cambios de variables.

Ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de segundo orden: solución general, solución particular, problema de valor inicial, ecuaciones lineales con coeficientes constantes y homogéneas, métodos para encontrar solución particular de ecuaciones lineales inhomogéneas.

En total los alumnos realizaron ocho proyectos que se detallan a continuación.

- Proyecto 1: “Espejo”. Consigna: encontrar la forma que debe tener un espejo curvo para que la luz de un foco situado en el origen se refleje en un haz paralelo al eje x. Aplicación de la ley de reflexión.
- Proyecto 2: “Análisis de compartimientos”. Consigna: analizar el problema de un tanque con agua al que se le ingresa una concentración de sal que fluye a través del tanque. Aplicación de un problema de mezclas.
- Proyecto 3: “Caída libre en un medio viscoso”. Consigna: analizar la velocidad y aceleración de un objeto que cae desde cierta altura y experimenta la resistencia del aire. Aplicación de la segunda ley de Newton.
- Proyecto 4: “Enfriamiento de edificios”. Consigna: analizar la variación de temperatura de un edificio a lo largo de un periodo de tiempo. Aplicación de la ley de enfriamiento de Newton.
- Proyecto 5: “Catenaria”. Consigna: estudiar ecuaciones no lineales de segundo orden que pueden resolverse mediante sustituciones convenientes y deducción de la conocida curva denominada Catenaria. Aplicación de la segunda ley de Newton.
- Proyecto 6: “Sismógrafo simple”. Consigna: estudiar el comportamiento de un sistema masa-resorte forzado y analizar un modelo matemático simple para un sismógrafo. Aplicación de la segunda ley de Newton y sistemas de referencia no inercial.
- Proyecto 7: “Circuito eléctrico”. Consigna: estudiar el comportamiento de la intensidad de corriente en circuitos de tipo LC y RLC. Aplicación de las leyes de Kirchhoff.
- Proyecto 8: “Péndulo en un medio viscoso”. Consigna: estudiar el comportamiento de un péndulo sumergido en un fluido viscoso. Aplicación de conceptos de mecánica rotacional.

Los primeros 4 proyectos se vincularon a los conceptos de ecuaciones diferenciales de primer orden mientras que los proyectos del 5 al 8 se relacionaron con ecuaciones diferenciales de segundo orden.

Balance de la actividad

Para evaluar la experiencia de la actividad por parte de los estudiantes realizamos una encuesta anónima que fue respondida por 13 de los 16 participantes. Cabe destacar que este fue un año atípico ya que en general el número de alumnos en nuestra asignatura es de 5 a 8 estudiantes. El total de los encuestados afirma que la realización de los proyectos aumentó su interés en el estudio de las ecuaciones diferenciales y les ayudó a entender la relevancia y aplicación práctica del tema en la física. La mayoría de ellos se sintió más comprometido con el curso luego de la realización del proyecto. En general afirmaron que el proyecto les ayudó a mejorar sus habilidades de redacción y valoraron positivamente la utilidad de las presentaciones orales.

Conclusiones

Consideramos que la implementación de proyectos es una herramienta valiosa para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ya que es una estrategia didáctica centrada en el estudiante, quien se convierte en protagonista de su propia formación, acompañado por el docente. El rol del docente como orientador es clave en todas las etapas de este proceso: desde la selección cuidadosa de temas que puedan despertar el interés de los alumnos y que tengan relación estrecha con la temática que se quiere enseñar, hasta el acompañamiento en el proceso de redacción de la investigación y su posterior presentación oral.

Coincidimos con las opiniones de diversos autores que destacan que el aprendizaje basado en proyectos es un elemento dinamizador del proceso enseñanza-aprendizaje (Zambrano Briones et al., 2022) que lleva al desarrollo de competencias de tipo oral, investigativo, trabajo colaborativo y que fomentan el pensamiento autónomo (De Graaf y Colmos, 2003). En este sentido observamos que los alumnos del curso participaron de forma activa en los proyectos y alcanzaron los objetivos propuestos, principalmente lograron una mejor comprensión de los conceptos matemáticos relacionados a las ecuaciones diferenciales.

Notamos que esta estrategia didáctica presentó un desafío a las docentes en cuanto al diseño de diversos proyectos individualizados para cada grupo lo que requirió mayor esfuerzo en tiempo, investigación y flexibilidad porque en muchos casos los estudiantes desarrollaron los proyectos por caminos no previstos por las docentes. Consideramos además que esta técnica es adecuada para un grupo reducido de estudiantes. Por otro lado, se debe tener en cuenta que este tipo de estrategias didácticas implica mayor inversión de tiempo por parte de los estudiantes, lo que debe ser tenido en cuenta en una planificación.

Referencias

- Camacho-Machín, M., & Guerrero-Ortiz, C. (2015). *Identifying and exploring relationships between contextual situations and ordinary differential equations.* International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 46(8), 1077–1095.
- De Graaf E. y Kolmos A. (2003). *Characteristics of problem-based learning.* International journal of engineering education. 19 (5), 657-662.
- Gamboa Graus, M. E., y Borrero Springer, R. Y. (2016). *Influencia de la contextualización didáctica en la coherencia curricular del proceso enseñanza-aprendizaje de Matemática.* Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores. 4(1).
- Kennedy, D (2007). *Redactar y Utilizar Resultados de Aprendizaje. Un Manual Práctico*. Cork: University College Cork.
- Perrenoud, P. (1999). *Apprendre à l'école à travers des projets: pourquoi? Comment?*. Revista de Technología Educativa, 14(3), 311-321.
- Sijmkens, E., Scheerlinck, N., De Cock, M., & Deprez, J. (2022). *Benefits of using context while teaching differential equations*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 55(4), 829–849.
- Zambrano Briones, M. A., Hernández Díaz, A., & Mendoza Bravo, K. L. (2022). *El aprendizaje basado en proyectos como estrategia didáctica*. Revista Conrado, 18(84),

ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE USANDO TICS EN LA MATEMÁTICA DE LAS CARRERAS DE LAS CIENCIAS ECONÒMICAS

Edgardo Rodolfo Mamani; Teresita Alejandra Rojas y Raúl Eduardo Leiva

Facultad de Ciencias Económicas y de Administración – UNCa.
raulleiva05@yahoo.com.ar - trojas@unca.edu.ar
mamaniedgardo1994@gmail.com

Categoría del Trabajo: Experiencias de Aula

Nivel Educativo: universitario

Palabras claves: ESTRATEGIA – APRENDIZAJE –ENSEÑANZA- INCLUSION

Resumen

Los softwares en la enseñanza de la matemática ponen a disposición de docentes y estudiantes nuevas herramientas que facilitan su inclusión a la enseñanza y aprendizaje de conceptos que ayudan a resolver problemas y lo que es más importante contribuyen a desarrollar nuevas capacidades. Una matemática inclusiva que respete y sea sensible a los diferentes ritmos y capacidades de los estudiantes, buscando su máximo potencial de aprendizaje.

La matemática está ligada con los alumnos ingresantes a las carreras de Contador Público y de la Licenciatura en Administración, quienes ingresan con un cumulo de dudas, motivo por el cual los docentes deciden incorporar los softwares para mejorar su enseñanza y aprendizaje.

Esta investigación parte de la siguiente pregunta ¿Cuál es el potencial educativo de los softwares en las prácticas educativas para lograr su adecuación e inclusión de diferentes alumnos con capacidades diferentes?

Este interrogante será respondido con el uso de la metodología cuantitativa y cualitativa, mediante el cual los docentes expondrán sus experiencias en las prácticas de las cátedras Calculo Diferencial e Integral de la carrera de Contador Público y de la Licenciatura en Administración de la Facultad de Ciencias Económicas y de Administración de la Universidad Nacional de Catamarca.

OBJETIVOS

- Garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades en la dificultad del aprendizaje de la matemática en los alumnos de la carrera de contador Público y de la Licenciatura en Administración
- Analizar programas de computadoras como herramientas didácticas para plantear y resolver problemas geométricos, algebraicos y referidos al análisis de funciones en el plano.

MATERIAL Y MÉTODOS

Diseño de investigación: Se desarrolló bajo un enfoque mixto (cuali–cuantitativo) con alcances exploratorio, descriptivo-correlacional. Este enfoque permitió determinar, de forma objetiva, la valoración contextual de software Geogebra a través de una propuesta didáctica metodológica para el aprendizaje de aplicaciones de las resoluciones analíticas y representación gráfica de Funciones algebraicas. Analizando las características distintivas de las mismas. Las funciones como modelos en las ciencias económicas dirigido a estudiantes en formación.

Población y muestra: Para este estudio, la población estuvo conformada aproximadamente por 86 estudiantes de 1° año de la Cátedras de Calculo Diferencial y Calculo Integral de la carrera de Contador Público y Licenciatura en Administración.
El instrumento de medición: Trabajo práctico. Software Geogebra.

Práctica Docente en las cátedras de cálculo Diferencial e Integral

Teniendo en cuenta unos de los objetivos de garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades en la dificultad del aprendizaje de la matemática en los alumnos.

En esta investigación nos interesan los *recursos didácticos*. Es toda herramienta que nos permite manejar situaciones indeterminadas y realidades imitadas para producir el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Hoy en el sistema educativo el ingreso de los estudiantes con discapacidad obligatorio son una realidad donde la mayoría de éstos corresponden a la clasificación de discapacidad motora. Discapacidad que por lo general es más detectable, es decir es más evidente.

Dentro de la discapacidad, se encuentra la cognitiva, la que no siempre es detectada, y puede tardarse bastante tiempo para ser correctamente diagnosticada.

Pero a su vez, es inminente el aumento de alumnos ingresantes a la Universidad con este tipo de discapacidad, y debemos estar preparados para recibirlos y formales de acuerdo a las normas vigentes.

El problema surge en la incertidumbre que radica entre, los aspectos tanto académicos, pedagógicos para trabajar con estos casos. Es por esto, que como educadores debemos brindar una propuesta pedagógica para estudiantes con discapacidad en términos cognitivos en las clases de matemática, aceptando sus limitaciones, pero brindando las herramientas adecuadas en cada caso particular, y teniendo en cuenta su inclusión.

Entendiendo la discapacidad cognitiva como la adquisición lenta e incompleta de las habilidades que resultan del neurodesarrollo durante la gestación, que implica entre otras cuestiones que la persona pueda tener dificultades para comprender, aprender y recordar cosas nuevas, que se manifiestan durante el desarrollo, y que contribuyen al nivel de inteligencia general, por ejemplo, habilidades cognitivas, motoras, sociales y de lenguaje (Ke & Liu, 2017).

Los relatos docentes pueden constituirse dentro del repertorio habitual de rutinas disponibles, también es cierto que buena parte de la intervención en el aula está signada por un alto poder de espontaneidad. (Steiman 2007)

En cuanto a las clases Prácticas se activa el nexo cognitivo con los contenidos teóricos enseñados, llevando a situaciones de la vida real.

Las clases prácticas son de sumo interés y resulta muy importante la participación del alumno en ella, a los efectos de apropiarse de estrategias.

Es notoria la dificultad que manifiestan los estudiantes cuando tienen que estudiar como el caso de Matemática particularmente.

En nuestro caso particular fue un desafío de tratar de implementar un software para acompañar y despertar interés hacia la matemática por parte del estudiante. La clase considerada, tuvo una duración aproximada de 2 (dos) horas, se desarrolló en un primer año de la Facultad de Ciencias Económicas y de Administración, de la carrera de Licenciado en Administración y Contador Público Nacional de la Universidad Nacional de Catamarca.

Se comenzó revisando el tema “Función. Representación gráfica. Tipos de funciones. Las funciones como modelos en las Ciencias Económicas”, con el uso de la pizarra inicio una breve introducción teórica mediante preguntas para centrarlos en el tema de estudio. Para poder evaluar si realmente habían entendido la teoría, se procedió a trabajar con el práctico correspondiente de la cátedra. La situación problemática, consistía en graficar manualmente y con la ayuda del software geogebra realizar un análisis y explicar el comportamiento de las distintas funciones en estudio tales como las funciones lineales y cuadráticas que aparecen con mucha frecuencia en diferentes situaciones que presenta el estudio de las Ciencias Económicas.

Se Procedió a explicar un modelo de gráfica en la pizarra para su orientación y aplicación y como el tema lo requiere. Una vez inserto en la parte práctica, se procedió a hacer mención del software que ayudará a graficar y llevar acabo el análisis de las misma.

Se proyecta el software "Geogebra" en la pantalla, se les explico el funcionamiento de la aplicación. Mientras que un grupo numeroso de alumnos (más de la mitad) ya tenían el programa en su celular, lo que permite incorporar el celular a la clase como soporte de estudio. Por dicho motivo, separamos en grupos, un grupo lo realizaba en forma manual con ayuda del celular, otro con el uso del programa y permitir cotejar sus resultados. Fue notable la participación e interés por el uso de dicho programa. De esta manera los estudiantes pudieron comprobar que el programa hace lo que ellos deberían hacer manualmente.

Se les insiste que Geogebra en este caso particular puede ser una herramienta útil para descubrir resultados y comprobar conjeturas.

Como experiencia fue muy beneficiosa y nos sorprendió el interés, espontaneidad manifestada por parte de los alumnos en el uso de los distintos recursos tecnológicos y del software educativo.

La enseñanza como actividad conjunta del docente y los alumnos se divide en dos procesos relacionados: la enseñanza como la actividad del docente y la del aprendizaje como la actividad del alumno. (Duro Novoa, 2013)

Se observa que actualmente las aulas se transformaron en contextos de constantes cambios. Diariamente se presentan nuevos requerimientos y retos que debemos superar. Para esto se debe adaptar a los cambios que se producen en la sociedad generando estrategias para dar respuestas a estas transformaciones, de manera única y personal.

REFLEXIONES FINALES

Cuando se inició esta investigación surgieron muchas dudas e incertidumbres con relación a la investigación educativa en las Cátedras de Calculo Diferencial-Integral, fue un gran reto el cual va teniendo sus frutos.

En el trayecto de esta investigación se pudo observar y comprobar que los softwares son una herramienta de soporte muy importante para los docentes.

En las clases teóricas y prácticas realizadas para este trabajo, se pudo distinguir el desempeño de distintos docentes de la cátedra de Calculo Diferencial e Integral y los recursos educativos que ellos utilizan. Se notó que todos tienen los conocimientos de los recursos que nos brindan los softwares, saben que disponen de un gran abanico de medios y posibilidades que les brindan para mejorar las experiencias diarias y que en realidad estos recursos deberían introducirse en nuestras prácticas rutinarias.

No debemos olvidar que Calculo Diferencial e Integral son asignaturas que está netamente ligada con los alumnos ingresantes a las carreras de Ciencias Económicas, quienes entran con un cumulo de dudas y falta de preparación, motivo por el cual los docentes deciden personalizar sus clases.

En cuanto a nuestra experiencia con el uso del programa Geogebra en una clase teórica práctica fue muy satisfactoria. Con un aprendizaje colaborativo basado en resolución de ejercicio. Y planteamiento de situaciones problemáticas mediante trabajo grupal, donde se pudo observar la participación de todos los alumnos, desde una lectura, hasta el debate de un planteo.

Los estudiantes presentaron mucha inquietud a la hora de participar. Respecto a las actividades con el uso de softwares se notó una muy buena predisposición y permeabilidad muy grande para utilizar los nuevos recursos y adueñarse de las herramientas.

Cabe destacar que las generaciones actuales se han caracterizado por demostrar una mayor tendencia por el aprendizaje a través de distintas herramientas tecnológicas, lo cual no es de extrañar, pues nos encontramos en una época en donde los dispositivos electrónicos, independientemente del ámbito, están muy presentes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cabero, J. (1998). *Las aportaciones de las nuevas tecnologías a las instituciones de formación continua: reflexiones para comenzar el debate*. Recuperado de http://tecnologiaedu.us.es/revistaslibros/23.htm

- *Carranza, G (2018) Un Enfoque didáctico del Cálculo. Trabajo Práctico. Con aplicación a las Ciencias Económicas. Universidad nacional de Catamarca. Secretaria de Extensión universitaria*.

- Duro Novoa (2013) *Uso del software educativo en el proceso de enseñanza y aprendizaje. https://www.gestiopolis.com/uso-del-software-educativo-en-el-proceso-de-ensenanza-y-aprendizaje/*

- Hernández Sampieri, R. y otros (2014). *Metodología de la Investigación*. Sexta edición. McGraw-Hill / Interamericana Editores, S.A. de C.V.

- Ke, X., & Liu, J. (2017). Discapacidad Intelectual. Manual de Salud Mental Infantil y Adolescente de la IACAPAP, 1-28.

- Pasetto, R. (2008) *Nivel de Adopción de las Nuevas Tecnologías en los establecimientos educacionales del nivel polimodal de la localidad de Nueva Coneta- Dpto. Capayán – Catamarca*. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Catamarca.

- Pochulu y Abrate (2018) *Relatos de investigación y Experiencias docentes en Educación Matemática*. Grupos de Investigaciones y desarrollo didácticos. Universidad Nacional de Villa María, Córdoba, Argentina.

- Real Pérez, (2017) *Las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.* Recuperado de personal.us.es/Suarez/ficheros/tic.

- Steiman, J. (2007) *¿Que Debatimos hoy en la didáctica? Las Prácticas de la Enseñanza en la educación Superior.* Universidad Nacional de General San Martin.

CÓMO MAXIMIZAR EL BENEFICIO DE UN EMPRENDIMIENTO: RESULTADOS DE UNA ACTIVIDAD DE ESTUDIO E INVESTIGACIÓN

Diana Patricia Salgado[1,2], Paula Rabanedo[2], Carla Morbelli[1]

[1]**Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)**

[2]**Núcleo de investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECYT), Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN)**

dsalgado@uns.edu.ar

Categoría del Trabajo: Experiencias de Aula

Nivel Educativo: Universitario

Palabras clave: universidad, matemática, didáctica, enseñanza por investigación

Resumen

Este trabajo presenta resultados de una implementación realizada en dos cursos de matemática de nivel universitario para las carreras Licenciatura en Administración de Empresas y Contador Público. La experiencia trata de la incorporación de una actividad de estudio e investigación referida a maximizar el beneficio de un fabricante. Los resultados se analizan a partir del funcionamiento de los gestos didácticos, denominados dialécticas, lo que permite describir el trabajo realizado por los estudiantes. Se observa un buen funcionamiento de la dialéctica del individuo y del colectivo, de la lectura y escritura y la del entrar y salir del tema.

Introducción

Este trabajo se ubica en el marco del proyecto "*Recursos digitales en el nivel secundario y universitario: aportes para una enseñanza de la matemática por indagación y cuestionamiento*" y persigue uno de los objetivos del proyecto referido a diseñar, implementar y analizar dispositivos didácticos para la enseñanza de la matemática desde la perspectiva de una enseñanza por investigación. En el marco de este proyecto se atendió a las necesidades del Departamento de Ciencias de la Administración de la Universidad Nacional del Sur (UNS) el cual sugirió ajustes en los contenidos curriculares de las materias Matemática IC (MIC) y Matemática IIC (MIIC) pertenecientes a los planes de estudio de las carreras Licenciatura en Administración de Empresas y Contador Público. Los cambios realizados se fundamentan en la reducción de contenidos y pretenden generar procesos de enseñanza-aprendizaje aplicados a la administración, centrando su interés en la interpretación y el carácter instrumental de los contenidos. La nueva mirada busca un mayor acompañamiento al estudiante y prioriza la calidad del aprendizaje por sobre la cantidad. El espíritu de estos cambios concuerda con el programa de Acompañamiento a las Trayectorias Iniciales (ATI) implementado por la UNS a manera de nivelación.

Las cátedras MIC y MIIC están a cargo del Departamento de Matemática, el cual, debido a la estructura departamental de la UNS, imparte las materias de matemática para todas las carreras. Las clases siguen, generalmente, la fórmula teoría-práctica dispuestas en dos horas de teoría y dos de práctica.

Por todo lo expuesto, llevamos a cabo una experiencia en las clases de MIC con el fin de promover cambios en nuestras prácticas docentes y analizamos sus resultados desde el punto de vista de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD).

Objetivos

- Incorporar una enseñanza por investigación y cuestionamiento mediante la implementación de una actividad de estudio e investigación en los cursos de Matemática IC de las carreras Licenciatura en Administración de Empresas y Contador Público (UNS).
- Analizar el funcionamiento de gestos didácticos en las implementaciones desarrolladas.

Marco Teórico

En este trabajo, se adopta a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 2009, 2013) como marco de referencia. Según la TAD el paradigma tradicional de enseñanza en las clases de matemática se caracteriza por el fenómeno de la *visita de obras*, en el cual el profesor actúa como de guía turística mostrándole a los alumnos las distintas obras matemáticas y es el único capacitado para incorporar saberes al medio didáctico, saberes que además son indiscutibles. Así, la TAD aboga por un cambio hacia un nuevo paradigma denominado de la investigación y el cuestionamiento del mundo. Este nuevo enfoque promueve una enseñanza a partir de preguntas, mediante la implementación de un Recorrido de Estudio e Investigación (REI) o, una alternativa más viable, la Actividad de Estudio e Investigación (AEI), que no resuelve el fenómeno descripto anteriormente, pero intenta instalar algunos elementos de la pedagogía del cuestionamiento (Chevallard, 2013). Ambos dispositivos parten de una cuestión problemática denominada pregunta generatriz Q. En el caso de las AEI, Q no es una pregunta en sentido fuerte, pero asimismo su resolución requiere la construcción o reconstrucción de diferentes saberes. En el proceso de construcción de una respuesta a Q, se activan ciertos gestos didácticos denominados dialécticas (Chevallard, 2007; Salgado, 2019), que dan cuenta de las acciones o saber-hacer que se llevan a cabo durante una actividad de estudio e investigación. Considerar a las dialécticas como herramienta de análisis permitiría determinar en qué medida los estudiantes incorporan gestos propios de la pedagogía del cuestionamiento.

Metodología de la implementación

La actividad diseñada (Figura 1) refiere a un problema que aparece frecuentemente en libros de texto de matemática con aplicaciones a la economía y administración, pero aquí no figuran fórmulas en la consigna, sino que los estudiantes debían hallarlas o resolver el problema de otra manera, con ayuda, por ejemplo, de la carpeta de la materia o la búsqueda en internet.

Actividad: *La tabla muestra la relación entre el precio de la lata de refrescos y la cantidad demandada y vendida por un fabricante.*

Precio de una lata de refresco (dólares/u.)	Cantidad demandada de latas de refresco
0	60000
0,30	50000
0,60	40000
0,90	30000
1,20	20000
1,50	10000
1,80	0

¿Qué cantidad de latas debe fabricar y vender el fabricante para maximizar el beneficio de su emprendimiento, suponiendo que posee costos variables por unidad (0,1 dólares de mano de obra por unidad, más 0,2 dólares el costo de cada lata) y costos fijos de fabricación de 7500 dólares (alquiler, limpieza, etc.)?

Figura 1: Actividad propuesta

Como parte del análisis previo, se elaboró un Modelo Praxeológico de Referencia (MPR) (Chevallard, 2013) para identificar posibles resoluciones a la cuestión planteada.

La actividad se llevó a cabo en dos de los tres cursos de MIC, en el espacio dedicado a la teoría. Cada curso (Curso 1 y Curso 2) contó con cerca de 60 estudiantes, distribuidos en grupos de 4 a 5 integrantes. Al Curso 1 asistieron su profesora responsable y tres profesoras investigadoras con observación participante. En el Curso 2 dos investigadoras realizaron observación participante, y la profesora a cargo se ausentó por razones particulares. Se tomaron notas de campo y los grupos entregaron sus producciones escritas al final de las sesiones. No fue posible replicar la experiencia en un tercer curso, por cuestiones de organización de esa cátedra.

En el análisis de esta experiencia identificamos los gestos que se activan durante el desarrollo de la actividad (ver Tabla 1). Cabe señalar que, antes de ser implementada, ninguno de los dos cursos tenía conocimiento de la actividad.

Descripción de la implementación y funcionamiento de las dialécticas

La implementación se dividió en dos momentos. En el primero, se introdujo la actividad al medio didáctico y los grupos comenzaron a trabajar para responderla. Se les dio 15 a 20 minutos para pensar un camino posible a seguir. Luego, las investigadoras consultaron sobre las preguntas que surgieron, sobre posibles respuestas y escribieron en el pizarrón lo que fueron sugiriendo, así como también los interrogantes propuestos por ellas. En conjunto, se decide un camino a seguir y se inicia un segundo momento de búsqueda de respuestas. En la Tabla 1 detallamos las dialécticas D_i, i=1,…,10, junto a una breve descripción, y las acciones observadas en cada curso relativas a cada una de ellas, algunas comunes y otras diferenciadas):

<table>
<tr><td>Dialécticas D_i</td><td>Curso 1</td><td>Curso 2</td></tr>
<tr><td>D_1: Dialéctica del estudio e investigación. Investigar, en diferentes sistemas de información los saberes útiles y estudiar lo específico de ellos.</td><td colspan="2">Búsquedas en sus carpetas de MIC.
Consultas a las profesoras.
Estudio de saberes relativos a costos, ingresos y utilidad.</td></tr>
<tr><td>D_2: Dialéctica del individuo y del colectivo. Se relaciona con el esfuerzo por estudiar las preguntas y colaborar en una respuesta colectiva, con valorizar y cuestionar las respuestas.</td><td colspan="2">Debates al interior de cada grupo y con las profesoras.
Los grupos intentan elaborar una respuesta colectiva.
Análisis y decisiones sobre el camino a seguir.
Discusiones sobre la validez de la expresión “$D(x): -\frac{3}{10000}x + 1.8$” como función de demanda (obtenida de los datos dados).
Cuestionamientos sobre cómo relacionar precio y cantidad, qué variables considerar y qué representan las funciones de demanda y de ingreso.</td></tr>
<tr><td>D_3: Dialéctica del análisis y de la síntesis (praxeológica y didáctica).</td><td colspan="2">Esta dialéctica incluye el análisis a priori del profesor de los saberes que podrían estar en juego en el recorrido, lo que se refiere al diseño del MPR.</td></tr>
<tr><td>D_4: Dialéctica del entrar y salir del tema. El estudio de saberes puede llevar a “salir del tema”. Se produce el encuentro con otros saberes para luego reingresar al tema original.</td><td colspan="2">Reencuentro con saberes relativos a la economía: funciones de ingreso, costo y utilidad.
Regresaron a saberes estudiados en el ATI (función lineal y cuadrática), hubo dificultades para retomar al tema en cuestión de MIC (funciones de costo, demanda, ingreso y utilidad). Ej.: surge la necesidad de hallar la ecuación de una recta con los datos de la tabla y luego volver al problema e identificarla como la ecuación de la demanda.</td></tr>
<tr><td>D_5: Dialéctica del</td><td>Inspeccionan cómo maximizar el</td><td>Analizan cómo maximizar el</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>paracaidista y de las trufas. Inspección desde grandes áreas del saber hasta encontrar aquel que es útil para responder el problema.</td><td rowspan="2">beneficio y deciden optimizar la función usando derivadas.
$I(x) = x \cdot \left(\frac{-3}{100000}x + 1{,}80\right)$
$u(x) = x\left(\frac{-3}{100000}x + 1{,}80\right) - (0{,}3x + 7500)$
$u(x) = \left(\frac{-3}{100000}x^2 + 1{,}80x\right) - (0{,}3x + 7500)$
$u'(x) = 2 \cdot \frac{-3}{100000}x + 1{,}80 - 0{,}3$
$u'(x) = \frac{-3}{50000}x + 1{,}50$ → Despejar x
$-1{,}50 = \frac{-3}{50000}x$
$25000 = x$
$u(25000) = 11250$
$u(0) = 7500$
$u(60000) = -25500$
Rta: el máximo de la función es 11250 cuando x = 25000. Entonces la cantidad de latas que deben fabricar y vender el fabricante es 25000</td><td rowspan="2">beneficio y deciden que lo más apropiado es hallar el vértice de la parábola.
· utilidad = I - C
$= \frac{-100.000}{3}p^2 + 60000p - (-10000p + 2500)$
$= -\frac{100.000}{3}p^2 + 60000p + 10000p - 25500$
$= -\frac{100000}{3}p^2 + 70.000p - 25500$
$h = \frac{-b}{2a} = \frac{-70000}{2 \cdot \left(-\frac{100.000}{3}\right)} = \frac{21}{20} = 1{,}05$ → PRECIO
$K = 11250$ → máximo beneficio</td></tr>
<tr><td>D_6: Dialéctica de las cajas negras-cajas claras. Se trata de establecer cuáles son los saberes relevantes y cuánto es necesario profundizar en ellos.</td></tr>
<tr><td>D_7: Dialéctica de la lectura y de la escritura. Analizar, reescribir lo útil de las respuestas halladas. Estas se analizan, evalúan y reescriben e interpretan en torno al problema.</td><td colspan="2">Transcripción de fórmulas de demanda, ingreso, costo y beneficio.
$\text{utilidad} = \underbrace{\text{ingreso}}_{\text{precio} \cdot \text{cantidad}} - \underbrace{\text{costo}}_{C_t = C_f + C_v}$
Reelaboración de la función de demanda, cambio de variables.
Extracción de información de sus carpetas de MIC y reescritura.</td></tr>
<tr><td>D_8: Dialéctica del medio-media. Cada “media” (sistema de información) incorporado al medio debe ser validado. Todo saber es conjetural.</td><td colspan="2">Los grupos incorporan al medio saberes de ATI y de MIC y el uso de GeoGebra.
Las profesoras responden consultas e ingresan preguntas: ¿qué relación existe entre el precio y la cantidad demandada?, ¿qué tipo de función se desprende de la tabla?</td></tr>
<tr><td>D_9: Dialéctica de la difusión y de la recepción. Comunicar y justificar las respuestas, convocando a su cuestionamiento para ver si son o no aceptadas.</td><td colspan="2">Los grupos, desde sus bancos, difunden los posibles caminos a seguir obtenidos en un primer momento de encuentro con el problema.
Escuchan y aceptan como válido un camino a seguir: hallar la función de utilidad y maximizarla.
Los grupos compartieron con las profesoras sus producciones escritas.</td></tr>
<tr><td>D_{10}: Dialéctica de las preguntas y respuestas. Formulación de preguntas y elaboración de respuestas (oral y escrita).</td><td colspan="2">Los grupos formulan preguntas oralmente. La profesora las escribe en el pizarrón: ¿cuál es la función de demanda, de ingreso, de costo?, ¿cuáles son las variables?, ¿cómo determinar el beneficio máximo?, ¿cómo uso los datos de la tabla?, ¿los costos fijos son mensuales o diarios?, ¿qué relación existe entre cantidad demandada y precio?</td></tr>
</table>

Tabla 1: Gestos didácticos activados en cada curso

Análisis de los resultados y conclusiones finales

A partir de los protocolos escritos recogidos y las notas de campo de las profesoras, detectamos el funcionamiento de las dialécticas, algunas con mayor grado que otras. Hubo un buen funcionamiento de la *dialéctica del individuo y del colectivo*, evidenciado en el compromiso de los estudiantes en encontrar una respuesta colectiva a la pregunta, con aportes individuales. La *dialéctica de la lectura y escritura* se hizo presente en la elaboración y reelaboración de la ecuación de demanda y las funciones de costo, ingreso y beneficio, mostrándose idas y vueltas para definir cuáles serían las variables adecuadas a tener en cuenta. Los estudiantes debieron leer, escribir, reescribir y elaborar ellos mismos las respuestas. Se observa un buen funcionamiento de la *dialéctica de las cajas negras-cajas claras*, ya que, en ambos cursos, los grupos identifican los saberes que consideran relevantes para resolver el problema, activando también la *dialéctica del paracaidista y de las trufas*. En el Curso 1, se profundiza, en busca de la trufa, en saberes referidos a la derivación. En cambio, en el Curso 2, se enfocan en el estudio de la función cuadrática. Simultáneamente se hace presente la *dialéctica de entrar y salir de tema*, se "sale de tema" para "entrar" a la matemática y luego regresar al problema. Otra "salida del tema" es el reencuentro con la función lineal, por ejemplo, realizan el gráfico de la función lineal recurriendo a un cambio de escala y especifican que la función es decreciente. Otros, en cambio, consideran que los valores de la tabla describen una función de variable discreta, tienen en cuenta sólo los datos dados y hallan el máximo beneficio correspondiente. Las dialécticas *del estudio e investigación* y la *de la recepción y difusión* se activaron en menor medida, posiblemente porque la actividad a resolver no permitía múltiples caminos para resolverla y por lo acotado del tiempo disponible, respectivamente. La *dialéctica del medio-media* es la que tuvo más dificultades para funcionar pues, por ejemplo, los estudiantes esperaban la validación de las profesoras, en general únicos *medias* autorizados y las profesoras tendemos a ceder a sus pedidos.

En síntesis, si bien se observó el funcionamiento de todas las dialécticas, los mejores desempeños figuran en: la *del individuo y del colectivo*, la *de la lectura y escritura* y la *del entrar y salir del tema*. Se espera que en futuras implementaciones se mejore el funcionamiento de todas ellas.

Referencias

Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. En L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. Javier García (Éd.), Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, Universidad de Jaén, 705-746.

Chevallard, Y. (2009). *La notion de PER: problèmes et avancées.* IUFM Toulouse, Francia.

Chevallard, Y. (2013). Enseñar Matemáticas en la Sociedad del Mañana: Alegato a Favor de un contraparadigma Emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), 161-182. https://doi.org/https://doi.org/10.4471/redimat.2013.26

Salgado, D. (2019). *Diseño, implementación, análisis y evaluación de un Recorrido de Estudio e investigación en el nivel universitario relativo al cálculo en dos variables* (Tesis de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias - Mención Matemática). Tandil: UNICEN. Disponible en https://www.ridaa.unicen.edu.ar/xmlui/handle/123456789/2216

INCORPORACIÓN DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN LAS CLASES DE MATEMÁTICA DE NIVEL SECUNDARIO

Diana Patricia Salgado; Verónica San Romá y Jessica Del Punta

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)

dsalgado@uns.edu.ar

Categoría del Trabajo: Experiencias de Aula
Nivel Educativo: secundario
Palabras clave: educación, tecnologías, matemática, secundaria

Resumen

Este trabajo presenta resultados de un taller dictado a profesores de matemática de nivel secundario y estudiantes de Profesorado en Matemática. La propuesta se estructuró en torno a dos objetivos primordiales. Por un lado, se buscó generar un espacio de encuentro entre docentes de nivel secundario y estudiantes de profesorado para trabajar con propuestas pedagógicas en relación a la enseñanza, mediada por TIC, de contenidos curriculares de matemática. Por otro lado, se motivó la producción de materiales adaptables a distintos niveles educativos, que pudieran ser reutilizados en diversos contextos y compartidos con otros colegas. La experiencia dejó como resultado un enriquecedor intercambio docente, con una valoración muy positiva de las TIC como herramientas en el diseño de actividades de matemática pues las mismas facilitan la retroalimentación dinámica y efectiva entre contenidos, docentes y estudiantes. El análisis de la experiencia revela que el uso de las TIC, junto con la metodología aplicada en el aula, constituye una combinación efectiva para experimentar distintas formas de aproximarnos al conocimiento matemático.

Introducción

Numerosas investigaciones destacan las dificultades que enfrentan los estudiantes universitarios en el aprendizaje de la matemática, como la reprobación en las primeras materias, la falta de motivación y el inadecuado manejo del tiempo de estudio, entre otros (Castillo-Sánchez, Gamboa-Araya y Hidalgo-Mora, 2020; Cortés, 2017). En este contexto, los docentes juegan un papel fundamental como puente en la formación de los alumnos, tanto en el nivel secundario como universitario. Por ello, consideramos esencial establecer mecanismos de articulación escuela secundaria-universidad que faciliten la transición de los estudiantes de un nivel al otro. Uno de estos mecanismos es el trabajo conjunto y colaborativo entre docentes de ambos niveles. Promover encuentros de trabajo y diálogo entre estos actores conduciría a modificaciones en las prácticas docentes, acercando propuestas áulicas y modalidades de trabajo de estos dos ámbitos académicos.

El presente trabajo describe el desarrollo de un taller dirigido a docentes de matemática de nivel secundario y estudiantes de Profesorado en Matemática para reflexionar sobre las prácticas docentes y promover el uso de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en las aulas de matemática. La propuesta se encuadra en el marco de una convocatoria del Programa Sigamos Estudiando 2023, el cual, impulsado por el Ministerio de Educación de la Nación a través de la Secretaría de Políticas Universitarias, centra uno de sus ejes en la implementación de espacios de trabajo conjunto con docentes del nivel medio para favorecer la articulación transversal de los contenidos desarrollados en los últimos años del secundario y primeros del trayecto universitario. El taller se realizó en dos oportunidades en instalaciones de la Universidad Nacional del Sur (Bahía Blanca, Buenos Aires) y apuntó a resignificar los recursos tecnológicos conocidos, descubrir nuevos y utilizarlos de una manera crítica y funcional en una clase de matemática.

La idea de recurso considerada proviene de Adler (2012) para quien todo aquello (sea material o simbólico) que da sentido, apoya y proyecta el trabajo del profesor puede considerarse un recurso, e incluye: recursos humanos, culturales y materiales. En este proyecto apuntamos a la noción de recurso material, específicamente calculadoras o softwares, útiles para la enseñanza de la matemática y disponibles en celulares o en la web. Los recursos creados en estos espacios presentan un aspecto característico que realza su valor: tienen la particularidad de ser un recorte concreto, enfocado en un concepto particular dentro de un bloque temático más amplio, sobre el que se propone un desarrollo autocontenido basado en tecnologías. Esta caracterización los acerca al concepto de objetos de aprendizaje (Colome, 2019), aunque el acotado tiempo dedicado a su producción no permitió incorporar todos los elementos involucrados en este tipo de recursos. Aun así, cuentan con dos características que consideramos de particular interés: modularidad y posibilidad de reutilización (Colome, 2019).

Objetivos generales

1. Generar espacios de encuentro y reflexión sobre la enseñanza de la matemática.
2. Producir material práctico que mejore la enseñanza de la matemática en las aulas de la escuela secundaria mediante el uso de diversos softwares disponibles.
3. Promover las TIC como protagonistas en el diseño de actividades con estructuras que permiten su reutilización en distintos niveles y contextos.

Diseño de la propuesta

El diseño de la propuesta se desarrolló en cuatro momentos:

1. *Producción preliminar de material didáctico*: búsqueda y selección de recursos tecnológicos factibles de llevar al aula, elaboración de actividades que demuestren su potencial como recurso educativo y fomenten el trabajo colaborativo, y diseño de la planilla de inscripción y de la encuesta final.
2. *Difusión del taller* en instituciones de nivel secundario, resaltando el objetivo de dar a conocer y poner en práctica aplicaciones que generen actividades digitales en diversas ramas de la matemática, ampliando el conjunto de recursos utilizados en las escuelas.
3. *Implementación*: puesta en marcha de los encuentros.
4. *Evaluación de la propuesta*: evaluación de los resultados obtenidos en los encuentros-taller a partir de las encuestas de los participantes.

Descripción de las dos implementaciones

La planificación del taller se basó en una perspectiva constructivista del aprendizaje, en la que la realidad es una construcción interna de cada individuo. En su desarrollo, se incorporaron las TIC, brindando a los docentes la oportunidad de "experimentar" matemáticamente. Esto enriquece el campo perceptual y las operaciones mentales implicadas en los procesos de construcción, estructuración y análisis del contenido.

El taller se implementó en dos oportunidades. La primera tuvo lugar en las Escuelas Medias de la UNS (octubre, 2023) y se inscribieron 15 docentes de esa institución. La segunda se llevó a cabo en el Departamento de Matemática de la UNS (febrero, 2024) y contó con 10 docentes inscriptos, 9 del nivel secundario y 1 profesora recién egresada. Si bien la difusión de la propuesta se realizó en diversas instituciones educativas de nivel público y privado, hubo poca participación docente y ningún estudiante de profesorado. De los 25 inscriptos, sólo 15 completaron el taller, haciendo entrega del trabajo final. En ambas oportunidades, los docentes manifestaron desempeñarse en más de 2 escuelas (públicas y privadas), con 2 o más cursos a cargo (a excepción de la docente recién recibida). Esto nos indica que atienden a un gran número de alumnos, lo que da una idea del impacto que se tiene al trabajar con docentes en ejercicio.

Cada taller constó de dos encuentros. En el primero, se presentó la propuesta y se compartieron las características generales de un conjunto de tecnologías educativas disponibles para celulares y/o computadoras, tales como Fraction Challenge, Symbolab, Desmos, Geogebra, Photomath, Quizizz, MathPapa, Khan Academy, Math, Lumi, Genially, Canva y Excel. Se ilustró, mediante actividades concretas, el potencial de estas tecnologías. Durante esta sesión, los participantes se organizaron en grupos de trabajo, a cada uno de los cuales se le asignó de forma aleatoria un contenido matemático de entre una variedad de propuestas, aunque se les permitió cambiarlo por otro que resultara más apropiado para su práctica docente. Cada tema estaba asociado con algunas de las tecnologías presentadas y se destinó un tiempo para su exploración. Como cierre, se planteó la consigna para el siguiente encuentro que consistió en elaborar actividades del tema asignado utilizando las tecnologías sugeridas, u otras a elección, como herramienta para promover el aprendizaje.

En el segundo encuentro, cada grupo compartió su trabajo y relató la experiencia vivida durante su elaboración. Luego, se realizó una puesta en común centrada en el análisis y contraste de las tecnologías utilizadas, examinando ventajas y desventajas para realizar la tarea diseñada. Finalmente, se compartieron los trabajos en un espacio virtual creado en la plataforma MoodleUNS (para docentes que la utilizan) o en Google Classroom, entorno accesible para docentes de cualquier institución educativa.

Reporte de resultados

De las interacciones con los docentes y lo indicado en la encuesta, se extrajeron interesantes resultados. El 83% de los participantes manifestaron que, en una escala de mala a muy buena, sus habilidades para manipular las TIC resultan ser de regular a buena. El total de participantes expresó que su confianza en el uso de TIC frente al curso es de regular a buena y perciben a las TIC como herramientas de apoyo, recurso educativo que intentaría mejorar la enseñanza y promover el interés y la motivación de los estudiantes, además de que facilita el trabajo colaborativo. El 75% considera que su inclusión en el aula facilita el trabajo en grupo y colaborativo. Entre las dificultades a las que se enfrenta el docente al momento de diseñar actividades mediadas por TIC, destacan el tiempo dedicado a la planificación (58%), la falta de capacitación (67%) y no contar con infraestructura adecuada (falta de dispositivos, mala conectividad, etc., 92%).

Entre las preguntas de la encuesta se encontraba: ¿Cuáles son las dificultades a las que se enfrenta al momento de diseñar actividades mediadas por TIC en su aula de clases? Algunas respuestas que destacamos son las siguientes:

- *... al permitir su uso* (del celular) *para alguna actividad se complica el control de que los alumnos realmente lo estén usando para eso.*

- *El saber que no contaré con suficientes dispositivos para que todos mis estudiantes trabajen en simultáneo, es mi mayor desmotivación, ...*

- *Me lleva mucho tiempo. Diseñar actividades no es lo que más me gusta hacer, prefiero utilizar algunas ya hechas por otros ... No me gusta estar frente a la pantalla trabajando, prefiero explicar en el aula, enseñar a pensar, etc.*

Por último, los docentes valoraron la participación en estos talleres por acercarlos al uso de variadas tecnologías y motivarlos a utilizarlas en sus clases de matemática para generar recursos educativos reutilizables y adaptables en diferentes contextos.

Conclusiones y discusión final

Con el objetivo de desarrollar competencias docentes en el diseño de actividades de matemática utilizando tecnologías digitales, diseñamos y desarrollamos un taller dirigido a docentes de nivel secundario y estudiantes de Profesorado en Matemática. En cada réplica, se presentaron y analizaron diversas herramientas tecnológicas con potencial para la enseñanza de la matemática. Los participantes diseñaron y compartieron actividades utilizando estas tecnologías. Además, se reflexionó sobre las ventajas y desventajas que ellas ofrecen para el aprendizaje de la matemática. Entre las ventajas, estas herramientas tenderían a mejorar la enseñanza y promover el interés en los estudiantes. Entre las desventajas, los docentes coinciden en la falta de tiempo, capacitación y no contar con infraestructura adecuada.

Por otra parte, la deserción de 10 participantes refleja una conocida dificultad en el desarrollo de propuestas de este tipo: la falta de tiempos institucionales para que los docentes realicen una continua actualización de sus saberes. Talleres como el aquí propuesto requieren no solo la disponibilidad de tiempo para asistir a los encuentros sino también en la búsqueda y elaboración de materiales, en la comunicación entre pares y en el aprendizaje del funcionamiento de nuevas herramientas tecnológicas.

Consideramos crucial la formación docente en el uso de TIC para la enseñanza de la matemática, debido a su potencial para fomentar el aprendizaje activo y colaborativo. Además, observamos la necesidad de evaluar su impacto en el aprendizaje de los estudiantes. La presente propuesta representa un primer paso hacia estudios más exhaustivos en torno a la evaluación de las implementaciones docentes de recursos digitales y su impacto en el aprendizaje de sus alumnos.

Referencias

Adler, J. (2012). Knowlege resources in and for school mathematics teaching. From Gueudet, G., Pepin, B. & Trouche, L. From text to *'Lived resources': curriculum material and mathematics teacher development*, Mathematics Teacher Education, pp. 3-22.

Castillo-Sánchez, M.; Gamboa-Araya, R., Hidalgo-Mora, R. (2020). Factores que influyen en la deserción y reprobación de estudiantes de un curso universitario de matemáticas. *Uniciencia*, 34(1), 219-245.

Colome, D. (2019). Objetos de Aprendizaje y Recursos Educativos Abiertos en Educación Superior. EDUTEC. *Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 69, 89-101.

Cortés, G. (2017). *Factores que intervienen en la reprobación de asignaturas de los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad Centroamericana José Simeón Cañas*. (Tesis de maestría). Universidad Rafael Landívar, Guatemala.

TRAYECTORIA EN PROYECTOS DE INNOVACIÓN EN ÁLGEBRA APLICADA A LAS CIENCIAS ECONÓMICAS

Marino Schneeberger; Marisa Battisti; Cecilia Lell y María Virginia Rodríguez

Universidad Nacional de Entre Ríos- Facultad de Ciencias Económicas

marino.schneeberger@uner.edu.ar

Categoría del Trabajo: Experiencias de aula

Nivel Educativo: universitario

Palabras claves: Recurso metodológico - Innovación - Matemática – Ciencias económicas

Resumen

En este escrito se presenta un compendio de las experiencias gestadas en los últimos años por la cátedra Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas, de las carreras Contador Público y Licenciatura en Economía, de la Universidad Nacional de Entre Ríos.

Esta asignatura mantiene desde hace muchos años un fuerte compromiso, de manera constante, con la mejora educativa, dando así lugar al desarrollo de proyectos innovadores. Entre estas iniciativas se destacan el cambio metodológico en la enseñanza, la integración de software, la reinvención de procesos evaluativos, la adopción de herramientas tecnológicas como recurso complementario y la creación de espacios que fomentan la participación activa de los estudiantes, fortaleciendo así sus procesos de aprendizaje.

Estas acciones de mejora continua reflejan la capacidad de adaptación y evolución de la cátedra para ofrecer una educación de calidad, subrayando la importancia de la innovación pedagógica y la implementación de nuevos recursos, como apoyo a la tarea docente. La respuesta favorable de los estudiantes evidencia el éxito de estas iniciativas al enriquecer significativamente su experiencia formativa.

Introducción

La cátedra Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas se ubica en el primer año de las carreras de Contador Público, Licenciatura en Economía y Licenciatura en Gestión de las Organizaciones, según lo establecido en el plan de estudios vigente. Esta asignatura, con una duración cuatrimestral y una carga horaria de seis horas semanales, se desarrolla a lo largo del año académico, en el primer cuatrimestre para los estudiantes de Economía y Gestión de las Organizaciones y en el segundo para los que cursan la carrera de Contador Público, lo que posibilita atender un grupo de estudiantes que oscila entre 250 y 300 alumnos por cuatrimestre, distribuidos en cuatro comisiones.

El equipo de cátedra está constituido por un profesor titular, un profesor adjunto, y cuatro jefes de trabajos prácticos. La modalidad de las clases es teórico-práctica, pensada para fortalecer la conexión entre los fundamentos teóricos y sus aplicaciones prácticas, desarrollando dos clases semanales, con acceso permanente a materiales teóricos y prácticos elaborados específicamente por los miembros de la cátedra y organizados en orden de complejidad creciente, a efectos de facilitar la comprensión del contenido por parte de los estudiantes.

Un notable porcentaje de estudiantes matriculados en esta asignatura presenta dificultades en el área matemática, evidenciando carencias en temas que no fueron aprendidos durante el secundario y con las cuales ingresan a la universidad. En respuesta a esta realidad, resulta imperativo optimizar las estrategias y metodologías propias de la cátedra, concebidas por los docentes encargados de liderar el proceso de aprendizaje-enseñanza de los contenidos específicos de la asignatura.

La cátedra se encuentra en una búsqueda constante de estrategias pedagógicas efectivas, explorando diversas vías para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje. Este esfuerzo se materializa en la implementación de los denominados Proyectos de Innovación Pedagógica, institucionalizados en el ámbito de la Facultad de Ciencias Económicas, consistentes en llevar adelante propuestas innovadoras en el aula para los diferentes temas.

En este trabajo se pretende explicitar el recorrido realizado por la cátedra a largo de los últimos 8 años, mediante la presentación de los proyectos mencionados, en la búsqueda de mejoras que contribuyan a actualizar la cátedra, las formas de enseñanza, los materiales empleados, la generación de espacios nuevos para pensar las estrategias de mejora para optimizar el rendimiento académico de los estudiantes.

Desarrollo de la propuesta

En el año 2015, se presentó el proyecto de innovación "Nuevo enfoque metodológico para la enseñanza de Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas", con el objetivo de optimizar el aprendizaje y rendimiento de los alumnos mediante un cambio de enfoque en la enseñanza de los contenidos de la asignatura. El mismo consistió en abordar cada uno de los contenidos de la cátedra a partir del planteo de una situación problemática vinculada a las ciencias económicas y en función de la solución de este problema, se desarrollaron los contenidos matemáticos específicos. La implementación de este proyecto requirió la búsqueda y creación de situaciones problemáticas pertinentes, propias del campo de estudio, que permitiesen integrar conceptos y poner en juego el ida y vuelta entre la teoría y práctica, mostrando a los estudiantes la utilidad de la temática desde el comienzo de la clase. Los resultados obtenidos mostraron un incremento notorio en la cantidad de estudiantes que lograron promocionar la materia que pasó de 20% a 49%, y una disminución en la cantidad de estudiantes que quedaron libre durante la ejecución del proyecto del 57% al 23%.

En el año 2016, se presentó el proyecto "Enseñanza de la Programación Lineal empleando materiales interactivos para alumnos de primer año de Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas", con el objetivo de motivar a los estudiantes mediante un cambio de enfoque en una de las unidades temáticas del programa denominada: Programación Lineal. Para ello se introdujo el software libre "zweigmedia" de manera de centrar la atención de la clase en el análisis de situaciones problemáticas, planteo de restricciones y función objetivo para luego interpretar y discutir los resultados ofrecidos por la aplicación. Cabe mencionar que la resolución tradicional de este tipo de problemas no fomente el análisis y la comprensión sino simplemente las estrategias de cálculo. Los resultados obtenidos con la implementación del programa frente a la metodología tradicional, mostró un incremento satisfactorio en el porcentaje de aprobación, pasando del 70% al 90% en este tema puntual.

En el año 2017, siguiendo el camino de incorporar tecnologías y frente al desafío que conlleva la evaluación en grupos masivos de estudiantes se desarrollo el proyecto: "Elaboración e implementación de cuestionarios en Moodle como herramientas de autoevaluación para alumnos de primer año que cursan Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas", estableciendo como objetivo incorporar el entorno virtual a través de herramientas tecnológicas que posibiliten ampliar y modernizar las estrategias de evaluación, como también brindar al estudiante instancias de autoevaluación con el fin de mejorar su rendimiento, autoconocimiento, compromiso y fomentar su participación en este proceso. La implementación de esta propuesta implicó un desafío para el equipo de cátedra, que debió instrumentar un banco de preguntas y seleccionar y diseñar cuestionarios adecuados. Pero el objetivo propuesto resultó ampliamente satisfactorio, pues los estudiantes mostraron motivados con la propuesta, evaluando de manera positiva la obtención de resultados en forma inmediata y el poder poner a prueba sus conocimientos.

Este último proyecto sirvió de base para presentar en el año 2018 otro denominado "Reinventando los procesos de evaluación en Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas", con el objetivo de implementar nuevas formas de evaluación haciendo uso de las herramientas tecnológicas que se encuentran disponibles en el campus de la universidad. Esto se hizo planteando instancias de evaluación online como alternativa de las formas tradicionales, con el fin de fomentar el compromiso, la responsabilidad, la participación de los estudiantes y mejorar su rendimiento académico. Se rediseñó y amplió de manera considerable el banco de preguntas del aula virtual, incorporando consignas de abordaje teórico y práctico. De un total de 83 estudiantes que realizaron el parcial bajo esta modalidad, la calificación promedio obtenida fue de un 66%, además aumentó el número de estudiantes que obtuvieron la condición de regular y promocional, disminuyendo la categoría de alumnos libres.

En el año 2021, con el dictado de la asignatura aun de manera virtual y con clases sincrónicas, detectamos como obstáculo la poca participación durante las clases, desencadenando un nuevo proyecto denominado "Talleres de resolución de problemas de naturaleza económica extracurriculares aplicando contenidos de Álgebra". El objetivo fue implementar talleres virtuales extracurriculares de resolución de problemas de naturaleza económica, generando un nuevo espacio de interacción tendiente a ampliar y profundizar las aplicaciones de los contenidos desarrollados, fortaleciendo las capacidades de los estudiantes y su activa participación en el proceso de aprendizaje. Para ello, se les propuso dos encuentros virtuales donde se abordaron los temas que reflejan mayor dificultad en los exámenes parciales. Para motivar la participación se propuso que quienes asistieran a todos encuentros obtendrían 5 puntos adicionales en el segundo parcial. Las herramientas empleadas en cada uno de los talleres fueron diferentes y propiciaron la interacción de los estudiantes en la virtualidad, entre los recursos utilizados fueron, entre otros, el uso de los aplicativos Geogebra y Socrative. Las encuestas anónimas realizadas a los estudiantes arrojan que la experiencia les resultó útil a todos.

En el año 2022, con la vuelta al cursado presencial, se notaron dos cuestiones que dificultaban el proceso de aprendizaje. Por un lado, la falta de participación en clase de los estudiantes, y por otro la falta de sociabilización entre los estudiantes, consecuencias directas del periodo de aislamiento en el que ingresaron a la universidad. Por este motivo, se diseñó una nueva propuesta teniendo en cuenta los excelentes resultados obtenidos en el 2021 a través de los talleres, y se presentó el proyecto “Aprendemos Álgebra resolviendo problemas económicos” con el objetivo de generar un espacio de fortalecimiento de los aprendizajes logrados en el aula, complementando el dictado presencial con encuentros extracurriculares, bajo la metodología de taller, y manteniendo la motivación de asignar 5 puntos adicionales en los parciales por la asistencia al taller. Esto produjo un cambio palpable en las dinámicas de las clases, logrando conformar grupos de estudio, y logrando la integración y participación de los estudiantes durante las clases. Asimismo, esto también se vio reflejado en las notas de los parciales, donde se destaca que el 60% de los estudiantes que regularizaron o promocionaron la materia concurrieron a los dos talleres. Por otra parte, las encuestas aplicadas en la finalización del taller muestran que fueron muy bien valorados por los estudiantes, como espacios de acompañamiento en su estudio.

En 2023, con la creciente influencia de la transformación digital y la marcada receptividad de los estudiantes hacia las nuevas tecnologías, se decidió explorar la técnica de gamificación como un recurso innovador para estimular la participación y el aprendizaje. Esta es una técnica de aprendizaje que traslada la mecánica de los juegos al ámbito en educativo en sus distintos niveles. Se presentó el proyecto "Gamificación y Debate: Estrategias para Enriquecer el Aprendizaje del Álgebra en un Contexto Actual". Los objetivos fueron la implementación de estrategias novedosas, complementarias a los enfoques más tradicionales, con el fin de fortalecer no solo el abordaje teórico de los contenidos, sino también profundizar en sus aplicaciones. Se creó un ScapeRoom (juego interactivo donde los participantes resuelven problemas para alcanzar un objetivo) sobre la plataforma de Genially. En la misma se plantearon actividades integradas en el aula virtual de la asignatura. En total, 124 estudiantes participaron en esta experiencia. La actividad recibió una evaluación muy positiva por parte de los estudiantes, destacando su valor como método de aprendizaje interactivo.

Resultados y conclusiones parciales

En síntesis, durante los últimos ocho años la cátedra se ha propuesto llevar adelante un constante proceso tendiente al logro de la mejora educativa, acompañando los procesos de innovación curricular desarrollados en el ámbito de la facultad, dando forma a proyectos innovadores que han dejado una huella significativa en la calidad de la enseñanza. Desde cambios metodológicos hasta la incorporación de tecnologías emergentes y la creación de espacios participativos, cada iniciativa ha sido concebida con el objetivo primordial de enriquecer la experiencia educativa de los estudiantes.

Respecto a las estrategias implementadas, cada proyecto ha marcado un progreso en la evolución de la enseñanza del Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas. Desde el enfoque metodológico basado en situaciones problemáticas hasta la integración de herramientas tecnológicas como Moodle, Genially y Socrative, cada iniciativa ha contribuido a optimizar el aprendizaje y el rendimiento de los estudiantes, y también los procesos de evaluación.

Los talleres virtuales y la estrategia de gamificación, debidamente implementados, han representado hitos importantes, proporcionando oportunidades de aprendizaje más interactivas y generando un cambio en la dinámica de las clases. La respuesta positiva de los estudiantes respalda la efectividad de estas estrategias y destaca su papel en la creación de un ambiente educativo más participativo y motivador.

Es evidente que la cátedra ha logrado significativos avances en la implementación de proyectos innovadores. No obstante, el compromiso con la mejora continua implica reconocer que siempre hay aspectos por mejorar y nuevos desafíos por abordar. La evaluación constante de las estrategias implementadas, la adaptación a las necesidades cambiantes de los estudiantes y la exploración continua de nuevas metodologías son elementos clave para el éxito futuro.

Bibliografía ampliatoria

- Barell,J. (2007). El aprendizaje basado en problemas. Argentina. Manantiales.
- Furman, Melina. (2022). Enseñar distinto. Guía para innovar sin perderse en el camino. Argentina. Siglo XXI Editorial.
- Maggio, M. (2018). Reinventar la clase en la universidad. Argentina. Paidós.
- Schneeberger, M. (2018). Enseñar, aprender y evaluar matemática en carreras de ciencias económicas. Gestando Nº 20, 30-39. Ed. UNER.
- UsánSupervía, Pablo y otros. (2020). Gamificación educativa: innovación en el aula para potenciar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Editorial Pregunta.

ENSEÑANZA DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS MEDIADA POR TECNOLOGÍAS DIGITALES: RELATO Y CONCLUSIONES DE UNA EXPERIENCIA DE AULA

Cinthia Noelia del Valle Vides

Universidad Nacional de Salta- Facultad de Cs. Exactas

cinthia.vides@exa.unsa.edu.ar

Categoría del Trabajo: Experiencias de Aula

Nivel Educativo: Universitario

Palabras clave: tecnologías, funciones, Geogebra, competencias

Resumen

La presente comunicación describe una experiencia educativa que se desarrolló en la Universidad Nacional de Salta en el marco de la Pasantía Profesional de la carrera de Especialización en Educación mediada por Tecnología Digital de la Universidad Nacional del Comahue, donde se implementó un proyecto para mejorar la enseñanza de funciones exponenciales y logarítmicas utilizando herramientas digitales como GeoGebra, ChatGPT y Photomath. Además, se promovió la interacción en plataformas como Moodle y un grupo de WhatsApp.

La propuesta incorporó elementos del Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) asistido por Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), aunque se mantuvo un enfoque tradicional en la enseñanza de conceptos matemáticos. Los resultados mostraron una mejora en la comprensión de los temas, un aumento en la participación activa de los estudiantes y el desarrollo de competencias digitales relevantes. La integración de estas tecnologías permitió una mejor asimilación de los contenidos y facilitó un entorno de aprendizaje más dinámico y colaborativo.

Introducción

El objetivo de esta comunicación es describir y analizar una experiencia de aula en el marco de la realización de la Pasantía Profesional correspondiente a la carrera Especialización en Educación Mediada por Tecnología Digital de la Universidad Nacional del Comahue (Carrera con modalidad virtual). Esta Pasantía profesional se desarrolló en la Universidad Nacional de Salta- Facultad de Ciencias Exactas dentro de la asignatura Introducción a la matemática. Su realización consistió en la ejecución de un Proyecto Integrador de Saberes que contribuyó a superar las dificultades que se presentan en el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas poniendo en práctica la utilización de herramientas digitales.

Fundamentos Teóricos

Se pensó en una propuesta didáctica que incorporó algunos componentes del ABP (Aprendizaje Basado en Proyectos) asistido por TIC de acuerdo con lo planteado por Martí et al. (2010), con el fin de mejorar la habilidad para resolver problemas y desarrollar tareas complejas, mejorar la capacidad de trabajar en equipo, aumentar el conocimiento y habilidad en el uso de las TIC en un ambiente de proyectos, incrementar las capacidades de análisis y síntesis, etc. Sin embargo, esta propuesta no constituyó netamente un aprendizaje basado en proyectos (ABP) puesto que no fue del todo constructivista, sino que la base de la enseñanza de los conceptos matemáticos propiamente dichos siguió un modelo de enseñanza basado en clases teóricas y luego prácticas.

Además, como lo exponen Galviz Panqueva y Pedraza Vega (2013), las plataformas educativas pueden ser utilizadas como soporte para el desarrollo de Entornos Virtuales de Enseñanza-Aprendizaje, permitiendo potenciar intencionalidades pedagógicas que recuperen el rol protagónico y activo de los estudiantes en los procesos de aprendizaje. Como base del EVEA de este proyecto se propuso el uso de la plataforma Moodle y un canal de comunicación con los estudiantes por medio de un grupo de Whatsapp.

Area y Pessoa (2012) por su parte mencionan que la alfabetización digital debe representar un proceso de desarrollo de una identidad como sujeto en el territorio digital, que se caracterice por la apropiación significativa de las competencias intelectuales, sociales y éticas necesarias para interactuar con la información y para recrearla de un modo crítico y emancipador. Teniendo en cuenta estas ideas se pensó en una propuesta en la que el alumno utilice algunas herramientas como el software Geogebra para graficar funciones, Chat GPT para resolver problemas y elaborar conclusiones, la calculadora digital Photomath para comparar resultados y detectar errores en el procedimiento de resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas, etc.

Por otro lado García Cuellar y Martínez Miraval (2020) se enfocan específicamente en el uso del GeoGebra para el aprendizaje de las funciones exponenciales mediante el uso de deslizadores que permiten identificar cómo varía la gráfica de una función exponencial de la forma $f(x) = ka^x + b$ al variar los parámetros a, k y b. Es por ello que se dedicó un tiempo de clase especial a que los alumnos puedan explorar un recurso de GeoGebra asociado a un código QR para establecer conclusiones sobre la imagen, asíntotas, intervalos de crecimiento y/o decrecimiento e intersecciones con los ejes de la función exponencial.

Desarrollo de la Experiencia de Aula

La secuencia de actividades desarrolladas se encuentra en la tabla 1, teniendo en cuenta las siguientes observaciones:

- Durante todo el transcurso de la implementación del proyecto los alumnos realizaron consultas y mostraron ejercicios en el Grupo de WhatsApp de la comisión (similar a como hacían antes del mismo).
- En Moodle se creó un “Libro” que se fue completando a medida que se desarrolló el proyecto. En él se colocó, por ejemplo, el desarrollo de algunos de los ejercicios del Trabajo Práctico realizados por los alumnos con algunas indicaciones y/u observaciones de la docente de manera que el trabajo práctico (TP) quede lo más completo posible. Para ello se enfatizó la importancia de aprovechar los espacios de consulta tanto virtuales como presenciales. Los objetivos principales de la creación de este Libro fueron dos: que sirva como una herramienta de repaso para las actividades evaluativas que se encuentre lo más ordenada posible y que aquellos alumnos que, por diversos motivos, no pudieron asistir a las clases presenciales tengan un recurso que les permita seguir el cursado de la asignatura.
- Para las tres clases prácticas presenciales se prepararon **diapositivas**. En ellas se dejaron espacios en blanco que, en el momento de la explicación presencial, se fueron completando con el desarrollo de algunos ejercicios por parte de la docente con la participación activa de los estudiantes. Para ello se utilizó una pizarra electrónica. De esta manera la mayor parte de lo visto en clase quedó guardado en las diapositivas, lo que resultó útil para los estudiantes que, por diversos motivos, faltaron a algunas de las clases.

1 Cuadro de Actividades

Distribución horaria	*Contenidos*	*Actividades*
1era clase práctica: Martes 4/06 (Presencial, 3hs)	Logaritmo. Ecuaciones Exponenciales y Logarítmicas	Entre los ejercicios desarrollados se destacó uno sobre “Ecuaciones exponenciales y logarítmicas” en el que los estudiantes resolvieron este tipo de ecuaciones de manera analítica y luego compararon sus resultados y procedimientos con los de la aplicación **Photomath**, analizando en qué varían estos y detectando errores.
1era Actividad Asincrónica (3 hs)		Los estudiantes debían completar los puntos del Trabajo Práctico correspondientes a los contenidos vistos en la última clase práctica de acuerdo a las indicaciones de la docente. Se compartieron por el grupo de **WhatsApp** los ejercicios asignados. (*)
1era clase teórica Jueves 6/06/2024 (Presencial, 2 horas)	Logaritmo. Función Exponencial	Esta clase no se llevó a cabo de manera previa a la primera clase práctica debido al paro docente de ese día. Se explicaron los conceptos teóricos correspondientes a los temas mencionados. Se utilizó un recurso realizado con el software **GeoGebra** (para la computadora) para mostrar a los alumnos cómo actúan los parámetros de la función exponencial en su gráfica. Además se crearon recursos para ilustrar los problemas de aplicación que el docente desarrolló.
2da clase práctica Jueves 6/06/2024 (Presencial, 3 horas)	Función Exponencial	Se desarrollaron ejercicios prácticos del TP referentes al tema visto en la clase teórica. Se destacó una actividad sobre Funciones Exponenciales en el que los estudiantes accedieron a un recurso en GeoGebra (online) mediante un código QR que les permitió interactuar con él y visualizar cómo intervienen los parámetros de dicha función en la gráfica de la misma y responder algunas preguntas sobre esto, profundizando la introducción que se dio en la clase teórica. Se resolvieron ejercicios de análisis de funciones con la participación activa de los estudiantes. Con ayuda del software (para celulares) pudieron verificar los resultados obtenidos analíticamente. En lo mencionado en este párrafo y en el anterior se trabajó de manera colaborativa (dos integrantes). Luego la docente realizó una breve introducción sobre **Chat GPT**. A continuación, se resolvió un problema sobre funciones exponenciales en el que se les propuso a los estudiantes el uso de Chat GPT . Se realizaron preguntas a esta inteligencia artificial IA para encontrar una función que cumpla con las condiciones dadas por el problema. Con ayuda del software GeoGebra se pudieron

		verificar los resultados obtenidos. Se propuso una 2da Actividad Asincrónica (2 hs) idénticas a (*).
3era Actividad Asincrónica (2 hs)	Aplicaciones de la Función exponencial	Visualización de un video con un ejemplo de resolución de un problema de aplicación de la función exponencial que fue subido a la plataforma. Resolución de los últimos problemas del TP los cuales son otros problemas de aplicación de la función exponencial.
3era clase práctica Martes 11/06 (Presencial, 2 horas)	Función Logarítmica. Relación entre Función Exponencial y Función Logarítmica	Se resolvió un inciso del ejercicio 8 (análisis de funciones logarítmicas) con participación activa de los estudiantes y posteriormente se distribuyeron el resto de los incisos para trabajar en clase (de a pares). Tambien, con ayuda del software GeoGebra pudieron comparar los resultados obtenidos analíticamente en el análisis de funciones logarítmicas. Además, los estudiantes trabajaron colaborativamente resolviendo problemas sobre la relación entre función exponencial y logarítmica, realizando la verificación de sus procedimientos analíticos con Photomath.Se propuso una 3era Actividad Asincrónica (2 hs) idénticas a (*).
5ta Actividad Asincrónica (3 hs)	Todos los contenidos abordados	Lectura comprensiva y visualización del **Libro de Moodle** completo a modo de estudio y repaso para las actividades evaluativas.
6ta Actividad Asincrónica: *Cuestionario* (1 hs)		*Actividad Evaluativa:* Realización de un **cuestionario con opciones múltiples en la plataforma Moodle** con tiempo límite de 1 h, estuvo disponible durante aproximadamente 36 hs. La devolución del mismo se llevó a cabo de manera particular por medio de Moodle.
"Simulacro previo al examen parcial" Jueves 13/06 (Virtual-Sincrónica, 2 hs)		Se optimizó el tiempo de clase analizando en conjunto las resoluciones que los estudiantes previamente habían enviado, haciendo observaciones pertinentes y corrigiendo lo que era necesario. Se desarrolló por medio de la plataforma **Zoom**.

Conclusiones

Los estudiantes mostraron una mejor comprensión de las funciones exponenciales y logarítmicas con respecto a lo observado en años anteriores. Esto se evidenció en las actividades evaluativas, en los ejercicios compartidos y en los desarrollos que se observaron en clase.

En base a las observaciones de la docente y de la alumna auxiliar docente se puede decir que se produjo un aumento muy considerable en la participación de los estudiantes tanto en discusiones de clase, como en las actividades en línea. En cuanto a la participación en clase, los estudiantes realizaron bastantes preguntas e intervenciones en comparación con las clases anteriores. Mientras que con respecto a las actividades en línea, se destaca que el grupo de WhatsApp estuvo muy activo debido a las interacciones de los estudiantes en relación a las actividades planteadas en contraposición al hecho de que previamente solo se utilizaba casi exclusivamente para dar avisos.

Por último, los estudiantes adquirieron habilidades digitales útiles para resolver problemas matemáticos y para su desempeño académico y profesional en general. Como ejemplo de estas habilidades podemos mencionar el uso de aplicaciones y softwares de verificación como por ejemplo Photomath y GeoGebra, la actitud crítica al interactuar con herramientas de IA como Chat GPT y habilidades de comunicación escrita y oral por medio de un canal de comunicación digital como Whatsapp.

Bibliografía

- Area, M., & Pessoa, T. (2012). De lo sólido a lo líquido: Las nuevas alfabetizaciones ante los cambios culturales de la Web 2.0. *Comunicar, 38*, 13-20. https://doi.org/10.3916/C38-2012-02-01
- Galvis Panqueva, A., & Pedraza Vega, L. (2013). Desafíos del bLearning y el eLearning en educación. En N. Arboleda Toro & C. Rama Vitales (Eds.), *La educación superior a distancia y virtual en Colombia: Nuevas realidades* (pp.119-128). Virtual Educa.
- García Cuellar, D., & Martínez Miraval, M. (2020). Estudio de la función exponencial mediado por el Geogebra para la tablet. *ESTUDIO DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL MEDIADO POR EL GEOGEBRA PARA TABLET*. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/342764112_ESTUDIO_DE_LA_FUNCION_EXPONENCIAL_MEDIADO_POR_EL_GEOGEBRA_PARA_TABLET
- Martí, J. A., Heydrich, M., Rojas, M., & Hernández, A. (2010). Aprendizaje basado en proyectos. *Revista Universidad EAFIT, 46*(158), 15-17. [Nota: Incluye el rango de páginas si está disponible.]

ESTILOS DE APRENDIZAJE APLICADOS AL AULA DE MATEMÁTICA. AVANCES EN EL DISEÑO DE ENTORNOS PERSONALES

Silvia Vrancken; Mariana Schmithalter; Marcela Hecklein y Ana Leyendecker

Facultad de Ciencias Agrarias - Universidad Nacional del Litoral, Argentina

svrancke@fca.unl.edu.ar

Categoría del Trabajo: Experiencia de Aula

Nivel Educativo: Secundario. Terciario. Universitario

Palabras claves: Personalización. Estilos. Ambientes virtuales. Estudiantes universitarios

Resumen

En procesos que contemplan la personalización del aprendizaje, se reconoce la importancia de la adaptación de los ambientes, atendiendo al desarrollo de entornos personales. En este contexto, planteamos una investigación cuyo objetivo es incorporar a los espacios de aprendizaje de Matemática de Ingeniería Agronómica, herramientas centradas en las actividades de los alumnos, que estimulen la interacción y a su vez, atiendan a las características individuales, al aprendizaje autorregulado y autónomo. Dentro de los aspectos teóricos que dan marco al proyecto, se estudiaron los estilos de aprendizaje de nuestros estudiantes, considerando que, de acuerdo a las formas en que la mente procesa la información o es influida por las percepciones, un individuo puede ser activo, reflexivo, teórico o pragmático. Estos estilos afectan la manera en que enfrentan las situaciones de aprendizaje, por lo que se consideraron como variable importante para el diseño de propuestas. Los avances incluyen el desarrollo de recursos y actividades que, integrados a las aulas virtuales, ofrecen la posibilidad de que los alumnos opten por los que son de su preferencia. Sus reacciones ante los cambios propuestos, nos alientan y desafían en la búsqueda de nuevas alternativas de personalización.

Introducción

En los últimos años ha tomado importancia la idea de personalización de los ambientes de aprendizaje, como una forma de proporcionar apoyo individualizado a los estudiantes y, especialmente, facilitar su autonomía. Coincidimos con Gros (2018), que el éxito del aprendizaje depende en gran medida de la capacidad del estudiante para dirigir y gestionar su propio proceso, estableciendo sus objetivos y las estrategias adecuadas para alcanzarlos, y es nuestra responsabilidad como docentes, más en los primeros años universitarios, incorporar procedimientos de andamiaje que faciliten la autorregulación del aprendizaje. Animar a los estudiantes a planificar su actividad, retroalimentar sobre su desempeño en las tareas, facilitando su seguimiento y la correcta autodirección de los procesos, son aspectos básicos que los ambientes de aprendizaje deberían presentar en la actualidad.

Desde esta perspectiva se busca propiciar un aprendizaje más activo y significativo, brindando experiencias que valoren el rol de cada individuo, ya sea en las clases presenciales, o mediante el empleo de entornos de aprendizaje alternativos. En esta dirección, es importante destacar las posibilidades que el desarrollo de entornos personales de aprendizaje ofrece para posibilitar ambientes que integren diferentes estrategias de personalización.

Considerando lo expuesto, planteamos una investigación[1] cuyo objetivo general es incorporar a los espacios de aprendizaje de las asignaturas de matemática de Ingeniería Agronómica, herramientas y metodologías centradas en las actividades de los alumnos, que permitan comenzar un proceso de personalización de los entornos, con propuestas que estimulen la interacción y a su vez, atiendan a las características individuales, al aprendizaje autorregulado y autónomo. En este trabajo presentamos aspectos del marco teórico y metodológico que consideramos relevantes y describimos algunos avances en este proceso de personalización.

Entornos personales y la influencia de los estilos de aprendizaje

Dabbagh & Castañeda (2020) definen un entorno personal de aprendizaje como el entramado sociomaterial que cada persona utiliza de forma asidua para aprender. Se conforma en torno a los procesos, experiencias y estrategias que pone en marcha, relacionados a tres procesos cognitivos básicos: leer, reflexionar y compartir. De esta forma, su configuración resulta diferente para cada estudiante, siendo lo más relevante de este enfoque la integración de la red personal de aprendizaje, esto es, "las herramientas, los procesos mentales y las actividades que me permiten compartir, reflexionar, discutir y reconstruir con otros conocimientos –y dudas–, así como las actitudes que propician y nutren ese intercambio" (Castañeda y Adell, 2013, p. 17).

En los ambientes o entornos de aprendizaje, la personalización de los contenidos y de los recursos son herramientas que permiten adaptar las propuestas formativas a las necesidades de

[1] *El rediseño de los espacios de aprendizaje. Del aula virtual al desarrollo de entornos personales.* Proyecto aprobado en el marco del Curso de Acción para la Investigación y el Desarrollo (C.A.I. + D. 2020). Universidad Nacional del Litoral.

cada estudiante, teniendo en cuenta diversos factores, entre ellos, los estilos de aprendizaje (Klašnja-Milićević et al., 2017), entendiendo estos como el conjunto de preferencias que la persona tiende a utilizar cada vez que se enfrenta a una situación de aprendizaje.

Alonso et al. (2007), definen los estilos de aprendizaje como los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que se presentan como indicadores relativamente estables de cómo los alumnos perciben, interactúan y responden a sus ambientes de aprendizaje. Su enfoque, uno de los más difundidos en educación superior, considera cuatro estilos de aprendizaje, y los relacionan de manera directa con la posibilidad de los estudiantes de adquirir herramientas para la comprensión y, por ende, al desarrollo de la competencia de aprender a aprender:

- Los estudiantes activos se involucran fácilmente en nuevas experiencias. Su fuente de motivación son los desafíos y la ejecución de nuevas actividades.
- Los alumnos reflexivos se distinguen por ser observadores, exhaustivos y cuidadosos antes de dar sus puntos de vista y conclusiones. Analizan las tareas desde diferentes perspectivas, profundizan y son detallistas en el procesamiento de la información.
- Los estudiantes teóricos se caracterizan por ser metódicos y estructurados. Llevan adelante las actividades integrando las observaciones a sus teorías y esquemas mentales, por lo que tienen facilidad para el desarrollo de habilidades argumentativas bien fundamentadas.
- Los pragmáticos son directos y eficaces en la resolución de problemas. Prefieren aplicar y observar los efectos prácticos de las ideas en contextos y situaciones específicas.

Las personas deberían poder elegir y utilizar los estilos de acuerdo con las situaciones de aprendizaje, pero lo que frecuentemente ocurre es que son más capaces de realizar ciertas tareas en lugar de otras. Así, diferentes estudios sostienen que el análisis de los estilos de aprendizaje debería ser un indicador más en el diseño de nuestra práctica docente, impulsando propuestas educativas que entiendan la diversidad del alumnado (Alonso, et al., 2007).

Abordaje metodológico

La toma de conciencia sobre la importancia de considerar la manera de aprender que presentan nuestros estudiantes, y que el conocimiento de las estrategias que los favorecen, permitirá mejorar sus procesos de aprendizaje, nos impulsó a indagar sobre las preferencias de nuestros estudiantes, a través de la aplicación del cuestionario CHAEA (Cuestionario Honey-Alonso de Estilos de Aprendizaje, como se cita en Alonso, et al., 2007).

Su implementación se realiza en el desarrollo de la primera clase de cada cuatrimestre, para Matemática I y Matemática II. Esto nos permite analizar si se produce alguna modificación a lo largo del cursado. Además, se dedica tiempo a compartir con el grupo los resultados y sus significados, buscando que inicien la comprensión de sus propios procesos, colaborando en el descubrimiento de sus fortalezas y debilidades como aprendices.

El diagnóstico nos mostró, cada vez que fue realizado, que los cuatro estilos se encuentran presentes en nuestros estudiantes, pero con preferencias que hacen que alguno de ellos influya más que otro en el aprendizaje. Dado que, si bien los estilos de cada persona son relativamente estables, también son flexibles y pueden cambiar a lo largo del tiempo, decidimos plantear actividades y estrategias que faciliten su integración, potenciando los predominantes y favoreciendo las características de los menos desarrollados.

Se comenzó así un proceso de adaptación de las situaciones de aprendizaje, tanto para las clases presenciales como para el aula virtual. La naturaleza y los objetivos de investigación planteaban la necesidad de disponer de herramientas que, por un lado, nos otorguen autonomía para el diseño y gestión de los cursos, pero también permitan a los estudiantes llevar a cabo su proceso de aprendizaje en ambientes que faciliten la construcción de conocimiento.

El diseño instruccional nos permitió dar un marco metodológico para hacer frente a estos desafíos, estableciendo las etapas y los criterios a considerar en el proceso (Belloch, 2011). Se consideró el modelo ADDIE (acrónimo definido a partir de sus cinco fases: análisis, diseño, desarrollo, implementación y evaluación), el cual se basa en el aprendizaje centrado en el estudiante y abarca desde el planteo de lo que el docente espera que el estudiante aprenda, pasando por la selección o creación de herramientas apropiadas a fin de adaptar los contenidos a las necesidades de aprendizaje, hasta la evaluación formativa de todo el desarrollo.

Se trata de un proceso interactivo, en el que el producto de una fase es el inicio de la siguiente, siendo una de sus características principales que los resultados de la evaluación de cada etapa pueden conducir al docente de regreso a cualquiera de las fases previas. Esto permite reorientar el sentido del curso, facilitando el manejo de las complejidades de los entornos de aprendizaje.

Adaptación de las situaciones y los entornos de aprendizaje. Primeros avances

En las actuales condiciones sociales y culturales, en el entorno personal se integran de manera natural las prácticas clásicas de la educación formal con las experiencias que facilitan las herramientas tecnológicas y todos los procesos emergentes de aplicaciones y servicios que la web pone a disposición. En este contexto, Klašnja-Milićević et al. (2017), destacan las posibilidades que los ambientes virtuales ofrecen para la personalización. Las opciones de diseño, la configuración para acceso individual o por grupos, la adecuación pedagógica de los contenidos, son alternativas que permiten atender las diversas necesidades cognitivas, estilos y preferencias. Así, en el marco del proyecto y utilizando la posibilidad de complementar las clases presenciales con el aula virtual, pusimos atención en la adaptación de los aspectos que Castañeda y Adell (2013) consideran para el desarrollo de un entorno personal de aprendizaje. Esto incluye las herramientas, mecanismos y actividades de lectura, como aquellas que posibilitan el hacer y el reflexionar haciendo, tanto de manera individual como en comunidad.

Para cada unidad didáctica se realizaron acciones que, teniendo en cuenta distintos factores (conocimientos previos, estilos de aprendizaje, dificultades y errores comunes, tiempos disponibles, entre otros), atienden a las características de los materiales, su forma de presentación y las actividades, tareas o estrategias que permitan favorecer el aprendizaje:

- Acceso a la información a través de múltiples formatos. En todos los casos se presenta el documento de texto que se utiliza como material bibliográfico básico, ofreciendo en paralelo otros materiales: videos (de elaboración propia o seleccionados de internet por la calidad de su desarrollo); contenidos interactivos (diseñados con aplicaciones que pueden integrarse a la plataforma Moodle, como H5P o GeoGebra); páginas web de otros autores (elegidas por su adaptación a nuestra forma de presentar los contenidos y la posibilidad de resolver actividades y autoevaluaciones, con retroalimentaciones de acuerdo a las posibles dificultades).
- Actividades de aprendizaje y evaluación. Se investigó acerca de herramientas que, integradas al aula virtual, pueden satisfacer las diversas necesidades de los estudiantes. Se incluyó una amplia variedad de tareas para ser desarrolladas de manera individual o grupal, siguiendo sugerencias de diseño según los diferentes estilos de aprendizaje. Se agregaron situaciones en las que el aprendizaje se presente como un ciclo, de manera que involucren fases relacionadas a cada una de ellos: experimentación, observación reflexiva, conceptualización abstracta y aplicación activa (Alonso et al., 2007). Así, se propicia que cada estudiante pueda iniciar de alguna manera su propio proceso y, además, el desarrollo paulatino de todos los estilos de manera equilibrada, que sería la situación óptima para que ocurra el aprendizaje.

De esta forma se logró diversificar en gran medida los entornos de aprendizaje. Durante el cursado, se da la posibilidad a los estudiantes de que seleccionen sus herramientas y actividades de aprendizaje, incluso algunas de las que forman parte del proceso de evaluación de las asignaturas. Además, todos estos recursos y estrategias se adaptan, cada cuatrimestre, como respuesta a las acciones de los alumnos en su interacción con el ambiente.

Consideraciones finales

La investigación presentada en este trabajo pretende aproximarnos a nuevos modelos de interacción, generando acciones que permitan a los estudiantes incorporar a su espacio personal elementos que los guíen mientras construyen conocimiento.

Al indagar en relación a las adaptaciones realizadas en los ambientes, sus respuestas muestran las diferentes preferencias, en cuanto a estilos y estrategias para aprender. Consultados sobre los recursos y tareas que más los ayudan a comprender, surgen argumentos interesantes, como: "Me gusta trabajar con páginas, videos y apuntes porque establezco mi propio ritmo de estudio"; "Las explicaciones en videos se me hacen muchísimo más fáciles de comprender que en el apunte"; "Por mi tipo de aprendizaje, que es sobre todo visual, las actividades escritas me sirven para poder dejar sentados los procedimientos…"; "… Las [actividades] orales, nos ayudan a aprender a comunicar nuestros pensamientos e ideas para adquirir la capacidad de hacernos entender y las explorativas e interactivas, nos ayudan a plasmar todo lo teórico en lo práctico".

Sobre las razones que los llevaron a elegir determinada actividad de evaluación explican, por ejemplo: "Me permitió repasar la teoría"; "Creo importantes las tareas aplicadas a las áreas de interés de la carrera"; "Me permitió llevar a la práctica los conocimientos aprendidos".

Todas estas expresiones nos revelan cómo son capaces de concientizarse sobre sus propios entornos de aprendizaje. Los avances realizados y las reacciones de los alumnos ante los cambios propuestos, nos alientan a ampliar y continuar este proceso de adaptación, con foco en el desarrollo de entornos personales, desafiándonos en la búsqueda de nuevas alternativas y propuestas de personalización aplicadas a diversos espacios de aprendizaje.

Referencias bibliográficas

Alonso, C., Gallego, D., y Honey, P. (2007). *Los estilos de aprendizaje. Procedimientos de diagnóstico y mejora* (7ª ed.). Mensajero.

Belloch, C. (2011). *Diseño instruccional*. Universidad de Tecnología Educativa (UTE). Universidad de Valencia. http://www.uv.es/bellochc/pedagogia/EVA4.pdf

Castañeda, L. y Adell, J. (2013). La anatomía de los PLEs. En L. Castañeda y J. Adell (Eds.), *Entornos Personales de Aprendizaje: claves para el ecosistema educativo en red* (pp. 11-27). Marfil. https ://www.um.es/ple/libro

Gros, B. (2018). La evolución del e-learning: del aula virtual a la red. RIED. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, 21(2),* 69-82. https://doi.org/10.5944/ried.21.2.20577

Dabbagh, N. & Castañeda, L. (2020). The PLE as a framework for developing agency in lifelong learning. *Educational Technology Research and Development*, *68*(6), 3041-3055. https://doi.org/10.1007/s11423-020-09831-z

Klašnja-Milićević A., Vesin B., Ivanović M., Budimac Z. & Jain L. (2017). *E-Learning Systems Intelligent Techniques for Personalization*. Springer.

ISSN 1514-9595 (web)

Publicaciones de la REM: Reportes de Investigación

Esta sección contiene los trabajos que fueron presentados para ser expuestos durante la REM - UMA 2024 en la Sesión “Reportes de Investigación” y fueron aceptados por evaluadores para ser publicados.

El proceso de evaluación fue realizado por un conjunto de docentes e investigadores/as de todo el país y coordinado por el Comité Científico REM.

LA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN STEAM: REVISIÓN DE LITERATURA EN EL CONTEXTO DE AMÉRICA LATINA

Jonathan M. Alonso y Mónica E. Villarreal

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, Universidad Nacional de Córdoba

jonymalonso@gmail.com

Categoría del trabajo: Reporte de investigación

Nivel educativo: No específico

Palabras claves: Educación STEAM; Matemática; revisión bibliográfica; América Latina

Resumen: Este trabajo presenta una revisión bibliográfica de artículos sobre educación STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics) en el contexto latinoamericano, enfocándose en la integración de la matemática. Se analizó un total de 126 artículos publicados en revistas de acceso abierto, de los cuales 21 cumplieron con los criterios de incluir la matemática en el título o como disciplina involucrada. Los artículos seleccionados fueron clasificados según el tipo de trabajo (investigación, experiencia educativa o ensayo teórico) y el nivel educativo que abordan (primario, secundario, superior, no específico). Los resultados indican que la presencia de la matemática en STEAM se puede clasificar en tres categorías principales: la matemática integrada con otras disciplinas en un contexto interdisciplinario; la matemática en relación con tendencias en educación matemática; y la matemática como foco del estudio, sin una mirada integradora. Además, se observó una predominancia de artículos de investigación y una distribución relativamente equilibrada entre los niveles educativos, con una ligera mayoría en el nivel secundario.

Introducción

El movimiento de la educación STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics) surge en países desarrollados, donde es posible observar una trayectoria significativa en términos de investigación y experiencias educativas diversas (Sevian et al., 2018). Si bien las iniciativas que proponen el abordaje coordinado de las disciplinas STEAM se han extendido mundialmente (Anderson y Li, 2020), en el ámbito latinoamericano aún hay poco desarrollo en esa línea. Asimismo, la presencia de la matemática en la educación STEAM se manifiesta de maneras variadas. Por ejemplo, algunos autores, como Couso et al. (2021), sostienen que la matemática se presenta principalmente de manera instrumental, actuando como una herramienta que facilita y apoya el aprendizaje y desarrollo en otras áreas como la ciencia y la ingeniería. En tanto que, es menos frecuente encontrar enfoques donde la matemática se trate como un área central e integradora dentro de la educación STEAM.

Este trabajo tiene como objetivo: analizar la presencia de la matemática en artículos relacionados con la educación STEAM en el contexto latinoamericano, seleccionados a partir de una revisión bibliográfica que se extiende hasta el 2023. Particularmente, se observa cómo la matemática se presenta, destacando las principales cuestiones que aparecen, según el tipo de trabajo (investigación, experiencia educativa o ensayo teórico) y el nivel educativo que abordan (Primario, Secundario, Superior, Secundario/Superior o no especificado).

Metodología

Para la revisión bibliográfica, se realizaron búsquedas en las bases LATINDEX, REDALYC, JCR SCIMAGO y ERIHPLUS, filtrando revistas latinoamericanas de Ciencias Sociales y Educación, de acceso abierto y vigentes, lo cual arrojó un total de 371 revistas. Posteriormente, se utilizaron los siguientes criterios de búsqueda de artículos: 1) presencia en el título, resumen o palabras clave del término STEM, STEAM, CTIM o CTIAM (acrónimo en español para Ciencia, Tecnología, Ingeniería, (Artes/Humanidades) y Matemática); 2) la filiación institucional de los autores corresponde a países latinoamericanos; y 3) el año de publicación es anterior a 2024. A partir de estos criterios, se contabilizaron 126 artículos distribuidos en 75 revistas. De este total, se consideraron aquellos en los que la palabra "matemática" aparece en el título o dentro de las disciplinas STEAM involucradas[1]. Finalmente, se obtuvo un total de 21 artículos.

Se realizó un estudio descriptivo-analítico de los artículos, que involucró varias etapas. Primero, los artículos seleccionados se clasificaron por tipo de trabajo: investigación, experiencia educativa o ensayo teórico y por nivel educativo: Primario, Secundario, Superior, Secundario/Superior, No especificado. Durante esta fase, se identificaron categorías específicas basadas en el contenido de los artículos, que describen cómo aparece la matemática en ellos.

[1] Para determinar las disciplinas STEAM involucradas en cada artículo se realizó una lectura detallada del resumen y del cuerpo del texto de cada uno.

Toda la información se organizó y sistematizó en una planilla de cálculo, lo que permitió realizar análisis de frecuencia y contenido. Estos análisis ayudaron a identificar patrones y tendencias en la presencia de la matemática dentro de los diferentes tipos de trabajos y niveles educativos.

Resultados

De los 126 artículos seleccionados inicialmente mediante los criterios de búsqueda establecidos, 21 artículos[2] (aproximadamente 17%) cumplieron con el filtro adicional de contener la palabra "matemática" en el título o estar claramente involucrada entre las disciplinas abordadas. La pequeña proporción que representan sugiere que, aunque la matemática es una parte crucial del enfoque STEAM, su presencia explícita en los estudios de América Latina es limitada. La distribución de artículos según año de publicación, país, tipo de trabajo y nivel educativo se puede ver en la Figura 1.

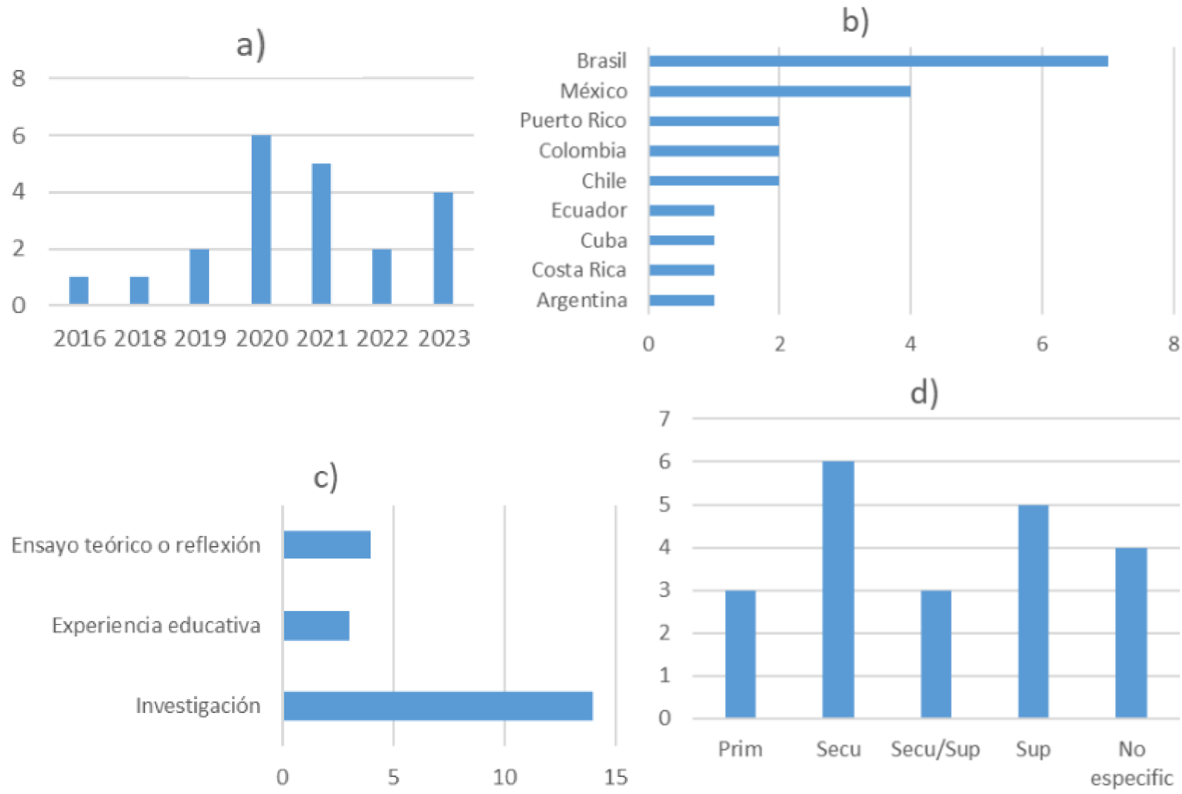


Figura 1: Distribución de artículos por año de publicación (a), país (b), tipo de trabajo (c) y nivel educativo (d)

Los artículos revisados fueron publicados entre 2016 y 2023 y representan una diversidad de países de América Latina, con un predominio de autores afiliados a instituciones en Brasil. En

[2] Debido a las limitaciones de espacio no se incluye en la bibliografía el conjunto de artículos analizados. Se puede acceder al mismo en el siguiente link: https://drive.google.com/file/d/1A3ZeAHOWfBFiN4z6bAmwyAX7oXLz_DaY/view?usp=sharing

cuanto a la distribución de los artículos según el tipo de trabajo, se observa que los de investigación constituyen la mayor parte de la literatura científica en este ámbito. Con respecto al nivel educativo, se puede observar que, aunque hay una ligera predominancia de artículos en el nivel secundario, la distribución de los estudios es bastante equilibrada entre los diferentes niveles educativos. Este hallazgo es notable, dado que los diseños curriculares para la educación secundaria en el ámbito regional mantienen una estructura basada en espacios curriculares independientes, con escasa integración entre sí. Por lo tanto, resulta interesante observar una significativa presencia de artículos que refieren a STEAM en este nivel.

A partir de la lectura detallada del resumen y del cuerpo del texto de los artículos, se identificaron tres categorías principales que describen cómo se presenta la matemática en el contexto de la educación STEAM en la región:

- C1: La matemática se integra con otras áreas favoreciendo la enseñanza y el aprendizaje en un contexto interdisciplinario.
- C2: La matemática se presenta relacionada con enfoques o tendencias en educación matemática que se alinean con el abordaje STEAM, contribuyendo al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática.
- C3: La matemática es el foco del estudio, pero no se presenta una mirada integradora.

Los gráficos de la Figura 2 presentan la distribución de los artículos por categorías teniendo en cuenta el nivel educativo que abordan y el tipo de trabajo que constituyen, respectivamente.

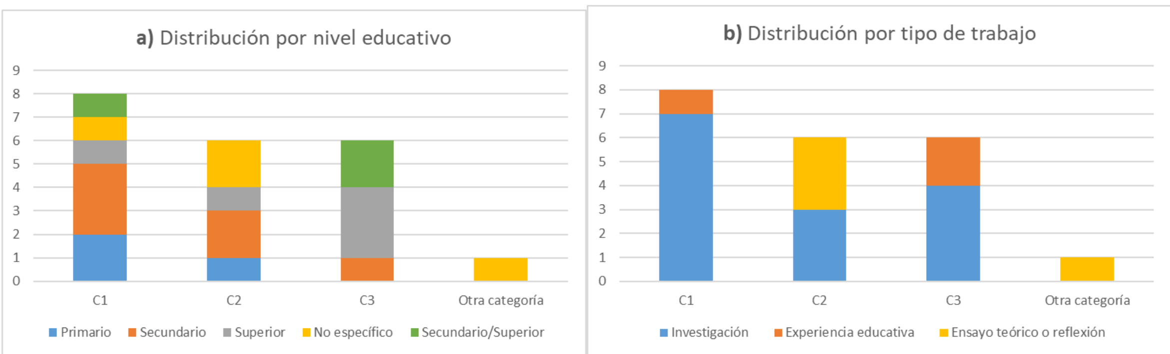


Figura 2: Distribución de artículos por categorías según el nivel educativo (a) y el tipo de trabajo (b)

La primera categoría, que reúne 8 artículos, es la más numerosa. En ellos, se analiza la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en relación con otras disciplinas, promoviendo un contexto interdisciplinario. Un ejemplo de esto se observa en una experiencia educativa, la única de la categoría, que se propone presentar cómo el proceso de impresión tridimensional puede mejorar las acciones interdisciplinarias para promover el aprendizaje creativo en matemática. El resto de los artículos son trabajos de investigación y se destacan por integrar la matemática con áreas como la educación artística (por ejemplo, la pedagogía del malabarismo), la tecnología (como el aprendizaje de las operaciones básicas junto al trabajo con Scratch) y la física (integración de conceptos de fotometría). Además, uno de los artículos investiga un proyecto dirigido al nivel primario, en el cual se integran varias disciplinas. Este estudio describe momentos de trabajo conjunto entre las áreas, así como fases en las que cada área desarrolla una parte específica del proyecto (cálculo de áreas y perímetros para el caso de matemática).

La segunda categoría incluye artículos que presentan STEM o STEAM como enfoque o método en relación con alguna Tendencia en Educación Matemática, como la modelización matemática, la etnomatemática, la resolución de problemas o la educación matemática realista. Además, algunos artículos exploran los puntos en común entre los enfoques puestos en juego, por ejemplo, las convergencias entre la modelización matemática y el enfoque STEAM, para posibilitar la construcción del conocimiento, no sólo de conceptos matemáticos, sino también interdisciplinarios.

La tercera categoría incluye aquellos artículos que no desarrollan la educación STEM o STEAM como un enfoque, sino que mencionan el acrónimo para referirse a *áreas*, *carreras*, *estudiantes*, etc., pertenecientes a las disciplinas que lo engloban (por ejemplo, “carreras STEAM”, “estudiantes STEAM”). En estos casos, los trabajos no discuten la integración de las distintas disciplinas, sino que se enfocan en el área de matemática para abordar, por ejemplo, las barreras en el aprendizaje de estudiantes con discapacidad visual; describir un modelo educativo de un programa que busca atender el ingreso universitario, con énfasis en matemática; o analizar obras pertenecientes a proyectos integradores del área de matemática en el marco de un programa de educación.

Dentro de este grupo de artículos, se destaca la presencia de dos investigaciones que se centran en el nivel superior o secundario, y discuten la cuestión de género. Particularmente, se focalizan en el área de matemática para realizar el estudio, por ejemplo, partiendo de la indagación sobre los puntos de vista de las “mujeres STEM” con relación a la actual enseñanza de las matemáticas que reciben las niñas, o mediante el estudio de los efectos del sexismo contra las mujeres en la autoeficacia y el desempeño de los hombres en matemáticas.

A diferencia de las características que presentan los grupos de artículos anteriores, hay un ensayo teórico que no se asocia con un nivel educativo en particular, no profundiza en STEM, sino que lo menciona como enfoque. En la relación integradora de diferentes disciplinas a la que alude, destaca el lenguaje matemático como un lenguaje común a los campos de conocimiento de las ciencias y la tecnología.

Conclusión

Este estudio revela que la presencia de la matemática en artículos relacionados con la educación STEAM en América Latina se presenta en distintos niveles educativos de manera relativamente equilibrada, pero con una ligera mayoría en el nivel secundario; y de diversas formas: en un contexto interdisciplinario, integrando áreas como tecnología, física y educación artística; vinculada a tendencias en educación matemática, como la modelización matemática y la etnomatemática; y enfocándose en aspectos específicos del área de matemática, sin una mirada integradora. Además, se observa que la mayoría de estos artículos son investigaciones, lo cual refleja un enfoque más investigativo y basado en evidencia para abordar la educación STEAM en la región, mientras que hay una vacancia en la realización de experiencias educativas.

Bibliografía

Anderson, J. y Li, Y. (Eds.) (2020). Integrated Approaches to STEM Education. Cham: Springer.

Couso, D.; Mora, L. y Simarro, C. (2021). De las mates como instrumento a las mates como práctica. Su papel en los proyectos STEM. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, núm. 93, pp. 8-14.

Sevian, H.; Dori, Y. J., y Parchmann, I. (2018). How does STEM context-based learning work: what we know and what we still do not know. International Journal of Science Education, 40:10, 1095-1107.

LA ENSEÑANZA DE SABERES SOBRE EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL EN LA TRANSICIÓN DE LA ESCUELA PRIMARIA A LA SECUNDARIA

Daniela Antunez; Laura Elisa Aronica; Dilma Fregona; José Nicolas Gerez Cuevas; Anibal Dario Gimenez; Mariel Mondin

Escuela Normal Superior "José Figueroa Alcorta" (25 de mayo 135. Bell Ville). Dirección General de Educación Superior (DGES) (Av. Colón 93. Córdoba). Facultad de Filosofía y Humanidades (FFyH). Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (FAMAF). Unidades académicas de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC)

daniela.antunez@unc.edu.ar

Categoría del Trabajo: Reportes de investigación.
Nivel educativo: Nivel Superior
Palabras claves: Sistema de Numeración, Enseñanza del Sistema de Numeración Decimal, Transición del Nivel Primario al Secundario, Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD).

Resumen

El presente documento surge de trabajos de investigación sobre cómo se aborda la enseñanza del Sistema de Numeración (SN) en la transición entre las escuelas primarias y secundarias de la ciudad de Bell Ville, provincia de Córdoba. En este escrito, sintetizamos hallazgos que emergieron del análisis de algunas actividades, seleccionadas por el equipo de investigación, de los libros de textos que se usan en esas escuelas. Ampliamos con algunas de las perspectivas de los docentes en torno a la enseñanza del Sistema de Numeración Decimal (SND), a partir del análisis de esas actividades en un taller. En sus voces, advertimos que en el nivel primario está presente un trabajo continuo con este objeto matemático, en actividades hasta cierta

cantidad de cifras y restricciones en el estudio de sus características. En el nivel secundario, de acuerdo a las orientaciones de cada institución, se trabaja actividades con el uso del número como medida, análisis y comparación con otros SN y se avanza en la resolución de operaciones sin vincular con el SND.

Problema investigado

El SND se propone como un objeto de estudio que atraviesa un largo trayecto de la escolaridad obligatoria. En los documentos curriculares actualmente vigentes en la provincia de Córdoba, este saber aparece explícitamente considerado en los tres niveles obligatorios. Además, en el segundo ciclo de nivel primario y en primer año de nivel secundario se propone el análisis comparativo y la exploración de otros SN con el fin de explicitar características del SND.

Más allá de su presencia en los diseños curriculares, algunos trabajos sobre la enseñanza habitual muestran que se jerarquiza su estudio en el nivel primario (Ponce y Zilberman, 2021). Mientras que en los trayectos escolares siguientes parece concebirse como un objeto ya estudiado y carente de problematicidad. Se tiende a pensar en el estudio del SND vinculado con la función del número como herramienta para denotar y denominar cantidades y, en consecuencia, una vez que los/as estudiantes han generado técnicas de escritura y lectura de un número en cierto rango, el objeto de estudio parece "agotarse".

Esta restricción en el modo de concebir la enseñanza del SND es cuestionado por algunos antecedentes. Itzcovich (2007) expresa que "suele concebirse que el trabajo con los números naturales y con las características del sistema de numeración debiera ser un tema 'dado y cerrado' en el primer ciclo y, por lo tanto, solo restaría 'repasar' o extenderlo a números mayores en el segundo ciclo" (p.61). Saiz y Centurión (2018) muestran que los/as estudiantes en el inicio de la secundaria aún tienen una gran dificultad para trabajar con números de más de 5 o 6 cifras; es decir que la *lectura* y la *escritura* de números dista de ser un aprendizaje plenamente logrado en el primer ciclo de la escolaridad primaria. Por otra parte, se puede construir una mirada más amplia sobre el objeto de enseñanza a partir de pensar en el número no sólo como herramienta para representar una cantidad, sino también para operar.

Planteamos una serie de interrogantes que funcionan como orientación para construir nuestra problemática de investigación:

¿Qué lugar tienen en la enseñanza los SN (entre ellos el SND) en la transición institucional de la escuela primaria a la secundaria? ¿Cómo se estudian?

¿De qué modo los conocimientos sobre el SND sostienen el desarrollo de discursos tecnológicos en praxeologías aritméticas en el campo de los números naturales que se estudian en la transición institucional de la escuela primaria a la secundaria (cálculo mental, operaciones del campo multiplicativo, divisibilidad)?

¿Cuáles son los conocimientos disponibles en estudiantes que finalizan el nivel primario o inician el nivel secundario sobre los SN y ante qué tipo de tareas se activan?

Este proyecto de investigación se encuentra enmarcado dentro de la Didáctica de la Matemática, específicamente en dos de sus teorías: la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) y la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), teorías surgidas en Francia a fines de los años setenta, inicialmente desarrolladas por Guy Brousseau (2007) e Yves Chevallard (2013), respectivamente. Además, tomamos la noción de transición institucional (Artigue, 2004).

Como parte de la primera etapa de este proceso hemos avanzado en la indagación sobre las maneras en que se propone el estudio de los SN en recursos de enseñanza (manuales, documentos curriculares) utilizados por docentes de escuelas primarias y/o secundarias de la ciudad de Bell Ville. En este marco, analizamos algunas tareas, técnicas, tecnologías y teorías (TAD) de las actividades presentes en estos materiales de enseñanza, que anticipan el proyecto de estudio propuesto a los/as estudiantes en las clases de matemática.

Adoptamos una perspectiva donde "se entiende a la matemática como una actividad social y cultural" (Sadovsky, 2005) y "explicita que los saberes no existen sino como emergentes de prácticas situadas institucionalmente" (Artigue, 2004). La tesis doctoral de Sierra Delgado (2006) nos posibilitó modelizar y anticipar ciertas propiedades de los números, distintos sistemas de numeración y sus relaciones con las operaciones.

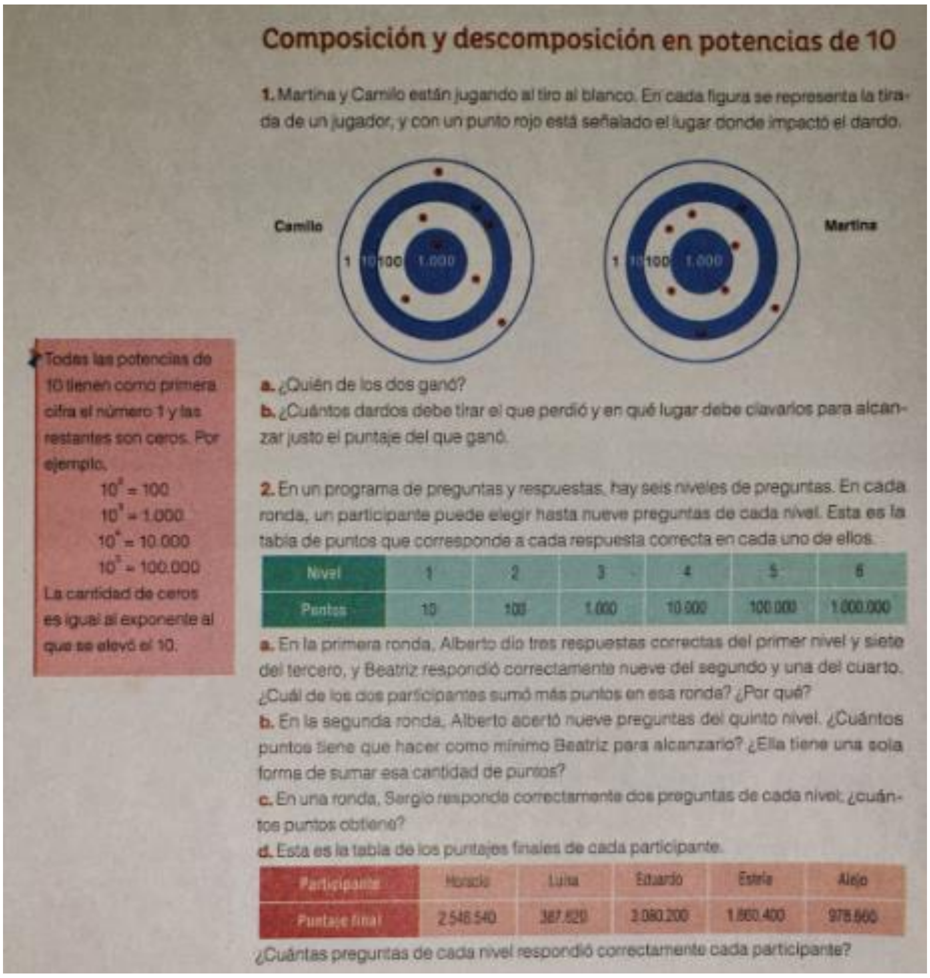
Tempier y su grupo de colaboradores (2009-2024) desarrollaron un recurso de formación para los enseñantes, denominado: "Enseñanza de la numeración decimal". En el mismo sentido, analizamos las actividades desde los aspectos de la numeración: posicional y decimal.

En marzo de 2024, realizamos un taller de intercambio con docentes de Bell Ville. Consistió en tres momentos: pregunta inicial para abrir el debate, análisis de actividades (números grandes asociado al número como medida, composición y descomposición de números, juegos, recta numérica) en grupos con docentes de distintos niveles y estudiantes, y una puesta en común. Con la intención de conocer las perspectivas y concepciones de los docentes sobre la enseñanza de este saber, y de ampliar la discusión junto al estudio realizado por el equipo de investigación. Este taller fue grabado y los audios están en proceso de análisis.

En el primer momento, los participantes ponen en evidencia que se realiza un mayor desarrollo del contenido en el nivel primario que en el secundario. En el nivel primario se trabaja el SND en términos de 1, 10, 100, 1000, hasta números de 4 o 5 cifras. Algunos docentes implementan el uso de billetes, realizan comparación con otros sistemas de numeración (como el Sistema Romano y Egipcio) para distinguir las características entre uno y otros.

En el nivel secundario, en general, no hay un trabajo minucioso del SND, a excepción de una escuela técnica que realiza una articulación con el sistema de medición ya que lo aplican tanto en matemática como en los talleres. Los docentes manifiestan que en el nivel primario no se trabaja en profundidad el sistema de medición, según sus expresiones "se da lo básico". Entendemos que se refieren a algunos múltiplos y submúltiplos de las magnitudes más usuales.

En el segundo momento, compartimos las actividades analizadas por el equipo. Entre ellas, la siguiente:



Composición y descomposición en potencias de 10

1. Martina y Camilo están jugando al tiro al blanco. En cada figura se representa la tirada de un jugador, y con un punto rojo está señalado el lugar donde impactó el dardo.

a. ¿Quién de los dos ganó?

b. ¿Cuántos dardos debe tirar el que perdió y en qué lugar debe clavarlos para alcanzar justo el puntaje del que ganó.

Todas las potencias de 10 tienen como primera cifra el número 1 y las restantes son ceros. Por ejemplo,

$10^2 = 100$

$10^3 = 1.000$

$10^4 = 10.000$

$10^5 = 100.000$

La cantidad de ceros es igual al exponente al que se elevó el 10.

2. En un programa de preguntas y respuestas, hay seis niveles de preguntas. En cada ronda, un participante puede elegir hasta nueve preguntas de cada nivel. Esta es la tabla de puntos que corresponde a cada respuesta correcta en cada uno de ellos.

Nivel	1	2	3	4	5	6
Puntos	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000

a. En la primera ronda, Alberto dio tres respuestas correctas del primer nivel y siete del tercero, y Beatriz respondió correctamente nueve del segundo y una del cuarto. ¿Cuál de los dos participantes sumó más puntos en esa ronda? ¿Por qué?

b. En la segunda ronda, Alberto acertó nueve preguntas del quinto nivel. ¿Cuántos puntos tiene que hacer como mínimo Beatriz para alcanzarlo? ¿Ella tiene una sola forma de sumar esa cantidad de puntos?

c. En una ronda, Sergio responde correctamente dos preguntas de cada nivel, ¿cuántos puntos obtiene?

d. Esta es la tabla de los puntajes finales de cada participante.

Participante	Horacio	Luisa	Eduardo	Estela	Alejo
Puntaje final	2.546.540	387.820	3.080.200	1.860.400	978.660

¿Cuántas preguntas de cada nivel respondió correctamente cada participante?

Kurzrck, L. et al (2017). Matemática 1. Serie Nuevas Miradas. Editorial Tinta Fresca.

Los docentes mencionan que, en la mayoría de los casos, los estudiantes no leen los títulos y/o los recuadros, aunque podrían inducir las resoluciones de los estudiantes.

También, comparten que las actividades con números grandes, tanto en el segundo ciclo de nivel primario como en el primer año del secundario, se encuentran contextualizadas en el uso social del número, asociado a una medida (cantidad de habitantes de los continentes, distancia entre los planetas del sistema solar, superficies, cantidad de seguidores). Análisis que realizamos y podremos extendernos en la presentación oral.

Además, reconocen que en sus clases presentan tareas como componer y descomponer números, sin las justificaciones (o tecnologías, según la TAD) fundadas en el SND. En cuanto a las actividades con la recta numérica, algunos docentes afirman trabajar como un recurso para el estudio posterior de los números racionales.

A modo de conclusión

Las acciones desarrolladas en este proyecto de investigación dan cuenta que los docentes al planificar recurren al diseño curricular en busca de orientaciones para sus prácticas. Aunque al momento de la enseñanza del SN, en el nivel primario, se priorizan actividades relevantes que tienden a agotarse en una cierta cantidad de cifras y con restricciones en los aspectos decimal y posicional del SND.

El trabajo con este objeto se encuentra contextualizado en escuelas secundarias técnicas con el uso del número en el sistema métrico decimal. En otras, se abordan distintos SN con la finalidad de evidenciar semejanzas y diferencias entre ellos, y avanzan en la resolución de operaciones sin establecer relaciones con el SND.

La adopción de un libro de texto o algunas actividades que se encuentran en ellos, para el tratamiento del SN crea ciertas incertidumbres y recurrencias en algunas tareas (lectura y escritura de números, composición o descomposición). Además, la presencia de técnicas que acompañan esas actividades, destacadas en recuadros y/o títulos, en algunos casos condicionan ciertas estrategias de resolución por parte de los estudiantes o no son tenidas en cuenta por ellos. Retomando el análisis de Fregona (2024) esos recuadros aportan "cierto discurso justificativo que puede sustentar un modo de hacer una tarea determinada. ¿Oficia como institucionalización, como saber matemático de referencia en ese momento de la enseñanza?"

Consideramos que se necesita más investigación y trabajo en colaboración ante la magnitud de la problemática que se plantea para llevar a cabo un trabajo matemático continuo y secuenciado entre niveles. En este sentido, nos abrimos a nuevos interrogantes: ¿Qué tipo de tareas profundizan las características del SND? ¿Por qué es importante evidenciarlas? ¿Es relevante el trabajo con las técnicas propuestas en los libros de textos en la gestión de la clase? ¿Cómo anticipar la gestión de la clase para avanzar en la tecnología que está débilmente desarrollada en los libros de texto? ¿Cómo dar continuidad a las tareas y tecnologías en la transición entre el nivel primario y secundario?

Referencias bibliográficas

Artigue, M. (2004). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica de la matemática para afrontarlos? Educación Matemática, 16(3), 5-28. Grupo Santillana México. Distrito Federal, México.

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Libros del Zorzal. Buenos Aires.

Chevallard, Y. (2013). De la transposición didáctica a la teoría antropológica de lo didáctico. Curso dictado en la Universidad Nacional de Córdoba, 26 al 29 de noviembre.

Fregona, D. (2024). Acerca de diferentes designaciones de los números naturales. Colecciones del CIFFyH (en evaluación para su publicación).

Itzcovich, H. (2007). La matemática escolar: Las prácticas de enseñanza en el aula. Aique.

Ponce, H. y Zilberman G. (2021). De la escritura de “números grandes” a las relaciones entre sistema de numeración y medida. Discusiones entre maestros e investigadores en el marco de un trabajo colaborativo. Revista del IICE 52, 175-195.

Sadovsky, P. (2005). Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos. Libros del Zorzal. Buenos Aires.

Saiz, I., y Centurión, L. (2018). Conocimientos, herramientas de control y conflictos en la producción de escrituras de números «grandes» en el nivel secundario. Yupana, 10, 42–55.

Sierra, T. A. (2006). Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas los sistemas de numeración y la medida de magnitudes [Tesis de Doctorado]. Universidad Complutense de Madrid.

Tempier, F. y colaboradores (2009-2024). Enseigner la numération décimale. Une ressource pour les enseignants de CE2, CM1, CM et 6ème. Disponible en internet: http://numerationdecimale.free.fr/

Textos consultados

David, C. et al (2019). ¡Clac! Carpeta con Gancho. Matemática 6. Editorial Santillana. Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

Kurzrck, L. et al (2017). Matemática 1. Serie Nuevas Miradas. Editorial Tinta Fresca.Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

Effenberger, P. (2016). Matemática I. Editorial Mandioca. Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

RESIGNIFICAR EL LUGAR DE DOCENTES Y ESTUDIANTES EN LA CLASE DE MATEMÁTICA: EL FENÓMENO DEL NOTICING PARA COMPRENDER EL MUNDO DE LA FORMACIÓN

Fernando Bifano; Enrique Di Rico y Fabián Gómez

Instituto CeFIEC/CCPEMS-FCEN-UBA

fjbifano@ccpems.exactas.uba.ar

Categoría del trabajo: Reporte de Investigación

Nivel educativo: Superior (formación docente)

Palabras clave: noticing, rol docente, estudiante activo, mundo de la formación

Resumen

El fenómeno del *noticing* tiene más de dos décadas de indagación en el campo de la didáctica de la matemática, desde diversas perspectivas y con diferentes metodologías. Uno de sus aportes se relaciona con la posibilidad de estimular la reflexión sobre la práctica y por tanto puede trabajarse como capacidad a desarrollar en la formación inicial docente. En ese sentido, se asume que los formadores como expertos tienen ya un cierto recorrido que les permitiría contar con un repertorio lo suficientemente amplio para identificar las situaciones significativas que pueden emerger en el aula para el aprendizaje. Nuestra contribución busca poner en discusión esta cuestión a partir de una experiencia de noticing vivida en nuestro rol de formadores. Lo haremos presentando extractos de clase de una materia inicial en la formación de las y los estudiantes del profesorado de matemáticas. Los hallazgos que emergen como fruto del análisis retrospectivo nos invitan a resignificar el lugar de docentes y estudiantes en la clase a partir de problematizar algunos aspectos que operan desde los posicionamientos didácticos que se asumen implícitamente sobre aquello que podría considerarse una buena clase de matemáticas.

Introducción

En el marco de nuestro proyecto de investigación[1] surgió la necesidad de poder contar con evidencias acerca de qué conocimientos y creencias constituyen el punto de partida de nuestras y nuestros estudiantes a la hora de iniciarse en la práctica de la enseñanza de la matemática. En esta presentación compartiremos el diseño de una actividad formativa llevada a cabo como parte de las estrategias metodológicas implementadas para caracterizar este punto de partida. Daremos cuenta de cómo en el análisis posterior "tomamos conciencia" de ciertos implícitos que operan en nuestra manera de entender la formación y nos interesa discutir de qué formas pueden llegar a condicionarla.

Marco Teórico

El término inglés *noticing* resulta, en cierta medida, polisémico a la hora de ser traducido al español. Ideas como la percepción, la atención, o expresiones como el "darse cuenta", "anoticiarse", pueden ser aquí considerados como parte de la sinonimia válida para caracterizar el fenómeno que nos interesa aquí plantear. La disciplina del noticing, propuesta inicialmente por Mason (2002) ha venido ganando interés en los últimos años. Recientes relevamientos de la literatura (Weyers et al., 2024; König et al., 2022) dan cuenta del amplio y vasto devenir del concepto y sus desarrollos, organizando los aportes en cuatro perspectivas diferentes: la psicológica-cognitiva, la socio-cultural, la específica de la disciplina y la vinculada con la expertiz.

La de raíz psicológico-cognitiva es la de mayor cantidad de producción académica y se centra en considerar los procesos mentales del profesor que incluyen la percepción, interpretación y respuesta frente a la identificación de situaciones significativas en el aula. En relación con la perspectiva socio-cultural, se integran aquellos trabajos que problematizan las formas socialmente organizadas de ver y comprender los acontecimientos específicos de la profesión y destaca las relaciones de poder y las ideologías implícitas. La específica de la matemática, sigue la línea de la disciplina del noticing iniciada por Mason (2002) que busca el desarrollo de cierta sensibilidad de parte de los profesores. Por último, la vinculada con la expertiz, que contrasta cómo noveles y expertos procesan y controlan la información de la clase concluyendo que a medida en que se cuenta con mayor experiencia se tiene un repertorio más amplio de conocimientos sobre el aula para adaptarse a las situaciones emergentes.

[1] UBACyT, ¿Cómo se construye colectivamente conocimiento acerca de la enseñanza en los espacios de práctica del profesorado de matemática? Estudio de las relaciones entre estudiantes y formadores en torno a comunidades de práctica. (Código SIGEVA: 20020220100163BA) Período: 2023-2026

Nosotros aquí, queremos hacer foco en la disciplina del noticing como una experiencia propia vivida como formadores de docentes y en ese sentido, vincular los aportes de las perspectivas de la disciplina con la de la expertiz. Lo haremos a partir de presentar una serie de incidentes ocurridos durante la primera clase de una de las materias iniciales[2] que tenemos a nuestro cargo.

Diseño y Recolección de Datos

Atendiendo a estos aspectos, propusimos a nuestros estudiantes, previamente a la primera clase de la materia, la siguiente tarea a realizar en un muro colaborativo en el aula virtual: “incorporen una imagen (puede ser un video, puede ser una foto, puede ser un esquem, puede ser un dibujo a mano fotografiado) que refleje algún aspecto de una buena clase de matemática. La explicación del porqué de la elección la deben traer por escrito para compartir en la primera clase presencial, no la incluyan en este muro.

En el inicio de la primera clase proyectamos de a uno los materiales compartidos por cada estudiante. Conversamos en un principio sobre el significado que tiene para cada una y cada uno en relación con una “buena clase de matemática”. Desde nuestra posición, la noción de una “buena clase de matemática” no es absoluta y, en ese sentido, la intención es provocar un debate y desplegar cierta complejidad en torno a esta idea. No buscábamos llegar a una caracterización o establecer criterios para la clasificación en términos de “buena” o “mala” clase de matemática.

Buscando enriquecer el debate desde la diversidad de interpretaciones y posicionamientos, se tomó la decisión de que quien propuso el material sobre el cual se estuviera discutiendo podría comenzar a intervenir recién cuando todas y todos sus compañeras y compañeros ya hubieran planteado sus ideas al respecto. Luego tendría la oportunidad de explicitar sus razones y describir la exploración o el recorrido que dio lugar a la elección del material; por ejemplo, qué palabras usó en el buscador, qué otras imágenes o videos encontró y por qué fueron descartados, etc.

Análisis y Discusión de los Resultados

Para poder efectuar el posterior análisis, decidimos grabar el audio de estas discusiones y ponerlas en diálogo con los materiales compartidos por las y los estudiantes. Adoptamos el enfoque del *análisis temático* (Braun & Clarke 2006) que permite identificar, analizar y reportar patrones o temas dentro de un conjunto de datos (op. cit. p. 8). Así, a partir

[2] En particular, nos referimos a Didáctica Específica y Práctica de la Enseñanza I.

de las “voces” de los protagonistas se construye una marco interpretativo para los dichos sin tener la necesidad de convertirse en un análisis del discurso.

La Buena Explicación

Uno de nuestros estudiantes comparte un video de YouTube[3] en el que se utiliza un modelo geométrico para resolver una ecuación cuadrática que en principio aparece expresada de manera algebraica. El *youtuber* resuelve la ecuación completando el cuadrado estableciendo una analogía entre ambas maneras de representar la expresión. A priori, a nosotros como formadores nos pareció que el episodio no era atractivo, ya que la actividad del youtuber se reduce a exponer el ejemplo e incurre en varios abusos de la notación algebraica en la explicación. Asimismo, se sostenía en particularidades de la función elegida que no hacía explícitas. Sin embargo, en el decir de nuestras y nuestros estudiantes surge la idea de que es algo novedoso porque pone en relación el marco geométrico con el algebraico. Nuestra hipótesis es que valoran este video desde la idea -que en su decir se expresa como “rol activo” del estudiante- porque intelectualmente están pudiendo construir algo a partir de lo que el youtuber está explicando. Quizás le asignan cierto valor porque en la formación matemática que han transitado las explicaciones responden fundamentalmente al *modelo teoricista*, desde donde se asume “una concepción del saber matemático que pone el acento en los conocimientos acabados y cristalizados en teorías” (Gascón 2001, p. 134).

Consideramos que ampliar ese horizonte de rol activo a la comprensión de una explicación, es parte de la idea que ellos quisieron transmitir. Les resulta importante relacionar el marco algebraico con el geométrico, que a priori parecía que no estaban vinculados. Creemos que de este modo ellos no se sienten pasivos al estar escuchando una explicación, aunque también creemos que esto es posible porque tienen un recorrido matemático que no tiene un alumno de nivel secundario. Si la explicación es buena, si la explicación conecta cosas a priori no evidentes, ellos sienten que están siendo protagonistas de esa explicación, de alguna manera. Cuando hacen el ejercicio de ir acompañándola no están haciendo el mismo recorrido que posiblemente haría un estudiante secundario. La actividad en este episodio tiene que ver en parte con poder relacionar las explicaciones que ellos vivieron, las explicaciones que les gustaría dar y las explicaciones que suman comprensión construyendo sentido. Tal vez, están pensándose en el rol de enseñantes.

Surge en el diálogo, la relación entre lo particular y lo general. Proponen que una explicación de carácter general es menos genuina que una explicación que aborda un ejemplo

[3] El mismo puede verse en el siguiente link:https://youtu.be/qBWO5P-RAEU

particular porque esa particularidad aporta mayor comprensión. Una explicación de carácter más general es un producto demasiado acabado que puede no ser comprendido del todo por parte de los alumnos. En general, se piensa en una buena explicación yendo desde lo particular hacia lo general, como parte del proceso de comprensión.

La Exploración en la Clase de Matemática

Figura 1

Imagen compartida por un estudiante en el muro colaborativo.

En la foto seleccionada por uno de nuestros estudiantes pueden verse dos estudiantes utilizando un microscopio y tomando apuntes en lápiz y papel. Las ideas compartidas en la primera instancia de la actividad giraron en torno al significado de la exploración en la clase de matemática. Hubo acuerdo en que, según sus experiencias en la secundaria, la exploración no era una actividad habitual en la clase de matemática. Asimismo, se planteó que el registro de los avances en la exploración da cuenta de un rol activo de la o el estudiante.

En el desarrollo del intercambio identificamos dos contraposiciones que resumimos en: clase expositiva y actividad exploratoria, clase práctica y clase teórica. A continuación, compartimos recortes de los dichos en donde se refleja esta dicotomía y algunas ideas que circularon: “En este caso sería, no sé, una clase de química, capaz se ve en el pizarrón sin ir tanto al laboratorio y acá es más exploratorio. Además de ser solamente la parte teórica ves también un poco la parte práctica”. “El chico y el que está en el fondo también están como pensando están como haciendo cuentas no es simplemente copiar o mirar el pizarrón están como haciendo algo”.

En la discusión se plantea, por un lado, que la clase expositiva “en el pizarrón”, por parte del profesor, restringe la actividad de la o el estudiante a copiar y mirar el pizarrón. Para nuestras y nuestros estudiantes, este tipo de clase remite al aspecto teórico de la enseñanza. Por otro lado, la actividad exploratoria que se referencia por la fotografía, al trasladarla a una clase de matemática involucra, según explicitan, el pensar y hacer cuentas. Este tipo de actividad remite al aspecto práctico de la enseñanza. Finalmente, se llegó a diferenciar dos tipos de exploraciones: como una serie de pasos preestablecidos y como una actividad libre, donde los alumnos o las alumnas toman decisiones.

El estudiante que propuso la imagen expresó la intención de comunicar que en una buena clase de matemática es relevante el rol activo de la o el alumno. La actividad matemática que buscaba resaltar es la elaboración de conjeturas y su validación. En ese sentido, para él, la imagen trata de reflejar el proceso de observación; el registro de lo que se observa y la interpretación de lo que está sucediendo. Así lo expresa: "uno cuando hace conjeturas tiene dominio sobre lo que está viendo y después sobre lo que va a tener que intentar validar, pero también los resultados son bastante personales porque son en función del análisis que estás haciendo del problema".

Para este estudiante, este tipo de actividad requiere un dominio muy personal sobre el objeto y sobre las conclusiones que luego debería validar. Nos resulta interesante como, en su intervención, avanza en las razones de por qué la elaboración de conjeturas adquiere estas características en términos de la relación entre el productor, el objeto y sus conclusiones.

El análisis del trabajo desplegado luego en torno a esta última interpretación de la imagen, nos permitió concluir que la elaboración de conjeturas y su validación se manifiestan en el ámbito de la práctica, en la resolución de problemas. Nuestras y nuestros estudiantes no las conciben aún como parte de la producción teórica en el aula, que ubican en esta instancia de la formación bajo la responsabilidad exclusiva de la o el docente.

Primeras Conclusiones

Ensanchar el espectro de lo que puede considerarse como rol activo de los estudiantes y el lugar de las buenas explicaciones en la clase de matemática son parte de las lecciones aprendidas en nuestra experiencia como formadores de docentes. El fenómeno del noticing en tanto mirada retrospectiva de las instancias de formación emerge como una herramienta potente para la comprensión de cómo los posicionamientos didácticos implícitos condicionan el valor que le asignamos a ciertas escenas del aula.

Referencias

Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology. 3*. 77-101. 10.1191/1478088706qp063oa.

Gascón, J (2001), Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* (RELIME), vol. 4, núm. 2, pp. 129-159.

König, J., Santagata, R., Scheiner, T., Adleff, A.-K., Yang, X., & Kaiser, G. (2022). Teacher noticing: A systematic literature review of conceptualizations, research designs, and findings on learning to notice. *Educational Research Review,* 36, 100453. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2022.100453

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing.* Routledge.

Weyers, J., König, J., Scheiner, T. et al. (2024). Teacher noticing in mathematics education: a review of recent developments. *ZDM Mathematics Education* 56, 249–264. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01527-x

TRANSFORMAR LA ESCRITURA DE UN CÁLCULO PARA LEER NUEVA INFORMACIÓN: DESAFÍOS EN EL PRIMER ENCUENTRO CON UN TIPO DE TAREA

Valeria Borsani
Universidad Pedagógica Nacional
valeria.borsani@unipe.edu.ar

Categoría del trabajo: Reporte de investigación

Nivel educativo: Secundario

Palabras claves: álgebra y aritmética - lectura – transformación – expresiones numéricas.

Resumen:
Esta comunicación es un recorte de los estudios realizados en el marco de la Tesis de Maestría, *La diversidad de conocimientos aritméticos de les estudiantes en el tránsito hacia una práctica algebraica* (Borsani, 2023). Reflexionamos aquí sobre algunas tensiones que se generan en el espacio de discusión colectiva de un grupo de estudiantes de primer año de escuela secundaria cuando las técnicas ya constituidas son insuficientes para abordar un problema. Se trata de la construcción de un nuevo tipo de práctica para abordar objetos y problemas que, en principio, aparecen como iguales a otros ya conocidos. Profundizar en la trama de las interacciones que se dieron en el aula nos permitió entender algunas dificultades de les estudiantes ante la ruptura involucrada en la nueva tarea.

Introducción y elementos teóricos de referencia
Diversos autores sostienen desde hace tiempo que la enseñanza del álgebra elemental debería considerar el poder del álgebra para mostrar aspectos diferentes de un mismo objeto, como un asunto central a desarrollar (Drouhard, 1992; Chevallard, 1984).
Sackur, Drouhard, Maurel y Pécal (1997) señalan la distinción entre "sentido" y "denotación" de una expresión algebraica: las expresiones $2m+6$ y $2(m+3)$ denotan el mismo objeto, pero tienen distinto sentido ya que muestran aspectos diferentes del objeto. Estes autores sostienen que modificar el sentido conservando la denotación de las expresiones y de las ecuaciones es una de las características fundamentales del trabajo con el lenguaje algebraico y es lo que le otorga su potencia. El hecho de que expresiones con la misma denotación tengan significados

diferentes se basa en una característica fundamental del lenguaje algebraico, como es la posibilidad de leer información en la escritura de una expresión. También mencionan que el sentido que une alumne da a una expresión es dinámico y depende del contexto en que esta aparece: tanto la lectura de información como la elección de las transformaciones a efectuar a una expresión dependen de la tarea a realizar. Es decir que el sentido tiene un componente pragmático asociado al “por qué” y “para hacer qué”.

Arcavi (2005) señala la habilidad de *leer a través de* y de *manipular* expresiones simbólicas como un componente fundamental del *sentido del símbolo*. En un texto anterior, el autor (Arcavi, 1994) caracteriza el sentido del símbolo a partir de la descripción y discusión de "conductas" que presenta como ejemplos de "tener un sentido del símbolo". Retenemos de los aportes de dicho trabajo una de las conductas que el autor denomina, "manipulaciones y más allá: leer a través de símbolos" y, en particular, dos de los aspectos específicos de la relación entre leer y manipular que el autor destaca: Leer en lugar de manipular y Manipular para leer, o la lectura como objetivo de las transformaciones. Agregamos que la elección de la manipulación de las expresiones a la que se refiere Arcavi dependerá tanto de la pregunta a responder como del significado -para cada estudiante- de las expresiones que manipula, significados que se van transformando con el trabajo. El estudiante debe aprender a leer información de la expresión y a manipularla, sin modificar el objeto matemático que denota, para poder leer nueva información.

Nos interesa resaltar el vínculo estrecho entre la posibilidad de modificar el sentido de las escrituras algebraicas conservando su denotación (Sackur et al., 1997) y las conductas *leer en lugar de manipular* y *manipular para leer* (Arcavi, 1994). Si bien estos autores desarrollan estas ideas referidas al trabajo con expresiones algebraicas, retenemos su potencial para nuestro estudio de actividades que implican un tratamiento algebraico de expresiones numéricas.

Contextualización de nuestro trabajo

Los sucesos de aula que analizamos se ubican en el momento del encuentro de les estudiantes con una tarea nueva. A continuación, analizamos el tipo de práctica y la novedad que comporta el trabajo con el siguiente problema

> ***Problema 5: Decidan, sin hacer la cuenta, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Expliquen sus decisiones.***
>
> ***a. 15 x 28 es múltiplo de 28*** ***b. 15 x 28 es múltiplo de 4***
>
> ***c. 15 x 28 es divisible por 7*** ***d. 15 x 28 es múltiplo de 10***

Señalemos que, durante las clases precedentes al trabajo con este problema, en el aula se fue acordando que al argumentar porqué un número ***a*** es múltiplo de otro, se tenía que identificar por qué número había que multiplicar al número candidato[1] a divisor para obtener ***a.*** Con estas ideas sobrevolando la escena del aula, el momento de análisis colectivo del problema 5 transcurrió confirmando que las afirmaciones de los tres primeros ítems eran verdaderas. Una de las novedades que traía el ítem d respecto de los anteriores es que para responderlo no alcanza con estudiar si alguno de los factores que ofrece la cuenta es múltiplo del candidato a divisor (10 en este caso). Es la primera vez que les estudiantes se enfrentan a un producto expresado como ***b · c,*** en el que *ni **c** ni **b** son múltiplo de **a** pero **b · c** si lo es*. La propiedad "Si ***a*** | ***b*** **o** ***a*** | ***c*** entonces ***a*** | ***b · c***", en la que se apoyaban implícitamente para resolver los ítems anteriores, deja de ser una herramienta útil para abordar el ítem d. Así, les estudiantes se enfrentaron a la necesidad de apoyarse en otras propiedades conocidas -o construir nuevas- para estudiar este ítem. Fue la primera vez, al menos en este trayecto de aprendizaje, que se enfrentaron con la necesidad de descomponer en factores ***b*** y ***c*** para luego combinarlos de modo de obtener ***a*** (o un múltiplo de ***a***). Se trata de un momento de ruptura respecto del tipo de trabajo que les estudiantes venían desplegando. Es necesario, entonces, redefinir los conocimientos, las propiedades y las técnicas recién constituidas, encontrar sus límites, construir nuevas. ¿Qué información leer de una expresión numérica dada, en relación con el objetivo del problema?, ¿qué transformación realizar?, ¿para qué realizarla?

Más precisamente, en los primeros tres ítems de esta actividad alcanza con identificar que uno de los dos números de la expresión 15 x 28 es múltiplo del candidato a divisor (28, 4 o 7) para responder si el resultado lo es. En estos casos, alcanza con identificar una característica (o propiedad) de uno de los factores para extender esa misma característica al "resultado" de la operación, el producto de la multiplicación. Entendíamos que el ítem d. resultaría una tarea compleja y costosa para les estudiantes, y que esta complejidad ayudaría a promover la necesidad de una transformación escrita de la expresión. Al momento de planificar, pensamos que el estudio de la afirmación "15 x 28 es múltiplo de 10" generaría buenas condiciones para que se realizaran transformaciones sobre la expresión escrita en la búsqueda de una justificación. Sabíamos que, probablemente, la profesora tendría que intervenir para presentar esas transformaciones, pero la complejidad antes mencionada parecía una buena excusa para

[1] Optamos por esta manera de llamar al número sobre el cual se está estudiando si una expresión dada ese múltiplo de él ya que retiene que todavía hay que decidir si es o no divisor. En el aula no usamos esta terminología sino que siempre nos referimos a la condición de múltiplo.

hacerlo. Ahora se nos hace evidente que en aquel momento no tuvimos plenamente en cuenta las resistencias que podrían surgir para cambiar el juego que se estaba jugando.

La racionalidad matemática de les estudiantes, un proceso en construcción. El dilema que plantea Atilio.

En los intercambios que se dieron con toda la clase a partir de analizar los primeros ítems se sostuvieron discusiones sobre la condición que impone la consigna: “sin hacer la cuenta”. Por ejemplo, ante la estrategia de una alumna que afirmó que 15 x 28 es múltiplo de 4 porque descompuso el 420 como 400 + 20, aparecieron expresiones del tipo “La respuesta es correcta pero no respeta la consigna porque usa el resultado 420”. Luego, se consensuó que les estudiantes podían hacer algunas cuentas pero que sus explicaciones no se podían apoyar en el resultado de 15 x 28 (420). Como veremos en este episodio, la discusión sobre qué significa “no hacer la cuenta” toma cierto protagonismo cuando se inicia el análisis colectivo del ítem d. (en el que hay que decidir si 15 x 28 es múltiplo de 10).

Al comenzar la discusión colectiva del ítem d, Atilio comparte con toda la clase un “dilema” que tuvo con Francisco, su compañero de grupo. Atilio sostiene que la afirmación “15 x 28 es múltiplo de 10 es verdadera porque cualquier número que termine en cero es múltiplo de 10” (llegó a esto hallando el resultado 420) y Francisco sostiene que es falsa porque ninguno de los factores es múltiplo de 10. Esta contradicción que identifican lleva a Atilio a explicitar: “queremos saber cuál es la correcta”. La pregunta que estos estudiantes plantean a la clase parecería dejar en plano de igualdad a ambas posibilidades de respuesta; es decir, si bien entienden que ambas respuestas son contradictorias, esto no los lleva a cuestionar ninguna de ellas, ven ambos caminos como posibles. Están claras las razones de por qué los estudiantes no aceptan la estrategia de Atilio (no cumple con la consigna) y está claro que la estrategia de Francisco no les cierra -sino no tendrían un dilema- porque contradice la respuesta que tienen a partir de la primera. Pero hay algo que los estudiantes piensan que no los lleva a descartar la segunda estrategia; creemos que el hecho de no conocer las razones de por qué no funciona, junto con el hecho de que mirar cada factor alcanzaba para responder en los ítems anteriores, podría llevar a que estos estudiantes no la descarten.

El cambio necesario de posición respecto a la forma de pensar el producto $\boldsymbol{a \cdot b}$ se va desplegando contra otras ideas (algunas erróneas) que circulan en el aula. Atilio y Francisco toman por cierto el recíproco de una propiedad ya validada como verdadera (si alguno de los factores de un producto es múltiplo de un número, el producto es múltiplo de este número).

Esta propiedad que se usa en los primeros tres ítems, puede ser una fuente de confusión para aquelles estudiantes que realicen una "extensión" falsa de esta regla, tomando por cierta la recíproca, para afirmar que al estudiar un producto: Si ninguno de los factores (de ***a***) es múltiplo (de ***b***), la expresión (***a***) tampoco lo es. (proposición falsa que es en realidad, la contrarrecíproca de la recíproca de la afirmación anterior). Nos interesa detenernos en el mecanismo productor de esa extensión:

Regla 1 de la forma: Sí ***p*** entonces ***q,***

Regla 2 (extensión por la negativa de la regla 1) de la forma: si no ***p*** entonces no ***q***

Con ciertos contenidos para ***p*** y ***q*** cada regla puede ser verdadera o falsa. Lo que no es válido es el razonamiento que lleva a afirmar que la regla 2 es verdadera bajo la hipótesis de que la regla 1 lo es. En el aula, por el contenido particular que tuvieron ***p*** y ***q*** la regla 1 resulta verdadera y la 2 falsa, lo cual se configura como un contraejemplo que permite, desde la lógica matemática, invalidar el mecanismo productor de la regla 2 a la regla 1.

Panizza (2005) destaca "que la capacidad de revisar las reglas a partir de una contradicción es lo que les permitiría [a les estudiantes] modificar o enriquecer dichas reglas" (p. 84). Señalamos que el mecanismo productor de la regla 2 a partir de la regla 1, y el hecho de que el razonamiento que vincula la regla 1 y 2 no es válido, no fue considerado por la profesora; sino que se avanzó en la búsqueda del factor 10 como combinación de factores del 15 y del 28. Es decir, se hizo un trabajo explícito sobre el conocimiento que se pretendía instalar: la posibilidad de descomponer los factores ***a*** y ***b*** de un producto para componer un nuevo divisor de ***a · b***. De algún modo, en el desarrollo de la clase van a quedar "solapados" estos nuevos conocimientos (en términos de proceder, como una manera de trabajar) con la regla falsa que lleva a una conclusión falsa.

Retuvimos este episodio porque muestra la fuerza que puede tener una propiedad errónea, cuando es el contrarrecíproco del recíproco de una verdadera; aun cuando genera una contradicción, se plantea como dilema y no se pone en duda la propiedad incorrecta.

Reflexiones finales

En este episodio analizamos un conflicto que les estudiantes enfrentan cuando trabajan por con un problema que requiere modificar -y complejizar- una técnica empleada hasta el momento. Si bien nuestro análisis *a-priori* contempló la novedad de la técnica requerida como un asunto con el que les estudiantes se tenían que enfrentar en este ítem, el dilema de Atilio fue un emergente que nos ayudó a comprender el grado de novedad y complejidad que ella trae aparejada. La tensión entre lo viejo y lo nuevo está presente en el aula en términos de resistencias para cambiar el juego que se estaba jugando; la adhesión a una regla verdadera en un cierto dominio conduce a una generalización falsa que es sostenida aún frente a evidencias que la contradicen.

El dilema planteado (haciendo la cuenta es múltiplo de 10 pero sin hacerla, no lo es), nos lleva también a plantearnos la pregunta de si estarán pensando que la relación de que un número ***a*** sea múltiplo de otro depende de la representación particular que se tenga de ***a***. Si bien les estudiantes mencionan un "dilema" porque hay algo que no termina de cerrarles, esta incomodidad no los lleva a analizar si las afirmaciones que enuncian son verdaderas y dejan el asunto en manos de la docente y de sus compañeres. De hecho, hay propiedades que sí dependen de las representaciones. Por ejemplo, un número puede ser capicúa escrito en el sistema decimal de representaciones, pero dejar de serlo si lo escribimos en otra base. Y el criterio de divisibilidad por 3 - "un número es divisible por 3 si y solamente si la suma de sus cifras lo es" - es un condicional que liga una propiedad del número con una propiedad de la representación en el sistema decimal del mismo. Señalamos estas ideas ya que un objetivo central de este trayecto de enseñanza es que les estudiantes aprendan que la relación de divisibilidad es inherente al número y no depende de la representación. Por eso puede estudiarse a partir de cualquier representación de él. Detrás de estas ideas, estaría la noción de equivalencia de expresiones numéricas y la posibilidad de modificar el sentido de la escritura conservando la denotación (Drouhard, 1992).

Bibliografia de referencia

-. Chevallard Y. (1984). Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège. Première partie: L'évolution de la transposition didactique. *Petit x*, 5, 51-94

-. Arcavi, A. (1994). Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. For the Learning of Mathematics, 14 (3), 24-35.

-. Arcavi, A. (2005). Developing and using symbol sense in mathematics. For the Learning of Mathematics, 25(2), 42-47.

-. Borsani, V. (2023). La diversidad de conocimientos aritméticos de les estudiantes en el tránsito hacia una práctica algebraica (Tesis de posgrado, Universidad Nacional de La Plata). Memoria Académica. https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/tesis/te.2798/te.2798.pdf

-. Drouhard, J.P. (1992). Les écritures symboliques de l'algèbre élémentaire. Thèse de Doctorat. Université Paris 7.

-. Panizza, M. (2005). *Razonar y Conocer. Aportes a la comprensión de la racionalidad matemática de los alumnos*. Libros del Zorzal.

-. Sackur, C., Drouhard, J.P., Maurel, M. et Pécal, M. (1997). Comment recueillir des connaissances cachées en algèbre et qu'en faire. Repères *IREM*, 28, 37-68.

LA PRODUCCIÓN DE VIDEOS COMO RECURSO EN LA FORMACIÓN DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICA: UN ANÁLISIS MULTIMODAL

Areceli Coirini; Iris Dipierri; Jonathan Alonso y Monica Villarreal

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (UNC)

araceli.coirini@unc.edu.ar

Categoría del trabajo: Reporte de investigación

Nivel educativo: Universitario

Palabras claves: Video, Discurso Multimodal, Formación de profesores, Modelización matemática

Resumen: Este trabajo presenta un análisis preliminar del discurso multimodal en videos producidos por futuros profesores de matemática (FPM) en el curso Didáctica Especial y Taller de Matemática (DEyTM) del Profesorado en Matemática de la UNC. La ponencia se enmarca en un proyecto más amplio que investiga cómo la producción y el uso de videos pueden contribuir al desarrollo profesional de los FPM en escenarios de modelización matemática (MM). Adoptando un enfoque semiótico social de la representación multimodal, se analizó un video producido por FPM, enfocándose en los modos semióticos utilizados para comunicar diversos aspectos del proceso de MM. Si bien, los resultados muestran una predominancia del lenguaje (hablado y escrito), se destacan momentos que conjugan diferentes modos para la producción de significado singulares que exceden y complementan las capacidades discursivas del lenguaje. Lo anterior sugiere la necesidad de proporcionar más oportunidades para que los FPM se familiaricen con la producción de videos y la diversidad de modos semióticos disponibles. Este análisis destaca el potencial de los videos como herramienta para el desarrollo profesional de FPM.

Introducción

El siguiente trabajo presenta una primera aproximación al análisis del discurso multimodal de videos producidos por FPM en la materia DEyTM. Estos avances se enmarcan en un proyecto de investigación más amplio que tiene por objetivo "Identificar y analizar diversas contribuciones que la producción y el uso de videos proporcionan para el desarrollo profesional de FPM al trabajar en escenarios de MM".

Sustentados en el constructo epistemológico humanos-con-medios, propuesto por Borba y Villarreal (2005), sostenemos que la producción de conocimiento es necesariamente social y está condicionada por los medios empleados, en particular por las tecnologías digitales, en nuestro caso, los videos. Para el presente trabajo resultan antecedentes relevantes los aportes de diversos autores brasileños que se refieren a al uso de videos en el aula y en la formación de FPM: Borba & Oechsler (2018) analizaron el uso de videos como material didáctico; Oechsler (2018) estudió videos matemáticos producidos grupalmente por estudiantes de educación secundaria; en tanto que, Souza (2021) y Neves (2020) analizaron la producción de videos por parte de FPM.

Dentro de las prioridades del "Plan de desarrollo educativo provincial 2024-2027[1]" de la provincia de Córdoba, se establece "Profundizar y ampliar el desarrollo de contenidos, estrategias de enseñanza y herramientas orientadas a garantizar la alfabetización digital y la computacional". En este contexto, el uso y producción de videos en la formación de FPM puede contribuir en esta importante línea de acción. En esta ocasión analizamos un video producido por un grupo de estudiantes durante el desarrollo de la unidad Tendencias en Educación Matemática: MM.

Marco teórico

En el presente trabajo adoptamos un enfoque semiótico social de la representación multimodal. Dicho enfoque cuestiona la centralidad y dominancia del lenguaje (escrito o hablado) como plenamente capaz de expresar todos los significados. En su lugar, como propone Kress (2009), lo reconocemos como un modo particular con sus potencialidades pero también con sus limitaciones para la construcción de significados. Según este autor, "un modo es un recurso semiótico socialmente conformado y culturalmente dado para crear significado" (p. 79, traducción propia[2]). Así, imagen, habla, gesto y escritura son algunos ejemplos de modos entre otros posibles.

Recuperando aportes de la lingüística, Kress (2009) hace extensivas a otros modos las funciones que Halliday (1975) identifica en el lenguaje. En este sentido, un modo para constituirse como tal debe simultáneamente representar significados sobre acciones, estados y acontecimientos del mundo (*función ideacional*), representar significados sobre las relaciones sociales de quienes participan en la comunicación (*función interpersonal*) y formar entidades semióticas complejas que puedan proyectar un mundo social completo (*función textual*).

En este sentido, el video puede ser considerado un recurso semiótico multimodal. A partir del video seleccionado, el análisis que aquí desarrollamos busca responder a la pregunta ¿A qué

[1]https://www.cba.gov.ar/wp-content/uploads/2024/05/Documento-Plan-de-Desarrollo-Educativo-Provincial-2024-2027.pdf

[2] "Mode is a socially shaped and culturally given semiotic resource for making meaning" (Kress, 2009, p.79).

modos se apela para comunicar diferentes aspectos vinculados al desarrollo de un proceso o subproceso de MM? Asimismo, se pretende dar cuenta de cuáles de estos modos predominan en el video.

Para el análisis, recuperamos también la noción de *contexto de situación* propuesta por Baldry & Thibault (2005), la cual refiere al entorno físico y social en el que se lleva a cabo la comunicación. Esta noción se emplea para describir la naturaleza del contexto en el que se producen videos asociados a procesos de MM.

El *contexto de situación* en el que se produce el video

El video que aquí se analiza fue producido por tres estudiantes del Profesorado en Matemática de la UNC que se encontraban cursando DEyTM. Esta materia se dicta en el tercer año de la carrera, es de régimen anual y tiene una carga horaria de 30 semanas con dos clases de cuatro horas semanales. En este curso se estudian varias tendencias en educación matemática: resolución de problemas, MM, uso de la tecnologías, educación matemática crítica y uso constructivo de errores. Al abordar el tema MM, se discute sobre nociones de modelo y modelo matemático y se estudian las fases de un proceso de MM utilizando diferentes ciclos como el propuesto por Bassanezi (2002).

Durante las clases de MM se presentan criterios para decidir si una cierta tarea es de MM o no, se analizan experiencias de modelización en diferentes contextos educativos y se resuelven tareas de modelización de diferente naturaleza. En particular, se destaca la creación de dos escenarios de MM en los que se solicita la producción de videos. El video que aquí analizamos fue producido para el primero de estos escenarios, donde se proponen tareas de MM cerrada que requieren la realización de un proceso experimental para la obtención de datos. El trabajo se realiza en pequeños grupos y pueden utilizar las tecnologías digitales que deseen.

En este caso particular, el proceso de MM se desarrolló a partir de la "Tarea del montículo de material granulado"[3] que requiere estudiar el ángulo de reposo de montículos de diferentes materiales elegidos por los estudiantes (arena, azúcar, sal, etc.). Como resultado de dicho estudio, el grupo debía producir un informe según consta en la consigna: "Preparen un informe en formato de video de 10´ como máximo del trabajo realizado, que incluya la simulación digital anterior[4], explicando todos los procesos realizados, el razonamiento producido y las conclusiones obtenidas".

[3] Tarea diseñada por la Dra. Susana Carreira (Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade do Algarve - Portugal).

[4] Como parte de la tarea se solicitaba la producción de una simulación digital de la formación del montículo a medida que se deposita el material.

Luego de la realización del experimento, el grupo dispuso de dos semanas para la producción y envío del video a través del aula virtual.

Metodología

Para dar respuesta a la pregunta de investigación planteada, se realiza un estudio de caso (Stake, 1999) enmarcado por una metodología de investigación de tipo cualitativa dentro del paradigma interpretativo (Denzin & Lincoln, 2017). La investigación propone el estudio del video producido por un grupo de estudiantes de DEyTM para reportar el desarrollo de un proceso de MM cerrado propuesto por las docentes del curso.

La elección del caso se fundamenta en las siguientes razones: 1) el video seleccionado fue producido durante el año en que la materia DEyTM implementó por primera vez el uso y producción de videos a su propuesta; 2) es el primero de los videos producidos por este grupo en el marco de dicha materia, lo que nos permite analizar una primera aproximación al trabajo de los estudiantes con producciones multimodales en formato de video; 3) el video se destaca por conjugar una gran variedad de modos.

El video analizado tiene una duración de 8:36 minutos. En él, el grupo de estudiantes informa el proceso de MM desarrollado a partir de la tarea propuesta: presentan el problema de investigación y el diseño de la experimentación, formulan diferentes hipótesis; refieren a las técnicas de medición empleadas para la recolección de datos (radio y altura del montículo), así como a diferentes modelos puestos en juego para la determinación indirecta del ángulo de reposo del montículo; describen la sistematización de los datos obtenidos y su matematización a través del promedio; interpretan los resultados; formulan nuevas preguntas de investigación referentes a la misma temática y presentan una animación realizada en GeoGebra del fenómeno estudiado. Además, en el video refieren a los aprendizajes matemáticos y no matemáticos suscitados entre los integrantes del grupo a partir de esta experiencia.

El análisis del video llevado adelante por el equipo de investigación se desarrolló en diferentes *fases*:

Con la finalidad de tener una primera aproximación al material, en una *primera fase*, sus integrantes realizaron una visualización individual y tomaron registros de sus observaciones. Durante la *segunda fase*, se desarrolló una visualización colectiva y se discutieron las observaciones de cada integrante del equipo. Para avanzar sobre la sistematización de estas observaciones, de acuerdo al marco teórico adoptado, la *tercera fase* consistió en definir los modos que se reconocieron en el video. Como resultado de esta fase, se identificó la presencia de los siguientes modos:

Figura 1: modos identificados en el video analizado

Por último, la *quinta fase*, consistió en la codificación del video, mediante un software de análisis cualitativo, para identificar la presencia de los diferentes modos y su temporalidad.

Resultados y conclusiones

En la Tabla 1 se presentan los tiempos dedicados a cada modo a lo largo del video siguiendo el código color de la Figura 1. La primera fila indica la temporalidad del video en minutos.

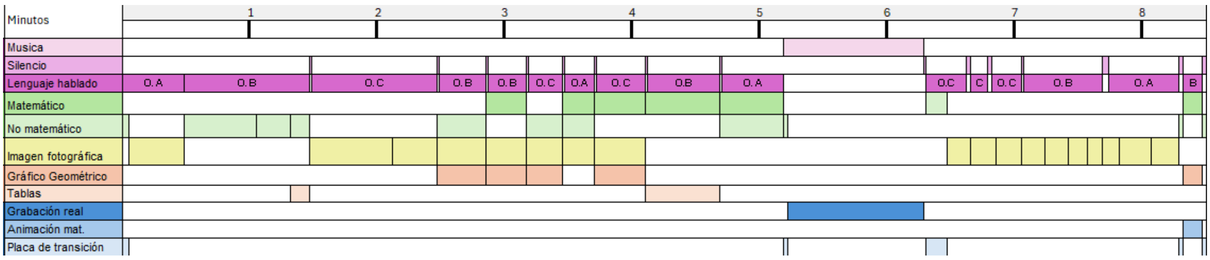


Tabla 1: presencia y temporalidad de los diferentes modos presentes en el video analizado

En relación al modo **sonido** observamos que prevalece el *lenguaje hablado* a cargo de distintos oradores (O.A, O.B y O.C), se utiliza la *música* solo cuando se muestra la grabación de la fase de experimentación -entre minuto 5 y 7 del video-.

En el modo **lenguaje escrito** prevalece el *lenguaje escrito no matemático***,** el cual se emplea principalmente para hacer intervenciones sobre imágenes, para placas de transición o al inicio del video para mostrar la lista de materiales y las decisiones iniciales del grupo sobre las estrategias para resolver la tarea de MM.

El modo **imagen** es muy utilizado, principalmente para ilustrar lo que se comunica a través del lenguaje. Algunas de las *imágenes fotográficas* tienen la particularidad de superponerse con otros modos visuales, incorporando *gráficos geométricos, lenguaje escrito matemático y no matemático* (Figura 2, izquierda). Por otro lado, existe también yuxtaposición de *imágenes fotográficas* ofreciendo diferentes puntos de vista del fenómeno (Figura 2, derecha).

El modo **diagramas y gráficos** se utiliza en menor medida. Principalmente, se emplea para mostrar las *tablas* de datos realizadas y para representar, sobre *imágenes fotográficas* de montículos de materiales, el ángulo de reposo, apelando a las herramientas de GeoGebra.

El modo **video** es el menos utilizado, solamente se mostró una *grabación* de la experimentación (entre minutos 5 y 7) y una *animación* en GeoGebra (después del minuto 8).

En una visión general del video, observamos que, aunque el grupo de FPM logra utilizar una diversidad de modos para realizar el informe en formato de video, se percibe una predominancia del lenguaje (hablado y escrito) acompañado por imágenes que subsidiariamente ilustran el discurso. No obstante, existen momentos en los que otros modos se conjugan y superponen para la construcción de novedosos significados que exceden a las capacidades discursivas del lenguaje.

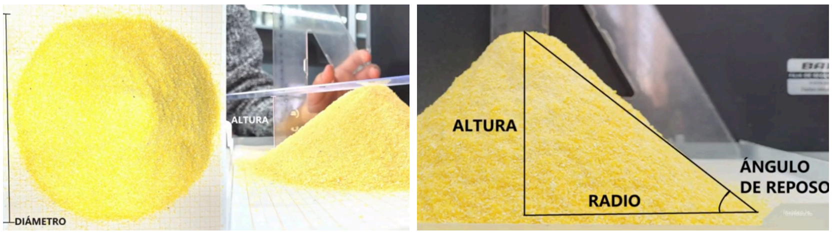


Figura 2: capturas de momentos del video donde se conjugan diferentes modos

Esto sugiere la necesidad de proporcionar más instancias de trabajo en torno a la producción de videos, para que los FPM puedan apropiarse de la diversidad de modos que se conjugan en la producción de un video para comunicar ideas matemáticas.

Bibliografía

Baldry, A. and Thibault, P. J. (2005). *Multimodal Transcription and Text Analysis*. London: Equinox.

Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino - aprendizagem com Modelagem*. Editora Contexto..

Borba, M. C. Oechsler, V. (2018). Tecnologias na educação: o uso dos vídeos em sala de aula. *Revista Brasileira de Ciência e Tecnologia*, 11 (2), 181-213.

Borba, M. C. & Villarreal, M. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation.* New York: Springer.

Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2017). *The SAGE Handbook of Qualitative Research* (5ta ed.). Thousand Oaks:SAGE.

Halliday, Michael A.K. (1975). Estructura y función del lenguaje. En John Lyons (ed.), *Nuevos horizontes de la lingüística*, 145-173. Madrid : Alianza.

Kress, B. (2010). *Multimodality. A Social Semiotic Approach to Contemporary Communication.* Routledge.

Neves, L. X. (2020). *Intersemioses em vídeos produzidos por licenciandos em Matemática da UAB*. [Tesis doctoral, Instituto de Geociências e Ciências Exatas Universidade Estadual Paulista-Rio Claro]. https://repositorio.unesp.br/handle/11449/191601

Oechsler, V. (2018). *Comunicação Multimodal: Produção de vídeos em aulas de Matemática*. [Tesis doctoral, Instituto de Geociências e Ciências Exatas Universidade Estadual Paulista-Rio Claro]. https://repositorio.unesp.br/handle/11449/154093

Souza, M. B. (2021). *Vídeos digitais produzidos por licenciandos em Matemática a distância***.** [Tesis doctoral, Instituto de Geociências e Ciências Exatas Universidade Estadual Paulista-Rio Claro]. https://repositorio.unesp.br/items/6453cd4c-86d4-4459-ad60-8e81c56d8c63

Stake, R. E. (1999). *Investigación con estudio de casos* (2da ed.). Madrid: Ediciones Morata.

ANÁLISIS A PRIORI DE UN INSTRUMENTO DE INDAGACIÓN SOBRE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS: ESTUDIO DE LOS PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN FUNCIONES LINEALES

Ricardo Ramón Fabián Espinoza; Paula Daniela Bordón; Grisel Ivana Almeida; María Mercedes Ayala

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura. Universidad Nacional del Nordeste

paula_bordon@yahoo.com

Categoría del trabajo: Reporte de Investigación
Nivel Educativo: Universitario
Palabras clave: Instrumento de indagación, Función lineal, Análisis a priori, Configuración epistémica, Función semiótica.

Resumen: Se realiza un análisis ontosemiótico referencial de las situaciones-problemas correspondientes a las funciones lineales de un instrumento de indagación, que fue elaborado con el propósito de suministrar a los ingresantes de las carreras de Ingeniería de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura de la UNNE en el año 2025, con el objetivo de valorar la comprensión que tienen sobre la argumentación en el ámbito de las funciones lineales y cuadráticas. Se emplean como herramientas teóricas y metodológicas las nociones de configuración epistémica y función semiótica, constructos teóricos y metodológicos del Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos, marco teórico de la investigación en curso. Se identifican los objetos matemáticos primarios involucrados en las resoluciones expertas y sus relaciones conceptuales.

Introducción

En la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura de la Universidad Nacional del Nordeste, desde hace varios años, un grupo de docentes venimos desarrollando proyectos de investigación relacionados con la estadística aplicada a la educación, analizando los conocimientos previos de matemática de los ingresantes. Con el paso del tiempo nos encontramos con la necesidad de incorporar una fundamentación teórica para respaldar el análisis didáctico. Recientemente comenzamos a abordar una nueva investigación que persigue el objetivo de valorar la comprensión de los ingresantes a las carreras de Ingenierías, sobre la problemática de la argumentación en la temática de las funciones lineales y cuadráticas. La investigación prevé la elaboración de un instrumento, su análisis a priori, validación y reelaboración en 2024 y 2025, y la aplicación y análisis de resultados en 2026 y 2027.

Comenzamos elaborando un instrumento de indagación compuesto por una muestra de problemas y un análisis a priori del mismo a partir del uso de elementos teóricos y metodológicos del Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS). Tal instrumento se basa en la referencia conceptual de los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios Nacionales (NAP) (ME, 2011).

En esta presentación exhibimos parte del análisis a priori del mismo del instrumento (en proceso de desarrollo), mostramos las resoluciones expertas de dos de sus situaciones-problemas referidas a las funciones lineales, las configuraciones epistémicas asociadas y las principales relaciones entre objetos matemáticos primarios por medio de funciones semióticas. Estas prácticas institucionales de referencia nos permiten identificar los objetos matemáticos involucrados en las situaciones y sus relaciones lo que, a su vez, nos posibilita caracterizar la exhaustividad de los problemas incluidos en el instrumento teniendo en cuenta los NAP.

Encuadre teórico

El marco teórico adoptado es el modelo epistémico y cognitivo del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. (Godino, Batanero y Font, 2008; 2020). En particular, se emplean los constructos teóricos: Configuración epistémica y Función semiótica. Para un análisis más fino de la actividad matemática, el EOS incluye seis tipos de objetos matemáticos primarios, emergentes de sistemas de prácticas (Burgos y Godino, 2020): situaciones-problemas, lenguaje, procedimientos, proposiciones, conceptos y argumentaciones. Los seis objetos primarios que están presentes en una práctica matemática se relacionan entre sí formando configuraciones epistémicas o cognitivas (Figura 1). Las mismas son entendidas como redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas y las relaciones que se establecen entre los mismos y, constituyen los elementos del significado de un objeto matemático particular.

Figura 1 (Configuración epistémica/cognitiva)

Las configuraciones pueden ser epistémicas o instruccionales, si son redes de objetos institucionales (extraídas de una práctica referencial experta); o cognitivas, si representan redes de objetos personales (actividad de los estudiantes). Estas configuraciones permiten analizar las prácticas matemáticas describiendo su complejidad ontosemiótica.

Los distintos objetos primarios se vinculan a través de las funciones semióticas construidas entre ellos. D'Amore, Font y Godino (2007) indican que una función semiótica está dada por una correspondencia entre un antecedente (expresión, significante o representante) y un consecuente (contenido, significado, representado) que establece un sujeto, persona o institución. La correspondencia (representacional o instrumental) se constituye entre dos objetos (ostensivos o no-ostensivos), cuando uno de ellos se pone en lugar del otro o bien uno es usado por otro. Con esta noción, se evidencia el carácter netamente relacional de la actividad matemática y de los procesos que difunden el conocimiento matemático.

Aspectos metodológicos

Se elabora un instrumento de indagación en base a la propuesta de los NAP que consta de seis situaciones, cuatro referidas a funciones lineales y dos a cuadráticas.

Se adoptan como herramientas de análisis didáctico de referencia de las situaciones-problemas del instrumento las configuraciones epistémicas y las funciones semióticas. En las configuraciones epistémicas se plasman los conocimientos matemáticos involucrados en las resoluciones (objetos primarios) y las relaciones conceptuales establecidas entre ellos. Las funciones semióticas permiten explicitar dichas relaciones y profundizar el análisis relacional.

Resolución experta, identificación de objetos primarios y relaciones entre objetos

Práctica institucional y configuración epistémica de la situación 2 del instrumento

- El auto A (Fig. 2) marcha a 100km/h (*lenguaje*), por lo que en 1h recorre 100km (*concepto*), por lo que, en 2h recorrerá 200km (*proposición*) ya que la velocidad con la que se traslada es constante (*argumento*). Así, al duplicar la cantidad de tiempo, se duplica la distancia recorrida.

Según la tabla expuesta en la consigna (*lenguaje*), en 2h el auto B recorre 160 km. Como 160 es menor que 200, el B es más lento que el A (*procedimiento y argumento*).

- En 1h el auto A recorre 100km (*concepto*), y al duplicar, triplicar el

Situación 2. Cuatro autos marchan por una ruta, cuya velocidad promedio es constante. Se tiene la siguiente información de cada uno de ellos:

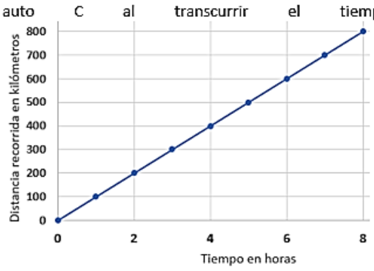
El auto A marcha a 100km por hora.

La distancia recorrida por el auto D sigue la siguiente fórmula: *y=120x* donde *y* representa los kilómetros que se han recorrido y *x* la cantidad de horas transcurridas.

Del auto B se registraron datos en la siguiente tabla:

Hora	2	3	5
Distancia recorrida (en Km)	160	240	400

El siguiente gráfico muestra la distancia recorrida por el auto C al transcurrir el tiempo:



Explicar por qué son verdaderas las siguientes afirmaciones:

i. El auto B es más lento que el auto A.
ii. El auto A y el auto C marchan a la misma velocidad.
iii. El auto D es el más rápido de los cuatro.

tiempo… el tiempo se duplicará, triplicará… la distancia recorrida (*proposición y procedimiento*), pues la velocidad es constante (*argumento*). Esto quiere decir que en 2h, 3h, 4h, …, este auto recorre 200km, 300km, 400km, … respectivamente (*proposición y procedimiento*) al igual que el auto C, como puede apreciarse en el gráfico cartesiano que se expone en la consigna (*lenguaje y concepto*).

- A y C marchan a igual velocidad: 100km/h, mientras que B es más lento que ambos. Por otra parte, la distancia recorrida por D sigue la fórmula: $y = 120x$, donde "x" representa las horas transcurridas e "y" los kilómetros recorridos (*lenguaje y concepto*). Luego, en 1h, D recorrerá 120km (120x1 = 120 (*procedimiento*)), tratándose de una distancia mayor a la de los otros tres móviles en una hora, y como su velocidad es constante (*argumento*), es el más veloz.

Considerando que las relaciones entre el tiempo y los kilómetros recorridos por los autos pueden ser modelizadas por medio de una función de proporcionalidad directa (*concepto*), otros elementos de significado son factibles de emplearse para abordar esta situación. Así, interpretando los registros de representación de las funciones (*procedimiento y lenguaje*) o usando multiplicaciones, divisiones o regla de tres simple (*procedimientos*) se puede i) reducir a la unidad obteniendo la distancia recorrida por cada uno de los móviles en 1h (*concepto y procedimiento*) o, ii) determinar las constantes de proporcionalidad que son las velocidades de los cuatro móviles (*concepto)*. En ambos casos, la comparación (*procedimiento*) es suficiente para determinar el auto es más veloz, pues sus velocidades son constantes (*argumento*).

Funciones semióticas relevantes de la situación 2 del instrumento

FS	Objetos primarios vinculados
1, 2, 3, 4	Entre el lenguaje con el que se expresa cada función (coloquial, tabular, cartesiana y a través de una fórmula) y el procedimiento y argumento que involucra comparar velocidades.
5	Entre el procedimiento de duplicar, triplicar, etc. la distancia recorrida cuando se duplica, triplica, etc. la cantidad de tiempo y el argumento dado por la velocidad constante.
6	Entre procedimientos de reducción a la unidad y el argumento de la velocidad constante.
7	Entre los procedimientos de cálculo de la constante de proporcionalidad y el argumento que indica que la mayor constante indica la mayor velocidad.

Práctica institucional y configuración epistémica de la situación 3 del instrumento

a. El especialista (Ver Fig. 3) cobra \$8.000 por visita y \$3.500 por cada hora de trabajo (*lenguaje*), es decir, por 1h de trabajo cobra \$11.500 (*proposición*), pues 11.500= 3.500+8.000 (*procedimiento*). Así, por 2h ganará \$15.000 ($3.500 \cdot 2 + 8.000$) (procedimiento y proposición) dado que el dinero que cobra por hora de trabajo es constante y el que cobra por la visita es fijo. Si se duplica, triplica, etc. la cantidad de tiempo

Situación 3. Un especialista visita la producción de un determinado tipo de cultivo de un campo con el fin de aumentar las ganancias relacionadas con las ventas. Por dicha visita cobra \$8000 y por cada hora de trabajo cobra \$3500.

a. ¿Es cierto que si trabaja durante 7 horas deberá cobrar \$32.500?, ¿por qué?
b. ¿Si trabaja durante 72 horas, cuánto deberá cobrar? Explica tu respuesta.
c. ¿Cuántas horas debió trabajar si cobró \$95.500?

Figura 3 (Tercera situación problemática del instrumento) trabajado también se duplica, triplica, etc. la cantidad cobrada por hora, obteniendo la ganancia total al añadir los 8.000 correspondientes a la suma fija (*argumento y procedimiento*). Si el especialista trabaja 7h deberá cobrar 7 veces lo que cobraría por 1h de trabajo sumado el costo de la visita, es decir \$32.500 ($3.500 \cdot 7 + 8.000$) (*procedimiento y argumento*).

b. Si el experto trabajara durante 72h deberá cobrar 72 veces lo que lo haría por 1h de trabajo más la suma fija (*argumento*), esto es \$260.000 ($3.500 \cdot 72 + 8.000$) (*procedimiento*).

c. \$95.500 (*lenguaje*) cobró el especialista por cierta cantidad de horas trabajadas más la suma fija (*argumento*). \$87.500 es lo que cobró sin la suma fija ($95.500 - 8000$) (*procedimiento y argumento*). Luego, es necesario calcular el número de horas trabajadas, esto es buscar un número que multiplicado a 3.550 dé como resultado 87.500. Se trata del cociente de la división de 87.500 por 3.500 (*procedimiento y argumento*). Es decir, el experto trabajó 25h.

Otros elementos de significado resultarían de considerar la relación entre el total a cobrar y las horas trabajadas modelizada por: $3.500 \cdot x + 8.000 \ = y$ (*concepto y lenguaje*). Las consignas pueden resolverse al especializar una variable y, luego, obtener la otra, ya sea mediante cálculos o resolviendo una ecuación (*procedimiento*).

Funciones semióticas relevantes de la tercera consigna del instrumento

FS	Objetos primarios vinculados
1	Entre el procedimiento de multiplicar la ganancia por el número de horas de trabajo y el modelo de proporcionalidad asociado (argumento).
2	Entre el procedimiento de multiplicar la ganancia por el número de horas de trabajo más la suma fija y el argumento dado por el modelo lineal no proporcional.
3	Entre el procedimiento de deconstrucción del procedimiento usado para conocer la ganancia y el argumento que fundamenta conocer la cantidad de horas trabajadas basado en el contexto.
4	Entre dos conceptos, el de función y el de ecuación. Más precisamente, a través de un modelo funcional se obtiene la ganancia cuando se conoce la cantidad de horas trabajadas; mientras que, si el dato es la paga, averiguar las horas trabajadas involucra el modelo de una ecuación.

Conclusiones

Hemos llevado a cabo una parte del análisis a priori del instrumento que planificamos en la investigación, usando las herramientas del EOS Configuración epistémica y Función semiótica. A partir de las resoluciones de situaciones de funciones lineales del instrumento, las que desarrollamos procurando elaborar prácticas matemáticas relacionadas con las posibilidades de los estudiantes destinatarios, construimos las configuraciones epistémicas, herramientas que, junto con otras, formarán parte de la referencia institucional para llevar a cabo los análisis de las prácticas de los estudiantes, a los que se les suministrará tal instrumento.

En estas configuraciones hemos identificado los objetos matemáticos primarios involucrados en las prácticas desarrolladas y sus relaciones, lo que permite caracterizar la exhaustividad de la elección de las situaciones del instrumento teniendo en cuenta la propuesta de los NAP que incluye una gran variedad de objetos y significados.

La gran labor desarrollada en la identificación y diferenciación de estos objetos nos permitió valorar la importancia de disponer de una herramienta que promueva la elaboración de prácticas matemáticas completas como respuesta a una cuestión determinada. Específicamente, construir argumentos alrededor de procedimientos y proposiciones usuales en la escuela media no resulta una tarea sencilla, dado que los textos escolares de este nivel educativo no aportan demasiado.

La importancia de profundizar en la identificación de relaciones conceptuales, sutilmente plasmadas en las configuraciones epistémicas, nos hizo apreciar la necesidad de avanzar en el refinamiento del análisis a priori incorporando otra herramienta del EOS: la función semiótica.

Referencias bibliográficas

- Burgos, M. y Godino, J. D. (2020). Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad. Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria. *AIEM*, *18*, 1-20.
- D'amore, B.; Font, V. y Godino, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Paradigma, Maracay*, *28*, (2), 49-77.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 10, 7-37.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2020). El enfoque ontosemiótico: Implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 12 (2), 3-15.
- Ministerio de Educación de la República Argentina. (2011). *Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Ciclo Básico, Educación Secundaria*.

LA VALIDACIÓN EN UN LIBRO DE TEXTO DE SEGUNDO AÑO DE SECUNDARIA: CIRCUNFERENCIAS Y TRIÁNGULOS

Ana Mabel Gómez; María Florencia Cruz y Cecilia Laspina

Universidad Nacional del Litoral (UNL)

agomez@exa.unne.edu.ar

Categoría del trabajo: Reporte de investigación

Nivel educativo: Secundario

Palabras clave: Validación - Libros de texto - Quehacer matemático - Geometría

Resumen: En el presente trabajo focalizamos en el estudio de tareas de geometría propuestas en un libro de texto de educación secundaria en torno a la validación en el aula de matemática. Específicamente, analizamos tareas de un libro de primer año[1] de educación secundaria en los temas circunferencia y triángulos focalizando en los modos de validación que se promueven explícita e implícitamente en las mismas. Identificamos distintas actividades propias del quehacer matemático que se promueven en las tareas y también, tipos de pruebas. Señalamos que las tareas propuestas favorecen distintos aspectos de los modos de validar, y que el análisis realizado muestra qué cuestiones no se explicitan directamente en las tareas y pueden resultar relevantes con respecto a lo que se podría realizar en el aula por parte del alumnado, es decir, dependerá de la intervención docente si se busca avanzar de pruebas pragmáticas a pruebas intelectuales a partir de las tareas de este libro.

1. Introducción

El presente trabajo focaliza en el análisis de uno de los recursos de enseñanza más utilizado por

[1] diseñado para primer año de la educación secundaria, pero utilizado en segundo año en la provincia de Corrientes. Es por esto que hablaremos de libro de segundo año.

parte del profesorado en el aula de secundaria, los libros de texto (Cárcamo, 2012). Específicamente, estudiamos modos de validación que se promueven en tareas de geometría seleccionadas en un libro de texto que se utiliza en la educación secundaria obligatoria en Argentina en diversas escuelas. La validación es un aspecto importante en la investigación en educación matemática, tal como se señala en Hanna et al. (2019) y Cruz (2023). Asimismo, los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (NAP, 2011) señalan que el estudiantado debe ser capaz de producir e interpretar conjeturas y afirmaciones de carácter general y el análisis de su campo de validez, avanzando desde argumentaciones empíricas hacia otras más generales.

En la actualidad, es indiscutible la necesidad de enseñar geometría en los distintos niveles del sistema educativo, puesto que permite desarrollar ciertos modos de pensamiento y actuación particulares que otorgan un gran valor formativo para el estudiantado y que se diferencian de otros dominios de la matemática (Itzcovich, 2005). En sinergia, Quijano y Corica (2021) reflexionan específicamente en relación con este dominio. Tales autores sostienen que la geometría favorece el trabajo propio de la actividad matemática y promueve en el estudiantado la visualización, comunicación, el pensamiento crítico, la intuición y el razonamiento inductivo y deductivo, entre otros. Sin embargo, el desarrollo del dominio geométrico en Argentina en algunos casos posee menor presencia en la educación obligatoria que otros dominios (Cruz, 2023).

Teniendo en cuenta lo mencionado, en este trabajo buscamos responder a la siguiente pregunta: ¿qué tipos de actividades y modos de validación se promueven explícitamente en tareas de geometría de un libro de texto de primer año de la educación secundaria en la sección de circunferencias y triángulos? Se considera que este trabajo puede ser un aporte, dado que permite reflexionar con respecto a lo que se podría realizar en el aula a partir de lo que explícitamente se promueve o no con respecto a la validación en tareas del libro de texto.

2. Constructos teóricos que dan soporte al estudio

Itzcovich (2007) distingue actividades que están presentes en la resolución de una situación o enunciado (o tarea)[2] por parte de un alumno que está aprendiendo matemática y que son propias del quehacer matemático. Detallaremos algunas de ellas, que consideramos esenciales para nuestro estudio por encontrarse en estrecha relación con el desarrollo de la validación, a saber:

[2] En este estudio las palabras situación, enunciado o tarea se utilizan como sinónimos.

representación, elaboración de conjeturas, validación de las conjeturas y de los resultados, determinación de un dominio de validez y generalización.

Balacheff (2000) es reconocido en el ámbito internacional por sus aportes con respecto a la validación. Este autor, específicamente señala que la palabra razonamiento se emplea "para designar la actividad intelectual no completamente explícita que se ocupa de la manipulación de la información dada o adquirida, para producir una nueva información" (p.13). En este marco, señala que con procesos de validación se refiere a la actividad de razonar cuando (el razonamiento) tiene "como fin asegurarse de la validez de una proposición y, eventualmente, producir una explicación (una prueba o una demostración). (p.13)". Balacheff (2000) considera que la prueba es un tipo particular de validación y establece la diferencia entre pruebas pragmáticas e intelectuales. En este marco este autor hace referencia a las *pruebas pragmáticas* cuando recurren a un estudio empírico de la situación (experimentación o casos particulares), y llamaremos *pruebas intelectuales* a las pruebas que, separándose del estudio o contraste empírico, se apoyan en formulaciones de las propiedades en juego y de sus relaciones.

En este trabajo nos centraremos en las actividades del quehacer matemático vinculadas con validación en el sentido de Itzcovich (2007) y el uso de pruebas pragmáticas e intelectuales en el sentido de Balacheff (2000).

3. Aspectos Metodológicos

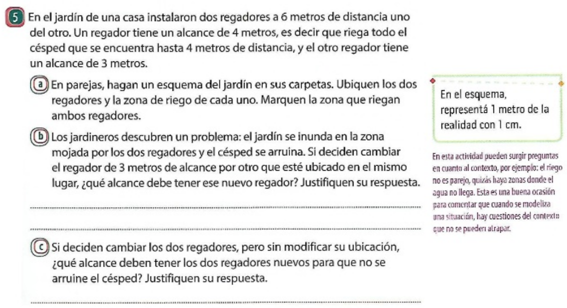
El presente estudio es cualitativo (Flick, 2012). En particular, un estudio de caso (Stake, 1998), en el que el caso es constituido por un libro de texto propuesto para primer año de secundaria en Argentina (Sessa, 2015). Este libro se titula "*Hacer Matemática 7-1*" y específicamente focalizamos en "*Capítulo 1: Circunferencias, círculos y triángulos*". Es considerado como un caso relevante a ser estudiado porque al realizar una encuesta a docentes de segundo año de educación secundaria de la provincia de Corrientes sobre qué libros utilizan para enseñar los contenidos de circunferencias y triángulos, resultó ser el de mayor frecuencia.

En las tareas analizadas con el fin de responder la pregunta de investigación planteada buscamos: observar, analizar, registrar y categorizar los modos en que las tareas presentes en los libros de texto permiten a los alumnos elaborar estrategias con el propósito de avanzar en esta actividad matemática en dicha etapa escolar.

En este trabajo, presentamos el análisis de dos de las tareas seleccionadas del capítulo del libro de texto, una tarea que propone un trabajo más empírico con circunferencias y círculos y otra tarea que promueve diversidad de modos de validar en el estudio con triángulos, y que a su vez, integra el estudio de la propiedad de desigualdad triangular. Es decir, las tareas seleccionadas para analizar involucran directa o indirectamente modos de validación.

4. Resultados

A continuación se presentan las tareas que se analizan:



5 En el jardín de una casa instalaron dos regadores a 6 metros de distancia uno del otro. Un regador tiene un alcance de 4 metros, es decir que riega todo el césped que se encuentra hasta 4 metros de distancia, y el otro regador tiene un alcance de 3 metros.

a) En parejas, hagan un esquema del jardín en sus carpetas. Ubiquen los dos regadores y la zona de riego de cada uno. Marquen la zona que riegan ambos regadores.

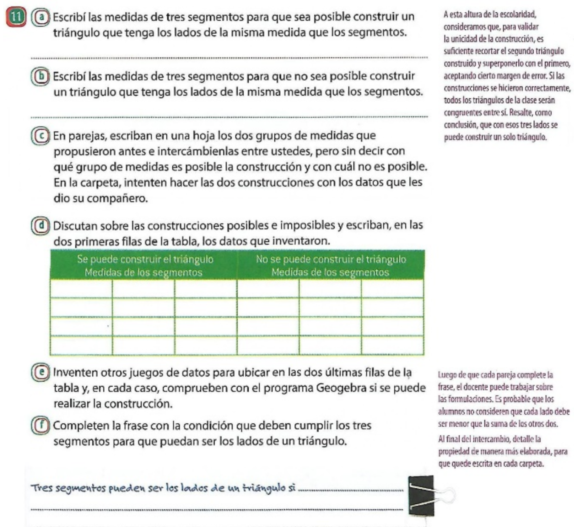
b) Los jardineros descubren un problema: el jardín se inunda en la zona mojada por los dos regadores y el césped se arruina. Si deciden cambiar el regador de 3 metros de alcance por otro que esté ubicado en el mismo lugar, ¿qué alcance debe tener ese nuevo regador? Justifiquen su respuesta.

c) Si deciden cambiar los dos regadores, pero sin modificar su ubicación, ¿qué alcance deben tener los dos regadores nuevos para que no se arruine el césped? Justifiquen su respuesta.

En el esquema, representá 1 metro de la realidad con 1 cm.

En esta actividad pueden surgir preguntas en cuanto al contexto, por ejemplo: el riego no es parejo, quizás haya zonas donde el agua no llega. Esta es una buena ocasión para comentar que cuando se modeliza una situación, hay cuestiones del contexto que no se pueden atrapar.

Figura 1: **Tarea 1**, correspondiente a la actividad 5 del Capítulo 1 del libro *Hacer Matemática 1*-2 p.11.



11 a) Escribí las medidas de tres segmentos para que sea posible construir un triángulo que tenga los lados de la misma medida que los segmentos.

b) Escribí las medidas de tres segmentos para que no sea posible construir un triángulo que tenga los lados de la misma medida que los segmentos.

c) En parejas, escriban en una hoja los dos grupos de medidas que propusieron antes e intercámbienlas entre ustedes, pero sin decir con qué grupo de medidas es posible la construcción y con cuál no es posible. En la carpeta, intenten hacer las dos construcciones con los datos que les dio su compañero.

d) Discutan sobre las construcciones posibles e imposibles y escriban, en las dos primeras filas de la tabla, los datos que inventaron.

Se puede construir el triángulo Medidas de los segmentos			No se puede construir el triángulo Medidas de los segmentos		

e) Inventen otros juegos de datos para ubicar en las dos últimas filas de la tabla y, en cada caso, comprueben con el programa Geogebra si se puede realizar la construcción.

f) Completen la frase con la condición que deben cumplir los tres segmentos para que puedan ser los lados de un triángulo.

Tres segmentos pueden ser los lados de un triángulo si ...

A esta altura de la escolaridad, consideramos que, para validar la unicidad de la construcción, es suficiente recortar el segundo triángulo construido y superponerlo con el primero, aceptando cierto margen de error. Si las construcciones se hicieron correctamente, todos los triángulos de la clase serán congruentes entre sí. Resalte, como conclusión, que con esos tres lados se puede construir un solo triángulo.

Luego de que cada pareja complete la frase, el docente puede trabajar sobre las formulaciones. Es probable que los alumnos no consideren que cada lado debe ser menor que la suma de los otros dos. Al final del intercambio, detalle la propiedad de manera más elaborada, para que quede escrita en cada carpeta.

Figura 2: **Tarea 2**, correspondiente a la actividad 11 del Capítulo 1 del libro *Hacer Matemática 1*-2, p.14-15.

En la Tabla 1 presentamos los resultados del estudio realizado.

Tabla 1. Análisis realizado de las dos tareas seleccionadas.

Tareas seleccionadas del Capítulo 1: Circunferencias, círculos y triángulos del libro de texto Hacer Matemática 1/7 (Sessa, 2015)		
		TAREA 1
Actividades del quehacer	**Exploración y representación**	La tarea **explícitamente solicita un esquema**, que será de apoyo para explicitar sus argumentos o explicaciones al momento de responder la tarea del ítem b) y c),

matemático Itzcovich (2007)	**Elaboración de conjeturas y validación de las conjeturas**	**Habilita** una explicación un poco más generalizada de la situación en el ítem c) que **permite la elaboración de una conjetura**, al momento de decidir el/los valores de los alcances de la zona de riego de los regadores.
	Dominio de validez	--
Pruebas Balacheff (2000)	**Pruebas Pragmáticas**	**Predomina la utilización de casos particulares**, de los objetos matemáticos que, a su vez, apoyados en los conceptos de circunferencia y círculo **permiten decidir cuáles son las nuevas condiciones que deben cumplir** esos radios para poder cubrir una zona de riego que no perjudique el césped.
	Pruebas Intelectuales	La **explicación** que propongan los alumnos aquí será establecida por los casos particulares estudiados anteriormente, que pueden **permitir al alumno explorar las propiedades de los objetos geométricos** circunferencia y círculo.
TAREA 2		
Actividades del quehacer matemático Itzcovich (2007)	**Exploración y representación**	**Propone a los alumnos que puedan delimitar medidas de segmentos** en los que se pueda y en los que no se pueda construir triángulos, para esta instancia
	Elaboración de conjeturas y validación de las conjeturas	En el ítem f) completen la frase “tres segmentos pueden ser lados de un triángulo si…” **apunta a que los alumnos elaboren una conjetura** (completa o incompleta) que está vinculada con la propiedad triangular del objeto matemático triángulo.
	Dominio de Validez	**Estudia** la determinación de un dominio de validez, en el ítem f) **se explicitan las condiciones a partir de las cuales una colección de objetos cumple una cierta propiedad.** (Luego, de haber completado otras tareas).
Pruebas Balacheff (2000)	**Pruebas Pragmáticas**	**Propone la búsqueda de diferentes valores de tres segmentos en los que se pueda o no construir un triángulo**, que serán constatados en algunos casos, por medio de dibujos. La validación aquí es del tipo empírica, (ítems a), b) y c).
	Pruebas intelectuales	—--

5. Conclusiones

Este estudio permitió identificar actividades propias del quehacer matemático vinculadas con la validación que se promueven en tareas de un libro de texto y si las tareas analizadas generan el desarrollo de pruebas pragmáticas o intelectuales. En el análisis realizado, observamos que las tareas promueven el trabajo con validaciones. Señalamos que con situaciones sencillas de exploración y observación se pueden profundizar en otros aspectos propios de la matemática, para un grupo de alumnos/as que está culminando la etapa de la escuela primaria o iniciando el primer año de la escuela secundaria, que admite conjugar con las primeras características del trabajo geométrico. Consideramos que las pruebas del tipo intelectuales, se puede constatar de mejor manera con el estudio de las producciones de los alumnos frente a este tipo de tareas. También, señalamos que sería de interés en futuros estudios, reflexionar con respecto a las intervenciones e interacciones que se podrían generar en el aula con el fin de potenciar el uso de pruebas intelectuales desde los primeros años de la educación obligatoria. Asimismo, destacamos que el análisis realizado puede resultar relevante para docentes que busquen promover la validación en el aula.

6. Referencias bibliográficas

Balacheff, N. (2000). *Procesos de pruebas en los alumnos de matemáticas.* Una empresa docente.

Cárcamo, D. (2012). *Uso de los Libros de Texto de matemática en el proceso de enseñanza: Un análisis de casos comparado.* Tegucigalpa: Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán.

Cruz, M. F. (2023). *Sentidos, validaciones y definiciones al interior de una vivencia de formación de futuras profesoras en matemática mediada por un escenario de modelización matemática en el contexto de una universidad pública argentina*. [tesis de doctorado, Universidad Nacional de Córdoba]. Repositorio Institucional Universidad Nacional de Córdoba. https://rdu.unc.edu.ar/handle/11086/548249

Flick, U (2012). *Introducción a la investigación cualitativa.* (3ª ed.). Morata. Hanna, G., Reid, D. y De Villiers, M. (Eds.) (2019). *Proof Technology in Mathematics Research and Teaching*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-28483-1

Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría*. Zorzal.

Itzcovich, H. (Coord.) (2007). *La matemática escolar: las prácticas de enseñanza en el aula.* Aique.

Ministerio de Educación Argentina. (2011). *Núcleos de aprendizajes prioritarios (NAP). Ciclo básico.* https://www.educ.ar/recursos/110570/nap-matematica-educacion-secundaria-ciclo-basic

Quijano, M y Corica, A. (2021). La enseñanza de la geometría en la escuela secundaria: análisis de un diseño curricular. *Revista de educación 12* (22), 405-419 https://fh.mdp.edu.ar/revistas/index.php/r_educ/article/view/4814

Sessa, C. (Coord.) (2015). *Hacer Matemática 1-2.* Estrada.

Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Morata.

UN PROBLEMA DINÁMICO PARA RELACIONAR CONCEPTOS DE GEOMETRÍA Y ANÁLISIS

Mauro Natale; Ana Paula Madrid; María Cecilia Papini; Débora Perez; Silvana Soria y Mariela Balcarce

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

natale.doc@gmail.com

Categoría del Trabajo: Reporte de Investigación

Nivel Educativo: Superior

Palabras Clave: Explorar, Conjeturar, Validar, GeoGebra.

Resumen:

Este trabajo se enmarca en el proyecto de investigación titulado "Producción de conocimientos matemáticos utilizando GeoGebra en aulas de nivel superior. Un estudio didáctico de procesos de exploración, conjetura y prueba en la resolución de problemas geométricos". Uno de los objetivos fundamentales del proyecto es ampliar y profundizar caracterizaciones de las potencialidades de ciertos problemas matemáticos para favorecer la exploración y la producción de conjeturas y de pruebas, incluyendo conocimientos matemáticos y sobre el programa GeoGebra en aulas de nivel superior.

En esta comunicación, compartimos las primeras etapas de diseño y análisis a priori de una propuesta para estudiar en aulas de nivel superior, que parte de un problema dado en contexto geométrico con un recurso de GeoGebra y busca relacionar algunos conceptos del análisis matemático y de la geometría. Nos interesa ofrecer a las y los estudiantes de este nivel oportunidades de explorar problemas cuyas resoluciones los invitan a producir estrategias nuevas y, a partir de ellas pensar, formular y validar conjeturas. En el seno de estas situaciones seguimos profundizando el estudio de la inclusión del programa GeoGebra.

INTRODUCCIÓN

Este trabajo se enmarca en el proyecto de investigación titulado "Producción de conocimientos matemáticos utilizando GeoGebra en aulas de nivel superior. Un estudio didáctico de procesos de exploración, conjetura y prueba en la resolución de problemas geométricos"[1]. Uno de los objetivos fundamentales del proyecto es ampliar y profundizar caracterizaciones de las potencialidades de ciertos problemas matemáticos para favorecer la exploración y la producción de conjeturas y de pruebas, incluyendo conocimientos matemáticos y sobre el programa GeoGebra en aulas de nivel superior.

En este marco nuestro grupo de investigación ha realizado un trayecto investigativo en el que diseñamos y estudiamos a priori una secuencia de problemas de geometría que integra el programa GeoGebra, realizamos la puesta en un aula universitaria y el registro de las escenas de clase, los posteriores análisis y, a partir de ellos, la reformulación de la propuesta. Se pueden encontrar más detalles de este proceso en las siguientes publicaciones: Natale y Papini, 2019; Papini y otros, 2022, 2023 a y b.

El recorrido anterior reafirma nuestro interés en continuar produciendo situaciones destinadas a clases de matemática del nivel superior. En el seno de estas situaciones estudiamos la inclusión de GeoGebra con uso "legítimo" (en términos de Artigue, 2007), como una herramienta para favorecer la producción de ideas diferentes de las que nos posibilita el lápiz y papel, especialmente a partir de la construcción de modelos dinámicos.

A su vez, el recorrido anterior nos plantea preguntas que nos impulsan a estudiar otros aspectos de las situaciones que estamos diseñando y que comunicamos en este trabajo. Nos proponemos relacionar algunos conceptos del análisis matemático y de la geometría mediante un problema dado en contexto geométrico. Esta idea surge a partir del análisis de la experiencia anterior y se centra en considerar la medida de un ángulo como una variable que se puede relacionar con otras en la situación problemática trabajada (Natale y Papini, 2019; Papini y otros, 2023b). Paralelamente, nos inspiran las investigaciones de Luna y Sessa (2023) en las que se vinculan dos variables, a partir de una situación geométrica dinámica y la relación entre dos vistas gráficas de GeoGebra. Retomamos ideas de estas investigaciones adaptándolas al nivel superior y a preguntas asociadas a nuestro recorrido.

MARCO TEÓRICO

Concebimos la clase como una comunidad que produce conocimientos matemáticos, a partir de la interacción de los alumnos con problemas que los enfrentan a rupturas respecto de los conocimientos que tienen en un cierto momento. Este trabajo matemático de los alumnos no

[1] Núcleo Educación en Ciencias con Tecnología (ECienTec), Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Acreditado por el Programa de Incentivos (03/C316, desde el 01-01-2021 al 31-12-2024). Dirigido por Mg. Cecilia Papini y codirigido por Dr. Mauro Natale.

sólo se realiza a nivel personal o individual, en la confrontación de cada alumno con una problemática que ofrece resistencias, sino también a nivel colectivo donde el grupo comparte preguntas, explica y discute procedimientos, argumenta en favor de su validez, acuerda y negocia significados con sus pares y con el docente (Brousseau, 2007; Sadovsky, 2005).

En el marco del proyecto de investigación estudiamos situaciones de enseñanza de la geometría desde una perspectiva que se plantea generar condiciones para que las y los estudiantes produzcan conocimientos geométricos superando aspectos perceptivos de las representaciones de los objetos, realizando inferencias y explicitando relaciones que se apoyan en los datos y las propiedades (Itzcovich, 2005). Consideramos "problemas geométricos" que favorezcan la exploración y producción de conjeturas, la puesta en juego de propiedades geométricas en las resoluciones, la diferenciación entre la representación y el objeto representado, la construcción de argumentos que se ocupen de la validez de las respuestas (Itzcovich y Murúa, 2016).

Recuperamos las ideas de Artigue (2007) para pensar el rol de las tecnologías digitales en los procesos de aprendizaje, nos resulta fructífero mirar estos procesos como génesis instrumentales, transformaciones de los objetos tecnológicos de artefactos a instrumentos y reconocer funciones pragmáticas y epistémicas de las herramientas.

DECISIONES METODOLÓGICAS

El proyecto de investigación en el que se encuadra esta comunicación se inserta en el campo de la Enseñanza de la Matemática. Nos proponemos estudiar procesos de enseñanza-aprendizaje de contenidos matemáticos, en contextos de aulas de nivel superior, en los que se integran las tecnologías como herramientas para la resolución de problemas y para la producción de conocimientos matemáticos a cargo de la comunidad de la clase.

Concretamente realizamos el diseño, estudios a priori, puesta en el aula y análisis a posteriori de secuencias de problemas destinadas a cursos de los primeros años de las carreras de la Fac. Cs. Exactas y del ISFDyT n° 10 de la ciudad de Tandil, instituciones que nos posibilitan el acceso a sus aulas. En estos espacios obtenemos la información empírica desde la que construimos la base documental de la investigación.

Realizamos registros de las escenas del aula durante la implementación de las propuestas de enseñanza y también registramos nuestras propias discusiones en el seno del grupo de investigación. Planeamos registros variados y complementarios para enriquecer y contrastar versiones distintas de un mismo proceso y luego validarlas mediante revisiones y triangulaciones (audios, videos de pantalla, toma de notas).

En este caso diseñamos una propuesta para explorar, en una primera instancia, en una clase de Análisis I (materia de 1° año de las carreras de Profesorado de Matemática, Licenciatura en Ciencias Matemáticas, Profesorado de Física, Licenciatura en Ciencias Físicas y Licenciatura en Tecnología Ambiental). Elegimos esta asignatura porque sus estudiantes pertenecen a las carreras Profesorado y Licenciatura en Matemática y porque también cursan Tópicos de Geometría. El problema que estudiamos integra contenidos de ambas materias y su puesta en el aula puede ser conducida por ambos docentes responsables que son parte de este grupo de investigación. En esta comunicación compartimos las primeras etapas de diseño y análisis a priori (Artigue, 1995) de la propuesta para estudiar en el aula, es decir, nos ocupamos de producir los problemas y realizar los análisis didácticos correspondientes.

SECUENCIA

Problema 1: Dada $\mathscr{C}$ una circunferencia con centro en A y radio 1, exploren el **modelo dinámico** moviendo el punto C. ¿Qué cambia y que no cambia al mover el punto C?

Problema 2:

a) ¿Qué valores puede tomar la variable "medida del ángulo a"?

b) ¿Qué valores puede tomar la variable "área del triángulo ABC"?

c) ¿Cuántos triángulos de área 1/2 se pueden formar? ¿Y de área 1/4?

Problema 3: En un gráfico cartesiano ubiquen algunos puntos que se correspondan con la relación área del triángulo ABC en función del ángulo a.

Para realizar las Actividades 4 y 5 es necesario que trabajes con el **nuevo modelo dinámico**.

Problema 4:

a) ¿Cuál será el valor aproximado del área del triángulo si a es un ángulo de 1/6 de giro? ¿Y si a es un ángulo de 2 radianes?

b) ¿Para qué valor aproximado del ángulo a, el área del triángulo es 1/4?

Problema 5: ¿Qué características tiene la relación entre el ángulo a y el área del triángulo ABC?

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE Y ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA SECUENCIA

Para trabajar la secuencia de problemas los alumnos se organizan en grupos de 2 o 3 participantes, disponen de una computadora con conexión a internet, papel y lápiz. El docente coordina tres espacios de debate colectivo (luego de trabajar con el problema 1, con los problemas 2-3 y con los problemas 4-5) para que los distintos grupos puedan compartir sus resoluciones, reflexionen sobre el trabajo realizado por los otros grupos, discutan sobre los procedimientos y/o argumentos presentados y realicen acuerdos.

El principal objetivo del problema 1 es que los alumnos identifiquen las variables involucradas en el modelo dinámico. A la hora de diseñar el recurso tomamos decisiones para favorecer la exploración: no escribimos textos con la longitud de AB y AC; la etiqueta del ángulo no contiene su medida sino sólo el nombre; en la configuración de la unidad angular (unidad en la que se muestra el valor de los ángulos) elegimos "Grados"; en la configuración del redondeo elegimos "2 cifras decimales".

Si bien esperamos que la mayoría de los grupos identifiquen las variables o los invariantes, es posible que no argumenten sus respuestas. Por esta razón asumimos el espacio de debate colectivo como una oportunidad para indagar sobre estos argumentos, favorecer instancias de duda sobre las observaciones y procesos de escritura de los argumentos. Por ejemplo: ¿Por qué afirman que el perímetro y el área varían? También proponemos que el docente introduzca la posibilidad de reflexionar sobre respuestas que anticipamos y que no hayan surgido en los grupos de estudiantes.

A partir de la reflexión colectiva esperamos acordar con las y los estudiantes distintos pares de variables que se pueden poner en relación y contarles que en los siguientes problemas nos proponemos estudiar la relación entre la medida del ángulo a y el área del triángulo ABC.

Los problemas 2 y 3 tienen como objetivos principales identificar y caracterizar las variaciones de la medida del ángulo a y del área del triángulo para considerarlas como magnitudes variables, así como también comenzar a caracterizar la relación entre ambas a partir de algunos casos particulares. Las estrategias de resolución pueden ser las siguientes:

- Utilizar las herramientas Ángulo y Área de GeoGebra para mostrar en pantalla una aproximación (redondeo a 2 decimales) de las medidas buscadas, y a partir de mover el punto C en el modelo obtener conclusiones de manera visual. Esta situación resulta una oportunidad para reflexionar sobre los límites del programa.
- Considerar como base a AB y construir la altura correspondiente. Luego utilizar argumentos geométricos (ej: triángulos con bases y alturas congruentes tienen el mismo área) para obtener condiciones para la altura que permitan responder las preguntas.
- Obtener una expresión algebraica para calcular el área del triángulo ABC que dependa del ángulo a, y luego utilizarla para responder las distintas preguntas. Dependiendo del procedimiento que se utilice para calcular el área del triángulo, se obtendrán expresiones distintas pero equivalentes. Esta situación resulta una oportunidad para reflexionar sobre cómo determinar si dos expresiones son equivalentes.

Respecto del armado del gráfico cartesiano para ubicar los puntos, puede surgir en los grupos la inquietud de qué unidad de medida utilizar para representar los valores de la variable ángulo a. Es posible que inicialmente utilicen el sistema sexagesimal. Esta situación nos resulta interesante para reflexionar sobre los distintos sistemas de medición de ángulos y sobre las decisiones que se deben tomar en el armado de un gráfico cartesiano.

El objetivo de los problemas 4 y 5 es obtener características de la relación entre las variables "medida del ángulo a" y "área del triángulo ABC", y analizar cuáles de estas definen a la relación. El recurso entregado tiene visible dos vistas gráficas: en la vista 1 está el modelo dinámico con el que venían trabajando; en la vista 2 se presenta un par de ejes cartesianos y un punto cuya etiqueta son sus coordenadas (este punto se construyó desde la barra de entrada cómo (a,Área(ABC)). Es importante notar que los elementos de las distintas vistas se relacionan, por lo que al mover el punto C de la vista 1 se moverá el punto de la vista 2.

Es posible que las y los estudiantes caractericen la relación teniendo en cuenta sus experiencias previas: si la relación es una función, cuál es su dominio e imagen, en qué intervalos crece-decrece, si tiene máximos y/o mínimos, cuáles son los conjuntos de positividad y negatividad, si es periódica, continua, derivable, entre otras. También es posible que se propongan representar la función mediante una expresión algebraica. Como mencionamos antes se pueden obtener distintas expresiones, todas equivalentes. A partir de la puesta en común y reflexión sobre las distintas producciones, nos proponemos trabajar sobre la equivalencia de estas expresiones. Respecto de todo el proceso de caracterización, pretendemos discutir cuándo una caracterización alcanza el status de definición y cuál es la importancia de las demás características.

REFLEXIONES FINALES

Como ya expresamos, en este trabajo comunicamos las etapas de diseño y análisis a priori de una propuesta para estudiar en aulas de nivel superior, se trata de una secuencia de problemas que busca relacionar algunos conceptos del análisis matemático y de la geometría. Al mismo tiempo damos continuidad a nuestra investigación porque seguimos estudiando problemas cuyas resoluciones invitan a producir estrategias nuevas y, a partir de ellas pensar, formular y validar conjeturas. En el seno de estas situaciones seguimos profundizando el estudio de la integración del programa GeoGebra utilizando recursos dinámicos.

Durante el mes de junio de este año 2024 trabajamos con la secuencia de problemas en un aula de matemática de primer año de la universidad, el resto del año nos dedicaremos a estudiar esta primera exploración a partir de los registros que hicimos de esta experiencia.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 33-60). Iberoamérica.

Artigue, M. (2007). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental. En *Memorias de la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (pp. 9-21). México: Edebé Ediciones Internacionales.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas*. (D. Fregona, Trad.). Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Itzcovich, H., & Murúa, R. (2018). GeoGebra: "nuevas" preguntas sobre "viejas" tareas. *Yupana*, 10, 71-85.

Luna, J. P., & Sessa, C. (Coord.). (2023). *Figuras geométricas dinámicas para el abordaje de la noción de función: GeoGebra en el aula de la escuela secundaria*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: UNIPE: Editorial Universitaria; Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura – OEI.

Natale, M., & Papini, C. (2019). Producir geometría con GeoGebra. Una experiencia colaborativa en el nivel universitario. En *Actas V Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales*. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, Universidad Nacional de La Plata.

Papini, C., Natale, M., Soria, S., Balcarce, M., & Madrid, A. P. (2022). Producción de conocimientos matemáticos utilizando GeoGebra en aulas de nivel superior. Un estudio didáctico de procesos de exploración, conjetura y prueba en la resolución de problemas geométricos. En *Libro VII Encuentro de Investigadores de la Patagonia Austral*. Universidad Nacional de la Patagonia Austral.

Papini, M. C., Natale, M., Madrid, A. P., Soria, S., & Balcarce, M. (2023a). Una experiencia de geometría en el nivel superior para explorar, modelizar y validar. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 12(3), 005-016.

Papini, M. C., Natale, M., Madrid, A. P., Soria, S., & Balcarce, M. (2023b). Un problema y dos tareas productivas para trabajar geometría con GeoGebra en un aula de nivel superior. En *Actas V Jornadas de Enseñanza e Investigación en el Campo de las Ciencias Exactas y Naturales*. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, UNLP.

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

ANÁLISIS DE ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

Myriam Nuñez; Judith Montenegro Brusotti; Ayelén Catani; Paula Zambianchi y Matías Camalet-Le Noble

Facultad de Farmacia y Bioquímica, Universidad de Buenos Aires (UBA)

myriam@ffyb.uba.ar

Categoría del Trabajo: Reporte de investigación

Nivel Educativo: Superior universitario

Palabras claves: universidad, errores, obstáculos, ecuaciones diferenciales ordinarias

Resumen: Es de público conocimiento que la educación en contexto de pandemia ha dejado una gran huella en las trayectorias educativas de los estudiantes de todos los niveles educativos (Antropoulos y Huarte, 2022; Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia, 2022; Observatorio Argentinos por la Educación, 2020; Observatorio en Educación, Ciencia y Tecnología, 2023).

Teniendo en cuenta esta problemática y registrando una disminución en el rendimiento de los estudiantes que cursan la asignatura Matemática de las carreras de Farmacia y Bioquímica de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad de Buenos Aires se decidió analizar, dentro del marco de la socioepistemología, las resoluciones y los errores cometidos por los estudiantes en el ejercicio de ecuaciones diferenciales ordinarias de los segundos parciales correspondientes a los primeros y segundos cuatrimestres de los años 2019 y 2022.

Esto permitirá ampliar la mirada para identificar los obstáculos que aparecen en la resolución del tema correspondiente y realizar modificaciones en el dictado de la asignatura logrando así enriquecer las prácticas con el objetivo de que los aprendizajes resulten significativos para los estudiantes en su formación académica.

Introducción

En el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias se identifican un conjunto de obstáculos que problematizan la comprensión y el aprendizaje de este nuevo saber (García Romero, Arcia Oliveros y otros, 2021). Dichos obstáculos tienen fuerte vínculo, en la mayoría de los casos, con la calidad de la formación que se ha visto perjudicada durante la emergencia sanitaria en el 2020 y los años posteriores, lo cual influyó en el conocimiento de los saberes previos con el que los estudiantes ingresan al nivel superior.

En este sentido, este trabajo tiene la intención de realizar un análisis cualitativo y comparativo de las resoluciones desarrolladas y errores cometidos por los estudiantes debido a que se ha registrado una baja en el rendimiento del año 2022, luego de retomar las clases presenciales. Específicamente, el análisis se realiza sobre el tema *ecuaciones diferenciales ordinarias* en los exámenes parciales de ambos cuatrimestres del año 2019 (previo a la pandemia) y 2022 (posterior a la pandemia).

Este tema forma parte de la asignatura Matemática que se dicta en el tercer cuatrimestre de las carreras de Farmacia y de Bioquímica de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad de Buenos Aires y tiene una carga de 7 horas semanales. Esta asignatura cuatrimestral puede ser cursada luego de haber aprobado Matemática 51 (correspondiente a carreras de ciencias de la salud), materia que corresponde al Ciclo Básico Común (CBC), lo que supone que los estudiantes ya poseen saberes previos en relación con diferentes temáticas del análisis matemático. La asignatura se dicta en ambos cuatrimestres en los cuales se da una gran similitud en la población de estudiantes siendo que es más frecuente que la población del segundo cuatrimestre esté integrada gran parte por recursantes.

Los temas que abarcan los contenidos de ecuaciones diferenciales ordinarias son ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, particularmente de variables separables, lineal y exacta, y ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden a coeficientes constantes.

Realizar este tipo de análisis permitirá identificar los obstáculos que aparecen en la resolución del tema correspondiente y realizar modificaciones en el dictado de la asignatura logrando así enriquecer las prácticas con el objetivo de que los aprendizajes resulten significativos para los estudiantes en su formación académica, más específicamente para carreras en donde las asignaturas de matemática son centrales para continuar con las diferentes asignaturas comprendidas en la currícula de las carreras. Resulta adecuado realizar este análisis observando los aspectos contextuales del espacio que ocupa la matemática en la formación y así redimensionar el saber que se está impartiendo (Cantoral, 2013).

Objetivos y metodología

Teniendo en cuenta que, al finalizar la cursada, se espera que los estudiantes puedan reconocer el tipo de ecuación diferencial ordinaria, identifiquen sus características para seleccionar el método adecuado de resolución, desarrollarlo y hallar la solución general de la misma, se realizó un análisis sistémico enfatizando en los errores cometidos por los estudiantes.

Como mencionamos anteriormente, este trabajo pretende analizar las resoluciones de los ejercicios que involucran ecuaciones de primer y segundo orden, con el objetivo de identificar, diferenciar, caracterizar y categorizar los errores que se presentan en su resolución.

Para lograr dicho objetivo, las acciones concretas que se realizaron fueron:

- Analizar cualitativamente las resoluciones realizadas por los estudiantes en los ejercicios ya mencionados. Los exámenes analizados corresponden al primer y segundo cuatrimestre del año 2019 (n = 259 y n = 263 respectivamente) y al primer y segundo cuatrimestre del año 2022 (n = 435 y n = 334 respectivamente).
- Comparar los resultados obtenidos de los años analizados.

Para profundizar el estudio se consideró realizar una distinción en el análisis entre las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer y segundo orden. Sin embargo, para ambos tipos de ecuaciones se analizaron errores algebraicos referidos al despeje, al cálculo de derivadas, al cálculo de integrales (en su planteo, omisión de la constante de integración y errores de integración).

Respecto de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden se observaron errores tanto en la elección del método de resolución, como en el desarrollo de éste y en el planteo de la solución general.

Por otro lado, los errores detectados con respecto a ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden fueron el planteo del polinomio característico, el planteo de la solución homogénea (particularmente en su nomenclatura y en la independencia lineal de las soluciones del polinomio característico), el planteo de la solución particular (por no respetar la estructura de la solución según la ecuación dada, por no considerar que esta solución y la homogénea deben ser linealmente independientes y por el empleo de otra función para hallarla) y el planteo de la solución general.

A partir de los datos recolectados se realizó un análisis descriptivo de las variables intervinientes y, con el fin de comparar los resultados obtenidos de los años analizados, se aplicaron las pruebas de Chi - Cuadrado y de Diferencia de Proporciones. Se utilizó el paquete estadístico InfoStat Versión 2020. Se consideró la existencia de diferencias significativas para un p-valor < 0,05.

Resultados y análisis

Del análisis realizado se pudo observar que tanto en el año 2019 como en el primer cuatrimestre del año 2022 hubo una mayor cantidad de estudiantes que realizaron el ejercicio del examen parcial correspondiente a ecuaciones diferenciales ordinarias a diferencia del segundo cuatrimestre del año 2022, como se observa en la Gráfico 1.

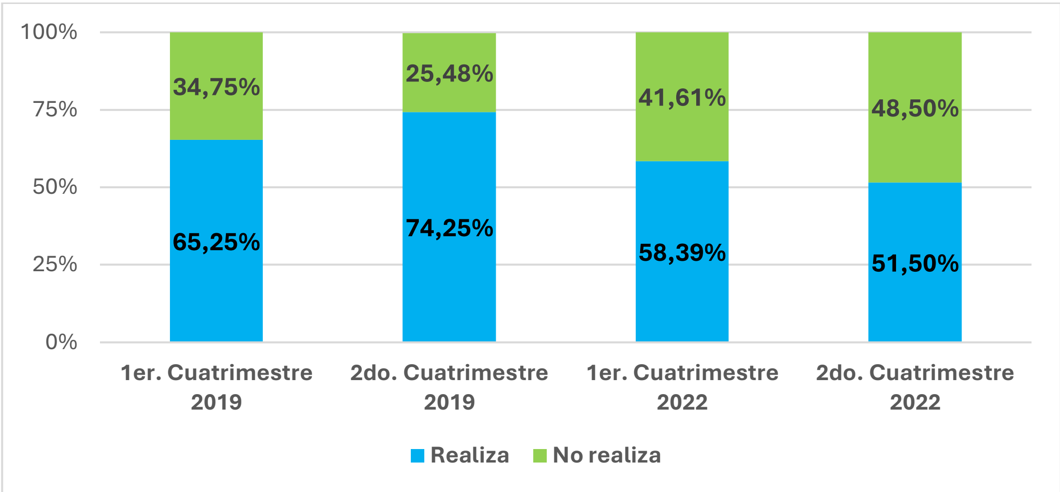


Gráfico 1: Desempeño general de los estudiantes.

Al aplicar la prueba de Chi – Cuadrado para comparar los primeros y los segundos cuatrimestres de 2019 y 2022, se hallaron diferencias significativas únicamente entre los segundos cuatrimestres analizados (p < 0,0001).

Este análisis evidencia que la cantidad de estudiantes que realizó el ejercicio analizado disminuyó significativamente en 2022 respecto de 2019. Estos resultados fundamentan las razones detrás de esta investigación.

Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

Los exámenes analizados corresponden al año 2022. Se pudo observar un aumento en el porcentaje de los ejercicios que realizaron los estudiantes cuya resolución fue regular, como así también los que lo hicieron de forma incorrecta. Asimismo, se comprobó una disminución en los ejercicios realizados correctamente de los parciales del segundo cuatrimestre respecto de los del primer cuatrimestre, como puede observarse en la Tabla 1. Cabe aclarar que al aplicar la Prueba de Diferencia de Proporciones no hubo evidencia suficiente que indique diferencias entre los porcentajes.

	Bien	Mal	Regular	Error más frecuente	Segundo error más frecuente
1er. Cuatrimestre 2022	26,77% (n = 68)	29,53% (n = 75)	43,70% (n = 111)	Planteo de la solución general (n = 146)	Errores algebraicos (n = 132)
2do. Cuatrimestre 2022	14,53% (n = 25)	33,72% (n = 58)	51,74% (n = 89)	Planteo de la solución general (n = 126)	Errores algebraicos (n = 101)

Tabla 1. Errores frecuentes de los estudiantes en la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

Ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden

Los exámenes analizados corresponden al año 2019. Se observó un aumento en los ejercicios realizados correctamente de los parciales del segundo cuatrimestre respecto de los del primer cuatrimestre. Sin embargo, se comprobó una disminución en el porcentaje de los ejercicios que realizaron los estudiantes cuya resolución fue regular, como así también en los que lo hicieron de forma incorrecta, como puede observarse en la Tabla 2. Cabe aclarar que al aplicar la Prueba de Diferencia de Proporciones no hubo evidencia suficiente que indicara diferencias entre los porcentajes.

	Bien	Mal	Regular	Error más frecuente	Segundo error más frecuente
1er. Cuatrimestre 2019	34,32% (n = 58)	2,37% (n = 4)	63,31% (n = 107)	Planteo de la solución general (n = 99)	Errores algebraicos (n = 63)
2do. Cuatrimestre 2019	40,82% (n = 80)	2,04% (n = 4)	57,14% (n = 112)	Planteo de la solución general (n = 71)	Planteo de la solución particular (n = 70)

Tabla 2. Errores frecuentes de los estudiantes en la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden.

Conclusiones

De lo analizado se puede decir que existen indicios que evidencian que la pandemia influyó en el rendimiento académico de los estudiantes. La primera evidencia de esto, la cual impulsó este estudio, fue la disminución en la realización del ejercicio propuesto.

Asimismo, se observó que, aunque el error más frecuente fue el planteamiento de la solución general, este problema está relacionado principalmente con errores algebraicos. Aunque tales errores no forman parte del contenido específico del programa de la asignatura mencionada, se proporcionan a los estudiantes las herramientas necesarias para corregirlos. En este sentido, no se observaron mayores dificultades en cuanto al desarrollo de los métodos de resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Frente a este análisis se concluye que, para futuras cursadas, en las clases prácticas (donde se ofrecen espacios de ejercitación) se debe hacer mayor observación de las resoluciones de los estudiantes con la finalidad de reforzar los procedimientos que éstos utilizan, captando los errores conceptuales, y, por otro lado, realizar las modificaciones correspondientes en la guía de trabajos con la finalidad de enriquecer los aprendizajes de los estudiantes.

Bibliografía

Antropoulos, A. y Huarte, J. (2022). Continuidad educativa durante la pandemia en Argentina. *Revista de Ciencias Sociales 35*(51), 107-130. https://doi.org/10.26489/rvs.v35i51.5

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa.* Gedisa.

Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia (2022). El Impacto de la Pandemia COVID-19 en la Educación de Niñas, Niños y Adolescentes. Encuesta de Percepción y Actitudes de la Población, https://acortar.link/WSM9RM

García Romero, T., Arcia Oliveros, E., Meza Pallares, D., Pertuz Rincón, J. (2021). Obstáculos epistemológicos en la resolución de problemas de libros de textos de ecuaciones diferenciales ordinarias. *Revista Boletín REDIPE 10*(9), 430 - 458.

Mena, A. Mena, J. Montoya, E. Morales, A. Parraguez, M. (2015). El obstáculo epistemológico del infinito actual: Persistencia, resistencia y categorías de análisis. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 18*(3), 329 - 330 (p. 329). https://doi.org/10.12802/relime.13.1832

Milevicich, L. (2008). La enseñanza y aprendizaje del cálculo integral en el contexto de primer año de la universidad. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 21*, 339 - 349.

Moreno, N., Torres, R. y Zuñiga, S. (2019). Enseñanza de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer grado mediante mapas conceptuales híbridos. *Innovación e Investigación en Matemática Educativa 4*(1).

Observatorio Argentinos por la Educación (2020). La educación argentina durante la pandemia de COVID-19. Análisis comparado entre educación pública y educación privada en contexto de COVID-19, https://acortar.link/3SqDI4

Observatorio en Educación, Ciencia y Tecnología (2023). Percepciones de la Educación Argentina. IGEDECO UBA, https://acortar.link/A3X5LN

Túregano Moratall, P. (1998). Del área a la integral. Un estudio en el contexto educativo. *Enseñanza de las ciencias, 16*(2), 233 – 249.

ESTUDIO DE LA RELACIÓN ENTRE LA ESCRITURA EPISTÉMICA Y EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN LA UNIVERSIDAD

Ana Clara Torelli; Roxana, Pagano; Vanina Martinez; Anabela Erni y Lidia Colabelli

Universidad Nacional de Luján

anaclaratorelli@gmail.com

Categoría de trabajo: Reporte de investigación

Palabras claves: Escritura epistémica, Secuencia didáctica, Ingeniería didáctica, Trabajo colaborativo.

Resumen:

Este trabajo de investigación propone a través de una propuesta de enseñanza, estudiar la importancia de la relación entre la *escritura epistémica* y el razonamiento matemático en la asignatura Matemática General en la Ingeniería Agronómica de la Universidad Nacional de Luján, donde los docentes reflexionan sobre la propia actividad de enseñanza, tratando de buscar mejores condiciones que favorezcan el aprendizaje, con la intención de evitar la deserción y mejorar porcentajes de aprobación, pudiendo aportar también al campo de la didáctica del nivel superior, al producir conceptualizaciones que pudieran comunicarse a otros docentes como herramientas para el trabajo del aula.

Se reflexiona sobre la complejidad de las situaciones de enseñanza realizando un estudio cualitativo, exploratorio, con un trabajo de campo a partir del diseño, análisis e implementación de *secuencias didácticas* sobre la derivada de funciones, haciendo foco en la fundamentación que deben realizar los estudiantes para resolverla.

En dicha secuencia se intercalan situaciones de escritura para explicitar, argumentar y justificar lo aprendido, ya sea individualmente o grupalmente en el marco de la institucionalización, donde la *evaluación formativa* pone la mirada en la revisión de la *secuencia*, como un proceso retroalimentado por la identificación de aquellas cuestiones que serían pasibles de incluir.

1. Introducción

El ingreso a la vida universitaria implica para los jóvenes un cambio sustancial en muchos órdenes de la vida, y las acciones encaminadas a prevenir, acompañar, orientar y contener a los estudiantes en este período revisten una importancia fundamental.

Consideramos que para producir un cambio real en las posibilidades de aprender de los estudiantes, es necesario hacer foco en la propuesta de enseñanza áulica, en las clases habituales de las asignaturas, en especial las del primer año. Surge así la idea del diseño, implementación y análisis de situaciones de enseñanza concretas en la asignatura Matemática General de la Carrera Ingeniería Agronómica, que apunten a modificar el *contrato didáctico* en la clase (Brousseau (1994), Chevallard (1997) y Barreiro (2012), utilizando la metodología aplicada en la *Ingeniería Didáctica*, desarrollada por numerosos investigadores (Brousseau (1986), Artigue (1995), Perrin (2009) y Carnelli, (2012) entre otros), la cual ofrece modos de validación de la propuesta de investigación. Se plantean situaciones, en las que se propone el abordaje de algunos contenidos de la asignatura, no desde el enfoque tradicional, sino a partir de proponer a los alumnos otros elementos que les permitan pensar nuevas relaciones para llegar a esos conceptos, problematizando los contenidos y modelizando el conocimiento a través de situaciones de enseñanza donde se debe explicitar, argumentar y justificar los desarrollos realizados en las situaciones presentadas.

Se trata de instituir y construir un sentido del conocimiento matemático, logrando a través de un trabajo satisfactorio, acortar las distancias entre las expectativas esperadas y las experiencias educativas de los estudiantes, en las que ellos puedan apropiarse del conocimiento. Se intenta contribuir a que construyan una imagen valorizada de sí mismos, que recuperen el deseo de aprender y se involucren en este trabajo.

La derivada es el contenido en el que se implementa la propuesta didáctica utilizando el proceso de enseñanza-aprendizaje que es la *modelización* (Segal, 2008), donde se toman situaciones sencillas de la realidad y la relacionaremos con sistemas teóricos-matemáticos para poder producir conocimientos nuevos, interpretar, estimar y predecir resultados y conclusiones. El análisis de registros, apoyado en cuestiones relevantes, permite inferir sobre los resultados y obtener conclusiones y mejorar la propuesta.

2. Objetivos del trabajo de investigación

Diseñar, implementar y analizar una propuesta didáctica, que incluye una *secuencia didáctica* y una evaluación formativa, que ayude a los estudiantes a aprender y a estudiar los contenidos más significativos, haciendo foco en la fundamentación que deben realizar los estudiantes para resolver las actividades propuestas donde encuentran situaciones de escritura para explicitar, argumentar y justificar lo aprendido, trabajando grupalmente y colaborativamente.

3. Hipótesis

Se plantean las siguientes hipótesis de investigación:

- La elaboración de una propuesta didáctica, en este caso sobre el concepto de derivada, con situaciones de escritura para explicitar, argumentar y justificar lo aprendido, centrada en el *aprendizaje colaborativo* entre pares y que apunte a modificar el *contrato didáctico* en la clase, favorece la comprensión de los conceptos, disminuyendo la deserción y mejorando el porcentaje de aprobación de la asignatura Matemática General de la Carrera de Ingeniería Agronómica.

4. La *evaluación formativa* como parte constitutiva de la propuesta, con la mirada puesta en la revisión de la *secuencia* permite realizar modificaciones a la misma para obtener mejores logros.

4. Características y diseño de la investigación

Se propone una metodología de trabajo grupal y colaborativo entre estudiantes que ocupa un lugar prestigioso, que busca promover la autonomía en la construcción del conocimiento, centrada en la actividad intelectual del estudiante. Se pone la mirada en el comportamiento de los estudiantes frente a esta nueva propuesta y se observa la manera en que se involucran.

Estos cambios metodológicos requieren repensar la modalidad de evaluación. La evaluación de los aprendizajes debe estar en relación con las condiciones generadas en el desarrollo de las clases y se la debe ubicar como parte de un proceso complejo guardando consistencia con una propuesta para la enseñanza y el aprendizaje de la disciplina, centrada en sus aspectos conceptuales. Esta *evaluación formativa* responde más directamente a una función pedagógica, en tanto las informaciones que provee sirven para tomar decisiones sobre la enseñanza. *"Aporta información útil para la adaptación de las actividades de enseñanza y aprendizaje a las necesidades del alumnado y de este modo mejorar la calidad de la enseñanza en general. Se inserta en el proceso de formación, ya sea en el inicio, durante él o al final pero siempre con la finalidad de mejorar el aprendizaje cuando aún se está a tiempo"* (Jorba y Sanmartí, 2000).

Se realizó el análisis preliminar: el análisis epistemológico del contenido derivada, en el análisis didáctico se investigaron las propuestas de enseñanza del concepto de derivada y de razonamiento matemático en distintos trabajos de investigación y en el análisis cognitivo se describen las características de los estudiantes del curso a partir de la información de evaluaciones y trabajos previos con los mismos y de la experiencia del docente a cargo.

En el análisis a priori se diseñó la propuesta didáctica, que parte de situaciones problemáticas que le permiten al estudiante observar la necesidad de introducir un nuevo concepto para su resolución. El concepto de derivada resulta central para encarar contenidos de distintas asignaturas de su carrera.

En el diseño se consideran distintas situaciones:

- Se pone foco en situaciones donde los estudiantes deban explicar, argumentar o justificar los procedimientos de resolución.
- Se centra en la preocupación por lograr la *participación* de los estudiantes, individual pero sobre todo grupal. Todas las actividades propuestas se realizan en grupos de 3 o 4 alumnos. Se pone el enfoque sobre los procesos de aprendizaje que otorgan un valor central a la confrontación de las ideas como motor esencial de la construcción del conocimiento; por eso se propone un *aprendizaje colaborativo*, para que los estudiantes puedan progresivamente *apropiarse, utilizar y transmitir* los conceptos matemáticos. Por lo mencionado anteriormente, se considera que esto tiene posibilidades de ocurrir en interacción con el otro.
- Se busca en cada propuesta provocar la discusión entre los estudiantes como insumo para el desarrollo de la clase, lo cual obliga a pensar para cada actividad las distintas posibilidades de resolución que pueden aparecer, y así *anticiparse* y no desviarse del objetivo.
- En la tarea de diseño se tomará en cuenta permanentemente las características de los estudiantes a los que va a ser dirigida, lo cual puede llevar a intentar varias reformulaciones de acuerdo a los contenidos que los estudiantes no posean o no recuerden, y que muchas veces se supone que se cuenta con ellos.
- Se tendrá en cuenta los tiempos asignados para la propuesta y no perder de vista el cumplimiento del programa, que siempre es un conflicto que el docente universitario enfrenta.
- La propuesta de evaluación en proceso, reconoce la relación entre el modelo de enseñanza y las posibilidades de conocer los efectos en el aprendizaje. Se diseñan y analizan trabajos prácticos individuales y grupales con posibilidad de re entrega, evaluaciones grupales e individuales con una devolución detallada de las correcciones y a veces con instancias orales.

En la fase de experimentación, la propuesta didáctica se implementa llevando un registro de seguimiento de los estudiantes y se realizan entrevistas a los estudiantes con el objeto de

conocer sus puntos de vista sobre la propuesta, esto nos lleva a la confrontación entre lo planificado y lo observado durante la implementación y las producciones de los estudiantes.
La propuesta se implementó en 2023 y en el análisis a posteriori, se están realizando las modificaciones de mejora para volver a implementarla este año.

5. Primeras Conclusiones:

Los estudiantes manifestaron una buena predisposición en el aula, aunque el ritmo de producción fue lento y el trabajo grupal, en algunos grupos todavía puede mejorar.
La posición como docente llevó a no quedarnos con las respuestas concretas de los estudiantes y se concibió, en general, modos de intervenir que dieron lugar a la aparición de distintas posturas, interpretaciones o resultados que fueron sometidos al debate y a las argumentaciones.
Se observa un progresivo avance en la forma en que explican, argumentan y justifican sus procesos de resolución. Consideramos que en el análisis a posteriori, con las entregas escritas de algunos ejercicios, los trabajos prácticos obligatorios y evaluaciones grupales e individuales, vamos a poder realizar una mejor observación de sus progresos.
La instalación de esta modalidad, permitió al docente recorrer los grupos, escuchar y entender mejor los alcances y las dificultades que la secuencia ofreció, para mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje.
Creemos que es un camino a seguir construyendo, para disminuir la deserción y mejorar la aprobación de la asignatura y evitar el abandono de la misma.

Bibliografía

- Acero, F. (2019). Enseñar a leer y escribir matemática en ingeniería. Anuario Digital De Investigación Educativa, (24). Disponible en:
http://revistas.bibdigital.uccor.edu.ar/index.php/adiv/article/view/3815
- Artigue, M. (1995) Ingeniería Didáctica en: Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Grupo Editor Iberoamérica. Bogotá.
- Brousseau, G. (1986). La théorisation des phénomènes d'enseignement des Mathématiques. Tesis, Burdeos I.
- Brousseau, G (1986) Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática. Facultad de Matemática, Astronomía y Física. Universidad de Córdoba.
- Brousseau, G (1994) Los diferentes roles del maestro en: Didáctica de la Matemática (comp. Cecilia Parra e Irma Saiz). Buenos Aires, Paidós

- Bustamante Santos, A. Lenguaje, escritura y conceptualización matemática. Programa Doctorado en Investigación Educativa de la Universidad Veracruzana. Disponible: https://www.uv.mx/pdie/files/2013/06/Tesis-Javier-Bustamante-Santos.pdf

- Chevallard, I. y otros (1997) Estudiar matemáticas. ICE- Horsori, Barcelona.

- Coll, C. (1984) Estructura grupal, interacción entre alumnos y aprendizaje escolar. En Infancia y Aprendizaje, 27/28, 119-138.

- D´Amore, B. (2006) Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática. Mexico. Reverté.

- Elliot, J. (1991). El cambio educativo desde la investigación-acción. Ediciones Morata.

- Engler, A.,Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S.,Hecklein, M., Cadoche, L. y Brillada, A. (2003). Errores en Matemática que nos hacen reflexionar. ¿Qué pasa con nuestros estudiantes en la universidad? Revista Elementos de Matemática.

Universidad CAECE, Volumen XVIII, N° 70, Buenos Aires.

- Fernández, G. & Clot, Y. (2007). Entrevistas en auto-confrontación: un método en clínica de la actividad. Laboreal, 2, (1), 15-19. Disponible en :

http://laboreal.up.pt/revista/artigo.php?id=37t45nSU547112298729676221

- Gascón Pérez, J. (1997) Cambios en el contrato didáctico, el paso de estudiar matemáticas en secundaria a estudiar matemáticas en la universidad en: Revista sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Nº 26, 1997

- Gilly, Michel (1998). "Psicología social de las construcciones cognitivas: perspectivas europeas". En Carretero, Mario (comp.) (1998): Desarrollo y aprendizaje. Buenos Aires: Aique.

- Hernández Sampieri, R., et al. (1998). Metodología de la investigación. México: McGraw Hill Interamericana.

- Gelsa Knijnik (2006). La oralidad y la escritura en la educación matemática: reflexiones sobre el tema" Educación Matemática, vol. 18, núm. 2, agosto de 2006.

Disponible en: http://www.revista-educacion-matematica.com/descargas/Vol18-2.pdf

- Linares, S. y Sánchez, M. V. (1990). Teoría y Práctica en Educación Matemática. Ediciones Alfar, España.

- Perret- Clermont, Anne Nelly (1983). La construcción de la inteligencia en la interacción social. Aprendiendo con los compañeros. Madrid: Aprendizaje/ Visor.

- Perret- Clermont, Anne Nelly (1992) Interactuar y conocer. Desafíos y regulaciones sociales en el desarrollo cognitivo. Buenos Aires, Ed. Miño y Dávila.

- Perrin Glorian (2009) L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement de ressources et formation des enseignants en en amont et en aval des ingénieries didactiques. 15ième. Ecole de didactique des mathématiques. Clermont Ferrand.

- Sadosky, P. (2005) Enseñar Matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos. Buenos Aires, Libros del Zorzal.

- Vergnaud, G. (1996). Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica. Perspectivas, v. 26, n. 10, pp. 195-207.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Cursos para Estudiantes

Una introducción a las formas modulares

Nicolás Sirolli
Universidad de Buenos Aires

Las formas modulares son funciones de variable compleja en las que se puede codificar información aritmética. En este curso veremos cómo usando herramientas del análisis y del álgebra en los espacios de formas modulares se puede profundizar el entendimiento de esta aritmética: entre otros, estudiaremos el teorema de los cuatro cuadrados de Lagrange y la función τ de Ramanujan.

La Diferenciación de Lebesgue

Marisa Toschi
Universidad Nacional del Litoral

Durante el curso se pretende introducir al estudiante en el mundo del análisis armónico. Con el Teorema Fundamental del Cálculo como punto de partida, comenzamos a preguntarnos sobre la generalización de dicho resultado. Nos encontramos con el Teorema de Diferenciación de Lebesgue, que será posible demostrarlo mediante el estudio de las propiedades que posee uno de los operadores más relevantes en el área como es la función maximal de Hardy-Littlewood.

Dinámica de operadores lineales

Santiago Muro
Universidad Nacional de Rosario

En este curso vamos a estudiar algunos aspectos de los sistemas dinámicos generados por la iteración de transformaciones lineales definidas sobre un espacio de Hilbert, Banach o Fréchet. Cuando el espacio es de dimensión finita, las propiedades del sistema son fácilmente descritas, sin embargo cuando es de dimensión infinita nuevos e interesantes fenómenos aparecen. Introduciremos los conceptos básicos de Dinámica Lineal y mostraremos algunas de las propiedades que pueden surgir, entre ellas transitividad o incluso caos.

Álgebras de Conglomerado

Ana García Elsener
Universidad Nacional de Mar del Plata

Este curso estudiaremos uno de los desarrollos recientes más interesantes en combinatoria algebraica, la teoría de álgebras de conglomerado de Fomin y Zelevinsky. Las álgebras de conglomerado son una clase de anillos conmutativos definidos de forma combinatoria que proporcionan una estructura unificadora para fenómenos en una variedad de contextos algebraicos y geométricos. En particular los generadores de las álgebras de conglomerado provenientes de superficies se pueden representar mediante curvas en una superficie con una estructura métrica hiperbólica.

Parte 1: Total positividad. Definición y ejemplos. Propiedades.

Parte 2: Álgebras de conglomerado provenientes de superficies. Clasificaciones. Tipos finitos y de mutación finitos.

Parte 3: Relación con sistemas de raíces y grupos de reflexiones.

Reducciones y reducciones suficientes

Isaías Ibáñez
Universidad Nacional de Catamarca

Este curso proporcionará una visión detallada de reducción de dimensiones. Un método ampliamente utilizado es el Análisis de Componentes Principales (PCA), cuya formulación consiste en la búsqueda de una representación aproximada de los datos en un espacio de menor dimensión. No obstante, PCA no está diseñado para modelos predictivos, en los cuales se pretende preservar la relación entre un conjunto de variables predictoras y una variable respuesta. En este contexto, un abordaje adecuado basado en el concepto de reducción suficiente conduce a diferentes metodologías tales como Principal Fitted Components (PFC), las cuales incorporan la variable respuesta al análisis para lograr representaciones más efectivas.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Asamblea de Estudiantes

Se llevó a cabo el lunes 16 de septiembre, de 13:30 a 17:00 hs., e incluyó las siguientes actividades:

- **Charla e integración estudiantil**: Durante esta actividad, se intercambiaron experiencias relacionadas con el transcurso de las carreras. Los participantes compararon los planes de estudio de diferentes instituciones universitarias de las que provenían y compartieron cómo se organizaban para asistir a la reunión anual de la UMA. Los estudiantes locales mencionaron que era la primera vez que participaban y comentaron brevemente lo que habían preparado para el Festival de Matemática. Además, explicaron dónde se encontraban las aulas, auditorios y salones donde se desarrollaron las diferentes actividades del evento, junto con otros temas relacionados con la participación en actividades y proyectos afines.
- **Charla informativa sobre becas**: Se brindó información acerca de las distintas becas disponibles para estudiantes, sus requisitos y procedimientos para postularse, en particular estuvo una representante de la Fundación Williams

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Conferencia de Género

Matemáticas: Duro reto para la condición femenina

Dora Barrancos
Universidad de Buenos Aires

Asistimos a varias tentativas de saldar el déficit de oficiantes femeninas en el territorio de las matemáticas, pero las adversidades no cesan. Hace muy poco, la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UBA tomó la temeraria decisión de "cupo completo" admitiendo sólo mujeres para la cubrir una vacante como Adjunta en la carrera, pero habrá que sortear la decisión del Consejo Directivo. Debería ser positiva si se comprendiera cierta cancelación de las mujeres en la vida académica de este campo del conocimiento. Lo notable es que toda la conformación homo sapiens sapiens ha sido partícipe de la construcción social de los saberes matemáticos y que estamos frente a incontestables antecedentes de la contribución de las mujeres a lo largo de los tiempos – aunque considero no muy probable la conjetura Zaslavsky que las hace pioneras en cálculo. Los datos de la exclusión deben interpretarse a la luz de las condiciones de género en las que gravitan las particulares circunstancias de aislamiento, de reclusión, que parecen atinentes sobre todo a la investigación matemática. Las fórmulas consuetudinarias vinculadas a las mujeres provocan compromisos irrevocables de cuidado, atención y sostén reproductivo que interceptan una holgada disposición de tiempo. Esos mandatos deben convertirse en procesos mancomunales, de idéntica proporción de esfuerzos para sostener la vida doméstica. Y las políticas universitarias deben contribuir a otorgar y sostener la igualdad de oportunidades para todos los géneros.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Taller de Género

DESIGUALDADES DE GÉNERO ¿VIOLENCIAS COTIDIANES?

Dra Lucía Fernández
Universidad Nacional de Catamarca

Dra. Belén Verón Ponce
Universidad Nacional de Catamarca

Ab. Marcela Whitaker
Universidad Nacional de Catamarca

Desde el espacio social de una universidad pública que habita la territorialidad catamarqueña, la propuesta busca:

- visibilizar las desigualdades en el sistema género y las implicancias en términos de violencias/injusticias en nuestras disciplinas y prácticas laborales.

- habilitar espacios para la construcción (en diálogo igualitario de saberes) de prácticas situadas con compromiso ético-político de cambio social.

- concienciar sobre la relevancia de la problemática y facilitar un espacio para pensar la posibilidad de su institucionalización.

La propuesta se desarrolla a través de dinámicas de taller que buscan construir colectivamente y desde lo experiencial sentidos apropiados de conceptualizaciones básicas:

a. sexo-género como estructura social de desigualdades;

b. breve introducción a marcos normativos que introducen contenidos de género desde políticas públicas;

c. tipos y modalidades de violencias.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Conferencia de Divulgación

Nada es lo que parece en la n-ésima dimensión: maldiciones y bendiciones de los espacios euclídeos de dimensión alta.

Pablo Groisman
Universidad de Buenos Aires

Es sabido que podemos identificar los espacios euclídeos de dimensión 1, 2 y 3 con la recta, el plano y el espacio respectivamente. Esta poderosa asociación, que nos dió Descartes en 1637, nos permite interpretar geométricamente los subconjuntos de estos espacios. Cuando la dimensión es mayor a tres el vínculo se pierde, pero entender geométricamente a esos objetos en altas dimensiones continúa siendo de suprema importancia en muchísimas áreas de la matemática y otras disciplinas. En esta charla nos enfocaremos en dos en particular: inteligencia artificial y mecánica estadística. En el primer caso, suele pasar que debemos lidiar con espacios de dimensión aproximada 10^{10}, mientras que en el segundo suelen tener orden 10^{23}. Como no podemos "ver" en esas dimensiones, solemos extender nuestro conocimiento del espacio físico tridimensional para ganar intuición más allá de $d = 3$, pero puede que eso no sea una buena idea. Hablaremos de varios fenómenos que ocurren cuando la dimensión del espacio es alta (algunos bastante anti-intuitivos) y de sus consecuencias en mecánica estadística, aprendizaje automático y nuestras vidas. En el camino pasaremos por el fenómeno de concentración de la medida, los paseos al azar, ChatGPT, Borges, el problema del coleccionista de figuritas y el comportamiento microscópico de la materia.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Sesión: Divulgación

Pi-cassos de la Matemática: Experiencias de concursos artísticos con escuelas secundarias del conurbano bonaerense.

Andrea Carolina Antúnez
Instituto de Ciencias, Universidad nacional de General Sarmiento, Argentina
aantunez@campus.ungs.edu.ar

Desde 2023, durante los últimos días de marzo, la Universidad Nacional de General Sarmiento (UNGS) celebra el “Día Pi en UNGS” para conmemorar el Día Internacional de la Matemática. Este evento es organizado por investigadoras, investigadores, docentes, personal no docente y estudiantes del Instituto de Ciencias, Instituto del Desarrollo Humano y del Museo Interactivo de Ciencia, Tecnología y Sociedad “Imaginario”.

En el marco de este evento, una de las actividades consiste en un concurso artístico, el cual tiene como objetivo que la comunidad participe con sus producciones, ofreciendo una alternativa activa de comunicación pública de las ciencias. En esta presentación, mostraremos los lineamientos de los concursos realizados en 2023 y 2024, detallando su desarrollo y los resultados obtenidos. En el primer concurso, se invitó a los participantes a contar, mediante una fotografía, sobre la matemática involucrada en lo cotidiano, en el hogar, el barrio o la escuela, permitiendo así obtener un primer registro de la mirada de estudiantes bonaerenses. Basándonos en los resultados de esta primera implementación, el concurso de 2024 propuso a estudiantes de escuelas secundarias crear dibujos relacionados con conceptos matemáticos, como teoremas, definiciones o fórmulas. La propuesta buscaba emular la idea transmitida a través del libro “Te Regalo Un Teorema”, que en particular fue el premio del concurso. Para lograr este vínculo, el matemático Pablo Groisman, el ilustrador Diego Feld y la editora Julieta Elffman (creadores del libro) integraron el jurado evaluador y participaron de la conferencia de cierre del evento, en un formato de entrevista, donde también se llevó a cabo la premiación final. De esta manera, la propuesta no sólo invitaba a representar una historia matemática a través del dibujo, sino también a conectarse con una expresión literaria preexistente de divulgación matemática.

El análisis de las diferencias y similitudes entre estas propuestas permite reconocer las potencialidades de estas acciones en eventos que conectan instituciones (universidad y escuela) con la matemática y la ciencia en general. Consideramos que estas iniciativas fomentan la expresión de significados existentes, favoreciendo el intercambio comunicativo necesario para una efectiva divulgación científica.

Trabajo en conjunto con Darío Daniel Devia (Instituto de Desarrollo Humano).

Desalambrando la matemática elemental

Roberto Ben
Universidad Nacional de General Sarmiento, Instituto del Desarrollo Humano, Argentina
rben@campus.ungs.edu.ar

En esta comunicación relatamos un trabajo de divulgación, extensión y articulación con el nivel de educación secundaria llevado adelante por docentes, graduados y estudiantes de la Universidad Nacional de General Sarmiento (UNGS), ubicada en el Noroeste del Conurbano Bonaerense. La UNGS fue creada durante los años ’90 y cuenta entre sus primeras carreras de grado con el Profesorado Universitario de Educación Superior en Matemática.

El trabajo que presentamos forma parte del Proyecto Desalambrando la Matemática Elemental, enmarcado en la Convocatoria “Universidad, Cultura y Territorio” del (ex) Ministerio de Educación de la Nación, y todos sus integrantes docentes dictamos clases en el Profesorado de Matemática. En el contexto de este proyecto nos proponemos contribuir al desarrollo de la formación matemática de estudiantes secundarios e instalar a la UNGS como un referente en esta disciplina para las escuelas de la zona. Para ello, utilizamos el ámbito lúdico y los materiales que ofrece la organización Olimpíada Matemática Argentina (OMA) [1].

La UNGS ofrece un marco institucional propicio para el desarrollo de estas actividades. Como antecedentes de inserción y diálogo con las escuelas e institutos terciarios de gestión pública de la zona, contamos con el trabajo que se realiza en la materia “Residencia II” y los distintos programas de articulación que se vienen desarrollando desde 2005 para favorecer el tránsito entre la escuela y los estudios superiores.

En esta charla comunicaremos algunas de las acciones que estamos llevando adelante entre las que se cuentan la participación en el evento de divulgación ”Día Pi en la UNGS” con el stand “Problemas, números y desafíos”, el dictado de talleres de formación docente con la participación de la secretaría local de la OMA y el proceso que permitió la articulación con las escuelas de educación secundaria E.E.S. N°1 Lisandro de La Torre (Los Polvorines) y la E.E.S. N°25 (San Miguel).

Entre los resultados obtenidos se destacan el interés que esta propuesta suscita entre las escuelas de gestión pública de la zona y la participación y compromiso de estudiantes de secundaria en las actividades llevadas a estas escuelas.

Trabajo en conjunto con Agustín Álvarez (Universidad Nacional de General Sarmiento. Argentina), Verónica Cambriglia (Universidad Nacional de General Sarmiento. Argentina), Eda Cesaratto (Universidad Nacional de General Sarmiento y CONICET. Argentina), Marcela Falsetti (Universidad Nacional de General Sarmiento. Argentina) y Agustín Miranda (Universidad Nacional de General Sarmiento. Argentina).

Referencias

[1] Olimpíada Matemática Argentina https://oma.org.ar/

Ada Lovelace Day: Talleres STEM para niñas.

Itatí Zocola
FIQ-UNL, Argentina
itazocola@gmail.com

En diversas localidades de Latinoamérica, celebramos el Día de Ada Lovelace con charlas y talleres lúdicos dirigidos a niñas de 10 a 12 años, con el objetivo de promover las carreras STEM, alentar a las niñas a continuar sus estudios y destacar la importancia del rol de la mujer en la Ciencia.

En esta charla, compartiremos nuestra experiencia como participantes desde extraPola en las jornadas realizadas. En particular, presentaremos los talleres creados, discutiremos los desafíos encontrados y ofreceremos nuestra visión retrospectiva sobre lo sucedido.

Trabajo en conjunto con Marcelo Actis (FIQ - UNL, Argentina), Andrea Bergesio (FIQ - UNL, Argentina), Ana De Orellana (FIQ - UNL, Argentina), Liliana Forzani (FIQ - UNL, Argentina), Tomás Gerbazoni (FIQ - UNL, Argentina), María José Llop (FIQ - UNL, Argentina), Mariel Lovatto (FIQ - UNL, Argentina), Pablo Quijano (FIQ - UNL, Argentina), Brenda Rivera (FADU - UNL, Argentina), Mara Perez (FIQ - UNL, Argentina), Agustín Riveros(FIQ - UNL, Argentina), Uma Tedesco(FIQ - UNL, Argentina) y Teo Valencia (FIQ - UNL, Argentina).

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Festival de Matemática

El XVI Festival de Matemática fue un evento destinado a estudiantes de todos los niveles, docentes y público en general entusiastas de las matemáticas, con entrada libre y gratuita. Su objetivo fue despertar el interés por las matemáticas e incentivar la curiosidad mediante diversas actividades: juegos, magia, muestras, charlas de divulgación, pósteres, talleres interactivos, videos, competiciones, matemática aplicada y mucho más. Se llevó a cabo el jueves 19 de septiembre, a partir de las 14:30 hs, y contó con las siguientes propuestas:

- **Ciencia de datos, descubriendo destinos**: Se desarrolló y aplicó un algoritmo de recomendación de destinos turísticos de la provincia de Catamarca, utilizando la interacción de los asistentes al congreso.
- **Diversión matemática**: Se llevaron a cabo juegos, magia, actividades individuales y grupales, competiciones y entrega de premios.
- **El algoritmo del ajedrez, matemáticas en cada movimiento**: La actividad consistió en una exposición oral, apoyada por una presentación en PowerPoint, en la que cada integrante del grupo explicó el vínculo entre el ajedrez y un área específica del campo de la matemática. Como cierre, se invitó a los asistentes a jugar con un hábil competidor.
- **Escape matemático a través de probabilidades**: Esta actividad dinámica y colaborativa fomentó el trabajo en equipo y el pensamiento lógico. Los participantes disfrutaron de desafíos y resolvieron acertijos relacionados con contenidos vistos en sus carreras. A quienes lograron escapar se les otorgaron recompensas, y quienes no lo consiguieron en el tiempo estimado recibieron golosinas como reconocimiento por su valentía.
- **Geometría y arte, el universo teselado de Escher**: Se ofreció una charla de divulgación para vincular teselados, transformaciones geométricas, figuras equidescomponibles y las obras de Escher. La actividad incluyó videos, una galería de imágenes y juegos.
- **La matemática detrás de los fenómenos físicos,"Más allá de los números"**: Se mostraron representaciones físicas de operadores matemáticos como la derivada, la integral, las ecuaciones diferenciales y el producto matricial, entre otros. A través de una charla de divulgación, se explicaron cómo estos conceptos matemáticos tienen interpretaciones prácticas en la vida real y en diversas áreas de la física.
- **Melodías matemáticas, explorando el sonido a través de las ondas**: Se presentó la relación entre la matemática y la música a través de la Transformada de Fourier. La exposición comenzó con el fundamento matemático de la escala pitagórica y las características principales de una onda sonora. Con instrumentos en vivo y un software de análisis de audio, se demostró la relación entre la serie armónica y el espectro de frecuencias de una onda sonora, además de abordar brevemente el concepto de filtrado de audio.
- **Python y conjuntos: aplicaciones en el álgebra**: Se presentó un recurso interactivo diseñado para facilitar la comprensión de conceptos matemáticos mediante el uso de la tecnología. La página web expuesta permitió explorar actividades relacionadas con la teoría de conjuntos, ofreciendo tanto soluciones como explicaciones detalladas del paso a paso.

Estudiantes responsables: Yanina G. Ahumada; Tamara G. Avellaneda; Karin M. L. Arroyo Guaráz; Matías F. Carrizo Vega; Ezequiel A. Casco; Brian D. Cejas; Daniel A. Cruz; Walter R. Dávila; Micaela S. Ferreyra Selin; Aarón V. Ferreyra Coronel; Mathias Dellamaggoria; Adrián R. Fierro; Sergio A. Figueroa; Sayin A. Gonzáles Giadach; Yael A. Yornet; Lucía L. Lencina; María B. Miranda; Soledad del V. Molina; Antonella M. Mombelli; Daiana T. Montivero; Florencia del V. Moreno; Carla M. C. Moreno; Alba A. Moya; María de los A. Pastrana; Ángeles M. Rodríguez; Roberto N. Rodríguez; Sergio D. Rojas; Ailen M. Sartor Fernández; Alexander B. Tarcaya; Nancy B. Vega; Melina L. Viel; Nelson A. Villacorta.

Noticiero de la Unión Matemática Argentina
http://www.union-matematica.org.ar/noticiero/
ISSN 1514-9595 (en línea)
Volumen 59, Número 3, 2024
noticiero.editorial.uma@gmail.com