

Conferencias REM

PENSANDO Y RE-PENSANDO LOS NÚMEROS REALES. INTER-JUEGO ENTRE LO COGNITIVO Y LO EPISTEMOLÓGICO

Virginia Montoro

Universidad Nacional del Comahue

Lo que aprenden los y las estudiantes no necesariamente es lo que desde la enseñanza se les propone. Ellos y ellas construyen conocimientos, ideas y teorías muchas veces eficaces para la vida diaria o (por lo menos) para aprobar los exámenes. Estos modos de comprender personales, llamadas concepciones o comprensiones propias, suelen estar más o menos alejados del conocimiento legitimado, objetivado y consensado en comunidades científicas, llamado conceptos y que generalmente viven en los libros. En ocasiones se registran relevantes brechas entre concepciones y conceptos, que, de no ser conocidas y trabajadas deliberadamente, pueden interferir con una comprensión cabal de los conocimientos académicos.

Los lineamientos curriculares proponen, que, al finalizar la escuela secundaria, el estudiantado comprenda el concepto de número real, maneje el sistema de representación decimal de reales, puedan ordenarlos, representarlos sobre la recta y usarlos para resolver problemas. En Matemática universitaria, es frecuente observar que la noción de número real se trabaja como un contenido aprendido y naturalizado en la escuela secundaria. Sin embargo, mostraremos como estas expectativas respecto a que al ingresar a la universidad la noción de número real sea una noción disponible en el estudiantado frecuentemente no son satisfechas.

El número real fue a través de la historia de la matemática un concepto complejo y muy difícil de formalizar, entre otras cosas por estar íntimamente ligado al infinito actual, noción que se presenta como contraintuitiva y que por más de veinte siglos no fue aceptada, ni precisada formalmente por la comunidad matemática. La de número real es, de hecho, una de las ideas más útiles e importantes de la matemática, ya que sobre ella se construye gran parte del desarrollo de esta ciencia y se la encuentra, como esbozamos, en el centro de la enseñanza matemática en las escuelas secundarias y en la universidad.

Es precisamente en este concepto que se hace patente en las y los estudiantes la transición entre un pensamiento matemático elemental (escolar) y un pensamiento matemático avanzado (universitario). Esta transición de un tipo de pensamiento al otro requiere una reconstrucción cognitiva que implica, por ejemplo, el paso de describir a definir y de convencer a demostrar y que principalmente requiere de la comprensión de conceptos matemáticos más abstractos, por ejemplo, los que tienen que ver con el infinito.

Describiremos y analizaremos qué comprensiones han construido sobre el número real estudiantes de los últimos años de secundaria e ingresantes y avanzados/as universitarios, de carreras donde la Matemática tiene distinto peso. De modo de visualizar la incidencia que pudiera tener el estudio y tipo de Matemática estudiada (escolar, avanzada aplicada, avanzada teórica) sobre estas comprensiones.

Mostraremos un gradiente de amplitud y profundidad en los modos de comprensión estudiantiles de los números reales, teniendo en cuenta las concepciones sobre número en general y números reales en particular; la comprensión de la densidad y el orden de los números reales; y cómo se relacionan las concepciones sobre el infinito matemático y la recta numérica con la comprensión del número real.

Exponemos la diversidad de ideas que pueden operar en un grupo de estudiantes, tanto en la secundaria como en la universidad, ya que consideramos que al tener en cuenta esta variedad, la enseñanza podrá partir de ellas para facilitar los aprendizajes y desarrollar estrategias que puedan ayudar a revisar, articular o refinar ideas.

Observaremos el esfuerzo cognitivo que conlleva la explicitación de la naturaleza del número real y de conceptos tan abstractos como infinito o completitud-continuidad, lo que pone de manifiesto que para promover que los estudiantes puedan apropiarse de tales conceptos, es indispensable que la enseñanza prevea entre sus metas para los últimos años de secundaria y primeros años de la universidad un trabajo específico y explícito sobre estas complejas nociones de modo de facilitar el pasaje de una matemática escolar a una matemática avanzada.

Podemos pensar al número real como una construcción cultural e históricamente generada, que nos permite acceder a otros mundos posibles además del mundo (paradójicamente) real de objetos finitos y discretos. La comprensión de este conocimiento numérico no sólo hace necesaria la reconstrucción de la mente, sino que la hace posible, generando nuevas formas de pensar y concebir el mundo.

FORMACIÓN DE PROFESORES BASADA EN LA COLABORACIÓN Y LA PRÁCTICA DOCENTE: DIÁLOGOS Y APRENDIZAJES EN LA FRONTERA UNIVERSIDAD-ESCUELA

Ana Leticia Losano

Universidad de Sorocaba

¿Cómo organizar procesos de formación que contribuyan significativamente con el desarrollo profesional de profesores de matemática? ¿Qué tipo de actividades proponer dentro de espacios formativos que posibiliten que los docentes identifiquen problemas y desafíos en su práctica y proyecten maneras de superarlos? ¿Cómo podemos favorecer y cultivar la reflexión de los profesores? ¿Cómo influyen las culturas y contextos escolares esos procesos? ¿Cuál es el papel que deben asumir los formadores de la universidad? Esos interrogantes son, desde hace algunas décadas, el foco de muchas de las investigaciones desarrolladas en el campo de la formación de profesores de matemática, dando origen a múltiples modelos para organizar oportunidades formativas en distintos lugares del mundo. En esta conferencia comparto cómo los miembros de un grupo colaborativo, llamado Grupo de Sábado, nos hemos aproximado a esas cuestiones, generando tentativas de respuesta, así como nuevas preguntas e indagaciones. El Grupo de Sábado es una comunidad de aprendizaje docente que congrega a profesores de la Educación Básica, futuros profesores, investigadores y formadores interesados en investigar, colaborativamente, los procesos de enseñar y aprender matemática. A lo largo de sus 25 años de existencia, las actividades e integrantes del grupo han ido cambiando. Sin embargo, mantuvimos un eje conductor que define buena parte de su naturaleza: el grupo cultiva relaciones de colaboración entre docentes de la escuela y de la universidad, tomando como punto de partida las demandas y prácticas de los profesores de la Educación Básica. En los últimos siete años, el Grupo de Sábado viene desarrollando proyectos en los cuales nos hemos apropiado de las actividades propias del proceso de formación internacionalmente conocido como Lesson Study (o Estudio de Clases) y las hemos articulado con las prácticas que el grupo fue produciendo a lo largo de su historia. El resultado es un proceso formativo cíclico que denominamos Lesson Study Híbrido y que, de modo general, consiste en cuatro fases: a) delimitar un tema particularmente desafiador, b) planificar una clase centrada en ese tema, c) implementar la clase mientras otros miembros realizan observaciones y d) discutir y reflexionar sobre la clase, sistematizando la experiencia vivida en una narrativa. Cada una de esas fases involucra la realización de actividades dentro del grupo y de las escuelas participantes. Además de describir el desarrollo de estos ciclos, voy a detenerme en la descripción de los aprendizajes docentes producidos y en el análisis de las oportunidades y desafíos que enfrentamos al aproximarnos a las distintas comunidades escolares. Concluyo destacando que esta forma de organizar procesos de formación está posibilitando expandir el espacio de frontera entre la universidad y la escuela, posibilitando diálogos significativos entre esas comunidades.

EL TRABAJO COLABORATIVO COMO PUNTO DISTINTIVO EN LAS TRAYECTORIAS PROFESIONALES.

Cristina Esteley

Universidad Nacional de Córdoba

Esta conferencia coloca como centro de análisis y discusión aspectos del trabajo colaborativo que involucra a profesores que enseñan matemática y otros. Partiendo de avances internacionales se mostrarán ejemplos de colaboraciones locales poniendo en evidencia el valor de la colaboración en las trayectorias de formación docente. Es importante destacar que, en el ámbito internacional, durante los últimos 30 años, prácticas y estudios relativos a trabajos colaborativos que involucran a docentes, investigadores u otros sujetos, fueron tomando particular relevancia en el campo de la educación matemática. Las prácticas colaborativas, investigaciones acerca de esas prácticas y/o las investigaciones colaborativas se van configurando en el marco de una constante preocupación e interés por la formación docente. Cabe señalar que, aunque ese particular interés por el trabajo colaborativo emerge con fuerza a fines de 1990, la colaboración con profesores tiene una extensa raigambre en el campo. Ejemplos de esos trabajos son la colaboración al interior de las "Lesson Studies" japonesas que tienen una larga historia o, las creaciones a fines de los sesentas de los IREM (Instituto de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas) en Francia y del Instituto para el Desarrollo de la Educación Matemática en la Universidad de Utrecht, Países Bajos. Cabe destacar que las dos últimas instituciones nacen luego del primer Congreso Internacional de Educación Matemática o ICME I (Lyon, 1969 [1]) marcando quizás el posterior vínculo fértil entre ICME e ICMI (Comité Internacional de Instrucción Matemática - organismo este que tiene a su cargo lo referido a ICME) con el avance en lo referido a prácticas o estudios sobre colaboraciones. De este modo, y sin dejar de desconocer la amplitud y extensión de producciones referidas al trabajo colaborativo, interesa destacar dos de ellas frutos de colaboraciones internacionales auspiciadas por ICMI y que focalizan en el tema. Una de ellas es el Survey presentado en ICME 14 (2016) y la otra es ICMI Study 25 (2020). Ambos estudios representan un estado del arte en el tema y ofrecen discusiones interesantes sobre formas de colaboración, aspectos teóricos que sustentan esos

trabajos, recursos de o para la colaboración. Se agregan a ellos, un tópico novedoso e interesante relativo al rol y formación de quienes lideran grupos o acciones colaborativas. Ambos estudios reconocen la colaboración como fenómeno complejo, dinámico y contextualizado, una cierta ausencia de voces de profesores en la publicaciones científicas y la variable tiempo como aquella que dificulta procesos colaborativos. Sin embargo, en sus estudios sobre colaboración Hargreaves (1996) [2], señala que, en esos trabajos el tiempo no es sólo una restricción objetiva que puede resultar opresiva, sino también un horizonte de posibilidades o limitaciones definidas subjetivamente. Es en ese sentido que luego se destaca el aporte del trabajo colaborativo para los sujetos comprometidos con un proyecto común y el impacto que tiene sobre sus trayectorias profesionales.

Referencias

- [1] Sobre más detalles en aspectos históricos ver por ejemplo: Furinghetti, F y Giacardi, L. (2022). The International Commission on Mathematical Instruction, 1908-2008: People, Events, and Challenges in Mathematics Education. Springer ISBN 978-3-031-04312-3.
- [2] Hargreaves, A. (1996). Profesorado, cultura y postmodernidad. Ediciones Morata. Madrid.

Talleres REM

TALLER DE MODELIZACIÓN

La Modelización Matemática en contexto real en un entorno enriquecido con herramienta informática.

Luis Reina

Ex Profesor del Instituto de Enseñanza Superior “Del Atuel”

Fundamentación

Este taller apunta hacia la formulación de tareas que inciten la actividad y reflexión matemática en un ambiente enriquecido con herramientas informáticas, siendo importante resaltar que el uso y la incorporación de estos recursos en el proceso de estudio de las matemáticas no son inmediatos ni transparentes. Se trata entonces de reconocer la actividad matemática como una actividad de modelización ya que en cierto sentido, toda actividad matemática puede ser interpretada como una actividad de modelización (Barquero, Bosch y Gascón, 2013; Barquero, Bosch y Florensa, 2022). Al estudiar fenómenos de las ciencias naturales en algunos casos se requiere de una matematización del fenómeno que involucra funciones sencillas y en otros de un estudio a través de funciones periódicas con las dificultades didácticas que emergen en dicho proceso (Reina y Wilhelmi, 2019; 2021). En las diferentes actividades del taller se propone el empleo de software que permite el tratamiento y el posterior análisis de videos (Arrieta, Carrasco y Pantoja, 2015; Pantoja et al., 2015), que por un lado facilita el proceso de modelización, pero por otro, plantea retos en las condiciones y gestión del aula de matemáticas. Se revela importante la reflexión sobre estas cuestiones. Finalmente se plantea el desafío para futuros docentes y profesores en actividad de considerar la modelización intramatemática como parte inseparable de la modelización extramatemática que permitan repensar el problema de la modelización matemática desde una dimensión epistemológica y didáctica.

Objetivos

- Realizar videos de fenómenos físicos presentes en el aula de Matemática o en contextos cotidianos.
- Analizar y producir modelos matemáticos a partir de videos en entornos dinámicos con ayuda de software específicos.
- Desarrollar tareas que estimulen el trabajo colaborativo, la generación y verificación de hipótesis y de conjeturas, la búsqueda de modelos.

Metodología de trabajo

A los efectos de estimular un trabajo y un aprendizaje cooperativo, en el taller se propondrá a los asistentes a la conformación de grupos de hasta cuatro integrantes. A partir de allí se despliegan diferentes momentos de estudio de la modelización matemática:

-1er Momento: Se observarán y producirán algunos fenómenos físicos presentes en el aula de Matemática y en la vida cotidiana. Posteriormente se procederá a la captura en videos de algunos de los fenómenos observados. Se producirán conjeturas sobre los posibles modelos matemáticos asociados a dichos fenómenos y se compartirán dichas conjeturas a los demás grupos.

-2do Momento: Se familiarizará a los asistentes con el uso del software que permitirá un análisis de los videos producidos por los diferentes grupos y la generación de modelos extra matemáticos.

-3er Momento: Se realizará el análisis propiamente dicho de los videos y se producirán los modelos intramatemáticos asociados a cada uno de los casos de estudio.

-4to Momento: Se propiciará un tiempo de intercambio y reflexión en torno a la modelización matemática, el empleo de la herramienta informática con sus potencialidades, limitaciones y algunos aspectos didácticos a tener en cuenta para una posible implementación en la Educación Secundaria.

Destinatarios

El taller está destinado a futuros docentes de matemática y docentes que se desempeñen en el ámbito de la Educación Secundaria.

Requisitos materiales o tecnología necesaria para el Taller

Sería deseable que los asistentes traigan:

- Celular que les permita grabar videos cortos.
- Computadoras con el software GeoGebra y Tracker.
- Una regla y cinta adhesiva.

Referencias bibliográficas

- [1] Arrieta, J., Carrasco, E. y Pantoja, R. (2015). La incorporación al aula de prácticas de modelación/simulación del movimiento. XIV CIAEM-IACME. Chiapas, México. https://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/1323/517
- [2] Barquero, B., Bosch, M. y Gascón, J. (2013). Las tres dimensiones del problema didáctico de la modelización matemática. Educación Matemática Pesquisa, v.15 n.1.

TALLER DE REALES

Hacia la comprensión de los reales en la escuela secundaria.

Carolina Benito

Universidad Pedagógica Nacional

Cecilia Montes de Oca

Universidad Pedagógica Nacional

Fundamentación y marco del trabajo

Partimos de la premisa de que el concepto de número real se construye a través de procesos infinitos, límites y, también, a través de la representación en la recta. Estas nociones, si bien son tratadas en la escuela secundaria, no terminan de ser abordadas con la profundidad necesaria para poder sostener la comprensión del número real. El conocimiento que las y los estudiantes puedan desarrollar sobre este campo numérico a propósito de sus representaciones, sus características y propiedades, entre ellas la densidad, sienta la base para una conceptualización de los números reales. Este conjunto numérico es parte tanto de la matemática de la escuela secundaria bajo la forma de dominio de las funciones más usuales, como de la educación superior en los procesos infinitos que constituyen el núcleo de nociones fundamentales para el cálculo y el análisis matemático. Dado que los reales no son “atrapables” por situaciones que involucren la utilización de instrumentos de medida o la lectura de fenómenos físicos, es preciso considerar problemas intramatemáticos para producir una génesis artificial de estos conceptos y constituirlos en objetos teóricos de indagación.

En este taller proponemos un espacio de reflexión sobre la enseñanza de los números reales. La propuesta se apoya en el libro “Los números reales en la escuela secundaria. Una secuencia posible” escrito en el proyecto de investigación PICTO 2017-0022, “De la resolución de problemas hacia la construcción de teoría en el aula. Puentes posibles en el campo de los Números Reales”. Las situaciones - problemas que allí aparecen fueron diseñadas, implementadas y estudiadas por un equipo de investigación de la Unipe junto a un grupo de docentes de escuela secundaria que llevó la secuencia a sus aulas y participó luego en la escritura del libro.

En estos encuentros analizaremos algunos problemas propuestos en el libro y producciones de estudiantes que surgieron en las implementaciones con la intención de desnaturalizar/problematizar la enseñanza de los números reales en la escuela secundaria. En particular nos proponemos reflexionar sobre el uso de las calculadoras para distinguir y anticipar desarrollos decimales finitos e infinitos, las diferentes escrituras de los números, las escrituras decimales infinitas como un nexo entre racionales e irracionales y también para estudiar la densidad, la representación de los números y la idea de continuo en la recta numérica y la emergencia de un posicionamiento teórico en los y las estudiantes para asumir/discutir sobre estos asuntos.

Objetivos:

- Proponer un espacio de reflexión a partir del estudio de actividades para el aula que ponen el foco en la comprensión de las escrituras decimales de las fracciones y desarrollar una mirada crítica de la calculadora.
- Analizar actividades que requieren el estudio de escrituras decimales infinitas (periódicas o no) como una puerta de entrada a la densidad en \mathbb{R} y a la posibilidad de concebir infinitos números irracionales.
- Analizar producciones de estudiantes que nos ayuden a comprender su posicionamiento, los obstáculos con los que se encuentran y las ideas en proceso que van construyendo.

- Reflexionar sobre la potencia de propiciar estas discusiones en el aula de la escuela secundaria para generar en los y las estudiantes un posicionamiento teórico que aporte en la conceptualización de los números reales.

Metodología de trabajo

El taller se desarrollará en torno a tres momentos:

Primer momento: trabajo con actividades para el aula de la escuela secundaria en torno a los números racionales para dar luz a algunas preguntas como: ¿De cuántas formas se puede representar un número racional? ¿Cómo puede ser la expresión decimal de una fracción? ¿Cómo se obtiene el período de una expresión decimal? ¿Qué sabemos del tratamiento que realiza la calculadora acerca de los números decimales y su representación? Duración prevista: una hora y veinte

Segundo momento: análisis de producciones de estudiantes sobre las actividades trabajadas en el primer momento. Nos interesa comparar algunas producciones con las anticipaciones que hayan hecho los y las asistentes al taller y así ver las ideas en proceso que van generando los estudiantes como las dificultades que muchas veces quedan opacas en el aprendizaje de estos números. Duración prevista: una hora y veinte

Tercer momento: análisis de actividades que ponen en juego el trabajo con expresiones decimales infinitas. Espacio de reflexión sobre el posicionamiento teórico que implica el estudio de los números reales ¿Qué tipo de actividades pueden ayudar a conocer otros números irracionales más allá de los que suelen trabajarse habitualmente? ¿Qué lugar ocupa la demostración en el aula? Duración prevista: una hora y veinte

Destinatarios:

Profesores de Matemática, formadores de docentes de Matemática y estudiantes del profesorado de Matemática

Referencias bibliográficas

- [1] Benito, Carolina; Bergé, Analía, Cedrón, Mara; Duarte, Betina; Herrera, Romina; Lamela, Cecilia; Montes de Oca, María Cecilia, Morales, Graciela y Rey, Mauro (2023) Los números reales en la escuela secundaria. Una secuencia posible. UNIPE Editorial Universitaria ISBN 978-987-3805-79-0.

TALLER DE GEOMETRÍA

Explorar, modelizar y validar a partir de la resolución de un problema de geometría integrando GeoGebra.

Cecilia Papini

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

Mauro Natale

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

Fundamentación y marco del trabajo

En este taller nos proponemos compartir con colegas docentes y estudiantes un espacio para trabajar sobre la resolución de algunos problemas geométricos que admiten la integración del programa GeoGebra de una manera “legítima” en términos de Artigue, 2007. A partir del trabajo compartido nos interesa problematizar la enseñanza de la geometría en relación con las dificultades que se presentan en las aulas de los diferentes niveles educativos y que se reportan en distintos trabajos de investigación. En este marco, adherimos a un planteo didáctico desde el que se busca una enseñanza de geometría que posibilite entradas al quehacer matemático revalorizando el potencial anticipatorio y la búsqueda de argumentaciones propias de la Geometría y más en general de la Matemática. La integración legítima del software GeoGebra en el aula, puede constituirse en un medio potente para lograr estos objetivos, en términos de Arias, Grimaldi, Itzcovich, Murúa y Segal (2022), la posibilidad de dotar de movimiento a las construcciones que se producen con el programa introduce una diferencia sustantiva con el trabajo en lápiz y papel. Asumimos también que las herramientas de la actividad matemática (incluidas estas construcciones) “...modelan los procesos de aprendizaje, sus formas, pero también los conocimientos y saberes que ellas producen...”, tienen una función pragmática y epistémica (Artigue, 2007, p. 5) que nos resulta interesante estudiar.

Consideramos situaciones de enseñanza de geometría desde una perspectiva que se propone generar condiciones para que los estudiantes produzcan conocimientos geométricos superando aspectos perceptivos de las representaciones de los objetos, realizando inferencias y explicitando relaciones que se apoyan en los datos y las propiedades (Itzcovich, 2005). Consideramos “problemas geométricos” que favorezcan la

exploración y producción de conjeturas, la puesta en juego de propiedades geométricas en las resoluciones, la diferenciación entre la representación y el objeto representado, la construcción de argumentos que se ocupen de la validez de las respuestas. Desde esta perspectiva también consideramos el planteo de Itzcovich y Murúa (2016) que llaman la atención sobre una “especie de situación paradójica” interesante para pensar las clases de geometría: si bien el trabajo geométrico conceptual debe superar la percepción al mismo tiempo debe apoyarse fuertemente en las representaciones que requieren de la percepción.

A partir de los párrafos anteriores, puede evidenciarse que desde nuestra posición didáctica asumimos la clase como una comunidad que produce conocimientos matemáticos, a partir de la interacción de los estudiantes con problemas que los enfrentan a rupturas respecto de los conocimientos que tienen en un cierto momento. Este trabajo matemático de los estudiantes no sólo se realiza a nivel personal o individual, en la confrontación de cada alumno con una problemática que ofrece resistencias, sino también a nivel colectivo donde el grupo comparte preguntas, explica y discute procedimientos, argumenta en favor de su validez, acuerda y negocia significados con sus pares y con el docente (Brousseau, 2007; Sadovsky, 2005).

Objetivos

- Compartir un espacio de trabajo y reflexión en torno a la resolución de problemas geométricos integrando el programa GeoGebra.
- Estudiar las potencialidades de ciertos problemas matemáticos para favorecer la exploración, la producción de conjeturas y de pruebas, y cuya resolución moviliza conocimientos matemáticos y sobre el programa GeoGebra.
- Reflexionar sobre la construcción de modelos dinámicos y sobre su validez.
- Repensar algunos aspectos de las prácticas docentes a partir de las reflexiones compartidas en los encuentros del taller.

Metodología de trabajo

Proponemos una dinámica de taller que alterna momentos destinados a la resolución de problemas geométricos con la posibilidad de integrar el programa GeoGebra y momentos para reflexionar de manera colectiva sobre los procesos de resolución y sus posibles implicancias para la práctica docente.

Destinatarios

- Estudiantes de Profesorado de Matemática y/o Licenciatura en Ciencias Matemáticas.
- Profesores de Matemática de nivel secundario y superior.

Requisitos, materiales o tecnología necesaria para el Taller

- Computadora o teléfono móvil con la aplicación GeoGebra instalada.
- Conexión a internet (en lo posible).
- Proyector.

Referencias bibliográficas

- [1] Arias, D., Grimaldi, V., Itzcovich, H., Murúa, R., y Segal, S. El arrastre en un programa de geometría dinámica. Su dominio de validez como asunto de interacción entre estudiantes y docentes. *Revista De Educación Matemática*, 37(1), 7–30. <https://doi.org/10.33044/revem.37472>. (2022).
- [2] Artigue, M. (2007). *Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental*. México: Edebé Ediciones Internacionales. En *Memorias de la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (pp. 9-21).
- [3] Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas*. (D. Fregona, Trad.). Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- [4] Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal. Itzcovich, H. y Murúa, R. (2016). *GeoGebra: nuevas preguntas sobre viejas tareas*. Yupana. *Revista de Educación Matemática de la UNL*, (10), pp. 71-85. Ediciones UNL. <https://doi.org/10.14409/yu.v0i10.7698>
- [5] Natale, M., y Papini, C. (2019). *Producir geometría con GeoGebra. Una experiencia colaborativa en el nivel universitario*. En *Actas V Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales*. La Plata, Argentina: Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, Universidad Nacional de La Plata. http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab_eventos/ev.11945/ev.11945.pdf

- [6] Papini, C., Natale, M., Madrid, A. P., Soria, S., y Balcarce, M. (2023a). Una experiencia de geometría en el nivel superior para explorar, modelizar y validar. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 12(3), 005-016. Brasil. <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/issue/view/2869>
- [7] Papini, M. C., Natale, M., Madrid, A. P., Soria, S., y Balcarce, M. (2023b). Un problema y dos tareas productivas para trabajar geometría con GeoGebra en un aula de nivel superior. En *Actas V Jornadas de Enseñanza e Investigación en el Campo de las Ciencias Exactas y Naturales. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, UNLP*. <http://jornadasceyn.fahce.unlp.edu.ar/vi-jornadas-2023/actas/ponencia-230824093553228363>
- [8] Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

TALLER

Educación Disruptiva ¿Qué aportamos desde la Matemática?

Eduardo Zarate

Universidad Nacional de Catamarca

Mónica Puente

Universidad Nacional de Catamarca

Colaboradores: Vanesa Figueroa, Cecilia Marchetti, Aníbal Morel, Julia Cabeza
Universidad Nacional de Catamarca

Fundamentación

Vivimos en un sociedad de cambios vertiginosos, desde 2010 en adelante, se puede observar un cambio vertiginoso en todo el ámbito tecnológico, smartphones cada vez más potentes, aparición de nuevas (y uso generalizado de) redes sociales, desarrollo continuo del mundo gamer (incluye competencias internacionales), aparición de criptomonedas (incluye la masificación del uso de medio electrónicos de pagos) y últimamente la aparición de la inteligencia artificial como herramienta interactiva (como facilitador de conocimiento). Estos cambios continuos, exigen que los sistemas educativos estén en constante actualización, lo métodos tradicionales de enseñanza y aprendizaje no abarcan las nuevas tendencias y sucede que la actualización de los sistemas llega a destiempo. En la provincia de Catamarca a través del Decreto Acuerdo del 29/04/2024 N°397/24 se implementa en el Sistema Educativo de la Provincia, la Educación Disruptiva a través de la integración de las metodologías de las tecnologías de aprendizaje y el conocimiento en los distintos niveles y modalidades establecidos en la Ley N° 5381, además entendiendo por Educación Disruptiva a la transformación de los procesos educativos, mediante las tecnologías del aprendizaje y el conocimiento en el ámbito de la educación y comunicación. Por este motivo surge la necesidad de brindar un taller a la comunidad educativa, docente y alumnos avanzados, para actualizar prácticas educativas, integrar la tecnología a nuestra clase, fomentar el pensamiento crítico y creativo, personalizar el aprendizaje, aumentar la motivación de nuestros estudiantes, promover el desarrollo de habilidades y competencias matemáticas y preparar para los cambios que se avecinan. Mostrando actividades innovadoras, incluyendo el uso de la IA en el aula, usando un enfoque por competencias matemáticas en el aula, y proponiendo que nuestros participantes desarrollen actividades teniendo en cuenta estos enfoques metodológicos.

Objetivos

- Proponer y guiar a los participantes en el desarrollo de actividades educativas basadas en el enfoque Educación Disruptiva contextualizadas a las necesidades de nuestra provincia.
- Reflexionar sobre las ventajas y desventajas del uso de la Educación Disruptiva en el área Matemática.
- Capacitar en el uso de las herramientas digitales y tecnológicas emergentes para enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

Metodología

Este taller, comenzará con una introducción sobre la Educación Disruptiva y su relevancia específica en la enseñanza de la Matemática, se crearán espacios para la reflexión y debate inicial sobre las experiencias y desafíos en la integración de tecnología en la enseñanza de las Matemáticas. Las sesiones estarán destinadas a reflexionar sobre el impacto de los cambios tecnológicos en la educación matemática. Se analizarán ejemplos de prácticas disruptivas en matemáticas a nivel global, proporcionando un marco conceptual sólido para el taller. La participación será grupal, cada grupo recibirá una propuesta de actividades prácticas utilizando herramientas tecnológicas emergentes, como software de matemáticas, aplicaciones de inteligencia

artificial y simulaciones interactivas. Los grupos desarrollarán una actividad educativa contextualizada a las necesidades de la provincia de Catamarca, integrando herramientas tecnológicas. Se destinará momentos para la socialización y debate de las actividades desarrolladas por cada grupo. Los participantes presentarán sus propuestas, discutiendo las ventajas y desventajas de cada una. Esta reflexión colectiva permitirá mejorar y adaptar las actividades presentadas. Se realizarán análisis, donde se presentará un caso práctico de un estudiante de nivel secundario. Se analizarán las intervenciones del docente y se debatirá sobre la inclusión de consignas que fomenten la reflexión metacognitiva. A continuación, los participantes nuevamente divididos en grupos, trabajarán en el diseño de intervenciones que integren herramientas tecnológicas y enfoques metacognitivos en la enseñanza de las matemáticas. Se dedicará un espacio para la presentación sobre el uso de la inteligencia artificial en el aula de matemáticas, se discutirá sobre las oportunidades y desafíos que presenta la IA en la educación matemática. Para concluir el taller, se realizará una puesta en común, donde se socializarán las intervenciones y consignas diseñadas por los grupos. Se debatirán los beneficios y posibles dificultades de implementar estas propuestas en el aula. Finalmente, se hará una reflexión final sobre el taller y se entregarán certificados de participación a los asistentes.

Destinatarios

El taller está destinado a docentes y futuros docentes de Matemáticas que se desempeñen o pretendan desempeñarse en el ámbito de la educación secundaria. Busca capacitar a los participantes en el uso de herramientas tecnológicas emergentes y en la aplicación de metodologías disruptivas, con el fin de enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y preparar a los estudiantes para los desafíos del futuro. Requisitos Materiales Para el desarrollo de las actividades previstas, se requiere disponer de dispositivos como computadora personal, celular o tablet para los participantes, lapiceras y carpeta para anotaciones. Serán recursos disponibles por los organizadores del taller un proyector para presentaciones, pizarra, conexión a internet, y acceso a softwares y aplicaciones de acceso libres y gratuitas específicas para matemática.

Referencias bibliográficas

- [1] Camarena Gallardo, P., (2009). La matemática en el contexto de las ciencias. *Innovación Educativa*, 9(46), 15-25.
- [2] Dcto. Acdo. N.º 397 29-04-2024. Por la cual se implementa en el Sistema Educativo de la Provincia la Educación Disruptiva a través de la integración de las metodologías de las tecnologías del aprendizaje y el conocimiento en los niveles de Educación Inicial, Primaria, Secundaria y Superior, en todas las Modalidades establecidas en la Ley N.º 5.381. B.O. XCIX, B.J. LXXXVI, No38. 10 de mayo del 2024. Catamarca.
- [3] Hernán Galvis, A., Flórez, N., Bermúdez, M. A., y Humberto Vera, J. (2016). Estrategia alternativa en contexto Latinoamericano para reforzar aprendizaje de matemáticas en educación media: Una innovación disruptiva. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, (48). Recuperado de <https://revistas.um.es/red/article/view/253441>
- [4] López Mera, D. D., Suárez Chávez, S. E., Hernández Montoya, B. C., Archila Gutiérrez, A. C., Pérez Rojas, E. H., y Osorno Taborda, S. V. (2017). Aprendizaje de las matemáticas basada en retos, concebidos desde un juego de realidad alternativa. *Institución Universitaria Antonio José Camacho*. Cali, Colombia. <https://doi.org/10.26507/ponencia.490>
- [5] López Mera, D. D., Hernández Montoya, B. C., Suarez-Chavez, S. E., Archila-Gutiérrez, A. C., Pérez-Rojas, E. H., y Osorno-Taborda, S. V. (2019). Juego de realidad alternativa para las matemáticas en educación superior desde la percepción estudiantil de las prácticas de enseñanza. *Cultura Educación Sociedad*, 10(2), 123–136. <https://doi.org/10.17981/culttedusoc.10.2.2019.10>
- [6] Luzuriaga Guamán, P. d. R., y Barrera Erreyes, H. M. (2023). Aprendizaje basado en retos y el desarrollo del razonamiento lógico-matemático en contexto reales. *Uniandes Episteme*, 10(1), 119-133.
- [7] Pilonieta, G. (2017). Innovación disruptiva. Esperanza para la educación de futuro. *Educación y ciudad*, (32), 53-64. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6213561>
- [8] Sinche Villa, D. A., Quizhpe Cueva, J. I. Alvarado Jaramillo, El. Del C., y Granda Medina, M. N. (2023). Aprendizaje basado en retos para el desarrollo de competencias matemáticas en la educación básica superior. *LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades* 4(6), 16 – 32. <https://doi.org/10.56712/latam.v4i6.1419>
- [9] Valles-Baca, H. G., y Parra Acosta, H. (2022). La educación disruptiva y el desarrollo de competencias universitarias. *RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación Y El Desarrollo Educativo*, 13(25). <https://doi.org/10.23913/ride.v13i25.1284>

TALLER

La Resolución de Problemas en la clase de Matemática. Un desafío permanente.

Noelia Gómez

Universidad Nacional de Catamarca

Alejandra Acevedo

Universidad Nacional de Catamarca

Colaboradores: Armando Schuster, Diego Isaías Ibáñez, Exequiel Arias, Eimi Reartes

Universidad Nacional de Catamarca

Fundamentación

La riqueza de la implementación de la resolución de problemas, tanto desde la enseñanza como del aprendizaje, en la clase de Matemática se estudia desde hace varias décadas, sin embargo, pareciera ser que lo que la investigación muestra no genera el impacto esperado en las aulas, pues aún persiste la tendencia de clases de Matemática tradicionales. Santos Trigo (2014) propone que considerar la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas es aceptar que la actividad de aprender no se reduce a un conjunto de reglas que pueden aplicarse en la solución de problemas, es una perspectiva en la que existe una conceptualización dinámica de la Matemática y en la cual es importante identificar elementos que ayuden a desarrollar y promover una disposición matemática en los estudiantes. En este sentido, se propone este taller con la intención de generar un espacio de reflexión sobre el uso de la resolución de problemas en la clase de Matemática y aportar elementos que favorezcan su incorporación a partir de un enfoque actual proveniente del campo de la Educación Matemática.

Objetivos

- Socializar y reflexionar sobre experiencias del uso de la resolución de problemas en la clase de matemática.
- Actualizar conocimientos sobre la resolución de problemas desde aportes actuales del campo de la Educación Matemática.

Metodología de trabajo

La dinámica del taller está estructurada en diferentes etapas. En primer lugar, se iniciará con un espacio de intercambio y reflexión sobre experiencias en el uso de la Resolución de Problemas en la clase de Matemática. Luego, se presentarán aportes actuales sobre la Resolución de Problemas como enfoque teórico, con especial énfasis en el concepto de gama de problemas.

A continuación, se propondrá a los asistentes trabajar en grupo para analizar y manipular problemas matemáticos, los cuales serán socializados y debatidos al finalizar la jornada. En una etapa posterior, se compartirá la producción de un estudiante de nivel secundario para analizar y debatir las intervenciones del docente y la inclusión de consignas que fomenten la reflexión metacognitiva en los estudiantes. Posteriormente, los asistentes trabajarán en el diseño de intervenciones y en la redacción de consignas metacognitivas. Finalmente, se llevará a cabo una puesta en común sobre el trabajo realizado.

Destinatarios

El taller está destinado a docentes y futuros docentes de Matemática que se desempeñen o pretendan desempeñarse en el ámbito de la educación secundaria.

Requicos, materiales

Para el desarrollo de las actividades previstas se requiere disponer de proyector o pantalla para presentaciones, pizarra, conexión a internet.

Referencias bibliográficas

- [1] Ponce de León, B., Rodríguez, M., Barreiro, P. y Leonian, P. (2013). Planificación de una secuencia de clases de matemática bajo el enfoque de Resolución de Problemas. https://www.researchgate.net/publication/350800283_Planificacion_de_una_secuencia_de_clases_de_matematica_bajo_el_enfoque_de_Resolucion_de_Problemas
- [2] Ponce de León, B., Rodríguez, M., Barreiro, P. y Leonian, P. (2013). Gama de problemas matemáticos: análisis a priori. https://www.researchgate.net/publication/346474455_GAMAS_DE_PROBLEMAS_MATEMATICOS_ANALISIS_A_PRIORI

- [3] Rodríguez, M., Pochulu, M. D., Barreiro, P., Bressan, A., Camós, C., Carnelli, G., ... y Zolkower, B. (2015). Educación matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. Capítulo 6.
- [4] Rodríguez (coord). (2016). Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática. Ediciones UNGS. Rodríguez, M. (2019). Un esquema para planificar la enseñanza de la matemática. Revista Mexicana del Bachillerato a Distancia, 11(22). <http://revistas.unam.mx/index.php/rmbd/article/view/70589/62399>.
- [5] Santos Trigo L., (2011). La Educación Matemática, resolución de problemas, y el empleo de herramientas computacionales. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Vol. 6. Número 8. pp 35-54.
- [6] Santos Trigo L., (2014). La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos. Trillas.
- [7] Santos Trigo L., (2016). La resolución de Problemas Matemáticos y el uso coordinado de tecnologías digitales. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Vol. 11. Número 15. pp 333-346.

Experiencias en el Aula

PROPUESTA DE ENSEÑANZA PARA EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL DESDE EL ENFOQUE BASADO EN COMPETENCIAS

Andrea Carolina Antunez

Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina

aantunez@campus.ungs.edu.ar

Se trata de una experiencia en la cátedra de Elementos de cálculo realizada durante el primer semestre de 2024 con estudiantes de primer año de las carreras de ingeniería industrial, química y electromecánica de la Universidad Nacional de General Sarmiento. El paradigma pedagógico en educación superior basado en la formación de competencias exige elaborar prácticas de enseñanza y evaluación diferentes a la tradicional distribución de clases divididas en teoría y práctica y la evaluación focalizada en la acreditación al final del proceso de enseñanza y aprendizaje. En este sentido, cobra relevancia pensar estratégicamente el diseño e implementación de una propuesta que integre actividades que fomenten el aprendizaje de competencias en consonancia con una evaluación formativa. En este trabajo se presenta el diseño y puesta en funcionamiento de una propuesta que aborda el aprendizaje del cálculo diferencial e integral en una variable, en la que se muestra una posible forma de generar un espacio que favorezca a los estudiantes la adquisición de algunas competencias genéricas en un ambiente de trabajo colaborativo y orientada al aprendizaje invertido.

Trabajo en conjunto con Malegarie, Daniela Analía (Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina).

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA EN LA CLASE DE MATEMÁTICA DEL NIVEL SECUNDARIO

GISELA FERNANDA Díaz

ENET N° 1 "Prof. Vicente García Aguilera" y Escuela Secundaria N° 89 "Huayra Punco", Argentina

giselabrunoazul@gmail.com

La enseñanza tradicional de la matemática, que se centra en la memorización de fórmulas y métodos, ha demostrado no generar los resultados esperados en las evaluaciones de aprendizaje. Esta situación pone en evidencia la necesidad de un cambio metodológico en la enseñanza de la matemática para promover la comprensión más profunda de los conceptos matemáticos, la resolución de problemas, el trabajo colaborativo y el pensamiento crítico.

La enseñanza a través de la resolución de problemas se centra en aplicar conceptos y habilidades matemáticas para resolver situaciones del mundo real. En este sentido, los problemas de la Olimpiada Matemática Argentina son especialmente desafiantes y estimulan el desarrollo del pensamiento crítico. En este trabajo se relata la experiencia de la implementación de la resolución de problemas como estrategia de enseñanza en dos escuelas de distintos contextos. Se describen algunos de los desafíos que se enfrentaron durante la transición desde un enfoque tradicional en la enseñanza de la Matemática y se reflexiona sobre los resultados obtenidos.

Trabajo en conjunto con Bruno Hernán Rosales (Colegio Padre Ramón de la Quintana).

USO DE LAS TIC EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN NIVEL SECUNDARIO

María Cecilia Guardia

Escuela preuniversitaria “Fray Mamerto Esquíú”, Argentina
 ceciliaguardia@yahoo.com

Este trabajo tiene como objetivo promover el uso de las TIC en el aula para mejorar la calidad de la educación matemática, fomentando prácticas significativas y el pensamiento crítico de los estudiantes. Las TIC se presentan como herramientas pedagógicas para despertar el interés por aprender, permitiendo a la comunidad educativa trascender más allá del aula. Esta implementación requiere que los docentes estén dispuestos a adquirir nuevos conocimientos, romper barreras entre lo conocido y lo desconocido. Esto implica redefinir conceptos de aula y de enseñanza, seleccionando los recursos adecuados para desarrollar capacidades matemáticas. Las TIC ofrecen una forma dinámica y productiva de gestionar la clase, promoviendo el trabajo colaborativo, optimizando los procesos de enseñanza y aprendizaje. El libro “Hackear la educación” de Lewin (2018) destaca la necesidad de transformar la educación tradicional para adaptarse a las demandas del siglo XXI, enfatizando habilidades como la creatividad y el pensamiento crítico. Maggio (2021) sugiere una autoevaluación sincera de las prácticas educativas, animándose a cuestionar y transformar lo establecido. La experiencia en la Fray permitió al equipo disciplinar explorar herramientas tecnológicas, enfrentando el desafío de innovar en la enseñanza de las matemáticas y contribuyendo a un enfoque educativo más adaptado a los tiempos actuales.

Trabajo en conjunto con Melina Raquel Ávila Sáenz (Escuela preuniversitaria Fray Mamerto Esquiú), Susana Elena Medina (Escuela preuniversitaria Fray Mamerto Esquiú) y Andrea Lorena Díaz (Escuela preuniversitaria Fray Mamerto Esquiú).

LOS LMS E IAS GENERATIVAS COMO ASISTENTES EN PROPUESTAS PARA CURSOS DE INGRESO A LA UNIVERSIDAD

Juan Manuel Lopez

Universidad Nacional de Cuyo, Argentina
 jmlopez@fcen.uncu.edu.ar

En el presente trabajo compartiremos algunas experiencias de aula, llevadas a cabo con diferentes grupos de ingresantes a las carreras científicas de la UNCuyo. Las mismas tuvieron lugar en las siguientes Sedes Territoriales: San Martín y General Alvear; articulando entre modalidades presenciales con complemento virtual, o enteramente virtual (Moodle). El eje transversal de las experiencias que desarrollaremos es la formulación de preguntas y actividades a partir de IA generativa, y el diseño de instrumentos de evaluación a distancia.

Trabajo en conjunto con Mónica Maciela Ortiz (Universidad Nacional de Cuyo, Argentina).

IMPLEMENTACIÓN DE PROYECTOS APLICADOS COMO ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA DE ECUACIONES DIFERENCIALES

Silvina Real

Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología - Universidad Nacional de Tucumán, Argentina
 sreal@herrera.unt.edu.ar

En este trabajo se relata una experiencia áulica llevada a cabo durante el primer cuatrimestre de 2024 con los alumnos de la asignatura “Matemática para Físicos” de la carrera Licenciatura en Física de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología de la Universidad Nacional de Tucumán. Se desarrolló un proyecto integrador para aplicar conceptos relacionados a las ecuaciones diferenciales a problemas concretos, involucrando un total de 16 alumnos. El proyecto consistió en un pequeño trabajo de investigación acerca de alguno de los temas estudiados en la asignatura con una aplicación a un problema de interés físico. La actividad no sólo integró conocimientos matemáticos y físicos, sino que también fomentó habilidades de investigación, redacción, graficación y expresión oral. Los resultados fueron positivos, con un alto nivel de compromiso y una mayor comprensión de la relevancia de las ecuaciones diferenciales en la física.

Trabajo en conjunto con Noelia Beatriz Argüelles (Universidad Nacional de Tucumán, Argentina).

ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE USANDO TICS EN LA MATEMÁTICA DE LAS CARRERAS DE LAS CIENCIAS ECONÓMICAS

Teresita Alejandra Rojas

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales UNCA-CREAS CONICET, Argentina
trojas@unca.edu.ar

Los softwares en la enseñanza de la matemática ponen a disposición de docentes y estudiantes nuevas herramientas que facilitan su inclusión a la enseñanza y aprendizaje de conceptos que ayudan a resolver problemas y lo que es más importante contribuyen a desarrollar nuevas capacidades. Una matemática inclusiva que respete y sea sensible a los diferentes ritmos y capacidades de los estudiantes, buscando su máximo potencial de aprendizaje.

La matemática está ligada con los alumnos ingresantes a las carreras de Contador Público y de la Licenciatura en Administración, quienes ingresan con un cúmulo de dudas, motivo por el cual los docentes deciden incorporar los softwares para mejorar su enseñanza y aprendizaje.

Esta investigación parte de la siguiente pregunta ¿Cuál es el potencial educativo de los softwares en las prácticas educativas para lograr su adecuación e inclusión de diferentes alumnos con capacidades diferentes?

Este interrogante será respondido con el uso de la metodología cuantitativa y cualitativa, mediante el cual los docentes expondrán sus experiencias en las prácticas de las cátedras Calculo Diferencial e Integral de la carrera de Contador Público y de la Licenciatura en Administración de la Facultad de Ciencias Económicas y de Administración de la Universidad Nacional de Catamarca.

Trabajo en conjunto con Lic. Mamani Edgardo Rodolfo (Facultad de Ciencias Económicas y de Administración-UNCA, Argentina). y Esp. Ing. Leiva Raúl Eduardo (Facultad de Ciencias Económicas y de Administración-UNCA, Argentina)..

¿CÓMO MAXIMIZAR EL BENEFICIO DE UN EMPRENDIMIENTO?: RESULTADOS DE UNA ACTIVIDAD DE ESTUDIO E INVESTIGACIÓN

Diana Patricia Salgado

Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur (UNS), Argentina
salgado.dp@gmail.com

Este trabajo presenta resultados de una implementación realizada en dos cursos de matemática de nivel universitario para las carreras Licenciatura En Administración de Empresas y Contador Público. La experiencia trata de la incorporación de una actividad de estudio e investigación referida a maximizar el beneficio de un fabricante. Los resultados se analizan a partir del funcionamiento de los gestos didácticos, denominados dialécticas, lo que permite describir el trabajo realizado por los estudiantes. Se observa un buen funcionamiento de la dialéctica del individuo y del colectivo, de la lectura y escritura y la del entrar y salir del tema.

Trabajo en conjunto con Paula Rabanedo (Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN), Argentina) y Carla Morbelli (Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Argentina).

INCORPORACIÓN DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN LAS CLASES DE MATEMÁTICA DE NIVEL SECUNDARIO

Diana Patricia Salgado

Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur (UNS), Argentina
salgado.dp@gmail.com

Este trabajo presenta resultados de un taller dictado a profesores de matemática de nivel secundario y estudiantes de Profesorado en Matemática. La propuesta se estructuró en torno a dos objetivos primordiales. Por un lado, se buscó generar un espacio de encuentro entre docentes de nivel secundario y estudiantes de profesorado para trabajar con propuestas pedagógicas en relación a la enseñanza, mediada por TIC, de contenidos curriculares de matemática. Por otro lado, se motivó la producción de materiales adaptables a distintos niveles educativos, de manera tal de que pudieran ser reutilizados en diversos contextos y compartidos con otros colegas. La experiencia dejó como resultado un enriquecedor intercambio docente, con una valoración muy positiva de las TIC como herramientas del diseño de actividades de matemática pues las

mismas facilitan la retroalimentación dinámica y efectiva entre contenidos, docentes y estudiantes. El análisis de esta experiencia revela que el uso de las TIC, junto con la metodología aplicada en el aula, constituye una combinación efectiva para experimentar distintas formas de aproximarnos al conocimiento matemático.

Trabajo en conjunto con Verónica San Román (Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Argentina) y Jessica Del Punta (Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS), Argentina).

TRAYECTORIA EN PROYECTOS DE INNOVACIÓN EN ÁLGEBRA APLICADA A LAS CIENCIAS ECONÓMICAS

Marino Schneeberger

Facultad de Ciencias Económicas - Universidad Nacional de Entre Ríos, Argentina
marino.schneeberger@uner.edu.ar

En este escrito se presenta un compendio de las experiencias gestadas en los últimos años por la cátedra Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas, de las carreras Contador Público y Licenciatura en Economía, de la Universidad Nacional de Entre Ríos. Esta asignatura mantiene desde hace muchos años un fuerte compromiso, de manera constante, con la mejora educativa, dando así lugar al desarrollo de proyectos innovadores. Entre estas iniciativas se destacan el cambio metodológico en la enseñanza, la integración de software libre, la reinención de procesos evaluativos, la adopción de herramientas tecnológicas como recurso complementario y la creación de espacios que fomentan la participación activa de los estudiantes, fortaleciendo así sus procesos de aprendizaje.

Trabajo en conjunto con Marisa Battisti (UNER), Cecilia Lell (UNER) y María Virginia Rodríguez (UNER).

ENSEÑANZA DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS MEDIADA POR TECNOLOGÍAS DIGITALES: RELATO Y CONCLUSIONES DE UNA EXPERIENCIA ÁULICA

Cinthia Noelia Del Valle Vides

Universidad Nacional de Salta-Facultad de Ciencias Exactas- Dpto. de Matemática, Argentina
cinthia.vides@exa.unsa.edu.ar

En esta comunicación se describirá una experiencia áulica desarrollada durante la Pasantía Profesional de la Especialización en Educación Mediada por Tecnología Digital de la Universidad Nacional del Comahue en el mes de junio de 2024. La pasantía se llevó a cabo en la Universidad Nacional de Salta en la asignatura "Introducción a la Matemática", materia del primer año-primer cuatrimestre de la Facultad de Ciencias Exactas. Dicho proyecto abordó la enseñanza de funciones exponenciales y logarítmicas mediada por tecnologías digitales, incluyendo Moodle, Geogebra, Chat GPT, Photomath y Whatsapp. Además se justificará la propuesta desde diferentes autores de educación mediada por tecnología digital.

Los resultados de la experiencia mostraron una mejor comprensión de los conceptos matemáticos, mayor participación activa y desarrollo de competencias digitales. Este enfoque demostró cómo la mediación tecnológica puede superar barreras en la enseñanza de la matemática y optimizar el proceso educativo.

ESTILOS DE APRENDIZAJE APLICADOS AL AULA DE MATEMÁTICA. AVANCES EN EL DISEÑO DE ENTORNOS PERSONALES

Silvia Vrancken

Facultad de Ciencias Agrarias. Universidad Nacional del Litoral, Argentina
vranckensilvia@gmail.com

En procesos que contemplan la personalización del aprendizaje, se reconoce la importancia de la adaptación de los ambientes, atendiendo al desarrollo de entornos personales. En este contexto, planteamos una investigación cuyo objetivo es incorporar a los espacios de aprendizaje de Matemática de Ingeniería Agronómica, herramientas centradas en las actividades de los alumnos, que estimulen la interacción y a su vez, atiendan a las características individuales, al aprendizaje autorregulado y autónomo. Dentro de los aspectos teóricos que dan marco al proyecto, se estudiaron los estilos de aprendizaje de nuestros estudiantes, considerando que, de acuerdo a las formas en que la mente procesa la información o es influida por las percepciones, un individuo puede ser activo, reflexivo, teórico o pragmático. Estos estilos afectan la manera

en que enfrentan las situaciones de aprendizaje, por lo que se consideraron como variable importante para el diseño de propuestas. Los avances incluyen el desarrollo de recursos y actividades que, integrados a las aulas virtuales, ofrecen la posibilidad de que los alumnos opten por los que son de su preferencia. Sus reacciones ante los cambios propuestos, nos alientan y desafían en la búsqueda de nuevas alternativas de personalización.

Trabajo en conjunto con Mariana Schmithalter (Facultad de Ciencias Agrarias. Universidad Nacional del Litoral), Marcela Hecklein (Facultad de Ciencias Agrarias. Universidad Nacional del Litoral) y Ana Leyendecker (Facultad de Ciencias Agrarias. Universidad Nacional del Litoral).

Reportes de Investigación

LA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN STEAM: REVISIÓN DE LITERATURA EN EL CONTEXTO DE AMÉRICA LATINA

Jonathan Alonso

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación; Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
jonymalonso@gmail.com

Este trabajo presenta una revisión bibliográfica de artículos sobre educación STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics) en el contexto latinoamericano, enfocándose en la integración de la matemática. Se analizó un total de 126 artículos publicados en revistas de acceso abierto, de los cuales 21 cumplieron con los criterios de incluir la matemática en el título o como disciplina involucrada. Los artículos seleccionados fueron clasificados según el tipo de trabajo (investigación, experiencia educativa o ensayo teórico) y el nivel educativo que abordan (primario, secundario, superior, no específico). Los resultados indican que la presencia de la matemática en STEAM se puede clasificar en tres categorías principales: la matemática integrada con otras disciplinas en un contexto interdisciplinario; la matemática en relación con tendencias en educación matemática; y la matemática como foco del estudio, sin una mirada integradora. Además, se observó una predominancia de artículos de investigación y una distribución relativamente equilibrada entre los niveles educativos, con una ligera mayoría en el nivel secundario.

Trabajo en conjunto con Mónica E. Villarreal (Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina).

LA ENSEÑANZA DE SABERES SOBRE EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL EN LA TRANSICIÓN DE LA ESCUELA PRIMARIA A LA SECUNDARIA

Daniela Antunez

Dirección General de Educación Superior (DGES). Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (FAMAF- UNC)., Argentina
daniela.antunez@unc.edu.ar

El presente documento surge de trabajos de investigación sobre cómo se aborda la enseñanza del Sistema de Numeración en la transición entre las escuelas primarias y secundarias de la ciudad de Bell Ville. En este escrito, sintetizamos hallazgos que emergieron del análisis de algunas actividades, seleccionadas por el equipo de investigación, de los libros de textos que se usan en esas escuelas. Ampliamos con algunas de las perspectivas de los docentes en torno a la enseñanza del Sistema de Numeración Decimal, a partir del análisis de esas actividades en un taller.

Trabajo en conjunto con Fregona, Dilma (FAMAF, UNC)., Gerez Cuevas, José Nicolás (FAMAF, UNC)., Gimenez, Anibal Dario (FAMAF, UNC)., Arónica, Laura Elisa (Dirección General de Educación Superior; Escuela Normal Superior "José Figueroa Alcorta". Bell Ville) y Mondino, Mariel (Dirección General de Educación Superior).

RESIGNIFICAR EL LUGAR DE DOCENTES Y ESTUDIANTES EN LA CLASE DE MATEMÁTICA: EL FENÓMENO DEL NOTICING PARA COMPRENDER EL MUNDO DE LA FORMACIÓN

Fernando Jorge Bifano

CeFIEC-FCEN-UBA, Argentina
 fjbifano@ccpems.exactas.uba.ar

El fenómeno del noticing tiene más de dos décadas de indagación en el campo de la didáctica de la matemática, desde diversas perspectivas y con diferentes metodologías. Uno de sus aportes se relaciona con la posibilidad de estimular la reflexión sobre la práctica y por tanto puede trabajarse como capacidad a desarrollar en la formación inicial docente. En ese sentido, se asume que los formadores como expertos tienen ya un cierto recorrido que les permitiría contar con un repertorio lo suficientemente amplio para identificar las situaciones significativas que pueden emerger en el aula para el aprendizaje. Nuestra contribución busca poner en discusión esta cuestión a partir de una experiencia de noticing vivida en nuestro rol de formadores. Lo haremos presentando extractos de clase de una materia inicial en la formación de las y los estudiantes del profesorado de matemáticas. Los hallazgos que emergen como fruto del análisis retrospectivo nos invitan a resignificar el lugar de docentes y estudiantes en la clase a partir de problematizar algunos aspectos que operan desde los posicionamientos didácticos que se asumen implícitamente sobre aquello que podría considerarse una buena clase de matemáticas.

Trabajo en conjunto con Enrique Di Rico (CeFIEC-FCEB-UBA, Argentina) y Fabián Gómez (CeFIEC-FCEB-UBA, Argentina).

ANÁLISIS A PRIORI DE UN INSTRUMENTO DE INDAGACIÓN SOBRE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS: ESTUDIO DE LOS PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN FUNCIONES LINEALES

Paula Daniela Bordón

Universidad Nacional del Nordeste, Argentina
 paula.bordon@yahoo.com

Se realiza un análisis ontosemiótico referencial de las situaciones-problemas correspondientes a las funciones lineales de un instrumento de indagación, que fue elaborado con el propósito de suministrar a los ingresantes de las carreras de Ingeniería de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura de la UNNE, con el objetivo de valorar la comprensión que tienen sobre la argumentación en el ámbito de las funciones lineales y cuadráticas. Se emplean como herramientas teóricas y metodológicas las nociones de configuración epistémica y función semiótica, constructos teóricos y metodológicos del Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos, marco teórico de la investigación en curso. Se identifican los objetos matemáticos primarios involucrados en las resoluciones expertas y sus relaciones conceptuales.

Trabajo en conjunto con Ricardo Ramón Espinoza (Universidad Nacional del Nordeste, Argentina), Grisel Ivana Almeida (Universidad Nacional del Nordeste, Argentina) y María Mercedes Ayala (Universidad Nacional del Nordeste, Argentina).

TRANSFORMAR LA ESCRITURA DE UN CÁLCULO PARA LEER NUEVA INFORMACIÓN: DESAFÍOS EN EL PRIMER ENCUENTRO CON UNA TAREA NUEVA

Valeria Borsani

Universidad Pedagógica Nacional, Argentina
 valeria.borsani@unipe.edu.ar

Esta comunicación es un recorte de los estudios realizados en mi trabajo de Tesis de Maestría, La diversidad de conocimientos aritméticos de los estudiantes en el tránsito hacia una práctica algebraica, ya defendida. Reflexionamos aquí sobre algunas tensiones que se generan en el espacio de discusión colectiva de un grupo de estudiantes de primer año de escuela secundaria cuando las técnicas ya constituidas son insuficientes para abordar un nuevo problema. Se trata de la construcción de un nuevo tipo de práctica para abordar objetos y problemas que, en principio, aparecen como iguales a otros ya conocidos. Profundizar en la trama de las interacciones que se dieron en el aula nos permitió entender algunas dificultades de los estudiantes ante la ruptura involucrada en la nueva tarea.

LA PRODUCCIÓN DE VIDEOS COMO RECURSO EN LA FORMACIÓN DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICA: UN ANÁLISIS MULTIMODAL

Araceli Coirini

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, UNC, Argentina
 araceli.coirini@unc.edu.ar

Este trabajo presenta un análisis preliminar del discurso multimodal en videos producidos por futuros profesores de matemática (FPM) en el curso Didáctica Especial y Taller de Matemática (DEyTM) del Profesorado en Matemática de la UNC. La ponencia se enmarca en un proyecto más amplio que investiga cómo la producción y el uso de videos pueden contribuir al desarrollo profesional de los FPM en escenarios de modelización matemática (MM). Adoptando un enfoque semiótico social de la representación multimodal, se analizó un video producido por FPM, enfocándose en los modos semióticos utilizados para comunicar diversos aspectos del proceso de MM. Si bien, los resultados muestran una predominancia del lenguaje (hablado y escrito), se destacan momentos que conjugan diferentes modos para la producción de significado singulares que exceden y complementan las capacidades discursivas del lenguaje. Lo anterior sugiere la necesidad de proporcionar más oportunidades para que los FPM se familiaricen con la producción de videos y la diversidad de modos semióticos disponibles. Este análisis destaca el potencial de los videos como herramienta para el desarrollo profesional de FPM.

Trabajo en conjunto con Dipierri, Iris (Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, UNC), Alonso, Jonathan (Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, UNC) y Villarreal, Mónica (Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, UNC).

LA VALIDACIÓN EN LIBROS DE TEXTO DE SEGUNDO AÑO DE SECUNDARIA: CIRCUNFERENCIAS Y TRIÁNGULOS

Ana Mabel Gomez

Universidad Nacional del Litoral, Argentina
 agomez@exa.unne.edu.ar

En el presente trabajo focalizamos en el estudio de tareas de geometría propuestas en un libro de texto de educación secundaria entorno a la validación en el aula de matemática. Específicamente, analizamos tareas de un libro de primer año de educación secundaria en los temas circunferencia y triángulos y analizar las tareas propuestas focalizando en los modos de validación que se promueven explícita e implícitamente en las mismas. Identificamos, distintas actividades propias del quehacer matemático que se promueven en las tareas y tipos de pruebas. Señalamos que las tareas propuestas promueven distintos aspectos, y que el análisis realizado muestra qué cuestiones no se promueven directamente en las tareas y pueden resultar relevantes en la intervención docente si se busca avanzar de pruebas pragmáticas a pruebas intelectuales.

Trabajo en conjunto con Ana Mabel Gomez (Universidad Nacional del Litoral, Argentina), María Florencia Cruz (Universidad Nacional del Litoral, Argentina) y Cecilia Laspina (Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

EL CÁLCULO DE ÁREAS EN LA GRECIA ANTIGUA: MARCAS EN EL DESARROLLO DE LA INTEGRAL DEFINIDA

Nicolás Igochnikov

Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Instituto de Investigaciones en Didáctica de las Ciencias Naturales y la Matemática (CEFIEC), Argentina
 nigolnikov@dm.uba.ar

El presente trabajo se propone anticipar algunos elementos de un análisis histórico-epistemológico del concepto de integral definida, en el marco del trabajo de tesis doctoral del autor. Se analizan algunas producciones de la Grecia Antigua, y se proponen preguntas en relación con la enseñanza-aprendizaje de esta noción.

UN PROBLEMA DINÁMICO PARA RELACIONAR CONCEPTOS DE GEOMETRÍA Y ANÁLISIS

Mauro Natale

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN), Argentina
 natale.doc@gmail.com

Este trabajo se enmarca en el proyecto de investigación titulado “Producción de conocimientos matemáticos utilizando GeoGebra en aulas de nivel superior. Un estudio didáctico de procesos de exploración, conjetura y prueba en la resolución de problemas geométricos”. Uno de los objetivos fundamentales del proyecto es ampliar y profundizar caracterizaciones de las potencialidades de ciertos problemas matemáticos para favorecer la exploración y la producción de conjeturas y de pruebas, incluyendo conocimientos matemáticos y sobre el programa GeoGebra en aulas de nivel superior.

En esta comunicación, compartimos las primeras etapas de diseño y análisis a priori de una propuesta para estudiar en aulas de nivel superior, que parte de un problema dado en contexto geométrico con un recurso de GeoGebra y busca relacionar algunos conceptos del análisis matemático y de la geometría. Nos interesa ofrecer a las y los estudiantes de este nivel oportunidades de explorar problemas cuyas resoluciones los invitan a producir estrategias nuevas y, a partir de ellas pensar, formular y validar conjeturas. En el seno de estas situaciones seguimos profundizando el estudio de la inclusión del programa GeoGebra.

Trabajo en conjunto con Ana Paula Madrid (UNICEN, Argentina), María Cecilia Papini (UNICEN, Argentina), Débora Perez (UNICEN, Argentina), Silvana Soria (UNICEN, Argentina) y Mariela Balcarce (UNICEN, Argentina).

ANÁLISIS DE LOS ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

Myriam Nuñez

Facultad de Farmacia y Bioquímica, Universidad de Buenos Aires (UBA), Argentina
 myriam@ffyba.uba.ar

Es de público conocimiento que la educación en contexto de pandemia ha dejado una gran huella en las trayectorias educativas de los estudiantes de todos los niveles educativos (Antropoulos y Huarte, 2022; Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia, 2022; Observatorio Argentinos por la Educación, 2020; Observatorio en Educación, Ciencia y Tecnología, 2023).

Teniendo en cuenta esta problemática y registrando una disminución en el rendimiento de los estudiantes que cursan la asignatura Matemática de las carreras de Farmacia y Bioquímica de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad de Buenos Aires se decidió analizar, dentro del marco de la socioepistemología, las resoluciones y los errores cometidos por los estudiantes en el ejercicio de ecuaciones diferenciales ordinarias de los segundos parciales correspondientes a los primeros y segundos cuatrimestres de los años 2019 y 2022.

Esto permitirá ampliar la mirada para identificar los obstáculos que aparecen en la resolución del tema correspondiente y realizar modificaciones en el dictado de la asignatura logrando así enriquecer las prácticas con el objetivo de que los aprendizajes resulten significativos para los estudiantes en su formación académica.

Trabajo en conjunto con Judith Montenegro Brusotti, Ayelén Catani, Paula Zambianchi y Matías Camalet-Le Noble.

ESTUDIO DE LA RELACIÓN ENTRE LA ESCRITURA EPISTÉMICA Y EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN LA UNIVERSIDAD

Ana Clara Torelli

Universidad Nacional de Luján, Argentina
 anaclaratorelli@gmail.com

Este trabajo de investigación propone a través de una propuesta de enseñanza, estudiar la importancia de la relación entre la escritura epistémica y el razonamiento matemático en la asignatura Matemática General en la Ingeniería Agronómica de la Universidad Nacional de Luján, donde los docentes reflexionan sobre la propia actividad de enseñanza, tratando de buscar mejores condiciones que favorezcan el aprendizaje, con la intención de evitar la deserción y mejorar porcentajes de aprobación, pudiendo aportar también al campo

de la didáctica del nivel superior, al producir conceptualizaciones que pudieran comunicarse a otros docentes como herramientas para el trabajo del aula.

Se reflexiona sobre la complejidad de las situaciones de enseñanza realizando un estudio cualitativo, exploratorio, con un trabajo de campo a partir del diseño, análisis e implementación de secuencias didácticas sobre la derivada de funciones, haciendo foco en la fundamentación que deben realizar los estudiantes para resolverla.

En dicha secuencia se intercalan situaciones de escritura para explicitar, argumentar y justificar lo aprendido, ya sea individualmente o grupalmente en el marco de la institucionalización, donde la evaluación formativa pone la mirada en la revisión de la secuencia, como un proceso retroalimentado por la identificación de aquellas cuestiones que serían pasibles de incluir.

Trabajo en conjunto con Pagano Roxana (Universidad Nacional de Luján, Argentina), Martinez Vanina (Universidad Nacional de Luján, Argentina), Erni Anabela (Universidad Nacional de Luján, Argentina) y Colabelli Lidia (Universidad Nacional de Luján, Argentina).



NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Publicaciones de la REM: Experiencias en el Aula

Esta sección contiene los trabajos que fueron presentados para ser expuestos durante la REM - UMA 2024 en la Sesión “Experiencias en el Aula” y fueron aceptados por evaluadores para ser publicados.

El proceso de evaluación fue realizado por un conjunto de docentes e investigadores/as de todo el país y coordinado por el Comité Científico REM.

PROPUESTA DE ENSEÑANZA PARA EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO
DIFERENCIAL E INTEGRAL DESDE EL ENFOQUE BASADO EN COMPETENCIAS

Antúnez, Andrea Carolina¹; Malegarie, Daniela Analía²

Universidad Nacional de General Sarmiento

¹aantunez@campus.ungs.edu.ar; ²dmalegarie@campus.ungs.edu.ar

Categoría de trabajo: Relatos de experiencia de enseñanza.

Nivel educativo: Superior

Palabras claves: competencias, enfoque basado en competencias, cálculo diferencial e integral, interdisciplinariedad.

Resumen:

Se trata de una experiencia en la cátedra de Elementos de cálculo realizada durante el primer semestre de 2024 con estudiantes de primer año de las carreras de ingeniería industrial, química y electromecánica de la Universidad Nacional de General Sarmiento. El paradigma pedagógico en educación superior basado en la formación de competencias exige elaborar prácticas de enseñanza y evaluación diferentes a la tradicional distribución de clases divididas en teoría y práctica y la evaluación focalizada en la acreditación al final del proceso de enseñanza y aprendizaje. En este sentido, cobra relevancia pensar estratégicamente el diseño e implementación de una propuesta que integre actividades que fomenten el aprendizaje de competencias en consonancia con una evaluación formativa. En este trabajo se presenta el diseño y puesta en funcionamiento de una propuesta que aborda el aprendizaje del cálculo diferencial e integral en una variable, en la que se muestra una posible forma de generar un espacio que favorezca a los estudiantes la adquisición de algunas competencias genéricas en un ambiente de trabajo colaborativo y orientada al aprendizaje invertido.

Introducción:

En 1996, en Argentina, el Consejo Federal de Decanos de Ingeniería (CONFEDI) realizó una propuesta para la enseñanza de las materias de ingeniería, reformulando y unificando la metodología en las universidades del país. Según esta propuesta, el CONFEDI sugirió el enfoque de enseñanza por competencias para lograr el perfil deseado en ingeniería, definiendo competencia como “la capacidad de articular eficazmente un conjunto de esquemas

(estructuras mentales) y valores, permitiendo movilizar (poner a disposición) distintos saberes, en un determinado contexto con el fin de resolver situaciones profesionales”[1]. Además, Tobón [3] complementa esta definición describiendo las competencias como “procesos complejos de desempeño con idoneidad en determinados contextos, integrando diferentes saberes (saber ser, saber hacer, saber conocer y saber convivir), para realizar actividades y/o resolver problemas”. Según el CONFEDI [2], esta noción de competencia implica definir un modelo centrado en el estudiante, que contemple tanto competencias genéricas como específicas, asegurando que cada estudiante desarrolle habilidades y conocimientos necesarios para su desempeño profesional.

En este contexto, durante el 2023, las autoridades de la Universidad Nacional de General Sarmiento aprobaron la actualización de los planes de estudio de las carreras de Ingeniería Industrial, Ingeniería Electromecánica e Ingeniería Química, a implementarse a partir del primer semestre del ciclo lectivo 2024. Una de las modificaciones consistió en definir una nueva materia denominada “Elementos de Cálculo”, con contenidos vinculados al cálculo diferencial e integral en una variable y con competencias genéricas a desarrollar. El plan de estudio aprobado propone que cada estudiante desarrolle competencias tecnológicas, sociales y actitudinales cuyos resultados de aprendizaje sean

1. Identificar, formular y resolver problemas.
2. Familiarizar a las/los estudiantes con el uso del lenguaje simbólico.
3. Familiarizar a las/los estudiantes con el uso de las herramientas argumentativas propias de los procesos de validación y con la construcción y el desarrollo de nociones o procedimientos desde una perspectiva general.
4. Afianzar en las/los estudiantes el trabajo colectivo y colaborativo.
5. Comunicarse con efectividad de forma oral, escrita, simbólica y gráfica.
6. Propiciar el aprendizaje en forma continua y autónoma de las/los estudiantes.

La propuesta se diseñó siguiendo estos objetivos y, para lograrlos, se elaboró secuencias de actividades que fomenten el trabajo colaborativo y la resolución de problemas en un entorno de aula invertida, a fin de generar un ambiente de intercambio que favorezca el aprendizaje buscado. En el aula invertida, se invierten los roles de los sujetos del proceso enseñanza-aprendizaje; se abandona la clase expositiva, sustituyéndola por materiales complementarios y actividades que cada estudiante debe revisar fuera del aula, y la tarea se transforma en actividades prácticas dentro del aula. De acuerdo a lo referido por Bergmann y Sams [5], el enfoque de aula invertida implica generar una secuencia de actividades flexibles en términos de interacciones entre estudiantes y docentes como de formatos de contenido; que

fomente una cultura de aprendizaje centrada en el estudiante; sostenida por un andamiaje de contenido dirigido y accesible; e impulsada por docentes como facilitadores y guías del aprendizaje. Es decir, es necesario generar entornos de aprendizaje individualizados, el fomento de comunidades de aprendizaje y la auto-dirección del proceso formativo. [4]

Esta metodología requiere una base sólida de hábitos y habilidades de estudio por parte del estudiantado o, en su defecto, que el equipo docente incentive ese interés y proporcione materiales motivadores y funcionales de estudio para estudiar fuera del aula. Para obtener resultados favorables, fue necesario que la planificación de actividades tenga en cuenta la adaptación progresiva de estudiantes y docentes a esta nueva dinámica, que revierte el método tradicional de clases teóricas y clases prácticas.

Esta comunicación presenta el diseño de esta materia, enfocada en el desarrollo de competencias genéricas en los estudiantes, con actividades que impulsan el trabajo colaborativo, la resolución de problemas y la autonomía del aprendizaje.

Lineamientos metodológicos y desarrollo de la experiencia.

La experiencia tuvo lugar en la cátedra de Elementos de Cálculo durante el primer semestre de 2024, involucrando a estudiantes de primer año de carreras de ingeniería de la Universidad Nacional de General Sarmiento. La propuesta fue implementada en las 10 comisiones de la materia, sumando un total aproximado de 350 estudiantes asistentes. La dinámica de las clases se dividió en dos encuentros semanales, cada uno de cuatro horas, con un total de 16 semanas de cursada.

Antes de cursar esta materia, los estudiantes debían haber aprobado los talleres iniciales obligatorios en los cuales se desarrollaron habilidades y hábitos de estudio necesarios para el ámbito universitario (trabajo en equipo, redacción de informes, lectura e interpretación de materiales en diversos formatos, etc) y se abordaron contenidos matemáticos básicos (ecuaciones, funciones lineales y cuadráticas, problemas de aplicación, inecuaciones y notación matemática, etc). Esta base previa permitió que los estudiantes se involucren en esta dinámica de estudio con un marco mínimo de conocimientos y habilidades.

Se adoptó una estructura particular para la dinámica de las clases: Cada encuentro consistía de dos horas a cargo de un/a único/a docente con dos comisiones agrupadas (aproximadamente 60 estudiantes) y luego dos horas con un docente por cada comisión en aulas separadas (30 estudiantes aproximadamente). Desde la primera clase, las/os estudiantes se agruparon en parejas o grupos de no más de cuatro personas según su libre elección. Además, se armaron grupos de entre cuatro a cinco estudiantes para desarrollar los trabajos prácticos de la materia.

Esta estructura fomenta el trabajo colaborativo y la interacción constante entre estudiantes desde la primera clase.

En la planificación, las actividades se dividieron en dos categorías: "actividades de prácticas-teóricas" y "actividades de prácticas-taller". Las primeras se centraron en problemas para iniciar a trabajar en grupos, donde se abordaba principalmente las nociones más conceptuales o generales, como se puede visualizar con el ejemplo de la figura 1.

Actividad 1: Una pelota se deja caer desde la plataforma superior de observación de una torre de 450 m sobre el suelo y su altura $h(t)$ por encima del suelo se registra a intervalos de 1 segundo en la siguiente tabla:

Tiempo (t en segundos)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Altura ($h(t)$ en metros)	450	445	431	408	375	332	279	216	143	61

(a) Predecir el tiempo en el que la pelota tocará el suelo con un modelo adecuado.
 (b) ¿Como se puede calcular la velocidad de impacto de la pelota contra el suelo?

Fig. 1. Ejemplo actividad de práctica-teórica para la introducción de límite.

En estas actividades, se organiza un trabajo grupal que evidencia lo aprendido y lo que aún falta definir. Luego, un debate mediado por el docente permite afianzar conceptos, institucionalizar nuevas definiciones y reforzar lo que cada estudiante debe seguir investigando con el apoyo de materiales complementarios o en las siguientes clases.

Por otro lado, las actividades de prácticas-taller se enfocan en trabajar estrategias prácticas de resolución y métodos de cálculo en grupos más reducidos, con la intervención docente más focalizada. Por ejemplo, luego de haber trabajado y afianzado la definición de continuidad de una función en un punto, la propuesta de la clase posterior de práctica-taller consistió en agruparse en pequeños grupos para estudiar una función partida, distinta para cada equipo, con la consigna:

▪ ¿Cuáles son todos los valores x donde es posible evaluar la función? ¿Hay algún valor x_0 para el cual la función es discontinua? En ese caso ¿es posible hacer pequeñas modificaciones a la fórmula de la función para que la función obtenida sea continua en dicho punto?

Fig.2: Consigna para trabajar en grupos con funciones partidas diferentes.

En este ejemplo, conocer el cálculo de límites se vuelve un objetivo de aprendizaje grupal necesario para abordar la consigna. La posterior exposición de cada grupo abre la discusión sobre las dificultades, permitiendo debatir similitudes y diferencias entre los casos.

En ambas categorías de actividades, se plantean problemas vinculados a aplicaciones de la matemática en la ingeniería, reforzando así el sentido de su estudio. Además, se fomenta el uso de la aplicación móvil de Geogebra, como calculadora gráfica y como recurso didáctico, facilitando la realización de actividades dinámicas y prácticas.

La evaluación de la materia se estructuró en trabajos prácticos grupales y dos exámenes parciales individuales. Por ejemplo, en el primer trabajo práctico se propuso dos etapas, con retroalimentación intermedia, que permitían un progresivo seguimiento docente.

Problema 1: Una persona está monitoreando la temperatura de un motor industrial que se enfría gradualmente después de ser apagado. Durante el proceso, se registran las temperaturas en grados Celsius en diferentes momentos. Sin embargo, las mediciones no son completamente precisas, por lo que se estima que algunos datos tienen un margen de error.

Las mediciones asociadas a tu grupo puedes encontrarlas en el siguiente enlace, donde ingresarás el número N de tu grupo:

<https://www.geogebra.org/m/xj2fukzk>

Diseñar un modelo de función para esta situación utilizando alguna de las funciones trabajadas en la primera unidad. Decidir grupalmente qué datos considerar y justificar la elección del modelo encontrado. El objetivo es que dicho modelo permite justificar con un cálculo analítico una posible respuesta para las siguientes preguntas:

1. Según el modelo elegido, ¿cuáles de los puntos no pertenecen al gráfico de la función? Indicar el error de la medición en cada caso.
2. ¿Cuál era la temperatura estimada del motor cuando se apagó?
3. ¿Cuánto tiempo tardó aproximadamente en enfriarse el motor hasta alcanzar los 24°C (temperatura ambiente)?




Fig.3: Consigna del primer trabajo práctico grupal evaluativo.

En particular, en la implementación del ejemplo de la Fig 3, algunas respuestas que justificaban el modelo elegido reflejaban los conflictos afrontados en esa decisión:

- “Tras experimentar con diferentes tipos de funciones (cuadráticas, exponenciales, etc) notamos que la función era la mejor se ajustaba a los datos proporcionados, capturando el comportamiento general de la temperatura en función del tiempo, con una pendiente negativa que refleja el enfriamiento gradual del motor.”
- “Nosotros trazamos varias líneas y pudimos notar como x81 y x95 se aproximan a la mayor cantidad de puntos como se ve en el gráfico (línea roja)” . (Frase indicando cómo toman la decisión por la recta roja junto a un gráfico con varias rectas y los puntos de medición).

Algunas observaciones sobre la implementación y reflexiones finales

Uno de los resultados más significativos fue la mejora en el entendimiento conceptual de los estudiantes que se vio reflejado en evolución de las devoluciones de los trabajos prácticos. A través de las actividades de prácticas-teóricas, los estudiantes demostraron una mayor capacidad para articular y aplicar conceptos matemáticos en las evaluaciones. El debate guiado y el trabajo en grupos permitió generar vínculos de confianza entre estudiantes y docentes que se vió evidenciado en la mayor participación y en la escasa deserción de estudiantes en la materia.

Las actividades de prácticas-taller ayudaron a establecer un diálogo fluido entre los sujetos de la actividad y a desarrollar habilidades prácticas cruciales para su formación en ingeniería. La oportunidad de trabajar en grupos más reducidos y recibir atención más individualizada de su docente permitió una mayor personalización del aprendizaje y la resolución de dudas específicas de cada estudiante.

Se observó que las producciones que implican un trabajo grupal previo fueron progresivamente más elaboradas y consensuadas dentro del grupo. De las producciones podemos inferir que competencias tales como familiarizarse con las argumentaciones matemáticas y el lenguaje específico, fueron características que estuvieron presentes durante la resolución de estos trabajos.

Se observó que el uso de la metodología de aula invertida fomenta la autonomía en el aprendizaje. Los estudiantes se acostumbraron a preparar las clases revisando materiales teóricos y recursos adicionales por su cuenta, lo que les permitió gestionar mejor su tiempo y asumir la responsabilidad de su propio proceso de aprendizaje. Sin embargo, a medida que los contenidos se complejizan, la demanda de asistencia y de explicaciones más expositivas presionaban con la dinámica propuesta por el docente, quien en determinadas ocasiones ordenaba la clase con explicaciones más expositivas.

Esta primera implementación permitió reflexionar sobre la propuesta a fin de incorporar el acompañamiento adecuado y capacitar aún más al equipo docente frente a esta dinámica, cuestiones que consideramos fundamentales para que la misma pueda tener mejores resultados.

Bibliografía:

1. CONFEDI. (2017). Marco conceptual y definición de estándares de acreditación de las carreras de ingeniería. Oro Verde. Recuperado de <https://confedi.org.ar/wp-content/uploads/2021/07/MARCO1.pdf>
2. CONFEDI. (2018). Propuesta de estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de ingeniería en la República Argentina: Libro Rojo de CONFEDI. Universidad FASTA Ediciones.
3. Tobón, S. (2008). Gestión curricular y ciclos propedéuticos. Bogotá: ECOE.
4. Martínez-Olvera, W., Esquivel-Gámez, I., & Martínez, J. (2015). Acercamiento teórico-práctico al modelo de aprendizaje invertido. Alternativas para nuevas prácticas educativas, 1, 158-172.
5. Bergmann, J., & Sams, A. (2012). Flip your classroom: Reach every student in every class every day. International Society for Technology in Education.

USO DE LAS TIC EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN NIVEL SECUNDARIO

**Melina Raquel Ávila Sáen; Susana Elena Medin; María Cecilia Guardia y
Andrea Lorena Díaz**

Escuela preuniversitaria “Fray Mamerto Esquiú”

melinaavilasaenz@gmail.com

Categoría del trabajo: Experiencias de aula

Nivel educativo: Nivel secundario

Palabras claves: Educación - Innovación - Matemática -Tic.

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo promover el uso de las TIC en el aula. La integración de éstas es inherente a la vida moderna, abarcando áreas como el entretenimiento y la educación. Según Punie y Cabrera (2006), la tecnología ha revolucionado tanto la educación como el acceso a recursos educativos. La pandemia de COVID-19 intensificó esta necesidad, obligando a instituciones como la Escuela Preuniversitaria "Fray Mamerto Esquiú" a digitalizar contenidos, utilizar plataformas virtuales y fomentar la creación de videos tutoriales específicos para satisfacer las necesidades curriculares. Las TIC ofrecen una forma dinámica y productiva de gestionar la clase, promoviendo el trabajo colaborativo, optimizando los procesos de enseñanza y de aprendizaje. El libro "Hackeando la educación" de Lewin (2024) destaca la necesidad de transformar la educación tradicional para adaptarse a las demandas del siglo XXI y enfatiza habilidades como la creatividad y el pensamiento crítico. Maggio (2021) sugiere una autoevaluación sincera de las prácticas educativas, animándose a cuestionar y transformar lo establecido. La experiencia en la Escuela Preuniversitaria permitió al equipo disciplinar explorar herramientas tecnológicas, enfrentando así el desafío de innovar en la enseñanza de las matemáticas para contribuir a un enfoque educativo más adaptado a los tiempos actuales.

Fundamentación:

La generación de hoy asume a las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) como parte de su vida, utilizando teléfonos celulares, computadoras e internet para entretenimiento, redes sociales, búsqueda de información, entre otras tantas.

Así también, las TIC se van incorporado gradualmente a los procesos de enseñanza y aprendizaje, generando nuevas formas de interacción que van construyendo los nuevos paradigmas pedagógicos, dejando de lado los métodos tradicionales. Este nuevo escenario, lleva a replantear las prácticas pedagógicas buscando recursos digitales que se adapten pertinentemente a los contenidos de las cátedras de matemática. Ante la escasez, de estos, se vio la necesidad de elaborar material propio reformulando los trabajos teóricos prácticos, elaborando videos personalizados e incorporando aulas virtuales entre otros. Para Punie, Y., & Cabrera, M., 2006 "La tecnología ha transformado no solo la forma en que trabajamos y nos comunicamos, sino también cómo aprendemos y enseñamos. La inclusión de las TIC en la educación ha permitido un acceso más amplio a la información y recursos educativos".

Es por ello, que este proceso de incorporación de las nuevas tecnologías en la escuela tenía un modelo centrado en materiales impresos y encuentros presenciales, lo que requirió un progresivo fortalecimiento en la construcción de conocimiento a través de actividades basadas en experiencias significativas sobre todo a partir del aislamiento por COVID.

La incorporación de las TIC permite a los estudiantes acceder a una amplia gama de recursos educativos en línea, así como también a videos, artículos y aplicaciones interactivas que facilitan el aprendizaje autónomo y la investigación.

Drucker (1999) plantea que la nueva sociedad exige de una permanente actividad de formación y aprendizaje. Bajo esta circunstancia es necesario crear y preservar un estado de cambio permanente, es decir, es preciso un aprendizaje a lo largo de la vida, donde el no aprender se encuentra abolido. Por tales razones cada vez es más requerido un nuevo estilo de trabajo, estudiantes que sean capaces de superar las limitantes de espacio, tiempo o ubicación geográfica y ante estos retos, el conocimiento es el recurso dominante.

En concordancia con lo planteado por Drucker requiere por parte del docente una actitud reflexiva a cerca de las concepciones y creencias de su formación de base, apelando a una actitud de apertura con motivación, formación y actualización permanente para construir un nuevo estilo de trabajo que resulte atractivo e incida en forma positiva en los alumnos.

Descripción de la institución:

La escuela surge como Escuela Normal Regional Fray Mamerto Esquiú un 9 de Julio de 1903. En 1.972 se funda, en su predio, la Universidad Nacional de Catamarca (UNCA) y la escuela pasa a depender de ella. En el año 2.002 cambia de denominación por Escuela Preuniversitaria "Fray Mamerto Esquiú", recientemente cumplió 121 años de vida. En la actualidad, cuenta con los tres niveles de enseñanza: Nivel Inicial, Nivel Primario y Nivel Secundario, albergando un total de 1345 alumnos. Además, cuenta con un Departamento de Ciencias Exactas y Tecnología integrado por 13 docentes, entre los cuales 4 docentes conforman el equipo disciplinar de Matemática.

Relato de la experiencia en pandemia por COVID (virtualidad)

Los participantes de la experiencia son los alumnos del nivel secundario de la Escuela preuniversitaria "Fray Mamerto Esquiú" a cargo del equipo disciplinar de Matemática.

En el año 2020, por la crisis sanitaria por COVID 19 y el ASPO (Aislamiento Sanitario Preventivo Obligatorio) se suspendieron en forma abrupta las clases presenciales, repentinamente las metodologías de enseñanza y aprendizaje tuvieron que reinventarse para dar paso a otras alternativas de trabajo, por ejemplo, aquellas ligadas al aprendizaje autónomo y colaborativo con la incorporación de las TIC como recurso didáctico.

La Facultad de Humanidades de la UNCA brindó el apoyo a la escuela con un soporte técnico desde el departamento de Educación a Distancia con la incorporación de la plataforma e-educativa habilitando las aulas virtuales. Esta apertura significó un gran desafío para la comunidad educativa del nivel secundario que hasta ese momento sólo trabajaba con WhatsApp y correo electrónico, poniendo de manifiesto dificultades con la educación virtual y los tiempos asincrónicos.

Es así como se abordaron distintas posibilidades para establecer y sostener el vínculo pedagógico con los medios disponibles, pero también se visualizó desigualdades y brechas tecnológicas que emergieron con mayor fuerza.

El trabajar con las aulas virtuales, implicó digitalizar contenidos teóricos y prácticos, incorporando explicaciones paso a paso para una mejor comprensión hasta poder realizar videoconferencias.

Para un mejor acompañamiento asincrónico y los inconvenientes de conectividad, se sugirió videos tutoriales disponibles en la web, en esta búsqueda, se advirtió la ausencia de videos que respondan a las necesidades pedagógicas de la institución, ya que, la notación y

vocabulario específico eran diferentes según el origen del autor del video, aunque estuvieran en idioma español. Por otro lado, la extensión de los mismos dificultaba la descarga en forma simple en los celulares.

Para cubrir esta necesidad y brindarles a los alumnos un recurso didáctico digital, asincrónico y contextualizado es que se tomó la decisión de elaborar videos tutoriales específicos de matemática para el nivel secundario en concordancia al diseño curricular áulico de la institución.

En este proceso, se requirió formación de manera autodidacta sobre softwares y se utilizaron las versiones gratuitas de los siguientes grabadores de pantallas con tiempo limitado: Camtasia, Icecream, Screen, Recorder y Bandicam.

Gracias al gran trabajo colaborativo del equipo de matemática se pudo ir puliendo y mejorandopara abrir canales en diferentes plataformas como YouTube y Tiktok

Relato de experiencia en post- pandemia (actualidad)

Actualmente, la escuela Fray, cuenta con 3 canales de YouTube con un total de 246 videos, todos de alcance público, algunos con una reproducción mayor a 20.000 vistas hasta la fecha, elaborados por docentes del departamento de matemática, que abarcan contenidos del diseño curricular a lo largo de los seis años del nivel secundario y con un total de 1.865 suscriptores.

Además, la escuela posee una sala de computación, un circuito interno de televisores y/o proyectores para transmitir videos didácticos en algunas aulas, una biblioteca digital cuyos materiales bibliográficos año a año se van actualizando y una sala multimedia con una pizarra digital interactiva con acceso a internet.

Con el retorno a la presencialidad resultan de gran apoyo complementario a las prácticas pedagógicas los siguientes recursos digitales:

- ✓ Aula virtual,
- ✓ WhatsApp,
- ✓ Canales de YouTube,
- ✓ App educativa con contenidos de matemática (π),
- ✓ Software GeoGebra (versión para PC y celulares),
- ✓ App de calculadora científica 991,
- ✓ Pizarra Digital Interactiva (PDI),
- ✓ Quiz,
- ✓ Padlet,

- ✓ Salas de escape con Google forms.

El cambio y adaptación a este nuevo escenario fue diverso, pero en líneas generales pasamos de la clase tradicional de pizarra y marcador al modelo de aula invertida, donde se envía material teórico - práctico por medio de WhatsApp, luego se explican y desarrollan en clases varios ejemplos, se visualizan los videos tutoriales sumando ejemplos y reforzando lo aprendido en la presencialidad. Luego se usa alguna app educativa para ejercitar y hasta evaluar algún contenido mediado por la gamificación.

Conclusión:

El objetivo de este trabajo es socializar la experiencia y promover el uso de las TIC en el aula como herramienta tecnológica, con una finalidad esencialmente pedagógica, orientadora del "saber saber" y del "saber hacer", con el objeto de contribuir con el mejoramiento de la calidad en la educación matemática, propiciando prácticas significativas, reflexivas y situacionales, potenciando la creatividad y el pensamiento crítico de los alumnos, desarrollando competencias y fortaleciendo los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

El aprendizaje es más efectivo cuando las condiciones son adecuadas, es decir, cuando se logra despertar en el individuo el interés por aprender, y es precisamente este, el detonador que se busca activar en los alumnos con la implementación de las diferentes TIC, permitiendo ser utilizadas por la comunidad docente, estudiantil y lograr traspasar las fronteras más allá del aula y de la institución, llegando así al público en general.

La implementación de las TIC requiere una apertura permanente por parte de los docentes, buena disposición y tiempo para adquirir los conocimientos necesarios en el manejo de los recursos digitales rompiendo las barreras entre lo conocido y lo desconocido, y además implica redefinir las estrategias metodológicas en el aprender y enseñar matemática.

Ante encuestas realizadas a los alumnos del nivel secundario de la escuela preuniversitaria Fray Mamerto Esquiú sobre la implementación de los diferentes recursos de las Tic se obtuvo amplia aceptación, como así también el reconocimiento institucional y de la comunidad educativa.

Cabe aclarar, que estos recursos digitales en matemática son una buena alternativa, ya que, permiten gestionar la clase de forma dinámica y productiva, cada uno de ellos conlleva una estrategia diferente y se complementan para promover un trabajo colaborativo, permitiendo así, construir colectivamente redes de conocimiento, motivando el desarrollo de las capacidades para el pensar y saber hacer matemático, optimizando los procesos de enseñanza

y de aprendizaje.

En el libro *"Hackeando la educación"* (Lewin, 2024) la autora, aborda la necesidad de transformar la educación tradicional para adaptarse a las demandas del siglo XXI. Lewin destaca que el sistema educativo actual a menudo falla en preparar a los estudiantes para los desafíos del mundo moderno, y aboga por una reforma educativa que promueva habilidades críticas como la creatividad, el pensamiento crítico, la colaboración y la adaptabilidad. También plantea que, en esta era digital, los docentes que fusionan la sabiduría tradicional con la innovación tecnológica están configurando el futuro del aula, llevando la educación a nuevas alturas.

“Es la hora de movilizarnos para volver a mirar nuestras prácticas y reflexionar cuan endurecidas, anquilosadas o estancadas estaban o siguen estando. Necesitamos ese tipo de sinceridad que a veces incomoda, molesta o directamente duele. Habiendo reconocido, analizado, sufrido y amado el territorio híbrido y cambiante, el desafío será animarse a sospechar, cuestionar, desarmar y soltar para saltar, para transformar lo que venimos haciendo”. (Maggio, M, 2021).

Integrar tecnología en la educación no se trata solo herramientas digitales sino sobre crear nuevas formas de aprender. Debemos utilizar la tecnología cuando mejora el aprendizaje o limitarla cuando se convierte en una distracción, el reto es integrar la tecnología de manera que maximice sus beneficios y minimice sus desventajas y establecer normas claras para su uso.

Bibliografía:

- Drucker, P. F. (1999). *Management challenges for the 21st century*. Harper Business.
- Lewin, L. (2024). *Hackeando la educación: Un camino para transformar la escuela desde las emociones y la neurociencia*. Editorial Bonum.
- Punie, Y., & Cabrera, M. (2006). The future of ICT and learning in the knowledge society. *European Journal of Education*, 41(3-4), 345-356.
- Rodríguez, M. (2015). *Didáctica de la Matemática y TIC: Propuestas innovadoras para la educación secundaria*. Editorial Novedades Educativas.
- Zimerman, L. (2021). *Reseña de "Educación en Pandemia. Guía de supervivencia para docentes y familias": Mariana Maggio, 2021, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Editorial Paidós*. Web.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA EN LA CLASE DE MATEMÁTICA DEL NIVEL SECUNDARIO

Gisela Fernanda Día y Bruno Hernán Rosales

**ENET N° 1 “Prof. Vicente García Aguilera” - Escuela Secundaria N° 89 “Huayra
Punco”**

giselabrunoazul@gmail.com

Categoría del Trabajo: Experiencia de Aula

Nivel Educativo: Nivel Secundario

Palabras Claves: Matemática, Enseñanza, Resolución de Problemas, Heurísticas

Resumen

La enseñanza tradicional de la matemática, centrada en la memorización de fórmulas y procedimientos, ha demostrado ser insuficiente para lograr una comprensión profunda y significativa de los conceptos matemáticos. Este enfoque, a menudo criticado por su falta de efectividad, subraya la necesidad de un cambio metodológico en la enseñanza de la matemática en el nivel secundario.

El presente trabajo aborda la implementación de la Resolución de Problemas como una estrategia pedagógica en dos escuelas con contextos diversos. Este enfoque busca no solo la aplicación de conceptos matemáticos en situaciones intra y extramatemáticas, sino también el desarrollo del pensamiento crítico y una comprensión más profunda. A través de los problemas propuestos por la Olimpiada Matemática Argentina, los estudiantes han enfrentado desafíos significativos, tanto en la transición desde un enfoque tradicional como en la adaptación a esta nueva metodología.

La experiencia muestra que, aunque la transición no está exenta de dificultades, los resultados obtenidos son alentadores. Se observa un progreso en la capacidad de los estudiantes para abordar problemas complejos, reflexionar sobre sus procesos de pensamiento y aplicar conocimientos matemáticos en contextos variados.

Los resultados de las pruebas de aprendizaje realizadas por el Ministerio de Educación en 2022, que abarcan a 397.687 estudiantes de quinto y sexto año de 11.672 escuelas secundarias, han

sido preocupantes en los últimos años. En Matemática, el 71,4% de los estudiantes se encontraban en el grupo de menor rendimiento en 2019, cifra que aumento al 82,4% en 2022, lo que indica que la enseñanza tradicional en el aula no está brindando los resultados esperados. En la provincia de Catamarca, el Ministerio de Educación compartió algunos datos de las escuelas de gestión estatal, que presentan el 80% de la matrícula provincial, revelando que solo el 40,9 % de los alumnos de escuelas públicas alcanzaron los niveles de desempeño deseados en Matemática (Secretaría de evaluación e información educativa, 2022, p. 6).

Por otra parte, dentro del campo de la Didáctica de la Matemática, autores como Ayllón (2016), Espinoza (2016), Fernández (2016), Mancera (2000), Monroy (2014), Rodríguez (2015), Rojas (2015), Ruiz (2013), Salazar (2014, y Santos, L. (2014) han llevado a cabo investigaciones que demuestran que una enseñanza basada en el pensamiento crítico y la resolución creativa de problemas produce mejores resultados académico y permite a los estudiantes aplicar conceptos matemáticos en situaciones de la vida real.

Esta situación pone en evidencia la necesidad de un cambio metodológico en la enseñanza de la matemática para promover una comprensión profunda de los conceptos matemáticos, la resolución de problemas, el trabajo colaborativo y el pensamiento crítico. Este enfoque puede ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades matemáticas esenciales para su vida diaria, académica y su futuro profesional.

La enseñanza de matemáticas a través de la resolución de problemas se centra en aplicar conceptos y habilidades matemáticas para abordar situaciones intra y extramatemáticas, en lugar de limitarse a la memorización de fórmulas y procedimientos. Los problemas de la Olimpiada Matemática Argentina son especialmente desafiantes y estimulan el pensamiento crítico al permitir explorar diversas estrategias para encontrar la solución. Según Polya (1981): "Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata" (p. 117).

Por lo tanto, un problema puede inicialmente causar un bloqueo en el estudiante, pero a través de procesos metacognitivos, este puede superar los obstáculos que se le presenta y desarrollar estrategias para intentar llegar a la solución.

Objetivo

El objetivo principal de esta comunicación es demostrar que, mediante la resolución de problemas, los estudiantes pueden desarrollar habilidades para argumentar y defender sus soluciones de manera oral, empleando un lenguaje matemático claro y coherente que se vuelve natural con el tiempo. Es decir, se busca que cada estudiante actúe como un matemático:

indagando, experimentando, analizando sus procesos, ajustando su enfoque, reflexionando sobre su pensamiento y tomando conciencia de su forma de razonar.

Además, al discutir y compartir soluciones con sus compañeros, los estudiantes pueden explorar diferentes estrategias heurísticas para alcanzar una misma solución, lo que promueve la creatividad y el pensamiento crítico. La experiencia demuestra que la implementación de la resolución de problemas como estrategia de enseñanza en escuelas secundarias, independientemente de su contexto, desafía a los alumnos y fomenta el desarrollo del pensamiento crítico, haciendo que esta forma de trabajo resulte más atractiva que las metodologías tradicionales.

Modalidad de trabajo en el aula

La estrategia de trabajo se implementó en la Escuela Técnica Preuniversitaria E.N.E.T. N° 1 “Prof. Vicente G. Aguilera” y en la Escuela Secundaria N° 89 “Huayra Punco”. La transición de un enfoque de clase tradicional a uno basado en problemas no fue ni espontánea ni sencilla. Al principio, se presentaba un problema a mitad de la clase, y los estudiantes solían preguntar: ¿qué debemos hacer con los datos? ¿Sumar? ¿Restar? ¿Multiplicar? ¿Dividir? En este contexto, la gestión del aula fue fundamental. Las intervenciones realizadas buscaban que los estudiantes llegaran a las respuestas por sí mismos. Ante sus preguntas, se respondía con otras interrogantes: ¿Qué dice el problema? ¿Qué entendiste? ¿Qué crees que podemos hacer? ¿Lo que hiciste cumple con las condiciones del problema? A veces se alcanzaba la solución, y otras veces se traía la solución para la clase siguiente.

Una vez obtenida la solución, se pedía a un estudiante que expusiera su desarrollo en la pizarra para comparar tanto la solución como la estrategia heurística utilizada con la de sus compañeros. Cuando el desarrollo era incorrecto, los compañeros señalaban algún dato que se había pasado por alto o algo que no cumplía con las condiciones del problema, colaborando para llegar a la solución correcta. Si ningún alumno identificaba el error, se hacía una pregunta que los ayudaba a reconocerlo. Esto permitía a los estudiantes autoevaluarse, aprender nuevas estrategias heurísticas y conceptos matemáticos.

Después de resolver una amplia variedad de problemas, se promovían momentos de reflexión metacognitiva, lo cual requería una considerable inversión de tiempo. En estas instancias, se invitaba a los estudiantes a reflexionar sobre lo que habían resuelto mediante preguntas como: ¿qué tipo de información te ayuda a pensar en un posible camino para resolver el problema? Con esta pregunta se buscaba que el estudiante identificara los datos que le dieron una idea o un posible enfoque.

En clases posteriores, los estudiantes pedían al iniciar la clase otro problema, porque disfrutaban del sentimiento de desafío que estos les generaban y aún más la satisfacción cuando lograban plantear una solución.

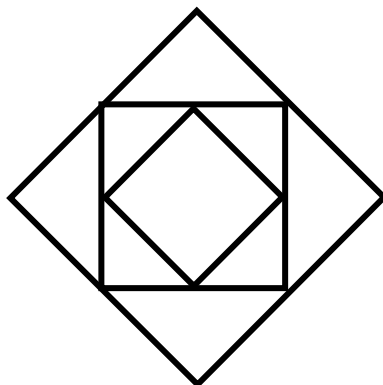
Un cambio en la estrategia de enseñanza y aprendizaje también requería repensar la forma de evaluar. Por ello, se implementó la evaluación a través de portafolios y rúbricas. El portafolio (la carpeta) permitió a los estudiantes demostrar su comprensión y habilidades en la resolución de problemas matemáticos, ofreciendo una visión valiosa del proceso que seguían para llegar a una solución, el cual mejoraba notablemente con el tiempo. La evaluación por rúbrica estableció los siguientes criterios:

- Comprensión del problema: ¿El estudiante ha comprendido correctamente el problema y ha identificado los datos relevantes?
- Proceso de resolución: ¿El estudiante ha utilizado un proceso lógico y coherente para llegar a una solución?
- Comunicación: ¿El estudiante ha explicado claramente su proceso de resolución y su respuesta?
- Autonomía: ¿El estudiante ha demostrado autonomía en la resolución del problema?

Con variables de “Alcanzó”, “En Proceso” y “Fortalecer”. Esto permitió a los estudiantes comprender claramente los objetivos de aprendizaje y recibir retroalimentación específica para mejorar su comprensión y habilidades en la resolución de problemas.

Considerando la edad y los intereses de los estudiantes, se añadieron ilustraciones de cómic relacionadas con el problema para hacerlo más atractivo, especialmente para aquellos a quienes les gusta dibujar. Por ejemplo:

Katy dibujo en su pared tres cuadrados. El cuadrado mediano une los puntos medios del cuadrado grande. El cuadrado pequeño une los puntos medios del cuadrado mediano. El área del cuadrado pequeño en la figura es de $6 m^2$. Ahora, ella quiere pintar el cuadrado grande de color rojo y necesita calcular su área para comprar la pintura. ¿Podes ayudar a Katy??



Conclusión

La implementación de la metodología de resolución de problemas en las dos escuelas secundarias con contextos significativamente diferentes ha demostrado ser eficaz para mejorar el aprendizaje de los estudiantes, independientemente de sus circunstancias socioeconómicas. En la Escuela Técnica E.N.E.T. N° 1, donde se anticipaba un buen resultado debido a la familiaridad de los estudiantes con enfoques de trabajo práctico, los resultados fueron positivos y motivaron la extensión de esta metodología a la Escuela Secundaria N° 89 "Huayra Punco", donde los estudiantes provienen de un contexto sociofamiliar más complejo.

Sorprendentemente, en esta última institución, la metodología no solo logró captar la atención de los estudiantes, sino que también facilitó un proceso de aprendizaje en el que los alumnos se sintieron desafiados y motivados para encontrar soluciones a los problemas planteados. Esta experiencia les permitió desconectarse de sus problemas personales y concentrarse en el desafío académico, lo que contribuyó al desarrollo de nuevas estrategias heurísticas y una mayor confianza en sus habilidades matemáticas.

La experiencia demuestra que la resolución de problemas no solo es una estrategia pedagógica eficaz, sino que también es capaz de transformar la dinámica del aula, fomentando la participación activa de los estudiantes, el pensamiento crítico y la capacidad de autoevaluación. Los estudiantes aprendieron a validar sus soluciones y a defender sus razonamientos, lo que refuerza la idea de que el docente no es la única fuente de verdad, sino un facilitador del proceso de aprendizaje.

Bibliografía

Secretaría de evaluación e información educativa. (2022). Resultados a nivel nacional Aprender 2022 en Nivel Secundario.

https://www.argentina.gob.ar/sites/default/files/2023/06/resultados_a_nivel_nacional_aprender_2022_en_nivel_secundario_secretaria_de_informacion_y_evaluacion_educativa.pptx_1.pdf

Ayllón, M., Ballesta-Claver, J., & Gomez, I. (2016) Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos Y Representaciones*, 4(1), 169–193. Recuperado de: <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.20511/pyr2016.v4n1.89>

Espinoza, J., Lupiáñez, J. L. & Segovia, I. (2016). La invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático. *Electronic Journal or Research in Educational Psychology*, 14(2), 368-392.

Fernández, E. & Molina, M. (2016). Indagación en el conocimiento conceptual del simbolismo algebraico de estudiantes de secundaria mediante la invención de problemas. *Enseñanza de las ciencias*, 34(1), 53-71. Recuperado de:

<http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/306636>

Mancera, E. (2000). *Saber Matemáticas es saber resolver problemas*. Grupo Editorial

Monroy, J. I. (2014). la resolución de problemas matemáticos y su impacto en pensamiento crítico del ciudadano. *Revista de cooperación*, 1(3), 79-86. Recuperado de:

<http://www.revistadecooperacion.com/numero3/03-06.pdf>

Rodríguez, L., García, L., & Lozano, M. (2015). El método de proyecto para la formulación de problemas matemáticos. *Atenas*, 4(32), 100–112.

Rojas, Y. (2015). *La resolución de problemas como estrategia metodológica en una clase de matemática de secundaria en el CTP de Venecia, Región Educativa de San Carlos, 2015*. Tesis en opción al Grado de licenciatura. Universidad Estatal a Distancia, San José, Costa Rica

Ruiz, A. (2013). La reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. *Perspectiva de la praxis*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, (10), 1-111.

Salazar, L. (2014). Diseño de tareas a partir de la modificación de problemas planteados en libros de texto de matemática. *Revista Paradigma*, 35(1), 55-77. Recuperado de:

<http://www.scielo.org.ve/pdf/pdg/v35n1/art03.pdf>

Santos, L. (2014). *Resolución de problemas matemáticos*. Fundamentos cognitivos. México, DF: Trillas.

Polya, G (1981). *Mathematical Discovery: On understanding, learning and teaching problema solving*. New York: Wiley.

Rodríguez, M., Pochulu, M. D., Barreiro, P., Bressan, A., Camós, C., Carnelli, G., ... & Zolkower, B. (2015). *Educación matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*.

IMPLEMENTACIÓN DE PROYECTOS APLICADOS COMO ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA DE ECUACIONES DIFERENCIALES

Silvina Real y Noelia Beatriz Argüelles

Facultad de Ciencias Exactas e Ingeniería - Universidad Nacional de Tucumán

sreal@herrera.unt.edu.ar

Categoría del Trabajo: Experiencias de Aula

Nivel educativo: Universitario.

Palabras claves: ecuaciones diferenciales, aplicaciones físicas.

Resumen: En este trabajo se relata una experiencia áulica llevada a cabo durante el primer cuatrimestre de 2024 con los alumnos de la asignatura "Matemática para Físicos" de la carrera Licenciatura en Física de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología de la Universidad Nacional de Tucumán. Se desarrolló un proyecto integrador para aplicar conceptos relacionados a las ecuaciones diferenciales a problemas concretos, involucrando un total de 16 alumnos. El proyecto consistió en un pequeño trabajo de investigación acerca de alguno de los temas estudiados en la asignatura con una aplicación a un problema de interés físico. La actividad no sólo integró conocimientos matemáticos y físicos, sino que también fomentó habilidades de investigación, redacción, graficación y expresión oral. Los resultados fueron positivos, con un alto nivel de compromiso y una mayor comprensión de la relevancia de las ecuaciones diferenciales en la física.

Introducción

Las ecuaciones diferenciales modelan una amplia variedad de fenómenos naturales desde la caída libre de un cuerpo hasta la propagación de ondas y la dinámica de fluidos; y describen el cambio de cantidades físicas en el tiempo y el espacio. La habilidad de interpretar dichas ecuaciones, clasificarlas, analizar la existencia de soluciones, y en caso de ser posible resolverlas es fundamental para el análisis de sistemas dinámicos.

A través de la aplicación de ecuaciones diferenciales a problemas concretos se logra establecer un vínculo directo entre la teoría matemática y la física permitiendo a los estudiantes ver cómo los principios matemáticos se traducen en soluciones prácticas y reales, fomentando una integración más sólida entre ambas disciplinas, lo cual fue estudiado por diversos autores como Camacho-Machín y Guerrero-Ortiz (2015), Sijmkens et al. (2022).

Teniendo en cuenta todo esto fue que decidimos en el primer cuatrimestre del periodo lectivo 2024 proponer como actividad dentro la asignatura “Matemática para Físicos” la realización por parte de los estudiantes de proyectos aplicados. Participaron en el desarrollo de la misma 16 alumnos de la carrera Licenciatura en Física de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología (FACET) de la Universidad Nacional de Tucumán (UNT). La asignatura corresponde al primer cuatrimestre de tercer año de la carrera por lo que nuestros alumnos poseen conocimientos suficientes de física para encarar el estudio de los problemas planteados en los proyectos.

Proponemos la actividad como un proyecto de investigación integrador, con el objetivo de promover en los alumnos las habilidades que deben adquirir a lo largo de su carrera como futuros profesionales. Entre las fortalezas de nuestra propuesta de enseñanza, se encuentra el desarrollo de competencias como la recopilación bibliográfica y lectura crítica, la redacción de textos académicos utilizando herramientas de software especializadas (como LaTeX), la realización de gráficos digitales mediante software, la elaboración de presentaciones y la expresión oral a través de exposiciones para sus compañeros. Como afirma Perrenoud (1999) el aprendizaje a través de proyectos no sólo facilita la integración de conocimientos, sino que también fomenta el desarrollo de sus habilidades investigativas, comunicativas y organizativas.

Motivación y objetivos de la propuesta

Nuestra motivación para la actividad fue el deseo de que los alumnos pudieran incorporar los conceptos matemáticos de forma aplicada, en respuesta al constante pedido de años anteriores por parte de éstos, interesados en vincular la matemática aprendida en nuestra asignatura con los conceptos físicos adquiridos previamente y en asignaturas paralelas. Buscamos contextualizar el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática teniendo en cuenta a la población estudiantil, para educar de acuerdo a las necesidades propias de cada grupo de acuerdo al enfoque de Gamboa y Borrero (2016).

La implementación de esta actividad en el aula tiene como objetivos:

- Mejorar el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales mediante su aplicación concreta en problemas físicos.
- Comprender cómo los conceptos matemáticos se pueden utilizar para resolver situaciones prácticas.
- Consolidar los conocimientos adquiridos al aplicarlos a temas de interés de los alumnos.
- Trabajar en la expresión escrita mediante la redacción de una monografía o informe utilizando un programa de escritura científica.
- Incorporar el uso de softwares de graficación para visualizar y analizar en forma crítica las soluciones obtenidas correspondientes a la situación problemática planteada.
- Desarrollar competencias en la comunicación oral.

Consideramos que a través de estos objetivos el proyecto es integrador en cuanto a la incorporación de conocimientos matemáticos y el desarrollo de habilidades de investigación en los alumnos.

Como docentes de matemática en la carrera de Licenciatura en Física creemos que el uso de herramientas como la implementación de proyectos aumenta el interés por parte de los alumnos en los temas de la asignatura al verlos aplicados tan concretamente en su campo.

Otra motivación para realizar estos proyectos es acercar a los alumnos a sus docentes, estableciendo un contacto diferente al participar estos últimos como asesores de los trabajos

presentados. Además, se fortalece el vínculo entre pares al realizar los trabajos en pequeños grupos, y se promueve la interacción y el aprendizaje colaborativo al involucrar al resto de los compañeros como evaluadores durante las presentaciones. Esta dinámica no sólo fomenta un ambiente de apoyo mutuo, sino que también enriquece la experiencia educativa a través del intercambio de conocimientos y perspectivas.

Metodología

Los alumnos trabajaron en grupos de dos personas. La metodología propuesta fue la realización de una pequeña investigación con revisión de diferente bibliografía y posteriormente la redacción de un informe escrito, con formato de monografía que debían presentar al equipo docente en el plazo acordado para ello. Se les dio un plazo de tres semanas durante las cuales los alumnos tenían la posibilidad de acercarse a los docentes en horarios de consulta para mostrar su avance o pedir sugerencias en el enfoque del trabajo y estructura en la redacción.

Cada proyecto implementado en la actividad estaba compuesto de dos partes: un ejercicio centrado en el desarrollo teórico de las ecuaciones diferenciales, abordando su resolución de manera más general; y una aplicación práctica, utilizando el mismo tipo de ecuación dada en el apartado anterior. Todos los temas incluyeron la elaboración de esquemas para visualizar la situación problemática y gráficas de las soluciones obtenidas para el análisis crítico de su comportamiento. Las mismas debían realizarse con algún programa de graficación en computadora.

Una vez aprobada la monografía, los alumnos debían exponer el trabajo realizado a sus compañeros en una presentación breve de 15 minutos, con un tiempo posterior para preguntas.

Proyectos realizados en el primer cuatrimestre 2024

Los conceptos matemáticos trabajados en los proyectos corresponden a las primeras tres unidades de la asignatura “Matemática para Físicos”, entre los cuales podemos mencionar:

Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden: solución general, solución particular, familias paramétricas de curvas planas, problema de valor inicial, métodos de resolución de acuerdo al tipo de ecuación dada (variables separables, exacta, reducible a exacta, lineal, Bernoulli), cambios de variables.

Ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de segundo orden: solución general, solución particular, problema de valor inicial, ecuaciones lineales con coeficientes constantes y homogéneas, métodos para encontrar solución particular de ecuaciones lineales inhomogéneas.

En total los alumnos realizaron ocho proyectos que se detallan a continuación.

- Proyecto 1: “Espejo”. Consigna: encontrar la forma que debe tener un espejo curvo para que la luz de un foco situado en el origen se refleje en un haz paralelo al eje x . Aplicación de la ley de reflexión.
- Proyecto 2: “Análisis de compartimentos”. Consigna: analizar el problema de un tanque con agua al que se le ingresa una concentración de sal que fluye a través del tanque. Aplicación de un problema de mezclas.
- Proyecto 3: “Caída libre en un medio viscoso”. Consigna: analizar la velocidad y aceleración de un objeto que cae desde cierta altura y experimenta la resistencia del aire. Aplicación de la segunda ley de Newton.
- Proyecto 4: “Enfriamiento de edificios”. Consigna: analizar la variación de temperatura de un edificio a lo largo de un periodo de tiempo. Aplicación de la ley de enfriamiento de Newton.
- Proyecto 5: “Catenaria”. Consigna: estudiar ecuaciones no lineales de segundo orden que pueden resolverse mediante sustituciones convenientes y deducción de la conocida curva denominada Catenaria. Aplicación de la segunda ley de Newton.
- Proyecto 6: “Sismógrafo simple”. Consigna: estudiar el comportamiento de un sistema masa-resorte forzado y analizar un modelo matemático simple para un sismógrafo. Aplicación de la segunda ley de Newton y sistemas de referencia no inercial.
- Proyecto 7: “Circuito eléctrico”. Consigna: estudiar el comportamiento de la intensidad de corriente en circuitos de tipo LC y RLC. Aplicación de las leyes de Kirchhoff.
- Proyecto 8: “Péndulo en un medio viscoso”. Consigna: estudiar el comportamiento de un péndulo sumergido en un fluido viscoso. Aplicación de conceptos de mecánica rotacional.

Los primeros 4 proyectos se vincularon a los conceptos de ecuaciones diferenciales de primer orden mientras que los proyectos del 5 al 8 se relacionaron con ecuaciones diferenciales de segundo orden.

Balance de la actividad

Para evaluar la experiencia de la actividad por parte de los estudiantes realizamos una encuesta anónima que fue respondida por 13 de los 16 participantes. Cabe destacar que este fue un año atípico ya que en general el número de alumnos en nuestra asignatura es de 5 a 8 estudiantes. El total de los encuestados afirma que la realización de los proyectos aumentó su interés en el estudio de las ecuaciones diferenciales y les ayudó a entender la relevancia y aplicación práctica del tema en la física. La mayoría de ellos se sintió más comprometido con el curso luego de la realización del proyecto. En general afirmaron que el proyecto les ayudó a mejorar sus habilidades de redacción y valoraron positivamente la utilidad de las presentaciones orales.

Conclusiones

Consideramos que la implementación de proyectos es una herramienta valiosa para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ya que es una estrategia didáctica centrada en el estudiante, quien se convierte en protagonista de su propia formación, acompañado por el docente. El rol del docente como orientador es clave en todas las etapas de este proceso: desde la selección cuidadosa de temas que puedan despertar el interés de los alumnos y que tengan relación estrecha con la temática que se quiere enseñar, hasta el acompañamiento en el proceso de redacción de la investigación y su posterior presentación oral.

Coincidimos con las opiniones de diversos autores que destacan que el aprendizaje basado en proyectos es un elemento dinamizador del proceso enseñanza-aprendizaje (Zambrano Briones et al., 2022) que lleva al desarrollo de competencias de tipo oral, investigativo, trabajo colaborativo y que fomentan el pensamiento autónomo (De Graaf y Colmos, 2003). En este sentido observamos que los alumnos del curso participaron de forma activa en los proyectos y alcanzaron los objetivos propuestos, principalmente lograron una mejor comprensión de los conceptos matemáticos relacionados a las ecuaciones diferenciales.

Notamos que esta estrategia didáctica presentó un desafío a las docentes en cuanto al diseño de diversos proyectos individualizados para cada grupo lo que requirió mayor esfuerzo en tiempo, investigación y flexibilidad porque en muchos casos los estudiantes desarrollaron los proyectos por caminos no previstos por las docentes. Consideramos además que esta técnica es adecuada para un grupo reducido de estudiantes. Por otro lado, se debe tener en cuenta que

este tipo de estrategias didácticas implica mayor inversión de tiempo por parte de los estudiantes, lo que debe ser tenido en cuenta en una planificación.

Referencias

- Camacho-Machín, M., & Guerrero-Ortiz, C. (2015). *Identifying and exploring relationships between contextual situations and ordinary differential equations*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 46(8), 1077–1095.
- De Graaf E. y Kolmos A. (2003). *Characteristics of problem-based learning*. International journal of engineering education. 19 (5), 657-662.
- Gamboa Graus, M. E., y Borrero Springer, R. Y. (2016). *Influencia de la contextualización didáctica en la coherencia curricular del proceso enseñanza-aprendizaje de Matemática*. Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores. 4(1).
- Kennedy, D (2007). *Redactar y Utilizar Resultados de Aprendizaje. Un Manual Práctico*. Cork: University College Cork.
- Perrenoud, P. (1999). *Apprendre à l'école à travers des projets: pourquoi? Comment?*. Revista de Tecnología Educativa, 14(3), 311-321.
- Sijmkens, E., Scheerlinck, N., De Cock, M., & Deprez, J. (2022). *Benefits of using context while teaching differential equations*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 55(4), 829–849.
- Zambrano Briones, M. A., Hernández Díaz, A., & Mendoza Bravo, K. L. (2022). *El aprendizaje basado en proyectos como estrategia didáctica*. Revista Conrado, 18(84),

ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE USANDO TICS EN LA MATEMÁTICA DE LAS CARRERAS DE LAS CIENCIAS ECONÓMICAS

Edgardo Rodolfo Mamani; Teresita Alejandra Rojas y Raúl Eduardo Leiva

Facultad de Ciencias Económicas y de Administración – UNCa.
raulleiva05@yahoo.com.ar - trojas@unca.edu.ar
mamaniedgardo1994@gmail.com

Categoría del Trabajo: Experiencias de Aula

Nivel Educativo: universitario

Palabras claves: ESTRATEGIA – APRENDIZAJE –ENSEÑANZA- INCLUSION

Resumen

Los softwares en la enseñanza de la matemática ponen a disposición de docentes y estudiantes nuevas herramientas que facilitan su inclusión a la enseñanza y aprendizaje de conceptos que ayudan a resolver problemas y lo que es más importante contribuyen a desarrollar nuevas capacidades. Una matemática inclusiva que respete y sea sensible a los diferentes ritmos y capacidades de los estudiantes, buscando su máximo potencial de aprendizaje.

La matemática está ligada con los alumnos ingresantes a las carreras de Contador Público y de la Licenciatura en Administración, quienes ingresan con un cumulo de dudas, motivo por el cual los docentes deciden incorporar los softwares para mejorar su enseñanza y aprendizaje.

Esta investigación parte de la siguiente pregunta ¿Cuál es el potencial educativo de los softwares en las prácticas educativas para lograr su adecuación e inclusión de diferentes alumnos con capacidades diferentes?

Este interrogante será respondido con el uso de la metodología cuantitativa y cualitativa, mediante el cual los docentes expondrán sus experiencias en las prácticas de las cátedras Calculo Diferencial e Integral de la carrera de Contador Público y de la Licenciatura en Administración de la Facultad de Ciencias Económicas y de Administración de la Universidad Nacional de Catamarca.

OBJETIVOS

- Garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades en la dificultad del aprendizaje de la matemática en los alumnos de la carrera de contador Público y de la Licenciatura en Administración
- Analizar programas de computadoras como herramientas didácticas para plantear y resolver problemas geométricos, algebraicos y referidos al análisis de funciones en el plano.

MATERIAL Y MÉTODOS

Diseño de investigación: Se desarrolló bajo un enfoque mixto (cuali-cuantitativo) con alcances exploratorio, descriptivo-correlacional. Este enfoque permitió determinar, de forma objetiva, la valoración contextual de software Geogebra a través de una propuesta didáctica metodológica para el aprendizaje de aplicaciones de las resoluciones analíticas y representación gráfica de Funciones algebraicas. Analizando las características distintivas de las mismas. Las funciones como modelos en las ciencias económicas dirigido a estudiantes en formación.

Población y muestra: Para este estudio, la población estuvo conformada aproximadamente por 86 estudiantes de 1° año de la Cátedras de Calculo Diferencial y Calculo Integral de la carrera de Contador Público y Licenciatura en Administración.

El instrumento de medición: Trabajo práctico. Software Geogebra.

Práctica Docente en las cátedras de cálculo Diferencial e Integral

Teniendo en cuenta unos de los objetivos de garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades en la dificultad del aprendizaje de la matemática en los alumnos.

En esta investigación nos interesan los *recursos didácticos*. Es toda herramienta que nos permite manejar situaciones indeterminadas y realidades imitadas para producir el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Hoy en el sistema educativo el ingreso de los estudiantes con discapacidad obligatorio son una realidad donde la mayoría de éstos corresponden a la clasificación de discapacidad motora. Discapacidad que por lo general es más detectable, es decir es más evidente.

Dentro de la discapacidad, se encuentra la cognitiva, la que no siempre es detectada, y puede tardarse bastante tiempo para ser correctamente diagnosticada.

Pero a su vez, es inminente el aumento de alumnos ingresantes a la Universidad con este tipo de discapacidad, y debemos estar preparados para recibirlos y formales de acuerdo a las normas vigentes.

El problema surge en la incertidumbre que radica entre, los aspectos tanto académicos, pedagógicos para trabajar con estos casos. Es por esto, que como educadores debemos brindar una propuesta pedagógica para estudiantes con discapacidad en términos cognitivos en las clases de matemática, aceptando sus limitaciones, pero brindando las herramientas adecuadas en cada caso particular, y teniendo en cuenta su inclusión.

Entendiendo la discapacidad cognitiva como la adquisición lenta e incompleta de las habilidades que resultan del neurodesarrollo durante la gestación, que implica entre otras cuestiones que la persona pueda tener dificultades para comprender, aprender y recordar cosas nuevas, que se manifiestan durante el desarrollo, y que contribuyen al nivel de inteligencia general, por ejemplo, habilidades cognitivas, motoras, sociales y de lenguaje (Ke & Liu, 2017).

Los relatos docentes pueden constituirse dentro del repertorio habitual de rutinas disponibles, también es cierto que buena parte de la intervención en el aula está signada por un alto poder de espontaneidad. (Steiman 2007)

En cuanto a las clases Prácticas se activa el nexos cognitivo con los contenidos teóricos enseñados, llevando a situaciones de la vida real.

Las clases prácticas son de sumo interés y resulta muy importante la participación del alumno en ella, a los efectos de apropiarse de estrategias.

Es notoria la dificultad que manifiestan los estudiantes cuando tienen que estudiar como el caso de Matemática particularmente.

En nuestro caso particular fue un desafío de tratar de implementar un software para acompañar y despertar interés hacia la matemática por parte del estudiante. La clase considerada, tuvo una duración aproximada de 2 (dos) horas, se desarrolló en un primer año de la Facultad de Ciencias Económicas y de Administración, de la carrera de Licenciado en Administración y Contador Público Nacional de la Universidad Nacional de Catamarca.

Se comenzó revisando el tema “Función. Representación gráfica. Tipos de funciones. Las funciones como modelos en las Ciencias Económicas”, con el uso de la

pizarra inicio una breve introducción teórica mediante preguntas para centrarlos en el tema de estudio. Para poder evaluar si realmente habían entendido la teoría, se procedió a trabajar con el práctico correspondiente de la cátedra. La situación problemática, consistía en graficar manualmente y con la ayuda del software geogebra realizar un análisis y explicar el comportamiento de las distintas funciones en estudio tales como las funciones lineales y cuadráticas que aparecen con mucha frecuencia en diferentes situaciones que presenta el estudio de las Ciencias Económicas.

Se Procedió a explicar un modelo de gráfica en la pizarra para su orientación y aplicación y como el tema lo requiere. Una vez inserto en la parte práctica, se procedió a hacer mención del software que ayudará a graficar y llevar acabo el análisis de las misma.

Se proyecta el software “Geogebra” en la pantalla, se les explico el funcionamiento de la aplicación. Mientras que un grupo numeroso de alumnos (más de la mitad) ya tenían el programa en su celular, lo que permite incorporar el celular a la clase como soporte de estudio. Por dicho motivo, separamos en grupos, un grupo lo realizaba en forma manual con ayuda del celular, otro con el uso del programa y permitir cotejar sus resultados. Fue notable la participación e interés por el uso de dicho programa. De esta manera los estudiantes pudieron comprobar que el programa hace lo que ellos deberían hacer manualmente.

Se les insiste que Geogebra en este caso particular puede ser una herramienta útil para descubrir resultados y comprobar conjeturas.

Como experiencia fue muy beneficiosa y nos sorprendió el interés, espontaneidad manifestada por parte de los alumnos en el uso de los distintos recursos tecnológicos y del software educativo.

La enseñanza como actividad conjunta del docente y los alumnos se divide en dos procesos relacionados: la enseñanza como la actividad del docente y la del aprendizaje como la actividad del alumno. (Duro Novoa, 2013)

Se observa que actualmente las aulas se transformaron en contextos de constantes cambios. Diariamente se presentan nuevos requerimientos y retos que debemos superar. Para esto se debe adaptar a los cambios que se producen en la sociedad generando estrategias para dar respuestas a estas transformaciones, de manera única y personal.

REFLEXIONES FINALES

Cuando se inició esta investigación surgieron muchas dudas e incertidumbres con relación a la investigación educativa en las Cátedras de Calculo Diferencial-Integral, fue un gran reto el cual va teniendo sus frutos.

En el trayecto de esta investigación se pudo observar y comprobar que los softwares son una herramienta de soporte muy importante para los docentes.

En las clases teóricas y prácticas realizadas para este trabajo, se pudo distinguir el desempeño de distintos docentes de la cátedra de Calculo Diferencial e Integral y los recursos educativos que ellos utilizan. Se notó que todos tienen los conocimientos de los recursos que nos brindan los softwares, saben que disponen de un gran abanico de medios y posibilidades que les brindan para mejorar las experiencias diarias y que en realidad estos recursos deberían introducirse en nuestras prácticas rutinarias.

No debemos olvidar que Calculo Diferencial e Integral son asignaturas que está netamente ligada con los alumnos ingresantes a las carreras de Ciencias Económicas, quienes entran con un cumulo de dudas y falta de preparación, motivo por el cual los docentes deciden personalizar sus clases.

En cuanto a nuestra experiencia con el uso del programa Geogebra en una clase teórica práctica fue muy satisfactoria. Con un aprendizaje colaborativo basado en resolución de ejercicio. Y planteamiento de situaciones problemáticas mediante trabajo grupal, donde se pudo observar la participación de todos los alumnos, desde una lectura, hasta el debate de un planteo.

Los estudiantes presentaron mucha inquietud a la hora de participar. Respecto a las actividades con el uso de softwares se notó una muy buena predisposición y permeabilidad muy grande para utilizar los nuevos recursos y adueñarse de las herramientas.

Cabe destacar que las generaciones actuales se han caracterizado por demostrar una mayor tendencia por el aprendizaje a través de distintas herramientas tecnológicas, lo cual no es de extrañar, pues nos encontramos en una época en donde los dispositivos electrónicos, independientemente del ámbito, están muy presentes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cabero, J. (1998). *Las aportaciones de las nuevas tecnologías a las instituciones de formación continua: reflexiones para comenzar el debate*. Recuperado de <http://tecnologiaedu.us.es/revistaslibros/23.htm>
- Carranza, G (2018) *Un Enfoque didáctico del Cálculo. Trabajo Práctico. Con aplicación a las Ciencias Económicas. Universidad nacional de Catamarca. Secretaria de Extensión universitaria.*
- Duro Novoa (2013) *Uso del software educativo en el proceso de enseñanza y aprendizaje.* <https://www.gestiopolis.com/uso-del-software-educativo-en-el-proceso-de-ensenanza-y-aprendizaje/>
- Hernández Sampieri, R. y otros (2014). *Metodología de la Investigación*. Sexta edición. McGraw-Hill / Interamericana Editores, S.A. de C.V.
- Ke, X., & Liu, J. (2017). Discapacidad Intelectual. Manual de Salud Mental Infantil y Adolescente de la IACAPAP, 1-28.
- Pasetto, R. (2008) *Nivel de Adopción de las Nuevas Tecnologías en los establecimientos educacionales del nivel polimodal de la localidad de Nueva Coneta- Dpto. Capayán – Catamarca.* Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Catamarca.
- Pochulu y Abrate (2018) *Relatos de investigación y Experiencias docentes en Educación Matemática.* Grupos de Investigaciones y desarrollo didácticos. Universidad Nacional de Villa María, Córdoba, Argentina.
- Real Pérez, (2017) *Las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.* Recuperado de personal.us.es/Suarez/ficheros/tic.
- Steiman, J. (2007) *¿Que Debatimos hoy en la didáctica? Las Prácticas de la Enseñanza en la educación Superior.* Universidad Nacional de General San Martín.

CÓMO MAXIMIZAR EL BENEFICIO DE UN EMPRENDIMIENTO: RESULTADOS DE UNA ACTIVIDAD DE ESTUDIO E INVESTIGACIÓN

Diana Patricia Salgado^{1,2}, Paula Rabanedo², Carla Morbelli¹

¹Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)

²Núcleo de investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECYT), Universidad
Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN)

dsalgado@uns.edu.ar

Categoría del Trabajo: Experiencias de Aula

Nivel Educativo: Universitario

Palabras clave: universidad, matemática, didáctica, enseñanza por investigación

Resumen

Este trabajo presenta resultados de una implementación realizada en dos cursos de matemática de nivel universitario para las carreras Licenciatura en Administración de Empresas y Contador Público. La experiencia trata de la incorporación de una actividad de estudio e investigación referida a maximizar el beneficio de un fabricante. Los resultados se analizan a partir del funcionamiento de los gestos didácticos, denominados dialécticas, lo que permite describir el trabajo realizado por los estudiantes. Se observa un buen funcionamiento de la dialéctica del individuo y del colectivo, de la lectura y escritura y la del entrar y salir del tema.

Introducción

Este trabajo se ubica en el marco del proyecto “*Recursos digitales en el nivel secundario y universitario: aportes para una enseñanza de la matemática por indagación y cuestionamiento*” y persigue uno de los objetivos del proyecto referido a diseñar, implementar y analizar

dispositivos didácticos para la enseñanza de la matemática desde la perspectiva de una enseñanza por investigación. En el marco de este proyecto se atendió a las necesidades del Departamento de Ciencias de la Administración de la Universidad Nacional del Sur (UNS) el cual sugirió ajustes en los contenidos curriculares de las materias Matemática IC (MIC) y Matemática IIC (MIIC) pertenecientes a los planes de estudio de las carreras Licenciatura en Administración de Empresas y Contador Público. Los cambios realizados se fundamentan en la reducción de contenidos y pretenden generar procesos de enseñanza-aprendizaje aplicados a la administración, centrando su interés en la interpretación y el carácter instrumental de los contenidos. La nueva mirada busca un mayor acompañamiento al estudiante y prioriza la calidad del aprendizaje por sobre la cantidad. El espíritu de estos cambios concuerda con el programa de Acompañamiento a las Trayectorias Iniciales (ATI) implementado por la UNS a manera de nivelación.

Las cátedras MIC y MIIC están a cargo del Departamento de Matemática, el cual, debido a la estructura departamental de la UNS, imparte las materias de matemática para todas las carreras. Las clases siguen, generalmente, la fórmula teoría-práctica dispuestas en dos horas de teoría y dos de práctica.

Por todo lo expuesto, llevamos a cabo una experiencia en las clases de MIC con el fin de promover cambios en nuestras prácticas docentes y analizamos sus resultados desde el punto de vista de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD).

Objetivos

- Incorporar una enseñanza por investigación y cuestionamiento mediante la implementación de una actividad de estudio e investigación en los cursos de Matemática IC de las carreras Licenciatura en Administración de Empresas y Contador Público (UNS).
- Analizar el funcionamiento de gestos didácticos en las implementaciones desarrolladas.

Marco Teórico

En este trabajo, se adopta a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 2009, 2013) como marco de referencia. Según la TAD el paradigma tradicional de enseñanza en las clases de matemática se caracteriza por el fenómeno de la *visita de obras*, en el cual el profesor actúa como de guía turística mostrándole a los alumnos las distintas obras matemáticas y es el único capacitado para incorporar saberes al medio didáctico, saberes que además son indiscutibles. Así, la TAD aboga por un cambio hacia un nuevo paradigma denominado de la investigación y el cuestionamiento del mundo. Este nuevo enfoque promueve una enseñanza a

partir de preguntas, mediante la implementación de un Recorrido de Estudio e Investigación (REI) o, una alternativa más viable, la Actividad de Estudio e Investigación (AEI), que no resuelve el fenómeno descrito anteriormente, pero intenta instalar algunos elementos de la pedagogía del cuestionamiento (Chevallard, 2013). Ambos dispositivos parten de una cuestión problemática denominada pregunta generatriz Q. En el caso de las AEI, Q no es una pregunta en sentido fuerte, pero asimismo su resolución requiere la construcción o reconstrucción de diferentes saberes. En el proceso de construcción de una respuesta a Q, se activan ciertos gestos didácticos denominados dialécticas (Chevallard, 2007; Salgado, 2019), que dan cuenta de las acciones o saber-hacer que se llevan a cabo durante una actividad de estudio e investigación. Considerar a las dialécticas como herramienta de análisis permitiría determinar en qué medida los estudiantes incorporan gestos propios de la pedagogía del cuestionamiento.

Metodología de la implementación

La actividad diseñada (Figura 1) refiere a un problema que aparece frecuentemente en libros de texto de matemática con aplicaciones a la economía y administración, pero aquí no figuran fórmulas en la consigna, sino que los estudiantes debían hallarlas o resolver el problema de otra manera, con ayuda, por ejemplo, de la carpeta de la materia o la búsqueda en internet.

Actividad: La tabla muestra la relación entre el precio de la lata de refrescos y la cantidad demandada y vendida por un fabricante.

Precio de una lata de refresco (dólares/u.)	Cantidad demandada de latas de refresco
0	60000
0,30	50000
0,60	40000
0,90	30000
1,20	20000
1,50	10000
1,80	0

¿Qué cantidad de latas debe fabricar y vender el fabricante para maximizar el beneficio de su emprendimiento, suponiendo que posee costos variables por unidad (0,1 dólares de mano de obra por unidad, más 0,2 dólares el costo de cada lata) y costos fijos de fabricación de 7500 dólares (alquiler, limpieza, etc.)?

Figura 1: Actividad propuesta

Como parte del análisis previo, se elaboró un Modelo Praxeológico de Referencia (MPR) (Chevallard, 2013) para identificar posibles resoluciones a la cuestión planteada.

La actividad se llevó a cabo en dos de los tres cursos de MIC, en el espacio dedicado a la teoría. Cada curso (Curso 1 y Curso 2) contó con cerca de 60 estudiantes, distribuidos en grupos de 4 a 5 integrantes. Al Curso 1 asistieron su profesora responsable y tres profesoras investigadoras con observación participante. En el Curso 2 dos investigadoras realizaron observación participante, y

la profesora a cargo se ausentó por razones particulares. Se tomaron notas de campo y los grupos entregaron sus producciones escritas al final de las sesiones. No fue posible replicar la experiencia en un tercer curso, por cuestiones de organización de esa cátedra.

En el análisis de esta experiencia identificamos los gestos que se activan durante el desarrollo de la actividad (ver Tabla 1). Cabe señalar que, antes de ser implementada, ninguno de los dos cursos tenía conocimiento de la actividad.

Descripción de la implementación y funcionamiento de las dialécticas

La implementación se dividió en dos momentos. En el primero, se introdujo la actividad al medio didáctico y los grupos comenzaron a trabajar para responderla. Se les dio 15 a 20 minutos para pensar un camino posible a seguir. Luego, las investigadoras consultaron sobre las preguntas que surgieron, sobre posibles respuestas y escribieron en el pizarrón lo que fueron sugiriendo, así como también los interrogantes propuestos por ellas. En conjunto, se decide un camino a seguir y se inicia un segundo momento de búsqueda de respuestas. En la Tabla 1 detallamos las dialécticas D_i , $i=1, \dots, 10$, junto a una breve descripción, y las acciones observadas en cada curso relativas a cada una de ellas, algunas comunes y otras diferenciadas):

Dialécticas D_i	Curso 1	Curso 2
D_1 : <i>Dialéctica del estudio e investigación</i> . Investigar, en diferentes sistemas de información los saberes útiles y estudiar lo específico de ellos.	Búsquedas en sus carpetas de MIC. Consultas a las profesoras. Estudio de saberes relativos a costos, ingresos y utilidad.	
D_2 : <i>Dialéctica del individuo y del colectivo</i> . Se relaciona con el esfuerzo por estudiar las preguntas y colaborar en una respuesta colectiva, con valorizar y cuestionar las respuestas.	Debates al interior de cada grupo y con las profesoras. Los grupos intentan elaborar una respuesta colectiva. Análisis y decisiones sobre el camino a seguir. Discusiones sobre la validez de la expresión " $D(x) = -\frac{3}{10000}x + 1.8$ " como función de demanda (obtenida de los datos dados). Cuestionamientos sobre cómo relacionar precio y cantidad, qué variables considerar y qué representan las funciones de demanda y de ingreso.	
D_3 : <i>Dialéctica del análisis y de la síntesis (praxeológica y didáctica)</i> .	Esta dialéctica incluye el análisis a priori del profesor de los saberes que podrían estar en juego en el recorrido, lo que se refiere al diseño del MPR.	
D_4 : <i>Dialéctica del entrar y salir del tema</i> . El estudio de saberes puede llevar a "salir del tema". Se produce el encuentro con otros saberes para luego reingresar al tema original.	Reencuentro con saberes relativos a la economía: funciones de ingreso, costo y utilidad. Regresaron a saberes estudiados en el ATI (función lineal y cuadrática), hubo dificultades para retomar al tema en cuestión de MIC (funciones de costo, demanda, ingreso y utilidad). Ej.: surge la necesidad de hallar la ecuación de una recta con los datos de la tabla y luego volver al problema e identificarla como la ecuación de la demanda.	
D_5 : <i>Dialéctica del</i>	Inspeccionan cómo maximizar el	Analizan cómo maximizar el

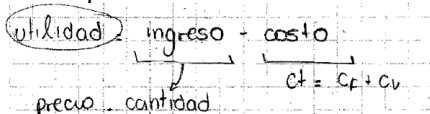
<p>paracaidista y de las trufas. Inspección desde grandes áreas del saber hasta encontrar aquel que es útil para responder el problema.</p>	<p>beneficio y deciden optimizar la función usando derivadas.</p> $I(x) = x \cdot \left(\frac{-3}{100000}x + 1,80 \right)$ $U(x) = x \left(\frac{-3}{100000}x + 1,80 \right) - (0,3x + 7500)$ $V(x) = \left(\frac{-3}{100000}x^2 + 1,80x \right) - (0,3x + 7500)$ $U'(x) = 2 \cdot \frac{-3}{100000}x + 1,80 - 0,3$ $V'(x) = \frac{-3}{50000}x + 1,50 \rightarrow \text{Despejar } x$ $-1,50 = \frac{-3}{50000}x$ $25000 = x$ $U(25000) = 11250$ $V(0) = 7500$ $U(60000) = -25500$ <p>El $x = 25000$ es el máximo de la función cuando $x = 25000$. Entonces la cantidad de trufas que debemos producir y vender es precisamente 25000.</p>	<p>beneficio y deciden que lo más apropiado es hallar el vértice de la parábola.</p> <p>Utilidad = $I - C$</p> $U = \frac{-100.000}{3}p^2 + 60000p - (10000p + 2500)$ $U = \frac{-100.000}{3}p^2 + 50000p + 10000p - 25500$ $U = \frac{-100000}{3}p^2 + 70.000p - 25500$ $h = \frac{-b}{2a} = \frac{-70000}{2 \cdot \left(\frac{-100000}{3} \right)} = \frac{21}{20} = 1,05 \rightarrow \text{PRECIO}$ $k = 11250 \rightarrow \text{MÁXIMO BENEFICIO}$
<p>D₆: Dialéctica de las cajas negras-cajas claras. Se trata de establecer cuáles son los saberes relevantes y cuánto es necesario profundizar en ellos.</p>	<p>Transcripción de fórmulas de demanda, ingreso, costo y beneficio.</p>  <p>Reelaboración de la función de demanda, cambio de variables. Extracción de información de sus carpetas de MIC y reescritura.</p>	
<p>D₇: Dialéctica de la lectura y de la escritura. Analizar, reescribir lo útil de las respuestas halladas. Estas se analizan, evalúan y reescriben e interpretan en torno al problema.</p>	<p>Los grupos incorporan al medio saberes de ATI y de MIC y el uso de GeoGebra.</p> <p>Las profesoras responden consultas e ingresan preguntas: ¿qué relación existe entre el precio y la cantidad demandada?, ¿qué tipo de función se desprende de la tabla?</p>	
<p>D₈: Dialéctica del medio-media. Cada “media” (sistema de información) incorporado al medio debe ser validado. Todo saber es conjetural.</p>	<p>Los grupos, desde sus bancos, difunden los posibles caminos a seguir obtenidos en un primer momento de encuentro con el problema. Escuchan y aceptan como válido un camino a seguir: hallar la función de utilidad y maximizarla. Los grupos compartieron con las profesoras sus producciones escritas.</p>	
<p>D₉: Dialéctica de la difusión y de la recepción. Comunicar y justificar las respuestas, convocando a su cuestionamiento para ver si son o no aceptadas.</p>	<p>Los grupos formulan preguntas oralmente. La profesora las escribe en el pizarrón: ¿cuál es la función de demanda, de ingreso, de costo?, ¿cuáles son las variables?, ¿cómo determinar el beneficio máximo?, ¿cómo uso los datos de la tabla?, ¿los costos fijos son mensuales o diarios?, ¿qué relación existe entre cantidad demandada y precio?</p>	
<p>D₁₀: Dialéctica de las preguntas y respuestas. Formulación de preguntas y elaboración de respuestas (oral y escrita).</p>	<p>Los grupos formulan preguntas oralmente. La profesora las escribe en el pizarrón: ¿cuál es la función de demanda, de ingreso, de costo?, ¿cuáles son las variables?, ¿cómo determinar el beneficio máximo?, ¿cómo uso los datos de la tabla?, ¿los costos fijos son mensuales o diarios?, ¿qué relación existe entre cantidad demandada y precio?</p>	

Tabla 1: Gestos didácticos activados en cada curso

Análisis de los resultados y conclusiones finales

A partir de los protocolos escritos recogidos y las notas de campo de las profesoras, detectamos el funcionamiento de las dialécticas, algunas con mayor grado que otras. Hubo un buen funcionamiento de la *dialéctica del individuo y del colectivo*, evidenciado en el compromiso de los estudiantes en encontrar una respuesta colectiva a la pregunta, con aportes individuales. La *dialéctica de la lectura y escritura* se hizo presente en la elaboración y reelaboración de la ecuación de demanda y las funciones de costo, ingreso y beneficio, mostrándose idas y vueltas para definir cuáles serían las variables adecuadas a tener en cuenta. Los estudiantes debieron leer,

escribir, reescribir y elaborar ellos mismos las respuestas. Se observa un buen funcionamiento de la *dialéctica de las cajas negras-cajas claras*, ya que, en ambos cursos, los grupos identifican los saberes que consideran relevantes para resolver el problema, activando también la *dialéctica del paracaidista y de las trufas*. En el Curso 1, se profundiza, en busca de la trufa, en saberes referidos a la derivación. En cambio, en el Curso 2, se enfocan en el estudio de la función cuadrática. Simultáneamente se hace presente la *dialéctica de entrar y salir de tema*, se “sale de tema” para “entrar” a la matemática y luego regresar al problema. Otra “salida del tema” es el reencuentro con la función lineal, por ejemplo, realizan el gráfico de la función lineal recurriendo a un cambio de escala y especifican que la función es decreciente. Otros, en cambio, consideran que los valores de la tabla describen una función de variable discreta, tienen en cuenta sólo los datos dados y hallan el máximo beneficio correspondiente. Las dialécticas *del estudio e investigación* y la *de la recepción y difusión* se activaron en menor medida, posiblemente porque la actividad a resolver no permitía múltiples caminos para resolverla y por lo acotado del tiempo disponible, respectivamente. La *dialéctica del medio-media* es la que tuvo más dificultades para funcionar pues, por ejemplo, los estudiantes esperaban la validación de las profesoras, en general únicos *medias* autorizados y las profesoras tendemos a ceder a sus pedidos.

En síntesis, si bien se observó el funcionamiento de todas las dialécticas, los mejores desempeños figuran en: la *del individuo y del colectivo*, la *de la lectura y escritura* y la *del entrar y salir del tema*. Se espera que en futuras implementaciones se mejore el funcionamiento de todas ellas.

Referencias

Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. En L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. Javier García (Éd.), Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, Universidad de Jaén, 705-746.

Chevallard, Y. (2009). *La notion de PER: problèmes et avancées*. IUFM Toulouse, Francia.

Chevallard, Y. (2013). Enseñar Matemáticas en la Sociedad del Mañana: Alegato a Favor de un contraparádigma Emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), 161-182.

<https://doi.org/https://doi.org/10.4471/redimat.2013.26>

Salgado, D. (2019). *Diseño, implementación, análisis y evaluación de un Recorrido de Estudio e investigación en el nivel universitario relativo al cálculo en dos variables* (Tesis de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias - Mención Matemática). Tandil: UNICEN. Disponible en <https://www.ridaa.unicen.edu.ar/xmlui/handle/123456789/2216>

INCORPORACIÓN DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN LAS CLASES DE MATEMÁTICA DE NIVEL SECUNDARIO

Diana Patricia Salgado; Verónica San Romá y Jessica Del Punta

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS)

dsalgado@uns.edu.ar

Categoría del Trabajo: Experiencias de Aula

Nivel Educativo: secundario

Palabras clave: educación, tecnologías, matemática, secundaria

Resumen

Este trabajo presenta resultados de un taller dictado a profesores de matemática de nivel secundario y estudiantes de Profesorado en Matemática. La propuesta se estructuró en torno a dos objetivos primordiales. Por un lado, se buscó generar un espacio de encuentro entre docentes de nivel secundario y estudiantes de profesorado para trabajar con propuestas pedagógicas en relación a la enseñanza, mediada por TIC, de contenidos curriculares de matemática. Por otro lado, se motivó la producción de materiales adaptables a distintos niveles educativos, que pudieran ser reutilizados en diversos contextos y compartidos con otros colegas. La experiencia dejó como resultado un enriquecedor intercambio docente, con una valoración muy positiva de las TIC como herramientas en el diseño de actividades de matemática pues las mismas facilitan la retroalimentación dinámica y efectiva entre contenidos, docentes y estudiantes. El análisis de la experiencia revela que el uso de las TIC, junto con la metodología aplicada en el aula, constituye una combinación efectiva para experimentar distintas formas de aproximarnos al conocimiento matemático.

Introducción

Numerosas investigaciones destacan las dificultades que enfrentan los estudiantes universitarios en el aprendizaje de la matemática, como la reprobación en las primeras materias, la falta de motivación y el inadecuado manejo del tiempo de estudio, entre otros (Castillo-Sánchez, Gamboa-Araya y Hidalgo-Mora, 2020; Cortés, 2017). En este contexto, los docentes juegan un papel fundamental como puente en la formación de los alumnos, tanto en el nivel secundario como universitario. Por ello, consideramos esencial establecer mecanismos de articulación escuela secundaria-universidad que faciliten la transición de los estudiantes de un nivel al otro. Uno de estos mecanismos es el trabajo conjunto y colaborativo entre docentes de ambos niveles. Promover encuentros de trabajo y diálogo entre estos actores conduciría a modificaciones en las prácticas docentes, acercando propuestas áulicas y modalidades de trabajo de estos dos ámbitos académicos.

El presente trabajo describe el desarrollo de un taller dirigido a docentes de matemática de nivel secundario y estudiantes de Profesorado en Matemática para reflexionar sobre las prácticas docentes y promover el uso de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en las aulas de matemática. La propuesta se encuadra en el marco de una convocatoria del Programa Sigamos Estudiando 2023, el cual, impulsado por el Ministerio de Educación de la Nación a través de la Secretaría de Políticas Universitarias, centra uno de sus ejes en la implementación de espacios de trabajo conjunto con docentes del nivel medio para favorecer la articulación transversal de los contenidos desarrollados en los últimos años del secundario y primeros del trayecto universitario. El taller se realizó en dos oportunidades en instalaciones de la Universidad Nacional del Sur (Bahía Blanca, Buenos Aires) y apuntó a resignificar los recursos tecnológicos conocidos, descubrir nuevos y utilizarlos de una manera crítica y funcional en una clase de matemática.

La idea de recurso considerada proviene de Adler (2012) para quien todo aquello (sea material o simbólico) que da sentido, apoya y proyecta el trabajo del profesor puede considerarse un recurso, e incluye: recursos humanos, culturales y materiales. En este proyecto apuntamos a la noción de recurso material, específicamente calculadoras o softwares, útiles para la enseñanza de la matemática y disponibles en celulares o en la web. Los recursos creados en estos espacios presentan un aspecto característico que realza su

valor: tienen la particularidad de ser un recorte concreto, enfocado en un concepto particular dentro de un bloque temático más amplio, sobre el que se propone un desarrollo autocontenido basado en tecnologías. Esta caracterización los acerca al concepto de objetos de aprendizaje (Colome, 2019), aunque el acotado tiempo dedicado a su producción no permitió incorporar todos los elementos involucrados en este tipo de recursos. Aun así, cuentan con dos características que consideramos de particular interés: modularidad y posibilidad de reutilización (Colome, 2019).

Objetivos generales

1. Generar espacios de encuentro y reflexión sobre la enseñanza de la matemática.
2. Producir material práctico que mejore la enseñanza de la matemática en las aulas de la escuela secundaria mediante el uso de diversos softwares disponibles.
3. Promover las TIC como protagonistas en el diseño de actividades con estructuras que permiten su reutilización en distintos niveles y contextos.

Diseño de la propuesta

El diseño de la propuesta se desarrolló en cuatro momentos:

1. *Producción preliminar de material didáctico*: búsqueda y selección de recursos tecnológicos factibles de llevar al aula, elaboración de actividades que demuestren su potencial como recurso educativo y fomenten el trabajo colaborativo, y diseño de la planilla de inscripción y de la encuesta final.
2. *Difusión del taller* en instituciones de nivel secundario, resaltando el objetivo de dar a conocer y poner en práctica aplicaciones que generen actividades digitales en diversas ramas de la matemática, ampliando el conjunto de recursos utilizados en las escuelas.
3. *Implementación*: puesta en marcha de los encuentros.
4. *Evaluación de la propuesta*: evaluación de los resultados obtenidos en los encuentros-taller a partir de las encuestas de los participantes.

Descripción de las dos implementaciones

La planificación del taller se basó en una perspectiva constructivista del aprendizaje, en la que la realidad es una construcción interna de cada individuo. En su desarrollo, se incorporaron las TIC, brindando a los docentes la oportunidad de "experimentar"

matemáticamente. Esto enriquece el campo perceptual y las operaciones mentales implicadas en los procesos de construcción, estructuración y análisis del contenido.

El taller se implementó en dos oportunidades. La primera tuvo lugar en las Escuelas Medias de la UNS (octubre, 2023) y se inscribieron 15 docentes de esa institución. La segunda se llevó a cabo en el Departamento de Matemática de la UNS (febrero, 2024) y contó con 10 docentes inscriptos, 9 del nivel secundario y 1 profesora recién egresada. Si bien la difusión de la propuesta se realizó en diversas instituciones educativas de nivel público y privado, hubo poca participación docente y ningún estudiante de profesorado. De los 25 inscriptos, sólo 15 completaron el taller, haciendo entrega del trabajo final. En ambas oportunidades, los docentes manifestaron desempeñarse en más de 2 escuelas (públicas y privadas), con 2 o más cursos a cargo (a excepción de la docente recién recibida). Esto nos indica que atienden a un gran número de alumnos, lo que da una idea del impacto que se tiene al trabajar con docentes en ejercicio.

Cada taller constó de dos encuentros. En el primero, se presentó la propuesta y se compartieron las características generales de un conjunto de tecnologías educativas disponibles para celulares y/o computadoras, tales como Fraction Challenge, Symbolab, Desmos, Geogebra, Photomath, Quizizz, MathPapa, Khan Academy, Math, Lumi, Genially, Canva y Excel. Se ilustró, mediante actividades concretas, el potencial de estas tecnologías. Durante esta sesión, los participantes se organizaron en grupos de trabajo, a cada uno de los cuales se le asignó de forma aleatoria un contenido matemático de entre una variedad de propuestas, aunque se les permitió cambiarlo por otro que resultara más apropiado para su práctica docente. Cada tema estaba asociado con algunas de las tecnologías presentadas y se destinó un tiempo para su exploración. Como cierre, se planteó la consigna para el siguiente encuentro que consistió en elaborar actividades del tema asignado utilizando las tecnologías sugeridas, u otras a elección, como herramienta para promover el aprendizaje.

En el segundo encuentro, cada grupo compartió su trabajo y relató la experiencia vivida durante su elaboración. Luego, se realizó una puesta en común centrada en el análisis y contraste de las tecnologías utilizadas, examinando ventajas y desventajas para realizar la tarea diseñada. Finalmente, se compartieron los trabajos en un espacio virtual creado en la

plataforma MoodleUNS (para docentes que la utilizan) o en Google Classroom, entorno accesible para docentes de cualquier institución educativa.

Reporte de resultados

De las interacciones con los docentes y lo indicado en la encuesta, se extrajeron interesantes resultados. El 83% de los participantes manifestaron que, en una escala de mala a muy buena, sus habilidades para manipular las TIC resultan ser de regular a buena. El total de participantes expresó que su confianza en el uso de TIC frente al curso es de regular a buena y perciben a las TIC como herramientas de apoyo, recurso educativo que intentaría mejorar la enseñanza y promover el interés y la motivación de los estudiantes, además de que facilita el trabajo colaborativo. El 75% considera que su inclusión en el aula facilita el trabajo en grupo y colaborativo. Entre las dificultades a las que se enfrenta el docente al momento de diseñar actividades mediadas por TIC, destacan el tiempo dedicado a la planificación (58%), la falta de capacitación (67%) y no contar con infraestructura adecuada (falta de dispositivos, mala conectividad, etc., 92%).

Entre las preguntas de la encuesta se encontraba: ¿Cuáles son las dificultades a las que se enfrenta al momento de diseñar actividades mediadas por TIC en su aula de clases? Algunas respuestas que destacamos son las siguientes:

- ... *al permitir su uso (del celular) para alguna actividad se complica el control de que los alumnos realmente lo estén usando para eso.*
- *El saber que no contaré con suficientes dispositivos para que todos mis estudiantes trabajen en simultáneo, es mi mayor desmotivación, ...*
- *Me lleva mucho tiempo. Diseñar actividades no es lo que más me gusta hacer, prefiero utilizar algunas ya hechas por otros ... No me gusta estar frente a la pantalla trabajando, prefiero explicar en el aula, enseñar a pensar, etc.*

Por último, los docentes valoraron la participación en estos talleres por acercarlos al uso de variadas tecnologías y motivarlos a utilizarlas en sus clases de matemática para generar recursos educativos reutilizables y adaptables en diferentes contextos.

Conclusiones y discusión final

Con el objetivo de desarrollar competencias docentes en el diseño de actividades de matemática utilizando tecnologías digitales, diseñamos y desarrollamos un taller dirigido a

docentes de nivel secundario y estudiantes de Profesorado en Matemática. En cada réplica, se presentaron y analizaron diversas herramientas tecnológicas con potencial para la enseñanza de la matemática. Los participantes diseñaron y compartieron actividades utilizando estas tecnologías. Además, se reflexionó sobre las ventajas y desventajas que ellas ofrecen para el aprendizaje de la matemática. Entre las ventajas, estas herramientas tenderían a mejorar la enseñanza y promover el interés en los estudiantes. Entre las desventajas, los docentes coinciden en la falta de tiempo, capacitación y no contar con infraestructura adecuada.

Por otra parte, la deserción de 10 participantes refleja una conocida dificultad en el desarrollo de propuestas de este tipo: la falta de tiempos institucionales para que los docentes realicen una continua actualización de sus saberes. Talleres como el aquí propuesto requieren no solo la disponibilidad de tiempo para asistir a los encuentros sino también en la búsqueda y elaboración de materiales, en la comunicación entre pares y en el aprendizaje del funcionamiento de nuevas herramientas tecnológicas.

Consideramos crucial la formación docente en el uso de TIC para la enseñanza de la matemática, debido a su potencial para fomentar el aprendizaje activo y colaborativo. Además, observamos la necesidad de evaluar su impacto en el aprendizaje de los estudiantes. La presente propuesta representa un primer paso hacia estudios más exhaustivos en torno a la evaluación de las implementaciones docentes de recursos digitales y su impacto en el aprendizaje de sus alumnos.

Referencias

- Adler, J. (2012). Knowledge resources in and for school mathematics teaching. From Gueudet, G., Pepin, B. & Trouche, L. From text to '*Lived resources*': *curriculum material and mathematics teacher development*, Mathematics Teacher Education, pp. 3-22.
- Castillo-Sánchez, M.; Gamboa-Araya, R., Hidalgo-Mora, R. (2020). Factores que influyen en la deserción y reprobación de estudiantes de un curso universitario de matemáticas. *Uniciencia*, 34(1), 219-245.
- Colome, D. (2019). Objetos de Aprendizaje y Recursos Educativos Abiertos en Educación Superior. EDUTEc. *Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 69, 89-101.

Cortés, G. (2017). *Factores que intervienen en la reprobación de asignaturas de los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad Centroamericana José Simeón Cañas*. (Tesis de maestría). Universidad Rafael Landívar, Guatemala.

TRAYECTORIA EN PROYECTOS DE INNOVACIÓN EN ÁLGEBRA APLICADA A LAS CIENCIAS ECONÓMICAS

Marino Schneeberger; Marisa Battisti; Cecilia Lell y María Virginia Rodríguez

Universidad Nacional de Entre Ríos- Facultad de Ciencias Económicas

marino.schneeberger@uner.edu.ar

Categoría del Trabajo: Experiencias de aula

Nivel Educativo: universitario

Palabras claves: Recurso metodológico - Innovación - Matemática – Ciencias económicas

Resumen

En este escrito se presenta un compendio de las experiencias gestadas en los últimos años por la cátedra Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas, de las carreras Contador Público y Licenciatura en Economía, de la Universidad Nacional de Entre Ríos.

Esta asignatura mantiene desde hace muchos años un fuerte compromiso, de manera constante, con la mejora educativa, dando así lugar al desarrollo de proyectos innovadores. Entre estas iniciativas se destacan el cambio metodológico en la enseñanza, la integración de software, la reinención de procesos evaluativos, la adopción de herramientas tecnológicas como recurso complementario y la creación de espacios que fomentan la participación activa de los estudiantes, fortaleciendo así sus procesos de aprendizaje.

Estas acciones de mejora continua reflejan la capacidad de adaptación y evolución de la cátedra para ofrecer una educación de calidad, subrayando la importancia de la innovación pedagógica y la implementación de nuevos recursos, como apoyo a la tarea docente. La respuesta favorable de los estudiantes evidencia el éxito de estas iniciativas al enriquecer significativamente su experiencia formativa.

Introducción

La cátedra Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas se ubica en el primer año de las carreras de Contador Público, Licenciatura en Economía y Licenciatura en Gestión de las Organizaciones, según lo establecido en el plan de estudios vigente. Esta asignatura, con una duración cuatrimestral y una carga horaria de seis horas semanales, se desarrolla a lo largo del año académico, en el primer cuatrimestre para los estudiantes de Economía y Gestión de las Organizaciones y en el segundo para los que cursan la carrera de Contador Público, lo que posibilita atender un grupo de estudiantes que oscila entre 250 y 300 alumnos por cuatrimestre, distribuidos en cuatro comisiones.

El equipo de cátedra está constituido por un profesor titular, un profesor adjunto, y cuatro jefes de trabajos prácticos. La modalidad de las clases es teórico-práctica, pensada para fortalecer la conexión entre los fundamentos teóricos y sus aplicaciones prácticas, desarrollando dos clases semanales, con acceso permanente a materiales teóricos y prácticos elaborados específicamente por los miembros de la cátedra y organizados en orden de complejidad creciente, a efectos de facilitar la comprensión del contenido por parte de los estudiantes.

Un notable porcentaje de estudiantes matriculados en esta asignatura presenta dificultades en el área matemática, evidenciando carencias en temas que no fueron aprendidos durante el secundario y con las cuales ingresan a la universidad. En respuesta a esta realidad, resulta imperativo optimizar las estrategias y metodologías propias de la cátedra, concebidas por los docentes encargados de liderar el proceso de aprendizaje-enseñanza de los contenidos específicos de la asignatura.

La cátedra se encuentra en una búsqueda constante de estrategias pedagógicas efectivas, explorando diversas vías para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje. Este esfuerzo se materializa en la implementación de los denominados Proyectos de Innovación Pedagógica, institucionalizados en el ámbito de la Facultad de Ciencias Económicas, consistentes en llevar adelante propuestas innovadoras en el aula para los diferentes temas.

En este trabajo se pretende explicitar el recorrido realizado por la cátedra a largo de los últimos 8 años, mediante la presentación de los proyectos mencionados, en la búsqueda de mejoras que contribuyan a actualizar la cátedra, las formas de enseñanza, los materiales empleados, la generación de espacios nuevos para pensar las estrategias de mejora para optimizar el rendimiento académico de los estudiantes.

Desarrollo de la propuesta

En el año 2015, se presentó el proyecto de innovación “Nuevo enfoque metodológico para la enseñanza de Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas”, con el objetivo de optimizar el aprendizaje y rendimiento de los alumnos mediante un cambio de enfoque en la enseñanza de los contenidos de la asignatura. El mismo consistió en abordar cada uno de los contenidos de la cátedra a partir del planteo de una situación problemática vinculada a las ciencias económicas y en función de la solución de este problema, se desarrollaron los contenidos matemáticos específicos. La implementación de este proyecto requirió la búsqueda y creación de situaciones problemáticas pertinentes, propias del campo de estudio, que permitiesen integrar conceptos y poner en juego el ida y vuelta entre la teoría y práctica, mostrando a los estudiantes la utilidad de la temática desde el comienzo de la clase. Los resultados obtenidos mostraron un incremento notorio en la cantidad de estudiantes que lograron promocionar la materia que pasó de 20% a 49%, y una disminución en la cantidad de estudiantes que quedaron libre durante la ejecución del proyecto del 57% al 23%.

En el año 2016, se presentó el proyecto “Enseñanza de la Programación Lineal empleando materiales interactivos para alumnos de primer año de Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas”, con el objetivo de motivar a los estudiantes mediante un cambio de enfoque en una de las unidades temáticas del programa denominada: Programación Lineal. Para ello se introdujo el software libre “zweigmedia” de manera de centrar la atención de la clase en el análisis de situaciones problemáticas, planteo de restricciones y función objetivo para luego interpretar y discutir los resultados ofrecidos por la aplicación. Cabe mencionar que la resolución tradicional de este tipo de problemas no fomenta el análisis y la comprensión sino simplemente las estrategias de cálculo. Los resultados obtenidos con la implementación del programa frente a la metodología tradicional, mostró un incremento satisfactorio en el porcentaje de aprobación, pasando del 70% al 90% en este tema puntual.

En el año 2017, siguiendo el camino de incorporar tecnologías y frente al desafío que conlleva la evaluación en grupos masivos de estudiantes se desarrollo el proyecto: “Elaboración e implementación de cuestionarios en Moodle como herramientas de autoevaluación para alumnos de primer año que cursan Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas”, estableciendo como objetivo incorporar el entorno virtual a través de herramientas tecnológicas que posibiliten ampliar y modernizar las estrategias de evaluación, como también brindar al estudiante instancias de autoevaluación con el fin de mejorar su

rendimiento, autoconocimiento, compromiso y fomentar su participación en este proceso. La implementación de esta propuesta implicó un desafío para el equipo de cátedra, que debió instrumentar un banco de preguntas y seleccionar y diseñar cuestionarios adecuados. Pero el objetivo propuesto resultó ampliamente satisfactorio, pues los estudiantes mostraron motivados con la propuesta, evaluando de manera positiva la obtención de resultados en forma inmediata y el poder poner a prueba sus conocimientos.

Este último proyecto sirvió de base para presentar en el año 2018 otro denominado “Reinventando los procesos de evaluación en Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas”, con el objetivo de implementar nuevas formas de evaluación haciendo uso de las herramientas tecnológicas que se encuentran disponibles en el campus de la universidad. Esto se hizo planteando instancias de evaluación online como alternativa de las formas tradicionales, con el fin de fomentar el compromiso, la responsabilidad, la participación de los estudiantes y mejorar su rendimiento académico. Se rediseñó y amplió de manera considerable el banco de preguntas del aula virtual, incorporando consignas de abordaje teórico y práctico. De un total de 83 estudiantes que realizaron el parcial bajo esta modalidad, la calificación promedio obtenida fue de un 66%, además aumentó el número de estudiantes que obtuvieron la condición de regular y promocional, disminuyendo la categoría de alumnos libres.

En el año 2021, con el dictado de la asignatura aun de manera virtual y con clases sincrónicas, detectamos como obstáculo la poca participación durante las clases, desencadenando un nuevo proyecto denominado “Talleres de resolución de problemas de naturaleza económica extracurriculares aplicando contenidos de Álgebra”. El objetivo fue implementar talleres virtuales extracurriculares de resolución de problemas de naturaleza económica, generando un nuevo espacio de interacción tendiente a ampliar y profundizar las aplicaciones de los contenidos desarrollados, fortaleciendo las capacidades de los estudiantes y su activa participación en el proceso de aprendizaje. Para ello, se les propuso dos encuentros virtuales donde se abordaron los temas que reflejan mayor dificultad en los exámenes parciales. Para motivar la participación se propuso que quienes asistieran a todos encuentros obtendrían 5 puntos adicionales en el segundo parcial. Las herramientas empleadas en cada uno de los talleres fueron diferentes y propiciaron la interacción de los estudiantes en la virtualidad, entre los recursos utilizados fueron, entre otros, el uso de los aplicativos Geogebra y Socrative. Las encuestas anónimas realizadas a los estudiantes arrojan que la experiencia les resultó útil a todos.

En el año 2022, con la vuelta al cursado presencial, se notaron dos cuestiones que dificultaban el proceso de aprendizaje. Por un lado, la falta de participación en clase de los estudiantes, y por otro la falta de sociabilización entre los estudiantes, consecuencias directas del periodo de aislamiento en el que ingresaron a la universidad. Por este motivo, se diseñó una nueva propuesta teniendo en cuenta los excelentes resultados obtenidos en el 2021 a través de los talleres, y se presentó el proyecto “Aprendemos Álgebra resolviendo problemas económicos” con el objetivo de generar un espacio de fortalecimiento de los aprendizajes logrados en el aula, complementando el dictado presencial con encuentros extracurriculares, bajo la metodología de taller, y manteniendo la motivación de asignar 5 puntos adicionales en los parciales por la asistencia al taller. Esto produjo un cambio palpable en las dinámicas de las clases, logrando conformar grupos de estudio, y logrando la integración y participación de los estudiantes durante las clases. Asimismo, esto también se vio reflejado en las notas de los parciales, donde se destaca que el 60% de los estudiantes que regularizaron o promocionaron la materia concurren a los dos talleres. Por otra parte, las encuestas aplicadas en la finalización del taller muestran que fueron muy bien valorados por los estudiantes, como espacios de acompañamiento en su estudio.

En 2023, con la creciente influencia de la transformación digital y la marcada receptividad de los estudiantes hacia las nuevas tecnologías, se decidió explorar la técnica de gamificación como un recurso innovador para estimular la participación y el aprendizaje. Esta es una técnica de aprendizaje que traslada la mecánica de los juegos al ámbito educativo en sus distintos niveles. Se presentó el proyecto "Gamificación y Debate: Estrategias para Enriquecer el Aprendizaje del Álgebra en un Contexto Actual". Los objetivos fueron la implementación de estrategias novedosas, complementarias a los enfoques más tradicionales, con el fin de fortalecer no solo el abordaje teórico de los contenidos, sino también profundizar en sus aplicaciones. Se creó un ScapeRoom (juego interactivo donde los participantes resuelven problemas para alcanzar un objetivo) sobre la plataforma de Genially. En la misma se plantearon actividades integradas en el aula virtual de la asignatura. En total, 124 estudiantes participaron en esta experiencia. La actividad recibió una evaluación muy positiva por parte de los estudiantes, destacando su valor como método de aprendizaje interactivo.

Resultados y conclusiones parciales

En síntesis, durante los últimos ocho años la cátedra se ha propuesto llevar adelante un constante proceso tendiente al logro de la mejora educativa, acompañando los procesos de

innovación curricular desarrollados en el ámbito de la facultad, dando forma a proyectos innovadores que han dejado una huella significativa en la calidad de la enseñanza. Desde cambios metodológicos hasta la incorporación de tecnologías emergentes y la creación de espacios participativos, cada iniciativa ha sido concebida con el objetivo primordial de enriquecer la experiencia educativa de los estudiantes.

Respecto a las estrategias implementadas, cada proyecto ha marcado un progreso en la evolución de la enseñanza del Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas. Desde el enfoque metodológico basado en situaciones problemáticas hasta la integración de herramientas tecnológicas como Moodle, Genially y Socrative, cada iniciativa ha contribuido a optimizar el aprendizaje y el rendimiento de los estudiantes, y también los procesos de evaluación.

Los talleres virtuales y la estrategia de gamificación, debidamente implementados, han representado hitos importantes, proporcionando oportunidades de aprendizaje más interactivas y generando un cambio en la dinámica de las clases. La respuesta positiva de los estudiantes respalda la efectividad de estas estrategias y destaca su papel en la creación de un ambiente educativo más participativo y motivador.

Es evidente que la cátedra ha logrado significativos avances en la implementación de proyectos innovadores. No obstante, el compromiso con la mejora continua implica reconocer que siempre hay aspectos por mejorar y nuevos desafíos por abordar. La evaluación constante de las estrategias implementadas, la adaptación a las necesidades cambiantes de los estudiantes y la exploración continua de nuevas metodologías son elementos clave para el éxito futuro.

Bibliografía ampliatoria

- Barell, J. (2007). El aprendizaje basado en problemas. Argentina. Manantiales.
- Furman, Melina. (2022). Enseñar distinto. Guía para innovar sin perderse en el camino. Argentina. Siglo XXI Editorial.
- Maggio, M. (2018). Reinventar la clase en la universidad. Argentina. Paidós.
- Schneeberger, M. (2018). Enseñar, aprender y evaluar matemática en carreras de ciencias económicas. Gestando Nº 20, 30-39. Ed. UNER.
- UsánSupervía, Pablo y otros. (2020). Gamificación educativa: innovación en el aula para potenciar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Editorial Pregunta.

ENSEÑANZA DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS MEDIADA POR TECNOLOGÍAS DIGITALES: RELATO Y CONCLUSIONES DE UNA EXPERIENCIA DE AULA

Cinthia Noelia del Valle Vides

Universidad Nacional de Salta- Facultad de Cs. Exactas

cinthia.vides@exa.unsa.edu.ar

Categoría del Trabajo: Experiencias de Aula

Nivel Educativo: Universitario

Palabras clave: tecnologías, funciones, Geogebra, competencias

Resumen

La presente comunicación describe una experiencia educativa que se desarrolló en la Universidad Nacional de Salta en el marco de la Pasantía Profesional de la carrera de Especialización en Educación mediada por Tecnología Digital de la Universidad Nacional del Comahue, donde se implementó un proyecto para mejorar la enseñanza de funciones exponenciales y logarítmicas utilizando herramientas digitales como GeoGebra, ChatGPT y Photomath. Además, se promovió la interacción en plataformas como Moodle y un grupo de WhatsApp.

La propuesta incorporó elementos del Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) asistido por Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), aunque se mantuvo un enfoque tradicional en la enseñanza de conceptos matemáticos. Los resultados mostraron una mejora en la comprensión de los temas, un aumento en la participación activa de los estudiantes y el desarrollo de competencias digitales relevantes. La integración de estas tecnologías permitió una mejor asimilación de los contenidos y facilitó un entorno de aprendizaje más dinámico y colaborativo.

Introducción

El objetivo de esta comunicación es describir y analizar una experiencia de aula en el marco

de la realización de la Pasantía Profesional correspondiente a la carrera Especialización en Educación Mediada por Tecnología Digital de la Universidad Nacional del Comahue (Carrera con modalidad virtual). Esta Pasantía profesional se desarrolló en la Universidad Nacional de Salta- Facultad de Ciencias Exactas dentro de la asignatura Introducción a la matemática. Su realización consistió en la ejecución de un Proyecto Integrador de Saberes que contribuyó a superar las dificultades que se presentan en el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas poniendo en práctica la utilización de herramientas digitales.

Fundamentos Teóricos

Se pensó en una propuesta didáctica que incorporó algunos componentes del ABP (Aprendizaje Basado en Proyectos) asistido por TIC de acuerdo con lo planteado por Martí et al. (2010), con el fin de mejorar la habilidad para resolver problemas y desarrollar tareas complejas, mejorar la capacidad de trabajar en equipo, aumentar el conocimiento y habilidad en el uso de las TIC en un ambiente de proyectos, incrementar las capacidades de análisis y síntesis, etc. Sin embargo, esta propuesta no constituyó netamente un aprendizaje basado en proyectos (ABP) puesto que no fue del todo constructivista, sino que la base de la enseñanza de los conceptos matemáticos propiamente dichos siguió un modelo de enseñanza basado en clases teóricas y luego prácticas.

Además, como lo exponen Galviz Panqueva y Pedraza Vega (2013), las plataformas educativas pueden ser utilizadas como soporte para el desarrollo de Entornos Virtuales de Enseñanza-Aprendizaje, permitiendo potenciar intencionalidades pedagógicas que recuperen el rol protagónico y activo de los estudiantes en los procesos de aprendizaje. Como base del EVEA de este proyecto se propuso el uso de la plataforma Moodle y un canal de comunicación con los estudiantes por medio de un grupo de Whatsapp.

Area y Pessoa (2012) por su parte mencionan que la alfabetización digital debe representar un proceso de desarrollo de una identidad como sujeto en el territorio digital, que se caracterice por la apropiación significativa de las competencias intelectuales, sociales y éticas necesarias para interactuar con la información y para recrearla de un modo crítico y emancipador. Teniendo en cuenta estas ideas se pensó en una propuesta en la que el alumno utilice algunas herramientas como el software Geogebra para graficar funciones, Chat GPT para resolver problemas y elaborar conclusiones, la calculadora digital Photomath para comparar resultados y detectar errores en el procedimiento de resolución de ecuaciones exponenciales y

logarítmicas, etc.

Por otro lado García Cuellar y Martínez Miraval (2020) se enfocan específicamente en el uso del GeoGebra para el aprendizaje de las funciones exponenciales mediante el uso de deslizadores que permiten identificar cómo varía la gráfica de una función exponencial de la forma $f(x) = ka^x + b$ al variar los parámetros a, k y b . Es por ello que se dedicó un tiempo de clase especial a que los alumnos puedan explorar un recurso de GeoGebra asociado a un código QR para establecer conclusiones sobre la imagen, asíntotas, intervalos de crecimiento y/o decrecimiento e intersecciones con los ejes de la función exponencial.

Desarrollo de la Experiencia de Aula

La secuencia de actividades desarrolladas se encuentra en la tabla 1, teniendo en cuenta las siguientes observaciones:

- Durante todo el transcurso de la implementación del proyecto los alumnos realizaron consultas y mostraron ejercicios en el Grupo de WhatsApp de la comisión (similar a como hacían antes del mismo).
- En Moodle se creó un “Libro” que se fue completando a medida que se desarrolló el proyecto. En él se colocó, por ejemplo, el desarrollo de algunos de los ejercicios del Trabajo Práctico realizados por los alumnos con algunas indicaciones y/u observaciones de la docente de manera que el trabajo práctico (TP) quede lo más completo posible. Para ello se enfatizó la importancia de aprovechar los espacios de consulta tanto virtuales como presenciales. Los objetivos principales de la creación de este Libro fueron dos: que sirva como una herramienta de repaso para las actividades evaluativas que se encuentre lo más ordenada posible y que aquellos alumnos que, por diversos motivos, no pudieron asistir a las clases presenciales tengan un recurso que les permita seguir el cursado de la asignatura.
- Para las tres clases prácticas presenciales se prepararon **diapositivas**. En ellas se dejaron espacios en blanco que, en el momento de la explicación presencial, se fueron completando con el desarrollo de algunos ejercicios por parte de la docente con la participación activa de los estudiantes. Para ello se utilizó una pizarra electrónica. De esta manera la mayor parte de lo visto en clase quedó guardado en las diapositivas, lo que resultó útil para los estudiantes que, por diversos motivos, faltaron a algunas de las clases.

I Cuadro de Actividades

Distribución horaria	Contenidos	Actividades
1era clase práctica: Martes 4/06 (Presencial, 3hs)	Logaritmo. Ecuaciones Exponenciales y Logarítmicas	Entre los ejercicios desarrollados se destacó uno sobre “Ecuaciones exponenciales y logarítmicas” en el que los estudiantes resolvieron este tipo de ecuaciones de manera analítica y luego compararon sus resultados y procedimientos con los de la aplicación Photomath , analizando en qué varían estos y detectando errores.
1era Actividad Asincrónica (3 hs)		Los estudiantes debían completar los puntos del Trabajo Práctico correspondientes a los contenidos vistos en la última clase práctica de acuerdo a las indicaciones de la docente. Se compartieron por el grupo de WhatsApp los ejercicios asignados. (*)
1era clase teórica Jueves 6/06/2024 (Presencial, 2 horas)	Logaritmo. Función Exponencial	Esta clase no se llevó a cabo de manera previa a la primera clase práctica debido al paro docente de ese día. Se explicaron los conceptos teóricos correspondientes a los temas mencionados. Se utilizó un recurso realizado con el software GeoGebra (para la computadora) para mostrar a los alumnos cómo actúan los parámetros de la función exponencial en su gráfica. Además se crearon recursos para ilustrar los problemas de aplicación que el docente desarrolló.
2da clase práctica Jueves 6/06/2024 (Presencial, 3 horas)	Función Exponencial	<p>Se desarrollaron ejercicios prácticos del TP referentes al tema visto en la clase teórica. Se destacó una actividad sobre Funciones Exponenciales en el que los estudiantes accedieron a un recurso en GeoGebra (online) mediante un código QR que les permitió interactuar con él y visualizar cómo intervienen los parámetros de dicha función en la gráfica de la misma y responder algunas preguntas sobre esto, profundizando la introducción que se dio en la clase teórica.</p> <p>Se resolvieron ejercicios de análisis de funciones con la participación activa de los estudiantes. Con ayuda del software (para celulares) pudieron verificar los resultados obtenidos analíticamente. En lo mencionado en este párrafo y en el anterior se trabajó de manera colaborativa (dos integrantes).</p> <p>Luego la docente realizó una breve introducción sobre Chat GPT. A continuación, se resolvió un problema sobre funciones exponenciales en el que se les propuso a los estudiantes el uso de Chat GPT. Se realizaron preguntas a esta inteligencia artificial IA para encontrar una función que cumpla con las condiciones dadas por el problema. Con ayuda del software GeoGebra se pudieron</p>

		verificar los resultados obtenidos. Se propuso una 2da Actividad Asincrónica (2 hs) idénticas a (*).
3era Actividad Asincrónica (2 hs)	Aplicaciones de la Función exponencial	Visualización de un video con un ejemplo de resolución de un problema de aplicación de la función exponencial que fue subido a la plataforma. Resolución de los últimos problemas del TP los cuales son otros problemas de aplicación de la función exponencial.
3era clase práctica Martes 11/06 (Presencial, 2 horas)	Función Logarítmica. Relación entre Función Exponencial y Función Logarítmica	<p>Se resolvió un inciso del ejercicio 8 (análisis de funciones logarítmicas) con participación activa de los estudiantes y posteriormente se distribuyeron el resto de los incisos para trabajar en clase (de a pares). También, con ayuda del software GeoGebra pudieron comparar los resultados obtenidos analíticamente en el análisis de funciones logarítmicas.</p> <p>Además, los estudiantes trabajaron colaborativamente resolviendo problemas sobre la relación entre función exponencial y logarítmica, realizando la verificación de sus procedimientos analíticos con Photomath. Se propuso una 3era Actividad Asincrónica (2 hs) idénticas a (*).</p>
5ta Actividad Asincrónica (3 hs)	Todos los contenidos abordados	Lectura comprensiva y visualización del Libro de Moodle completo a modo de estudio y repaso para las actividades evaluativas.
6ta Actividad Asincrónica: Cuestionario (1 hs)		<i>Actividad Evaluativa:</i> Realización de un cuestionario con opciones múltiples en la plataforma Moodle con tiempo límite de 1 h, estuvo disponible durante aproximadamente 36 hs. La devolución del mismo se llevó a cabo de manera particular por medio de Moodle.
“Simulacro previo al examen parcial” Jueves 13/06 (Virtual-Sincrónica, 2 hs)		Se optimizó el tiempo de clase analizando en conjunto las resoluciones que los estudiantes previamente habían enviado, haciendo observaciones pertinentes y corrigiendo lo que era necesario. Se desarrolló por medio de la plataforma Zoom .

Conclusiones

Los estudiantes mostraron una mejor comprensión de las funciones exponenciales y logarítmicas con respecto a lo observado en años anteriores. Esto se evidenció en las actividades evaluativas, en los ejercicios compartidos y en los desarrollos que se observaron en clase.

En base a las observaciones de la docente y de la alumna auxiliar docente se puede decir que

se produjo un aumento muy considerable en la participación de los estudiantes tanto en discusiones de clase, como en las actividades en línea. En cuanto a la participación en clase, los estudiantes realizaron bastantes preguntas e intervenciones en comparación con las clases anteriores. Mientras que con respecto a las actividades en línea, se destaca que el grupo de WhatsApp estuvo muy activo debido a las interacciones de los estudiantes en relación a las actividades planteadas en contraposición al hecho de que previamente solo se utilizaba casi exclusivamente para dar avisos.

Por último, los estudiantes adquirieron habilidades digitales útiles para resolver problemas matemáticos y para su desempeño académico y profesional en general. Como ejemplo de estas habilidades podemos mencionar el uso de aplicaciones y softwares de verificación como por ejemplo Photomath y GeoGebra, la actitud crítica al interactuar con herramientas de IA como Chat GPT y habilidades de comunicación escrita y oral por medio de un canal de comunicación digital como Whatsapp.

Bibliografía

- Area, M., & Pessoa, T. (2012). De lo sólido a lo líquido: Las nuevas alfabetizaciones ante los cambios culturales de la Web 2.0. *Comunicar*, 38, 13-20. <https://doi.org/10.3916/C38-2012-02-01>
- Galvis Panqueva, A., & Pedraza Vega, L. (2013). Desafíos del bLearning y el eLearning en educación. En N. Arboleda Toro & C. Rama Vitales (Eds.), *La educación superior a distancia y virtual en Colombia: Nuevas realidades* (pp.119-128). Virtual Educa.
- García Cuellar, D., & Martínez Miraval, M. (2020). Estudio de la función exponencial mediado por el Geogebra para la tablet. *ESTUDIO DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL MEDIADO POR EL GEOGEBRA PARA TABLET*. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/342764112_ESTUDIO_DE_LA_FUNCION_EXPONENCIAL_MEDIADO_POR_EL_GEOGEBRA_PARA_TABLET
- Martí, J. A., Heydrich, M., Rojas, M., & Hernández, A. (2010). Aprendizaje basado en proyectos. *Revista Universidad EAFIT*, 46(158), 15-17. [Nota: Incluye el rango de páginas si está disponible.]

ESTILOS DE APRENDIZAJE APLICADOS AL AULA DE MATEMÁTICA. AVANCES EN EL DISEÑO DE ENTORNOS PERSONALES

Silvia Vrancken; Mariana Schmithalter; Marcela Hecklein y Ana Leyendecker

Facultad de Ciencias Agrarias - Universidad Nacional del Litoral, Argentina

svrancke@fca.unl.edu.ar

Categoría del Trabajo: Experiencia de Aula

Nivel Educativo: Secundario. Terciario. Universitario

Palabras claves: Personalización. Estilos. Ambientes virtuales. Estudiantes universitarios

Resumen

En procesos que contemplan la personalización del aprendizaje, se reconoce la importancia de la adaptación de los ambientes, atendiendo al desarrollo de entornos personales. En este contexto, planteamos una investigación cuyo objetivo es incorporar a los espacios de aprendizaje de Matemática de Ingeniería Agronómica, herramientas centradas en las actividades de los alumnos, que estimulen la interacción y a su vez, atiendan a las características individuales, al aprendizaje autorregulado y autónomo. Dentro de los aspectos teóricos que dan marco al proyecto, se estudiaron los estilos de aprendizaje de nuestros estudiantes, considerando que, de acuerdo a las formas en que la mente procesa la información o es influida por las percepciones, un individuo puede ser activo, reflexivo, teórico o pragmático. Estos estilos afectan la manera en que enfrentan las situaciones de aprendizaje, por lo que se consideraron como variable importante para el diseño de propuestas. Los avances incluyen el desarrollo de recursos y actividades que, integrados a las aulas virtuales, ofrecen la posibilidad de que los alumnos opten por los que son de su preferencia. Sus reacciones ante los cambios propuestos, nos alientan y desafían en la búsqueda de nuevas alternativas de personalización.

Introducción

En los últimos años ha tomado importancia la idea de personalización de los ambientes de aprendizaje, como una forma de proporcionar apoyo individualizado a los estudiantes y, especialmente, facilitar su autonomía. Coincidimos con Gros (2018), que el éxito del

aprendizaje depende en gran medida de la capacidad del estudiante para dirigir y gestionar su propio proceso, estableciendo sus objetivos y las estrategias adecuadas para alcanzarlos, y es nuestra responsabilidad como docentes, más en los primeros años universitarios, incorporar procedimientos de andamiaje que faciliten la autorregulación del aprendizaje. Animar a los estudiantes a planificar su actividad, retroalimentar sobre su desempeño en las tareas, facilitando su seguimiento y la correcta autodirección de los procesos, son aspectos básicos que los ambientes de aprendizaje deberían presentar en la actualidad.

Desde esta perspectiva se busca propiciar un aprendizaje más activo y significativo, brindando experiencias que valoren el rol de cada individuo, ya sea en las clases presenciales, o mediante el empleo de entornos de aprendizaje alternativos. En esta dirección, es importante destacar las posibilidades que el desarrollo de entornos personales de aprendizaje ofrece para posibilitar ambientes que integren diferentes estrategias de personalización.

Considerando lo expuesto, planteamos una investigación¹ cuyo objetivo general es incorporar a los espacios de aprendizaje de las asignaturas de matemática de Ingeniería Agronómica, herramientas y metodologías centradas en las actividades de los alumnos, que permitan comenzar un proceso de personalización de los entornos, con propuestas que estimulen la interacción y a su vez, atiendan a las características individuales, al aprendizaje autorregulado y autónomo. En este trabajo presentamos aspectos del marco teórico y metodológico que consideramos relevantes y describimos algunos avances en este proceso de personalización.

Entornos personales y la influencia de los estilos de aprendizaje

Dabbagh & Castañeda (2020) definen un entorno personal de aprendizaje como el entramado sociomaterial que cada persona utiliza de forma asidua para aprender. Se conforma en torno a los procesos, experiencias y estrategias que pone en marcha, relacionados a tres procesos cognitivos básicos: leer, reflexionar y compartir. De esta forma, su configuración resulta diferente para cada estudiante, siendo lo más relevante de este enfoque la integración de la red personal de aprendizaje, esto es, “las herramientas, los procesos mentales y las actividades que me permiten compartir, reflexionar, discutir y reconstruir con otros conocimientos –y dudas–, así como las actitudes que propician y nutren ese intercambio” (Castañeda y Adell, 2013, p. 17).

En los ambientes o entornos de aprendizaje, la personalización de los contenidos y de los recursos son herramientas que permiten adaptar las propuestas formativas a las necesidades de

¹ *El rediseño de los espacios de aprendizaje. Del aula virtual al desarrollo de entornos personales.* Proyecto aprobado en el marco del Curso de Acción para la Investigación y el Desarrollo (C.A.I. + D. 2020). Universidad Nacional del Litoral.

cada estudiante, teniendo en cuenta diversos factores, entre ellos, los estilos de aprendizaje (Klašnja-Milićević et al., 2017), entendiendo estos como el conjunto de preferencias que la persona tiende a utilizar cada vez que se enfrenta a una situación de aprendizaje.

Alonso et al. (2007), definen los estilos de aprendizaje como los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que se presentan como indicadores relativamente estables de cómo los alumnos perciben, interactúan y responden a sus ambientes de aprendizaje. Su enfoque, uno de los más difundidos en educación superior, considera cuatro estilos de aprendizaje, y los relacionan de manera directa con la posibilidad de los estudiantes de adquirir herramientas para la comprensión y, por ende, al desarrollo de la competencia de aprender a aprender:

- Los estudiantes activos se involucran fácilmente en nuevas experiencias. Su fuente de motivación son los desafíos y la ejecución de nuevas actividades.
- Los alumnos reflexivos se distinguen por ser observadores, exhaustivos y cuidadosos antes de dar sus puntos de vista y conclusiones. Analizan las tareas desde diferentes perspectivas, profundizan y son detallistas en el procesamiento de la información.
- Los estudiantes teóricos se caracterizan por ser metódicos y estructurados. Llevan adelante las actividades integrando las observaciones a sus teorías y esquemas mentales, por lo que tienen facilidad para el desarrollo de habilidades argumentativas bien fundamentadas.
- Los pragmáticos son directos y eficaces en la resolución de problemas. Prefieren aplicar y observar los efectos prácticos de las ideas en contextos y situaciones específicas.

Las personas deberían poder elegir y utilizar los estilos de acuerdo con las situaciones de aprendizaje, pero lo que frecuentemente ocurre es que son más capaces de realizar ciertas tareas en lugar de otras. Así, diferentes estudios sostienen que el análisis de los estilos de aprendizaje debería ser un indicador más en el diseño de nuestra práctica docente, impulsando propuestas educativas que entiendan la diversidad del alumnado (Alonso, et al., 2007).

Abordaje metodológico

La toma de conciencia sobre la importancia de considerar la manera de aprender que presentan nuestros estudiantes, y que el conocimiento de las estrategias que los favorecen, permitirá mejorar sus procesos de aprendizaje, nos impulsó a indagar sobre las preferencias de nuestros estudiantes, a través de la aplicación del cuestionario CHAEA (Cuestionario Honey-Alonso de Estilos de Aprendizaje, como se cita en Alonso, et al., 2007).

Su implementación se realiza en el desarrollo de la primera clase de cada cuatrimestre, para Matemática I y Matemática II. Esto nos permite analizar si se produce alguna modificación a lo largo del cursado. Además, se dedica tiempo a compartir con el grupo los resultados y sus

significados, buscando que inicien la comprensión de sus propios procesos, colaborando en el descubrimiento de sus fortalezas y debilidades como aprendices.

El diagnóstico nos mostró, cada vez que fue realizado, que los cuatro estilos se encuentran presentes en nuestros estudiantes, pero con preferencias que hacen que alguno de ellos influya más que otro en el aprendizaje. Dado que, si bien los estilos de cada persona son relativamente estables, también son flexibles y pueden cambiar a lo largo del tiempo, decidimos plantear actividades y estrategias que faciliten su integración, potenciando los predominantes y favoreciendo las características de los menos desarrollados.

Se comenzó así un proceso de adaptación de las situaciones de aprendizaje, tanto para las clases presenciales como para el aula virtual. La naturaleza y los objetivos de investigación planteaban la necesidad de disponer de herramientas que, por un lado, nos otorguen autonomía para el diseño y gestión de los cursos, pero también permitan a los estudiantes llevar a cabo su proceso de aprendizaje en ambientes que faciliten la construcción de conocimiento.

El diseño instruccional nos permitió dar un marco metodológico para hacer frente a estos desafíos, estableciendo las etapas y los criterios a considerar en el proceso (Belloch, 2011). Se consideró el modelo ADDIE (acrónimo definido a partir de sus cinco fases: análisis, diseño, desarrollo, implementación y evaluación), el cual se basa en el aprendizaje centrado en el estudiante y abarca desde el planteo de lo que el docente espera que el estudiante aprenda, pasando por la selección o creación de herramientas apropiadas a fin de adaptar los contenidos a las necesidades de aprendizaje, hasta la evaluación formativa de todo el desarrollo.

Se trata de un proceso interactivo, en el que el producto de una fase es el inicio de la siguiente, siendo una de sus características principales que los resultados de la evaluación de cada etapa pueden conducir al docente de regreso a cualquiera de las fases previas. Esto permite reorientar el sentido del curso, facilitando el manejo de las complejidades de los entornos de aprendizaje.

Adaptación de las situaciones y los entornos de aprendizaje. Primeros avances

En las actuales condiciones sociales y culturales, en el entorno personal se integran de manera natural las prácticas clásicas de la educación formal con las experiencias que facilitan las herramientas tecnológicas y todos los procesos emergentes de aplicaciones y servicios que la web pone a disposición. En este contexto, Klašnja-Milićević et al. (2017), destacan las posibilidades que los ambientes virtuales ofrecen para la personalización. Las opciones de diseño, la configuración para acceso individual o por grupos, la adecuación pedagógica de los contenidos, son alternativas que permiten atender las diversas necesidades cognitivas, estilos y preferencias. Así, en el marco del proyecto y utilizando la posibilidad de complementar las clases

presenciales con el aula virtual, pusimos atención en la adaptación de los aspectos que Castañeda y Adell (2013) consideran para el desarrollo de un entorno personal de aprendizaje. Esto incluye las herramientas, mecanismos y actividades de lectura, como aquellas que posibilitan el hacer y el reflexionar haciendo, tanto de manera individual como en comunidad. Para cada unidad didáctica se realizaron acciones que, teniendo en cuenta distintos factores (conocimientos previos, estilos de aprendizaje, dificultades y errores comunes, tiempos disponibles, entre otros), atienden a las características de los materiales, su forma de presentación y las actividades, tareas o estrategias que permitan favorecer el aprendizaje:

- Acceso a la información a través de múltiples formatos. En todos los casos se presenta el documento de texto que se utiliza como material bibliográfico básico, ofreciendo en paralelo otros materiales: videos (de elaboración propia o seleccionados de internet por la calidad de su desarrollo); contenidos interactivos (diseñados con aplicaciones que pueden integrarse a la plataforma Moodle, como H5P o GeoGebra); páginas web de otros autores (elegidas por su adaptación a nuestra forma de presentar los contenidos y la posibilidad de resolver actividades y autoevaluaciones, con retroalimentaciones de acuerdo a las posibles dificultades).
- Actividades de aprendizaje y evaluación. Se investigó acerca de herramientas que, integradas al aula virtual, pueden satisfacer las diversas necesidades de los estudiantes. Se incluyó una amplia variedad de tareas para ser desarrolladas de manera individual o grupal, siguiendo sugerencias de diseño según los diferentes estilos de aprendizaje. Se agregaron situaciones en las que el aprendizaje se presente como un ciclo, de manera que involucren fases relacionadas a cada una de ellos: experimentación, observación reflexiva, conceptualización abstracta y aplicación activa (Alonso et al., 2007). Así, se propicia que cada estudiante pueda iniciar de alguna manera su propio proceso y, además, el desarrollo paulatino de todos los estilos de manera equilibrada, que sería la situación óptima para que ocurra el aprendizaje.

De esta forma se logró diversificar en gran medida los entornos de aprendizaje. Durante el cursado, se da la posibilidad a los estudiantes de que seleccionen sus herramientas y actividades de aprendizaje, incluso algunas de las que forman parte del proceso de evaluación de las asignaturas. Además, todos estos recursos y estrategias se adaptan, cada cuatrimestre, como respuesta a las acciones de los alumnos en su interacción con el ambiente.

Consideraciones finales

La investigación presentada en este trabajo pretende aproximarnos a nuevos modelos de interacción, generando acciones que permitan a los estudiantes incorporar a su espacio personal elementos que los guíen mientras construyen conocimiento.

Al indagar en relación a las adaptaciones realizadas en los ambientes, sus respuestas muestran las diferentes preferencias, en cuanto a estilos y estrategias para aprender. Consultados sobre los recursos y tareas que más los ayudan a comprender, surgen argumentos interesantes, como: “Me gusta trabajar con páginas, videos y apuntes porque establezco mi propio ritmo de estudio”; “Las explicaciones en videos se me hacen muchísimo más fáciles de comprender que en el apunte”; “Por mi tipo de aprendizaje, que es sobre todo visual, las actividades escritas me sirven para poder dejar sentados los procedimientos...”; “... Las [actividades] orales, nos ayudan a aprender a comunicar nuestros pensamientos e ideas para adquirir la capacidad de hacernos entender y las explorativas e interactivas, nos ayudan a plasmar todo lo teórico en lo práctico”. Sobre las razones que los llevaron a elegir determinada actividad de evaluación explican, por ejemplo: “Me permitió repasar la teoría”; “Creo importantes las tareas aplicadas a las áreas de interés de la carrera”; “Me permitió llevar a la práctica los conocimientos aprendidos”. Todas estas expresiones nos revelan cómo son capaces de concientizarse sobre sus propios entornos de aprendizaje. Los avances realizados y las reacciones de los alumnos ante los cambios propuestos, nos alientan a ampliar y continuar este proceso de adaptación, con foco en el desarrollo de entornos personales, desafiándonos en la búsqueda de nuevas alternativas y propuestas de personalización aplicadas a diversos espacios de aprendizaje.

Referencias bibliográficas

- Alonso, C., Gallego, D., y Honey, P. (2007). *Los estilos de aprendizaje. Procedimientos de diagnóstico y mejora* (7ª ed.). Mensajero.
- Belloch, C. (2011). *Diseño instruccional*. Universidad de Tecnología Educativa (UTE). Universidad de Valencia. <http://www.uv.es/bellochc/pedagogia/EVA4.pdf>
- Castañeda, L. y Adell, J. (2013). La anatomía de los PLEs. En L. Castañeda y J. Adell (Eds.), *Entornos Personales de Aprendizaje: claves para el ecosistema educativo en red* (pp. 11-27). Marfil. <https://www.um.es/ple/libro>
- Gros, B. (2018). La evolución del e-learning: del aula virtual a la red. RIED. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 21(2), 69-82. <https://doi.org/10.5944/ried.21.2.20577>
- Dabbagh, N. & Castañeda, L. (2020). The PLE as a framework for developing agency in lifelong learning. *Educational Technology Research and Development*, 68(6), 3041-3055. <https://doi.org/10.1007/s11423-020-09831-z>
- Klašnja-Milićević A., Vesin B., Ivanović M., Budimac Z. & Jain L. (2017). *E-Learning Systems Intelligent Techniques for Personalization*. Springer.



NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Publicaciones de la REM: Reportes de Investigación

Esta sección contiene los trabajos que fueron presentados para ser expuestos durante la REM - UMA 2024 en la Sesión “Reportes de Investigación” y fueron aceptados por evaluadores para ser publicados.

El proceso de evaluación fue realizado por un conjunto de docentes e investigadores/as de todo el país y coordinado por el Comité Científico REM.

LA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN STEAM: REVISIÓN DE LITERATURA EN EL CONTEXTO DE AMÉRICA LATINA

Jonathan M. Alonso y Mónica E. Villarreal

**Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, Universidad Nacional de
Córdoba**

jonymalonso@gmail.com

Categoría del trabajo: Reporte de investigación

Nivel educativo: No específico

Palabras claves: Educación STEAM; Matemática; revisión bibliográfica; América Latina

Resumen: Este trabajo presenta una revisión bibliográfica de artículos sobre educación STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics) en el contexto latinoamericano, enfocándose en la integración de la matemática. Se analizó un total de 126 artículos publicados en revistas de acceso abierto, de los cuales 21 cumplieron con los criterios de incluir la matemática en el título o como disciplina involucrada. Los artículos seleccionados fueron clasificados según el tipo de trabajo (investigación, experiencia educativa o ensayo teórico) y el nivel educativo que abordan (primario, secundario, superior, no específico). Los resultados indican que la presencia de la matemática en STEAM se puede clasificar en tres categorías principales: la matemática integrada con otras disciplinas en un contexto interdisciplinario; la matemática en relación con tendencias en educación matemática; y la matemática como foco del estudio, sin una mirada integradora. Además, se observó una predominancia de artículos de investigación y una distribución relativamente equilibrada entre los niveles educativos, con una ligera mayoría en el nivel secundario.

Introducción

El movimiento de la educación STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics) surge en países desarrollados, donde es posible observar una trayectoria significativa en términos de investigación y experiencias educativas diversas (Sevian et al., 2018). Si bien las iniciativas que proponen el abordaje coordinado de las disciplinas STEAM se han extendido mundialmente (Anderson y Li, 2020), en el ámbito latinoamericano aún hay

poco desarrollo en esa línea. Asimismo, la presencia de la matemática en la educación STEAM se manifiesta de maneras variadas. Por ejemplo, algunos autores, como Couso et al. (2021), sostienen que la matemática se presenta principalmente de manera instrumental, actuando como una herramienta que facilita y apoya el aprendizaje y desarrollo en otras áreas como la ciencia y la ingeniería. En tanto que, es menos frecuente encontrar enfoques donde la matemática se trate como un área central e integradora dentro de la educación STEAM.

Este trabajo tiene como objetivo: analizar la presencia de la matemática en artículos relacionados con la educación STEAM en el contexto latinoamericano, seleccionados a partir de una revisión bibliográfica que se extiende hasta el 2023. Particularmente, se observa cómo la matemática se presenta, destacando las principales cuestiones que aparecen, según el tipo de trabajo (investigación, experiencia educativa o ensayo teórico) y el nivel educativo que abordan (Primario, Secundario, Superior, Secundario/Superior o no especificado).

Metodología

Para la revisión bibliográfica, se realizaron búsquedas en las bases LATINDEX, REDALYC, JCR SCIMAGO y ERIHPLUS, filtrando revistas latinoamericanas de Ciencias Sociales y Educación, de acceso abierto y vigentes, lo cual arrojó un total de 371 revistas. Posteriormente, se utilizaron los siguientes criterios de búsqueda de artículos: 1) presencia en el título, resumen o palabras clave del término STEM, STEAM, CTIM o CTIAM (acrónimo en español para Ciencia, Tecnología, Ingeniería, (Artes/Humanidades) y Matemática); 2) la filiación institucional de los autores corresponde a países latinoamericanos; y 3) el año de publicación es anterior a 2024. A partir de estos criterios, se contabilizaron 126 artículos distribuidos en 75 revistas. De este total, se consideraron aquellos en los que la palabra “matemática” aparece en el título o dentro de las disciplinas STEAM involucradas¹. Finalmente, se obtuvo un total de 21 artículos.

Se realizó un estudio descriptivo-analítico de los artículos, que involucró varias etapas. Primero, los artículos seleccionados se clasificaron por tipo de trabajo: investigación, experiencia educativa o ensayo teórico y por nivel educativo: Primario, Secundario, Superior, Secundario/Superior, No especificado. Durante esta fase, se identificaron categorías específicas basadas en el contenido de los artículos, que describen cómo aparece la matemática en ellos.

¹ Para determinar las disciplinas STEAM involucradas en cada artículo se realizó una lectura detallada del resumen y del cuerpo del texto de cada uno.

Toda la información se organizó y sistematizó en una planilla de cálculo, lo que permitió realizar análisis de frecuencia y contenido. Estos análisis ayudaron a identificar patrones y tendencias en la presencia de la matemática dentro de los diferentes tipos de trabajos y niveles educativos.

Resultados

De los 126 artículos seleccionados inicialmente mediante los criterios de búsqueda establecidos, 21 artículos² (aproximadamente 17%) cumplieron con el filtro adicional de contener la palabra "matemática" en el título o estar claramente involucrada entre las disciplinas abordadas. La pequeña proporción que representan sugiere que, aunque la matemática es una parte crucial del enfoque STEAM, su presencia explícita en los estudios de América Latina es limitada. La distribución de artículos según año de publicación, país, tipo de trabajo y nivel educativo se puede ver en la Figura 1.

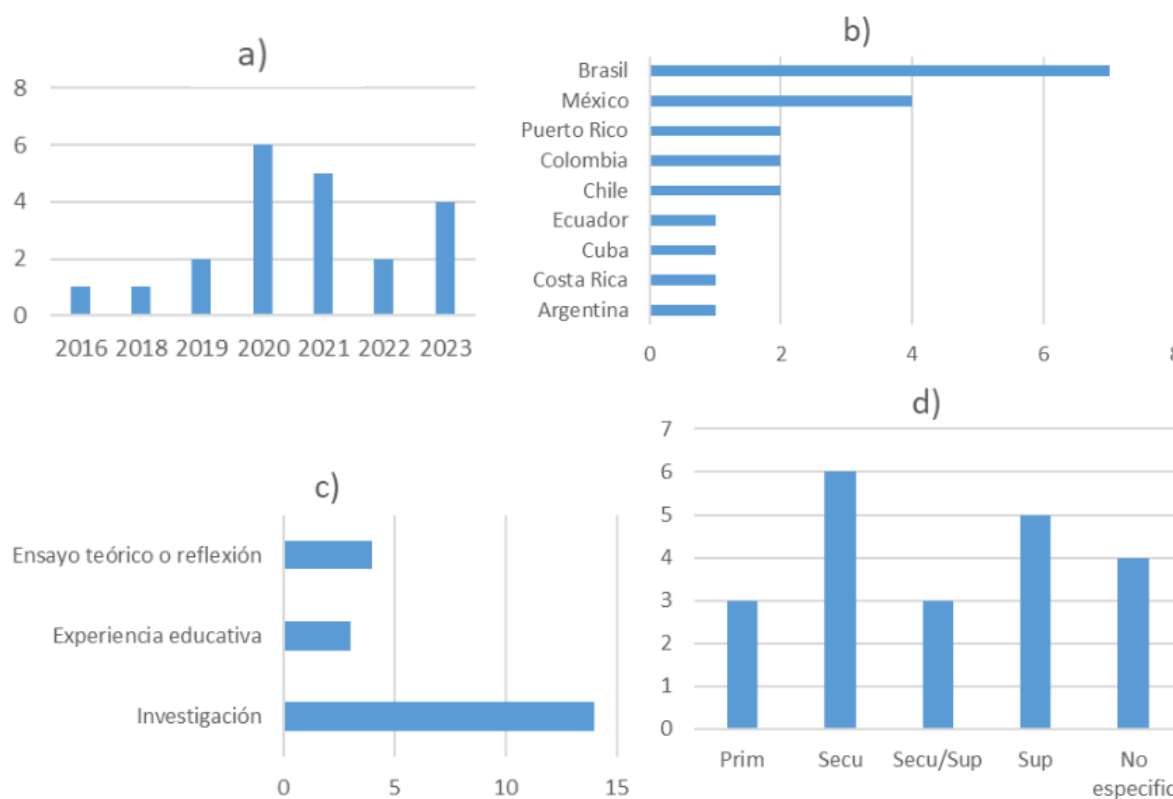


Figura 1: Distribución de artículos por año de publicación (a), país (b), tipo de trabajo (c) y nivel educativo (d)

Los artículos revisados fueron publicados entre 2016 y 2023 y representan una diversidad de países de América Latina, con un predominio de autores afiliados a instituciones en Brasil. En

² Debido a las limitaciones de espacio no se incluye en la bibliografía el conjunto de artículos analizados. Se puede acceder al mismo en el siguiente link:
https://drive.google.com/file/d/1A3ZeAHOWfBFiN4z6bAmwyAX7oXLz_DaY/view?usp=sharing

cuanto a la distribución de los artículos según el tipo de trabajo, se observa que los de investigación constituyen la mayor parte de la literatura científica en este ámbito. Con respecto al nivel educativo, se puede observar que, aunque hay una ligera predominancia de artículos en el nivel secundario, la distribución de los estudios es bastante equilibrada entre los diferentes niveles educativos. Este hallazgo es notable, dado que los diseños curriculares para la educación secundaria en el ámbito regional mantienen una estructura basada en espacios curriculares independientes, con escasa integración entre sí. Por lo tanto, resulta interesante observar una significativa presencia de artículos que refieren a STEAM en este nivel.

A partir de la lectura detallada del resumen y del cuerpo del texto de los artículos, se identificaron tres categorías principales que describen cómo se presenta la matemática en el contexto de la educación STEAM en la región:

- C1: La matemática se integra con otras áreas favoreciendo la enseñanza y el aprendizaje en un contexto interdisciplinario.
- C2: La matemática se presenta relacionada con enfoques o tendencias en educación matemática que se alinean con el abordaje STEAM, contribuyendo al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática.
- C3: La matemática es el foco del estudio, pero no se presenta una mirada integradora.

Los gráficos de la Figura 2 presentan la distribución de los artículos por categorías teniendo en cuenta el nivel educativo que abordan y el tipo de trabajo que constituyen, respectivamente.

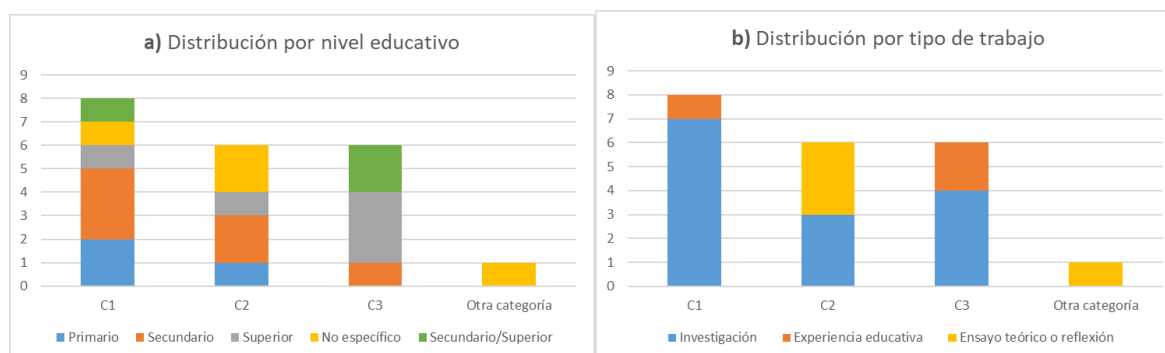


Figura 2: Distribución de artículos por categorías según el nivel educativo (a) y el tipo de trabajo (b)

La primera categoría, que reúne 8 artículos, es la más numerosa. En ellos, se analiza la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en relación con otras disciplinas, promoviendo un contexto interdisciplinario. Un ejemplo de esto se observa en una experiencia educativa, la única de la categoría, que se propone presentar cómo el proceso de impresión tridimensional puede mejorar las acciones interdisciplinarias para promover el aprendizaje creativo en matemática. El resto de los artículos son trabajos de investigación y se destacan por integrar la

matemática con áreas como la educación artística (por ejemplo, la pedagogía del malabarismo), la tecnología (como el aprendizaje de las operaciones básicas junto al trabajo con Scratch) y la física (integración de conceptos de fotometría). Además, uno de los artículos investiga un proyecto dirigido al nivel primario, en el cual se integran varias disciplinas. Este estudio describe momentos de trabajo conjunto entre las áreas, así como fases en las que cada área desarrolla una parte específica del proyecto (cálculo de áreas y perímetros para el caso de matemática).

La segunda categoría incluye artículos que presentan STEM o STEAM como enfoque o método en relación con alguna Tendencia en Educación Matemática, como la modelización matemática, la etnomatemática, la resolución de problemas o la educación matemática realista. Además, algunos artículos exploran los puntos en común entre los enfoques puestos en juego, por ejemplo, las convergencias entre la modelización matemática y el enfoque STEAM, para posibilitar la construcción del conocimiento, no sólo de conceptos matemáticos, sino también interdisciplinarios.

La tercera categoría incluye aquellos artículos que no desarrollan la educación STEM o STEAM como un enfoque, sino que mencionan el acrónimo para referirse a *áreas, carreras, estudiantes*, etc., pertenecientes a las disciplinas que lo engloban (por ejemplo, “carreras STEAM”, “estudiantes STEAM”). En estos casos, los trabajos no discuten la integración de las distintas disciplinas, sino que se enfocan en el área de matemática para abordar, por ejemplo, las barreras en el aprendizaje de estudiantes con discapacidad visual; describir un modelo educativo de un programa que busca atender el ingreso universitario, con énfasis en matemática; o analizar obras pertenecientes a proyectos integradores del área de matemática en el marco de un programa de educación.

Dentro de este grupo de artículos, se destaca la presencia de dos investigaciones que se centran en el nivel superior o secundario, y discuten la cuestión de género. Particularmente, se focalizan en el área de matemática para realizar el estudio, por ejemplo, partiendo de la indagación sobre los puntos de vista de las “mujeres STEM” con relación a la actual enseñanza de las matemáticas que reciben las niñas, o mediante el estudio de los efectos del sexismo contra las mujeres en la autoeficacia y el desempeño de los hombres en matemáticas.

A diferencia de las características que presentan los grupos de artículos anteriores, hay un ensayo teórico que no se asocia con un nivel educativo en particular, no profundiza en STEM, sino que lo menciona como enfoque. En la relación integradora de diferentes disciplinas a la

que alude, destaca el lenguaje matemático como un lenguaje común a los campos de conocimiento de las ciencias y la tecnología.

Conclusión

Este estudio revela que la presencia de la matemática en artículos relacionados con la educación STEAM en América Latina se presenta en distintos niveles educativos de manera relativamente equilibrada, pero con una ligera mayoría en el nivel secundario; y de diversas formas: en un contexto interdisciplinario, integrando áreas como tecnología, física y educación artística; vinculada a tendencias en educación matemática, como la modelización matemática y la etnomatemática; y enfocándose en aspectos específicos del área de matemática, sin una mirada integradora. Además, se observa que la mayoría de estos artículos son investigaciones, lo cual refleja un enfoque más investigativo y basado en evidencia para abordar la educación STEAM en la región, mientras que hay una vacancia en la realización de experiencias educativas.

Bibliografía

Anderson, J. y Li, Y. (Eds.) (2020). *Integrated Approaches to STEM Education*. Cham: Springer.

Couso, D.; Mora, L. y Simarro, C. (2021). De las mates como instrumento a las mates como práctica. Su papel en los proyectos STEM. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, núm. 93, pp. 8-14.

Sevian, H.; Dori, Y. J., y Parchmann, I. (2018). How does STEM context-based learning work: what we know and what we still do not know. *International Journal of Science Education*, 40:10, 1095-1107.

**LA ENSEÑANZA DE SABERES SOBRE EL SISTEMA DE NUMERACIÓN
DECIMAL EN LA TRANSICIÓN DE LA ESCUELA PRIMARIA A LA
SECUNDARIA**

**Daniela Antunez; Laura Elisa Aronica; Dilma Fregona; José Nicolas Gerez
Cuevas; Anibal Dario Gimenez; Mariel Mondin**

**Escuela Normal Superior “José Figuroa Alcorta” (25 de mayo 135. Bell Ville).
Dirección General de Educación Superior (DGES) (Av. Colón 93. Córdoba).
Facultad de Filosofía y Humanidades (FFyH). Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y Computación (FAMAF). Unidades académicas de la
Universidad Nacional de Córdoba (UNC)**

daniela.antunez@unc.edu.ar

Categoría del Trabajo: Reportes de investigación.

Nivel educativo: Nivel Superior

Palabras claves: Sistema de Numeración, Enseñanza del Sistema de Numeración Decimal, Transición del Nivel Primario al Secundario, Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD).

Resumen

El presente documento surge de trabajos de investigación sobre cómo se aborda la enseñanza del Sistema de Numeración (SN) en la transición entre las escuelas primarias y secundarias de la ciudad de Bell Ville, provincia de Córdoba. En este escrito, sintetizamos hallazgos que emergieron del análisis de algunas actividades, seleccionadas por el equipo de investigación, de los libros de textos que se usan en esas escuelas. Ampliamos con algunas de las perspectivas de los docentes en torno a la enseñanza del Sistema de Numeración Decimal (SND), a partir del análisis de esas actividades en un taller. En sus voces, advertimos que en el nivel primario está presente un trabajo continuo con este objeto matemático, en actividades hasta cierta

cantidad de cifras y restricciones en el estudio de sus características. En el nivel secundario, de acuerdo a las orientaciones de cada institución, se trabaja actividades con el uso del número como medida, análisis y comparación con otros SN y se avanza en la resolución de operaciones sin vincular con el SND.

Problema investigado

El SND se propone como un objeto de estudio que atraviesa un largo trayecto de la escolaridad obligatoria. En los documentos curriculares actualmente vigentes en la provincia de Córdoba, este saber aparece explícitamente considerado en los tres niveles obligatorios. Además, en el segundo ciclo de nivel primario y en primer año de nivel secundario se propone el análisis comparativo y la exploración de otros SN con el fin de explicitar características del SND.

Más allá de su presencia en los diseños curriculares, algunos trabajos sobre la enseñanza habitual muestran que se jerarquiza su estudio en el nivel primario (Ponce y Zilberman, 2021). Mientras que en los trayectos escolares siguientes parece concebirse como un objeto ya estudiado y carente de problematicidad. Se tiende a pensar en el estudio del SND vinculado con la función del número como herramienta para denotar y denominar cantidades y, en consecuencia, una vez que los/as estudiantes han generado técnicas de escritura y lectura de un número en cierto rango, el objeto de estudio parece “agotarse”.

Esta restricción en el modo de concebir la enseñanza del SND es cuestionado por algunos antecedentes. Itzcovich (2007) expresa que “suele concebirse que el trabajo con los números naturales y con las características del sistema de numeración debiera ser un tema ‘dado y cerrado’ en el primer ciclo y, por lo tanto, solo restaría ‘reparar’ o extenderlo a números mayores en el segundo ciclo” (p.61). Saiz y Centurión (2018) muestran que los/as estudiantes en el inicio de la secundaria aún tienen una gran dificultad para trabajar con números de más de 5 o 6 cifras; es decir que la *lectura* y la *escritura* de números dista de ser un aprendizaje plenamente logrado en el primer ciclo de la escolaridad primaria. Por otra parte, se puede construir una mirada más amplia sobre el objeto de enseñanza a partir de pensar en el número no sólo como herramienta para representar una cantidad, sino también para operar.

Planteamos una serie de interrogantes que funcionan como orientación para construir nuestra problemática de investigación:

¿Qué lugar tienen en la enseñanza los SN (entre ellos el SND) en la transición institucional de la escuela primaria a la secundaria? ¿Cómo se estudian?

¿De qué modo los conocimientos sobre el SND sostienen el desarrollo de discursos tecnológicos en praxeologías aritméticas en el campo de los números naturales que se estudian

en la transición institucional de la escuela primaria a la secundaria (cálculo mental, operaciones del campo multiplicativo, divisibilidad)?

¿Cuáles son los conocimientos disponibles en estudiantes que finalizan el nivel primario o inician el nivel secundario sobre los SN y ante qué tipo de tareas se activan?

Este proyecto de investigación se encuentra enmarcado dentro de la Didáctica de la Matemática, específicamente en dos de sus teorías: la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) y la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), teorías surgidas en Francia a fines de los años setenta, inicialmente desarrolladas por Guy Brousseau (2007) e Yves Chevallard (2013), respectivamente. Además, tomamos la noción de transición institucional (Artigue, 2004).

Como parte de la primera etapa de este proceso hemos avanzado en la indagación sobre las maneras en que se propone el estudio de los SN en recursos de enseñanza (manuales, documentos curriculares) utilizados por docentes de escuelas primarias y/o secundarias de la ciudad de Bell Ville. En este marco, analizamos algunas tareas, técnicas, tecnologías y teorías (TAD) de las actividades presentes en estos materiales de enseñanza, que anticipan el proyecto de estudio propuesto a los/as estudiantes en las clases de matemática.

Adoptamos una perspectiva donde “se entiende a la matemática como una actividad social y cultural” (Sadovsky, 2005) y “explícita que los saberes no existen sino como emergentes de prácticas situadas institucionalmente” (Artigue, 2004). La tesis doctoral de Sierra Delgado (2006) nos permitió modelizar y anticipar ciertas propiedades de los números, distintos sistemas de numeración y sus relaciones con las operaciones.

Tempier y su grupo de colaboradores (2009-2024) desarrollaron un recurso de formación para los enseñantes, denominado: “Enseñanza de la numeración decimal”. En el mismo sentido, analizamos las actividades desde los aspectos de la numeración: posicional y decimal.

En marzo de 2024, realizamos un taller de intercambio con docentes de Bell Ville. Consistió en tres momentos: pregunta inicial para abrir el debate, análisis de actividades (números grandes asociado al número como medida, composición y descomposición de números, juegos, recta numérica) en grupos con docentes de distintos niveles y estudiantes, y una puesta en común. Con la intención de conocer las perspectivas y concepciones de los docentes sobre la enseñanza de este saber, y de ampliar la discusión junto al estudio realizado por el equipo de investigación. Este taller fue grabado y los audios están en proceso de análisis.

En el primer momento, los participantes ponen en evidencia que se realiza un mayor desarrollo del contenido en el nivel primario que en el secundario. En el nivel primario se trabaja el SND en términos de 1, 10, 100, 1000, hasta números de 4 o 5 cifras. Algunos docentes implementan

el uso de billetes, realizan comparación con otros sistemas de numeración (como el Sistema Romano y Egipcio) para distinguir las características entre uno y otros.

En el nivel secundario, en general, no hay un trabajo minucioso del SND, a excepción de una escuela técnica que realiza una articulación con el sistema de medición ya que lo aplican tanto en matemática como en los talleres. Los docentes manifiestan que en el nivel primario no se trabaja en profundidad el sistema de medición, según sus expresiones “se da lo básico”. Entendemos que se refieren a algunos múltiplos y submúltiplos de las magnitudes más usuales. En el segundo momento, compartimos las actividades analizadas por el equipo. Entre ellas, la siguiente:

Composición y descomposición en potencias de 10

1. Martina y Camilo están jugando al tiro al blanco. En cada figura se representa la tirada de un jugador, y con un punto rojo está señalado el lugar donde impactó el dardo.

Camilo

Martina

⚡ Todas las potencias de 10 tienen como primera cifra el número 1 y las restantes son ceros. Por ejemplo,

$10^2 = 100$

$10^3 = 1.000$

$10^4 = 10.000$

$10^5 = 100.000$

La cantidad de ceros es igual al exponente al que se elevó el 10.

a. ¿Quién de los dos ganó?
 b. ¿Cuántos dardos debe tirar el que perdió y en qué lugar debe clavarlos para alcanzar justo el puntaje del que ganó.

2. En un programa de preguntas y respuestas, hay seis niveles de preguntas. En cada ronda, un participante puede elegir hasta nueve preguntas de cada nivel. Esta es la tabla de puntos que corresponde a cada respuesta correcta en cada uno de ellos.

Nivel	1	2	3	4	5	6
Puntos	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000

a. En la primera ronda, Alberto dio tres respuestas correctas del primer nivel y siete del tercero, y Beatriz respondió correctamente nueve del segundo y una del cuarto. ¿Cuál de los dos participantes sumó más puntos en esa ronda? ¿Por qué?
 b. En la segunda ronda, Alberto abrió nueve preguntas del quinto nivel. ¿Cuántos puntos tiene que hacer como mínimo Beatriz para alcanzarlo? ¿Ella tiene una sola forma de sumar esa cantidad de puntos?
 c. En una ronda, Sergio responde correctamente dos preguntas de cada nivel; ¿cuántos puntos obtiene?
 d. Esta es la tabla de los puntajes finales de cada participante.

Participante	Horacio	Luisa	Eduardo	Estela	Alejo
Puntaje final	2.548.540	387.820	3.080.200	1.800.400	978.660

¿Cuántas preguntas de cada nivel respondió correctamente cada participante?

Kurzrck, L. et al (2017). Matemática 1. Serie Nuevas Miradas. Editorial Tinta Fresca.

Los docentes mencionan que, en la mayoría de los casos, los estudiantes no leen los títulos y/o los recuadros, aunque podrían inducir las resoluciones de los estudiantes.

También, comparten que las actividades con números grandes, tanto en el segundo ciclo de nivel primario como en el primer año del secundario, se encuentran contextualizadas en el uso social del número, asociado a una medida (cantidad de habitantes de los continentes, distancia

entre los planetas del sistema solar, superficies, cantidad de seguidores). Análisis que realizamos y podremos extendernos en la presentación oral.

Además, reconocen que en sus clases presentan tareas como componer y descomponer números, sin las justificaciones (o tecnologías, según la TAD) fundadas en el SND. En cuanto a las actividades con la recta numérica, algunos docentes afirman trabajar como un recurso para el estudio posterior de los números racionales.

A modo de conclusión

Las acciones desarrolladas en este proyecto de investigación dan cuenta que los docentes al planificar recurren al diseño curricular en busca de orientaciones para sus prácticas. Aunque al momento de la enseñanza del SN, en el nivel primario, se priorizan actividades relevantes que tienden a agotarse en una cierta cantidad de cifras y con restricciones en los aspectos decimal y posicional del SND.

El trabajo con este objeto se encuentra contextualizado en escuelas secundarias técnicas con el uso del número en el sistema métrico decimal. En otras, se abordan distintos SN con la finalidad de evidenciar semejanzas y diferencias entre ellos, y avanzan en la resolución de operaciones sin establecer relaciones con el SND.

La adopción de un libro de texto o algunas actividades que se encuentran en ellos, para el tratamiento del SN crea ciertas incertidumbres y recurrencias en algunas tareas (lectura y escritura de números, composición o descomposición). Además, la presencia de técnicas que acompañan esas actividades, destacadas en recuadros y/o títulos, en algunos casos condicionan ciertas estrategias de resolución por parte de los estudiantes o no son tenidas en cuenta por ellos. Retomando el análisis de Fregona (2024) esos recuadros aportan “cierto discurso justificativo que puede sustentar un modo de hacer una tarea determinada. ¿Oficia como institucionalización, como saber matemático de referencia en ese momento de la enseñanza?”

Consideramos que se necesita más investigación y trabajo en colaboración ante la magnitud de la problemática que se plantea para llevar a cabo un trabajo matemático continuo y secuenciado entre niveles. En este sentido, nos abrimos a nuevos interrogantes: ¿Qué tipo de tareas profundizan las características del SND? ¿Por qué es importante evidenciarlas? ¿Es relevante el trabajo con las técnicas propuestas en los libros de textos en la gestión de la clase? ¿Cómo anticipar la gestión de la clase para avanzar en la tecnología que está débilmente desarrollada en los libros de texto? ¿Cómo dar continuidad a las tareas y tecnologías en la transición entre el nivel primario y secundario?

Referencias bibliográficas

- Artigue, M. (2004). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica de la matemática para afrontarlos? *Educación Matemática*, 16(3), 5-28. Grupo Santillana México. Distrito Federal, México.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal. Buenos Aires.
- Chevallard, Y. (2013). De la transposición didáctica a la teoría antropológica de lo didáctico. Curso dictado en la Universidad Nacional de Córdoba, 26 al 29 de noviembre.
- Fregona, D. (2024). Acerca de diferentes designaciones de los números naturales. Colecciones del CIFYH (en evaluación para su publicación).
- Itzcovich, H. (2007). *La matemática escolar: Las prácticas de enseñanza en el aula*. Aique.
- Ponce, H. y Zilberman G. (2021). De la escritura de “números grandes” a las relaciones entre sistema de numeración y medida. *Discusiones entre maestros e investigadores en el marco de un trabajo colaborativo*. *Revista del IICE* 52, 175-195.
- Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Libros del Zorzal. Buenos Aires.
- Saiz, I., y Centurión, L. (2018). Conocimientos, herramientas de control y conflictos en la producción de escrituras de números «grandes» en el nivel secundario. *Yupana*, 10, 42–55.
- Sierra, T. A. (2006). *Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas los sistemas de numeración y la medida de magnitudes [Tesis de Doctorado]*. Universidad Complutense de Madrid.
- Tempier, F. y colaboradores (2009-2024). *Enseigner la numération décimale. Une ressource pour les enseignants de CE2, CM1, CM et 6ème*. Disponible en internet: <http://numerationdecimale.free.fr/>

Textos consultados

- David, C. et al (2019). *¡Clac! Carpeta con Gancho. Matemática 6*. Editorial Santillana. Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
- Kurzrck, L. et al (2017). *Matemática 1. Serie Nuevas Miradas*. Editorial Tinta Fresca. Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
- Effenberger, P. (2016). *Matemática I*. Editorial Mandioca. Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

RESIGNIFICAR EL LUGAR DE DOCENTES Y ESTUDIANTES EN LA CLASE DE MATEMÁTICA: EL FENÓMENO DEL NOTICING PARA COMPRENDER EL MUNDO DE LA FORMACIÓN

Fernando Bifano; Enrique Di Rico y Fabián Gómez

Instituto CeFIEC/CCPEMS-FCEN-UBA

fjbifano@ccpems.exactas.uba.ar

Categoría del trabajo: Reporte de Investigación

Nivel educativo: Superior (formación docente)

Palabras clave: noticing, rol docente, estudiante activo, mundo de la formación

Resumen

El fenómeno del *noticing* tiene más de dos décadas de indagación en el campo de la didáctica de la matemática, desde diversas perspectivas y con diferentes metodologías. Uno de sus aportes se relaciona con la posibilidad de estimular la reflexión sobre la práctica y por tanto puede trabajarse como capacidad a desarrollar en la formación inicial docente. En ese sentido, se asume que los formadores como expertos tienen ya un cierto recorrido que les permitiría contar con un repertorio lo suficientemente amplio para identificar las situaciones significativas que pueden emerger en el aula para el aprendizaje. Nuestra contribución busca poner en discusión esta cuestión a partir de una experiencia de noticing vivida en nuestro rol de formadores. Lo haremos presentando extractos de clase de una materia inicial en la formación de las y los estudiantes del profesorado de matemáticas. Los hallazgos que emergen como fruto del análisis retrospectivo nos invitan a resignificar el lugar de docentes y estudiantes en la clase a partir de problematizar algunos aspectos que operan desde los posicionamientos didácticos que se asumen implícitamente sobre aquello que podría considerarse una buena clase de matemáticas.

Introducción

En el marco de nuestro proyecto de investigación¹ surgió la necesidad de poder contar con evidencias acerca de qué conocimientos y creencias constituyen el punto de partida de nuestras y nuestros estudiantes a la hora de iniciarse en la práctica de la enseñanza de la matemática. En esta presentación compartiremos el diseño de una actividad formativa llevada a cabo como parte de las estrategias metodológicas implementadas para caracterizar este punto de partida. Daremos cuenta de cómo en el análisis posterior “tomamos conciencia” de ciertos implícitos que operan en nuestra manera de entender la formación y nos interesa discutir de qué formas pueden llegar a condicionarla.

Marco Teórico

El término inglés *noticing* resulta, en cierta medida, polisémico a la hora de ser traducido al español. Ideas como la percepción, la atención, o expresiones como el “darse cuenta”, “anoticiarse”, pueden ser aquí considerados como parte de la sinonimia válida para caracterizar el fenómeno que nos interesa aquí plantear. La disciplina del noticing, propuesta inicialmente por Mason (2002) ha venido ganando interés en los últimos años. Recientes relevamientos de la literatura (Weyers et al., 2024; König et al., 2022) dan cuenta del amplio y vasto devenir del concepto y sus desarrollos, organizando los aportes en cuatro perspectivas diferentes: la psicológica-cognitiva, la socio-cultural, la específica de la disciplina y la vinculada con la expertiz.

La de raíz psicológico-cognitiva es la de mayor cantidad de producción académica y se centra en considerar los procesos mentales del profesor que incluyen la percepción, interpretación y respuesta frente a la identificación de situaciones significativas en el aula. En relación con la perspectiva socio-cultural, se integran aquellos trabajos que problematizan las formas socialmente organizadas de ver y comprender los acontecimientos específicos de la profesión y destaca las relaciones de poder y las ideologías implícitas. La específica de la matemática, sigue la línea de la disciplina del noticing iniciada por Mason (2002) que busca el desarrollo de cierta sensibilidad de parte de los profesores. Por último, la vinculada con la expertiz, que contrasta cómo novales y expertos procesan y controlan la información de la clase concluyendo que a medida en que se cuenta con mayor experiencia se tiene un repertorio más amplio de conocimientos sobre el aula para adaptarse a las situaciones emergentes.

¹ UBACyT, ¿Cómo se construye colectivamente conocimiento acerca de la enseñanza en los espacios de práctica del profesorado de matemática? Estudio de las relaciones entre estudiantes y formadores en torno a comunidades de práctica. (Código SIGEVA: 20020220100163BA) Período: 2023-2026

Nosotros aquí, queremos hacer foco en la disciplina del noticing como una experiencia propia vivida como formadores de docentes y en ese sentido, vincular los aportes de las perspectivas de la disciplina con la de la expertiz. Lo haremos a partir de presentar una serie de incidentes ocurridos durante la primera clase de una de las materias iniciales² que tenemos a nuestro cargo.

Diseño y Recolección de Datos

Atendiendo a estos aspectos, propusimos a nuestros estudiantes, previamente a la primera clase de la materia, la siguiente tarea a realizar en un muro colaborativo en el aula virtual: “incorporen una imagen (puede ser un video, puede ser una foto, puede ser un esquem, puede ser un dibujo a mano fotografiado) que refleje algún aspecto de una buena clase de matemática. La explicación del porqué de la elección la deben traer por escrito para compartir en la primera clase presencial, no la incluyan en este muro.

En el inicio de la primera clase proyectamos de a uno los materiales compartidos por cada estudiante. Conversamos en un principio sobre el significado que tiene para cada una y cada uno en relación con una “buena clase de matemática”. Desde nuestra posición, la noción de una “buena clase de matemática” no es absoluta y, en ese sentido, la intención es provocar un debate y desplegar cierta complejidad en torno a esta idea. No buscábamos llegar a una caracterización o establecer criterios para la clasificación en términos de “buena” o “mala” clase de matemática.

Buscando enriquecer el debate desde la diversidad de interpretaciones y posicionamientos, se tomó la decisión de que quien propuso el material sobre el cual se estuviera discutiendo podría comenzar a intervenir recién cuando todas y todos sus compañeras y compañeros ya hubieran planteado sus ideas al respecto. Luego tendría la oportunidad de explicitar sus razones y describir la exploración o el recorrido que dio lugar a la elección del material; por ejemplo, qué palabras usó en el buscador, qué otras imágenes o videos encontró y por qué fueron descartados, etc.

Análisis y Discusión de los Resultados

Para poder efectuar el posterior análisis, decidimos grabar el audio de estas discusiones y ponerlas en diálogo con los materiales compartidos por las y los estudiantes. Adoptamos el enfoque del *análisis temático* (Braun & Clarke 2006) que permite identificar, analizar y reportar patrones o temas dentro de un conjunto de datos (op. cit. p. 8). Así, a partir

² En particular, nos referimos a Didáctica Específica y Práctica de la Enseñanza I.

de las “voces” de los protagonistas se construye un marco interpretativo para los dichos sin tener la necesidad de convertirse en un análisis del discurso.

La Buena Explicación

Uno de nuestros estudiantes comparte un video de YouTube³ en el que se utiliza un modelo geométrico para resolver una ecuación cuadrática que en principio aparece expresada de manera algebraica. El *youtuber* resuelve la ecuación completando el cuadrado estableciendo una analogía entre ambas maneras de representar la expresión. A priori, a nosotros como formadores nos pareció que el episodio no era atractivo, ya que la actividad del *youtuber* se reduce a exponer el ejemplo e incurre en varios abusos de la notación algebraica en la explicación. Asimismo, se sostenía en particularidades de la función elegida que no hacía explícitas. Sin embargo, en el decir de nuestras y nuestros estudiantes surge la idea de que es algo novedoso porque pone en relación el marco geométrico con el algebraico. Nuestra hipótesis es que valoran este video desde la idea -que en su decir se expresa como “rol activo” del estudiante- porque intelectualmente están pudiendo construir algo a partir de lo que el *youtuber* está explicando. Quizás le asignan cierto valor porque en la formación matemática que han transitado las explicaciones responden fundamentalmente al *modelo teorista*, desde donde se asume “una concepción del saber matemático que pone el acento en los conocimientos acabados y cristalizados en teorías” (Gascón 2001, p. 134).

Consideramos que ampliar ese horizonte de rol activo a la comprensión de una explicación, es parte de la idea que ellos quisieron transmitir. Les resulta importante relacionar el marco algebraico con el geométrico, que a priori parecía que no estaban vinculados. Creemos que de este modo ellos no se sienten pasivos al estar escuchando una explicación, aunque también creemos que esto es posible porque tienen un recorrido matemático que no tiene un alumno de nivel secundario. Si la explicación es buena, si la explicación conecta cosas a priori no evidentes, ellos sienten que están siendo protagonistas de esa explicación, de alguna manera. Cuando hacen el ejercicio de ir acompañándola no están haciendo el mismo recorrido que posiblemente haría un estudiante secundario. La actividad en este episodio tiene que ver en parte con poder relacionar las explicaciones que ellos vivieron, las explicaciones que les gustaría dar y las explicaciones que suman comprensión construyendo sentido. Tal vez, están pensándose en el rol de enseñantes.

Surge en el diálogo, la relación entre lo particular y lo general. Proponen que una explicación de carácter general es menos genuina que una explicación que aborda un ejemplo

³ El mismo puede verse en el siguiente link: <https://youtu.be/qBWO5P-RAEU>

particular porque esa particularidad aporta mayor comprensión. Una explicación de carácter más general es un producto demasiado acabado que puede no ser comprendido del todo por parte de los alumnos. En general, se piensa en una buena explicación yendo desde lo particular hacia lo general, como parte del proceso de comprensión.

La Exploración en la Clase de Matemática

Figura 1

Imagen compartida por un estudiante en el muro colaborativo.



En la foto seleccionada por uno de nuestros estudiantes pueden verse dos estudiantes utilizando un microscopio y tomando apuntes en lápiz y papel. Las ideas compartidas en la primera instancia de la actividad giraron en torno al significado de la exploración en la clase de matemática. Hubo acuerdo en que, según sus experiencias en la secundaria, la exploración no era una actividad habitual en la clase de matemática. Asimismo, se planteó que el registro de los avances en la exploración da cuenta de un rol activo de la o el estudiante.

En el desarrollo del intercambio identificamos dos contraposiciones que resumimos en: clase expositiva y actividad exploratoria, clase práctica y clase teórica. A continuación, compartimos recortes de los dichos en donde se refleja esta dicotomía y algunas ideas que circularon: “En este caso sería, no sé, una clase de química, capaz se ve en el pizarrón sin ir tanto al laboratorio y acá es más exploratorio. Además de ser solamente la parte teórica ves también un poco la parte práctica”. “El chico y el que está en el fondo también están como pensando están como haciendo cuentas no es simplemente copiar o mirar el pizarrón están como haciendo algo”.

En la discusión se plantea, por un lado, que la clase expositiva “en el pizarrón”, por parte del profesor, restringe la actividad de la o el estudiante a copiar y mirar el pizarrón. Para nuestras y nuestros estudiantes, este tipo de clase remite al aspecto teórico de la enseñanza. Por otro lado, la actividad exploratoria que se referencia por la fotografía, al trasladarla a una clase de matemática involucra, según explicitan, el pensar y hacer cuentas. Este tipo de actividad remite al aspecto práctico de la enseñanza. Finalmente, se llegó a diferenciar dos tipos de exploraciones: como una serie de pasos preestablecidos y como una actividad libre, donde los alumnos o las alumnas toman decisiones.

El estudiante que propuso la imagen expresó la intención de comunicar que en una buena clase de matemática es relevante el rol activo de la o el alumno. La actividad matemática que buscaba resaltar es la elaboración de conjeturas y su validación. En ese sentido, para él, la imagen trata de reflejar el proceso de observación; el registro de lo que se observa y la interpretación de lo que está sucediendo. Así lo expresa: “uno cuando hace conjeturas tiene dominio sobre lo que está viendo y después sobre lo que va a tener que intentar validar, pero también los resultados son bastante personales porque son en función del análisis que estás haciendo del problema”.

Para este estudiante, este tipo de actividad requiere un dominio muy personal sobre el objeto y sobre las conclusiones que luego debería validar. Nos resulta interesante como, en su intervención, avanza en las razones de por qué la elaboración de conjeturas adquiere estas características en términos de la relación entre el productor, el objeto y sus conclusiones.

El análisis del trabajo desplegado luego en torno a esta última interpretación de la imagen, nos permitió concluir que la elaboración de conjeturas y su validación se manifiestan en el ámbito de la práctica, en la resolución de problemas. Nuestras y nuestros estudiantes no las conciben aún como parte de la producción teórica en el aula, que ubican en esta instancia de la formación bajo la responsabilidad exclusiva de la o el docente.

Primeras Conclusiones

Ensanchar el espectro de lo que puede considerarse como rol activo de los estudiantes y el lugar de las buenas explicaciones en la clase de matemática son parte de las lecciones aprendidas en nuestra experiencia como formadores de docentes. El fenómeno del noticing en tanto mirada retrospectiva de las instancias de formación emerge como una herramienta potente para la comprensión de cómo los posicionamientos didácticos implícitos condicionan el valor que le asignamos a ciertas escenas del aula.

Referencias

- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3, 77-101. 10.1191/1478088706qp063oa.
- Gascón, J (2001), Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* (RELIME), vol. 4, núm. 2, pp. 129-159.
- König, J., Santagata, R., Scheiner, T., Adleff, A.-K., Yang, X., & Kaiser, G. (2022). Teacher noticing: A systematic literature review of conceptualizations, research designs, and findings on learning to notice. *Educational Research Review*, 36, 100453. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2022.100453>
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. Routledge.
- Weyers, J., König, J., Scheiner, T. et al. (2024). Teacher noticing in mathematics education: a review of recent developments. *ZDM Mathematics Education* 56, 249–264. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01527-x>

TRANSFORMAR LA ESCRITURA DE UN CÁLCULO PARA LEER NUEVA INFORMACIÓN: DESAFÍOS EN EL PRIMER ENCUENTRO CON UN TIPO DE TAREA

Valeria Borsani

Universidad Pedagógica Nacional

valeria.borsani@unipe.edu.ar

Categoría del trabajo: Reporte de investigación

Nivel educativo: Secundario

Palabras claves: álgebra y aritmética - lectura – transformación – expresiones numéricas.

Resumen:

Esta comunicación es un recorte de los estudios realizados en el marco de la Tesis de Maestría, *La diversidad de conocimientos aritméticos de los estudiantes en el tránsito hacia una práctica algebraica* (Borsani, 2023). Reflexionamos aquí sobre algunas tensiones que se generan en el espacio de discusión colectiva de un grupo de estudiantes de primer año de escuela secundaria cuando las técnicas ya constituidas son insuficientes para abordar un problema. Se trata de la construcción de un nuevo tipo de práctica para abordar objetos y problemas que, en principio, aparecen como iguales a otros ya conocidos. Profundizar en la trama de las interacciones que se dieron en el aula nos permitió entender algunas dificultades de los estudiantes ante la ruptura involucrada en la nueva tarea.

Introducción y elementos teóricos de referencia

Diversos autores sostienen desde hace tiempo que la enseñanza del álgebra elemental debería considerar el poder del álgebra para mostrar aspectos diferentes de un mismo objeto, como un asunto central a desarrollar (Drouhard, 1992; Chevallard, 1984).

Sackur, Drouhard, Maurel y Pécal (1997) señalan la distinción entre “sentido” y “denotación” de una expresión algebraica: las expresiones $2m+6$ y $2(m+3)$ denotan el mismo objeto, pero tienen distinto sentido ya que muestran aspectos diferentes del objeto. Estos autores sostienen que modificar el sentido conservando la denotación de las expresiones y de las ecuaciones es una de las características fundamentales del trabajo con el lenguaje algebraico y es lo que le otorga su potencia. El hecho de que expresiones con la misma denotación tengan significados

diferentes se basa en una característica fundamental del lenguaje algebraico, como es la posibilidad de leer información en la escritura de una expresión. También mencionan que el sentido que un alumno da a una expresión es dinámico y depende del contexto en que esta aparece: tanto la lectura de información como la elección de las transformaciones a efectuar a una expresión dependen de la tarea a realizar. Es decir que el sentido tiene un componente pragmático asociado al “por qué” y “para hacer qué”.

Arcavi (2005) señala la habilidad de *leer a través de* y de *manipular* expresiones simbólicas como un componente fundamental del *sentido del símbolo*. En un texto anterior, el autor (Arcavi, 1994) caracteriza el sentido del símbolo a partir de la descripción y discusión de "conductas" que presenta como ejemplos de "tener un sentido del símbolo". Retenemos de los aportes de dicho trabajo una de las conductas que el autor denomina, "manipulaciones y más allá: leer a través de símbolos" y, en particular, dos de los aspectos específicos de la relación entre leer y manipular que el autor destaca: Leer en lugar de manipular y Manipular para leer, o la lectura como objetivo de las transformaciones. Agregamos que la elección de la manipulación de las expresiones a la que se refiere Arcavi dependerá tanto de la pregunta a responder como del significado -para cada estudiante- de las expresiones que manipula, significados que se van transformando con el trabajo. El estudiante debe aprender a leer información de la expresión y a manipularla, sin modificar el objeto matemático que denota, para poder leer nueva información.

Nos interesa resaltar el vínculo estrecho entre la posibilidad de modificar el sentido de las escrituras algebraicas conservando su denotación (Sackur et al., 1997) y las conductas *leer en lugar de manipular* y *manipular para leer* (Arcavi, 1994). Si bien estos autores desarrollan estas ideas referidas al trabajo con expresiones algebraicas, retenemos su potencial para nuestro estudio de actividades que implican un tratamiento algebraico de expresiones numéricas.

Contextualización de nuestro trabajo

Los sucesos de aula que analizamos se ubican en el momento del encuentro de los estudiantes con una tarea nueva. A continuación, analizamos el tipo de práctica y la novedad que comporta el trabajo con el siguiente problema

Problema 5: Decidan, sin hacer la cuenta, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Expliquen sus decisiones.

a. 15×28 es múltiplo de 28

b. 15×28 es múltiplo de 4

c. 15×28 es divisible por 7

d. 15×28 es múltiplo de 10

Señalemos que, durante las clases precedentes al trabajo con este problema, en el aula se fue acordando que al argumentar porqué un número a es múltiplo de otro, se tenía que identificar por qué número había que multiplicar al número candidato¹ a divisor para obtener a . Con estas ideas sobrevolando la escena del aula, el momento de análisis colectivo del problema 5 transcurrió confirmando que las afirmaciones de los tres primeros ítems eran verdaderas. Una de las novedades que traía el ítem d respecto de los anteriores es que para responderlo no alcanza con estudiar si alguno de los factores que ofrece la cuenta es múltiplo del candidato a divisor (10 en este caso). Es la primera vez que les estudiantes se enfrentan a un producto expresado como $b \cdot c$, en el que *ni c ni b son múltiplo de a pero $b \cdot c$ si lo es*. La propiedad “Si $a \mid b$ o $a \mid c$ entonces $a \mid b \cdot c$ ”, en la que se apoyaban implícitamente para resolver los ítems anteriores, deja de ser una herramienta útil para abordar el ítem d. Así, les estudiantes se enfrentaron a la necesidad de apoyarse en otras propiedades conocidas -o construir nuevas- para estudiar este ítem. Fue la primera vez, al menos en este trayecto de aprendizaje, que se enfrentaron con la necesidad de descomponer en factores b y c para luego combinarlos de modo de obtener a (o un múltiplo de a). Se trata de un momento de ruptura respecto del tipo de trabajo que les estudiantes venían desplegando. Es necesario, entonces, redefinir los conocimientos, las propiedades y las técnicas recién constituidas, encontrar sus límites, construir nuevas. ¿Qué información leer de una expresión numérica dada, en relación con el objetivo del problema?, ¿qué transformación realizar?, ¿para qué realizarla?

Más precisamente, en los primeros tres ítems de esta actividad alcanza con identificar que uno de los dos números de la expresión 15×28 es múltiplo del candidato a divisor (28, 4 o 7) para responder si el resultado lo es. En estos casos, alcanza con identificar una característica (o propiedad) de uno de los factores para extender esa misma característica al “resultado” de la operación, el producto de la multiplicación. Entendíamos que el ítem d. resultaría una tarea compleja y costosa para los estudiantes, y que esta complejidad ayudaría a promover la necesidad de una transformación escrita de la expresión. Al momento de planificar, pensamos que el estudio de la afirmación “ 15×28 es múltiplo de 10” generaría buenas condiciones para que se realizaran transformaciones sobre la expresión escrita en la búsqueda de una justificación. Sabíamos que, probablemente, la profesora tendría que intervenir para presentar esas transformaciones, pero la complejidad antes mencionada parecía una buena excusa para

¹ Optamos por esta manera de llamar al número sobre el cual se está estudiando si una expresión dada ese múltiplo de él ya que retiene que todavía hay que decidir si es o no divisor. En el aula no usamos esta terminología sino que siempre nos referimos a la condición de múltiplo.

hacerlo. Ahora se nos hace evidente que en aquel momento no tuvimos plenamente en cuenta las resistencias que podrían surgir para cambiar el juego que se estaba jugando.

La racionalidad matemática de los estudiantes, un proceso en construcción. El dilema que plantea Atilio.

En los intercambios que se dieron con toda la clase a partir de analizar los primeros ítems se sostuvieron discusiones sobre la condición que impone la consigna: “sin hacer la cuenta”. Por ejemplo, ante la estrategia de una alumna que afirmó que 15×28 es múltiplo de 4 porque descompuso el 420 como $400 + 20$, aparecieron expresiones del tipo “La respuesta es correcta pero no respeta la consigna porque usa el resultado 420”. Luego, se consensuó que los estudiantes podían hacer algunas cuentas pero que sus explicaciones no se podían apoyar en el resultado de 15×28 (420). Como veremos en este episodio, la discusión sobre qué significa “no hacer la cuenta” toma cierto protagonismo cuando se inicia el análisis colectivo del ítem d. (en el que hay que decidir si 15×28 es múltiplo de 10).

Al comenzar la discusión colectiva del ítem d, Atilio comparte con toda la clase un “dilema” que tuvo con Francisco, su compañero de grupo. Atilio sostiene que la afirmación “ 15×28 es múltiplo de 10 es verdadera porque cualquier número que termine en cero es múltiplo de 10” (llegó a esto hallando el resultado 420) y Francisco sostiene que es falsa porque ninguno de los factores es múltiplo de 10. Esta contradicción que identifican lleva a Atilio a explicitar: “queremos saber cuál es la correcta”. La pregunta que estos estudiantes plantean a la clase parecería dejar en plano de igualdad a ambas posibilidades de respuesta; es decir, si bien entienden que ambas respuestas son contradictorias, esto no los lleva a cuestionar ninguna de ellas, ven ambos caminos como posibles. Están claras las razones de por qué los estudiantes no aceptan la estrategia de Atilio (no cumple con la consigna) y está claro que la estrategia de Francisco no les cierra -sino no tendrían un dilema- porque contradice la respuesta que tienen a partir de la primera. Pero hay algo que los estudiantes piensan que no los lleva a descartar la segunda estrategia; creemos que el hecho de no conocer las razones de por qué no funciona, junto con el hecho de que mirar cada factor alcanzaba para responder en los ítems anteriores, podría llevar a que estos estudiantes no la descarten.

El cambio necesario de posición respecto a la forma de pensar el producto $a \cdot b$ se va desplegando contra otras ideas (algunas erróneas) que circulan en el aula. Atilio y Francisco toman por cierto el recíproco de una propiedad ya validada como verdadera (si alguno de los factores de un producto es múltiplo de un número, el producto es múltiplo de este número).

Esta propiedad que se usa en los primeros tres ítems, puede ser una fuente de confusión para aquellos estudiantes que realicen una “extensión” falsa de esta regla, tomando por cierta la recíproca, para afirmar que al estudiar un producto: Si ninguno de los factores (de a) es múltiplo (de b), la expresión (a) tampoco lo es. (proposición falsa que es en realidad, la contrarrecíproca de la recíproca de la afirmación anterior). Nos interesa detenernos en el mecanismo productor de esa extensión:

Regla 1 de la forma: Sí p entonces q ,

Regla 2 (extensión por la negativa de la regla 1) de la forma: si no p entonces no q

Con ciertos contenidos para p y q cada regla puede ser verdadera o falsa. Lo que no es válido es el razonamiento que lleva a afirmar que la regla 2 es verdadera bajo la hipótesis de que la regla 1 lo es. En el aula, por el contenido particular que tuvieron p y q la regla 1 resulta verdadera y la 2 falsa, lo cual se configura como un contraejemplo que permite, desde la lógica matemática, invalidar el mecanismo productor de la regla 2 a la regla 1.

Panizza (2005) destaca “que la capacidad de revisar las reglas a partir de una contradicción es lo que les permitiría [a los estudiantes] modificar o enriquecer dichas reglas” (p. 84). Señalamos que el mecanismo productor de la regla 2 a partir de la regla 1, y el hecho de que el razonamiento que vincula la regla 1 y 2 no es válido, no fue considerado por la profesora; sino que se avanzó en la búsqueda del factor 10 como combinación de factores del 15 y del 28. Es decir, se hizo un trabajo explícito sobre el conocimiento que se pretendía instalar: la posibilidad de descomponer los factores a y b de un producto para componer un nuevo divisor de $a \cdot b$. De algún modo, en el desarrollo de la clase van a quedar “solapados” estos nuevos conocimientos (en términos de proceder, como una manera de trabajar) con la regla falsa que lleva a una conclusión falsa.

Retuvimos este episodio porque muestra la fuerza que puede tener una propiedad errónea, cuando es el contrarrecíproco del recíproco de una verdadera; aun cuando genera una contradicción, se plantea como dilema y no se pone en duda la propiedad incorrecta.

Reflexiones finales

En este episodio analizamos un conflicto que les estudiantes enfrentan cuando trabajan por con un problema que requiere modificar -y complejizar- una técnica empleada hasta el momento. Si bien nuestro análisis *a-priori* contempló la novedad de la técnica requerida como un asunto con el que les estudiantes se tenían que enfrentar en este ítem, el dilema de Atilio fue un emergente que nos ayudó a comprender el grado de novedad y complejidad que ella trae aparejada. La tensión entre lo viejo y lo nuevo está presente en el aula en términos de

resistencias para cambiar el juego que se estaba jugando; la adhesión a una regla verdadera en un cierto dominio conduce a una generalización falsa que es sostenida aún frente a evidencias que la contradicen.

El dilema planteado (haciendo la cuenta es múltiplo de 10 pero sin hacerla, no lo es), nos lleva también a plantearnos la pregunta de si estarán pensando que la relación de que un número a sea múltiplo de otro depende de la representación particular que se tenga de a . Si bien los estudiantes mencionan un “dilema” porque hay algo que no termina de cerrarles, esta incomodidad no los lleva a analizar si las afirmaciones que enuncian son verdaderas y dejan el asunto en manos de la docente y de sus compañeros. De hecho, hay propiedades que sí dependen de las representaciones. Por ejemplo, un número puede ser capicúa escrito en el sistema decimal de representaciones, pero dejar de serlo si lo escribimos en otra base. Y el criterio de divisibilidad por 3 - “un número es divisible por 3 si y solamente si la suma de sus cifras lo es” - es un condicional que liga una propiedad del número con una propiedad de la representación en el sistema decimal del mismo. Señalamos estas ideas ya que un objetivo central de este trayecto de enseñanza es que los estudiantes aprendan que la relación de divisibilidad es inherente al número y no depende de la representación. Por eso puede estudiarse a partir de cualquier representación de él. Detrás de estas ideas, estaría la noción de equivalencia de expresiones numéricas y la posibilidad de modificar el sentido de la escritura conservando la denotación (Drouhard, 1992).

Bibliografía de referencia

- Chevallard Y. (1984). Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège. Première partie: L'évolution de la transposition didactique. *Petit x*, 5, 51-94
- Arcavi, A. (1994). Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 14 (3), 24-35.
- Arcavi, A. (2005). Developing and using symbol sense in mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 25(2), 42-47.
- Borsani, V. (2023). La diversidad de conocimientos aritméticos de los estudiantes en el tránsito hacia una práctica algebraica (Tesis de posgrado, Universidad Nacional de La Plata). Memoria Académica. <https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/tesis/te.2798/te.2798.pdf>
- Drouhard, J.P. (1992). Les écritures symboliques de l'algèbre élémentaire. Thèse de Doctorat. Université Paris 7.

- Panizza, M. (2005). *Razonar y Conocer. Aportes a la comprensión de la racionalidad matemática de los alumnos*. Libros del Zorzal.
- Sackur, C., Drouhard, J.P., Maurel, M. et Pécal, M. (1997). Comment recueillir des connaissances cachées en algèbre et qu'en faire. Repères *IREM*, 28, 37-68.

LA PRODUCCIÓN DE VIDEOS COMO RECURSO EN LA FORMACIÓN DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICA: UN ANÁLISIS MULTIMODAL

Arceli Coirini; Iris Dipierri; Jonathan Alonso y Monica Villarreal

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (UNC)

araceli.coirini@unc.edu.ar

Categoría del trabajo: Reporte de investigación

Nivel educativo: Universitario

Palabras claves: Video, Discurso Multimodal, Formación de profesores, Modelización matemática

Resumen: Este trabajo presenta un análisis preliminar del discurso multimodal en videos producidos por futuros profesores de matemática (FPM) en el curso Didáctica Especial y Taller de Matemática (DEyTM) del Profesorado en Matemática de la UNC. La ponencia se enmarca en un proyecto más amplio que investiga cómo la producción y el uso de videos pueden contribuir al desarrollo profesional de los FPM en escenarios de modelización matemática (MM). Adoptando un enfoque semiótico social de la representación multimodal, se analizó un video producido por FPM, enfocándose en los modos semióticos utilizados para comunicar diversos aspectos del proceso de MM. Si bien, los resultados muestran una predominancia del lenguaje (hablado y escrito), se destacan momentos que conjugan diferentes modos para la producción de significado singulares que exceden y complementan las capacidades discursivas del lenguaje. Lo anterior sugiere la necesidad de proporcionar más oportunidades para que los FPM se familiaricen con la producción de videos y la diversidad de modos semióticos disponibles. Este análisis destaca el potencial de los videos como herramienta para el desarrollo profesional de FPM.

Introducción

El siguiente trabajo presenta una primera aproximación al análisis del discurso multimodal de videos producidos por FPM en la materia DEyTM. Estos avances se enmarcan en un proyecto de investigación más amplio que tiene por objetivo “Identificar y analizar diversas contribuciones que la producción y el uso de videos proporcionan para el desarrollo profesional de FPM al trabajar en escenarios de MM”.

Sustentados en el constructo epistemológico humanos-con-medios, propuesto por Borba y Villarreal (2005), sostenemos que la producción de conocimiento es necesariamente social y

está condicionada por los medios empleados, en particular por las tecnologías digitales, en nuestro caso, los videos. Para el presente trabajo resultan antecedentes relevantes los aportes de diversos autores brasileños que se refieren a al uso de videos en el aula y en la formación de FPM: Borba & Oechsler (2018) analizaron el uso de videos como material didáctico; Oechsler (2018) estudió videos matemáticos producidos grupalmente por estudiantes de educación secundaria; en tanto que, Souza (2021) y Neves (2020) analizaron la producción de videos por parte de FPM.

Dentro de las prioridades del “Plan de desarrollo educativo provincial 2024-2027¹” de la provincia de Córdoba, se establece “Profundizar y ampliar el desarrollo de contenidos, estrategias de enseñanza y herramientas orientadas a garantizar la alfabetización digital y la computacional”. En este contexto, el uso y producción de videos en la formación de FPM puede contribuir en esta importante línea de acción. En esta ocasión analizamos un video producido por un grupo de estudiantes durante el desarrollo de la unidad Tendencias en Educación Matemática: MM.

Marco teórico

En el presente trabajo adoptamos un enfoque semiótico social de la representación multimodal. Dicho enfoque cuestiona la centralidad y dominancia del lenguaje (escrito o hablado) como plenamente capaz de expresar todos los significados. En su lugar, como propone Kress (2009), lo reconocemos como un modo particular con sus potencialidades pero también con sus limitaciones para la construcción de significados. Según este autor, “un modo es un recurso semiótico socialmente conformado y culturalmente dado para crear significado” (p. 79, traducción propia²). Así, imagen, habla, gesto y escritura son algunos ejemplos de modos entre otros posibles.

Recuperando aportes de la lingüística, Kress (2009) hace extensivas a otros modos las funciones que Halliday (1975) identifica en el lenguaje. En este sentido, un modo para constituirse como tal debe simultáneamente representar significados sobre acciones, estados y acontecimientos del mundo (*función ideacional*), representar significados sobre las relaciones sociales de quienes participan en la comunicación (*función interpersonal*) y formar entidades semióticas complejas que puedan proyectar un mundo social completo (*función textual*).

En este sentido, el video puede ser considerado un recurso semiótico multimodal. A partir del video seleccionado, el análisis que aquí desarrollamos busca responder a la pregunta ¿A qué

¹<https://www.cba.gov.ar/wp-content/uploads/2024/05/Documento-Plan-de-Desarrollo-Educativo-Provincial-2024-2027.pdf>

² “Mode is a socially shaped and culturally given semiotic resource for making meaning” (Kress, 2009, p.79).

modos se apela para comunicar diferentes aspectos vinculados al desarrollo de un proceso o subproceso de MM? Asimismo, se pretende dar cuenta de cuáles de estos modos predominan en el video.

Para el análisis, recuperamos también la noción de *contexto de situación* propuesta por Baldry & Thibault (2005), la cual refiere al entorno físico y social en el que se lleva a cabo la comunicación. Esta noción se emplea para describir la naturaleza del contexto en el que se producen videos asociados a procesos de MM.

El contexto de situación en el que se produce el video

El video que aquí se analiza fue producido por tres estudiantes del Profesorado en Matemática de la UNC que se encontraban cursando DEyTM. Esta materia se dicta en el tercer año de la carrera, es de régimen anual y tiene una carga horaria de 30 semanas con dos clases de cuatro horas semanales. En este curso se estudian varias tendencias en educación matemática: resolución de problemas, MM, uso de la tecnologías, educación matemática crítica y uso constructivo de errores. Al abordar el tema MM, se discute sobre nociones de modelo y modelo matemático y se estudian las fases de un proceso de MM utilizando diferentes ciclos como el propuesto por Bassanezi (2002).

Durante las clases de MM se presentan criterios para decidir si una cierta tarea es de MM o no, se analizan experiencias de modelización en diferentes contextos educativos y se resuelven tareas de modelización de diferente naturaleza. En particular, se destaca la creación de dos escenarios de MM en los que se solicita la producción de videos. El video que aquí analizamos fue producido para el primero de estos escenarios, donde se proponen tareas de MM cerrada que requieren la realización de un proceso experimental para la obtención de datos. El trabajo se realiza en pequeños grupos y pueden utilizar las tecnologías digitales que deseen.

En este caso particular, el proceso de MM se desarrolló a partir de la “Tarea del montículo de material granulado”³ que requiere estudiar el ángulo de reposo de montículos de diferentes materiales elegidos por los estudiantes (arena, azúcar, sal, etc.). Como resultado de dicho estudio, el grupo debía producir un informe según consta en la consigna: “Preparen un informe en formato de video de 10’ como máximo del trabajo realizado, que incluya la simulación digital anterior⁴, explicando todos los procesos realizados, el razonamiento producido y las conclusiones obtenidas”.

³ Tarea diseñada por la Dra. Susana Carreira (Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade do Algarve - Portugal).

⁴ Como parte de la tarea se solicitaba la producción de una simulación digital de la formación del montículo a medida que se deposita el material.

Luego de la realización del experimento, el grupo dispuso de dos semanas para la producción y envío del video a través del aula virtual.

Metodología

Para dar respuesta a la pregunta de investigación planteada, se realiza un estudio de caso (Stake, 1999) enmarcado por una metodología de investigación de tipo cualitativa dentro del paradigma interpretativo (Denzin & Lincoln, 2017). La investigación propone el estudio del video producido por un grupo de estudiantes de DEyTM para reportar el desarrollo de un proceso de MM cerrado propuesto por las docentes del curso.

La elección del caso se fundamenta en las siguientes razones: 1) el video seleccionado fue producido durante el año en que la materia DEyTM implementó por primera vez el uso y producción de videos a su propuesta; 2) es el primero de los videos producidos por este grupo en el marco de dicha materia, lo que nos permite analizar una primera aproximación al trabajo de los estudiantes con producciones multimodales en formato de video; 3) el video se destaca por conjugar una gran variedad de modos.

El video analizado tiene una duración de 8:36 minutos. En él, el grupo de estudiantes informa el proceso de MM desarrollado a partir de la tarea propuesta: presentan el problema de investigación y el diseño de la experimentación, formulan diferentes hipótesis; refieren a las técnicas de medición empleadas para la recolección de datos (radio y altura del montículo), así como a diferentes modelos puestos en juego para la determinación indirecta del ángulo de reposo del montículo; describen la sistematización de los datos obtenidos y su matematización a través del promedio; interpretan los resultados; formulan nuevas preguntas de investigación referentes a la misma temática y presentan una animación realizada en GeoGebra del fenómeno estudiado. Además, en el video refieren a los aprendizajes matemáticos y no matemáticos suscitados entre los integrantes del grupo a partir de esta experiencia.

El análisis del video llevado adelante por el equipo de investigación se desarrolló en diferentes *fases*:

Con la finalidad de tener una primera aproximación al material, en una *primera fase*, sus integrantes realizaron una visualización individual y tomaron registros de sus observaciones. Durante la *segunda fase*, se desarrolló una visualización colectiva y se discutieron las observaciones de cada integrante del equipo. Para avanzar sobre la sistematización de estas observaciones, de acuerdo al marco teórico adoptado, la *tercera fase* consistió en definir los modos que se reconocieron en el video. Como resultado de esta fase, se identificó la presencia de los siguientes modos:

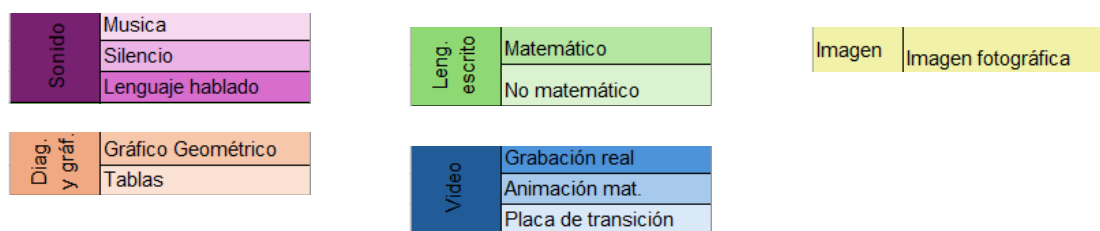


Figura 1: modos identificados en el video analizado

Por último, la *quinta fase*, consistió en la codificación del video, mediante un software de análisis cualitativo, para identificar la presencia de los diferentes modos y su temporalidad.

Resultados y conclusiones

En la Tabla 1 se presentan los tiempos dedicados a cada modo a lo largo del video siguiendo el código color de la Figura 1. La primera fila indica la temporalidad del video en minutos.

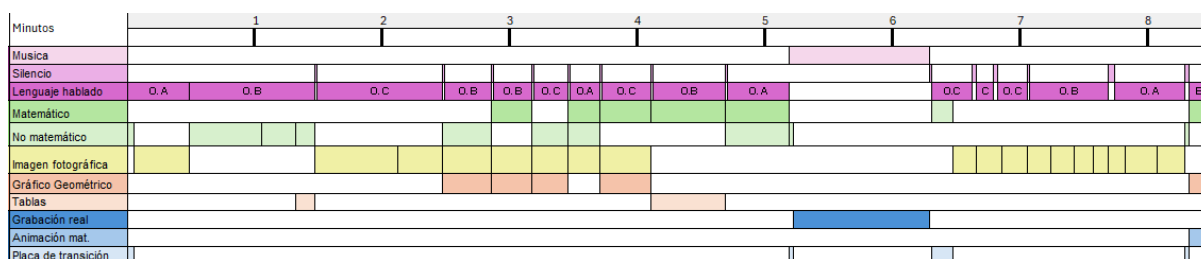


Tabla 1: presencia y temporalidad de los diferentes modos presentes en el video analizado

En relación al modo **sonido** observamos que prevalece el *lenguaje hablado* a cargo de distintos oradores (O.A, O.B y O.C), se utiliza la *música* solo cuando se muestra la grabación de la fase de experimentación -entre minuto 5 y 7 del video-.

En el modo **lenguaje escrito** prevalece el *lenguaje escrito no matemático*, el cual se emplea principalmente para hacer intervenciones sobre imágenes, para placas de transición o al inicio del video para mostrar la lista de materiales y las decisiones iniciales del grupo sobre las estrategias para resolver la tarea de MM.

El modo **imagen** es muy utilizado, principalmente para ilustrar lo que se comunica a través del lenguaje. Algunas de las *imágenes fotográficas* tienen la particularidad de superponerse con otros modos visuales, incorporando *gráficos geométricos*, *lenguaje escrito matemático* y *no matemático* (Figura 2, izquierda). Por otro lado, existe también yuxtaposición de *imágenes fotográficas* ofreciendo diferentes puntos de vista del fenómeno (Figura 2, derecha).

El modo **diagramas y gráficos** se utiliza en menor medida. Principalmente, se emplea para mostrar las *tablas* de datos realizadas y para representar, sobre *imágenes fotográficas* de montículos de materiales, el ángulo de reposo, apelando a las herramientas de GeoGebra.

El modo **video** es el menos utilizado, solamente se mostró una *grabación* de la experimentación (entre minutos 5 y 7) y una *animación* en GeoGebra (después del minuto 8).

En una visión general del video, observamos que, aunque el grupo de FPM logra utilizar una diversidad de modos para realizar el informe en formato de video, se percibe una predominancia del lenguaje (hablado y escrito) acompañado por imágenes que subsidiariamente ilustran el discurso. No obstante, existen momentos en los que otros modos se conjugan y superponen para la construcción de novedosos significados que exceden a las capacidades discursivas del lenguaje.



Figura 2: capturas de momentos del video donde se conjugan diferentes modos

Esto sugiere la necesidad de proporcionar más instancias de trabajo en torno a la producción de videos, para que los FPM puedan apropiarse de la diversidad de modos que se conjugan en la producción de un video para comunicar ideas matemáticas.

Bibliografía

- Baldry, A. and Thibault, P. J. (2005). *Multimodal Transcription and Text Analysis*. London: Equinox.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino - aprendizagem com Modelagem*. Editora Contexto..
- Borba, M. C. Oechsler, V. (2018). Tecnologias na educação: o uso dos vídeos em sala de aula. *Revista Brasileira de Ciência e Tecnologia*, 11 (2), 181-213.
- Borba, M. C. & Villarreal, M. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation*. New York: Springer.
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2017). *The SAGE Handbook of Qualitative Research* (5ta ed.). Thousand Oaks: SAGE.
- Halliday, Michael A.K. (1975). Estructura y función del lenguaje. En John Lyons (ed.), *Nuevos horizontes de la lingüística*, 145-173. Madrid : Alianza.
- Kress, B. (2010). *Multimodality. A Social Semiotic Approach to Contemporary Communication*. Routledge.
- Neves, L. X. (2020). *Intersemioses em vídeos produzidos por licenciandos em Matemática da UAB*. [Tesis doctoral, Instituto de Geociências e Ciências Exatas Universidade Estadual Paulista-Rio Claro]. <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/191601>
- Oechsler, V. (2018). *Comunicação Multimodal: Produção de vídeos em aulas de Matemática*. [Tesis doctoral, Instituto de Geociências e Ciências Exatas Universidade Estadual Paulista-Rio Claro]. <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/154093>
- Souza, M. B. (2021). *Vídeos digitais produzidos por licenciandos em Matemática a distância*. [Tesis doctoral, Instituto de Geociências e Ciências Exatas Universidade Estadual Paulista-Rio Claro]. <https://repositorio.unesp.br/items/6453cd4c-86d4-4459-ad60-8e81c56d8c63>
- Stake, R. E. (1999). *Investigación con estudio de casos* (2da ed.). Madrid: Ediciones Morata.

ANÁLISIS A PRIORI DE UN INSTRUMENTO DE INDAGACIÓN SOBRE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS: ESTUDIO DE LOS PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN FUNCIONES LINEALES

Ricardo Ramón Fabián Espinoza; Paula Daniela Bordón; Grisel Ivana Almeida; María Mercedes Ayala

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura. Universidad Nacional del Nordeste

paula_bordon@yahoo.com

Categoría del trabajo: Reporte de Investigación

Nivel Educativo: Universitario

Palabras clave: Instrumento de indagación, Función lineal, Análisis a priori, Configuración epistémica, Función semiótica.

Resumen: Se realiza un análisis ontosemiótico referencial de las situaciones-problemas correspondientes a las funciones lineales de un instrumento de indagación, que fue elaborado con el propósito de suministrar a los ingresantes de las carreras de Ingeniería de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura de la UNNE en el año 2025, con el objetivo de valorar la comprensión que tienen sobre la argumentación en el ámbito de las funciones lineales y cuadráticas. Se emplean como herramientas teóricas y metodológicas las nociones de configuración epistémica y función semiótica, constructos teóricos y metodológicos del Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos, marco teórico de la investigación en curso. Se identifican los objetos matemáticos primarios involucrados en las resoluciones expertas y sus relaciones conceptuales.

Introducción

En la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura de la Universidad Nacional del Nordeste, desde hace varios años, un grupo de docentes venimos desarrollando proyectos de investigación relacionados con la estadística aplicada a la educación, analizando los conocimientos previos de matemática de los ingresantes. Con el paso del tiempo nos

encontramos con la necesidad de incorporar una fundamentación teórica para respaldar el análisis didáctico. Recientemente comenzamos a abordar una nueva investigación que persigue el objetivo de valorar la comprensión de los ingresantes a las carreras de Ingenierías, sobre la problemática de la argumentación en la temática de las funciones lineales y cuadráticas. La investigación prevé la elaboración de un instrumento, su análisis a priori, validación y reelaboración en 2024 y 2025, y la aplicación y análisis de resultados en 2026 y 2027.

Comenzamos elaborando un instrumento de indagación compuesto por una muestra de problemas y un análisis a priori del mismo a partir del uso de elementos teóricos y metodológicos del Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS). Tal instrumento se basa en la referencia conceptual de los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios Nacionales (NAP) (ME, 2011).

En esta presentación exhibimos parte del análisis a priori del mismo del instrumento (en proceso de desarrollo), mostramos las resoluciones expertas de dos de sus situaciones-problemas referidas a las funciones lineales, las configuraciones epistémicas asociadas y las principales relaciones entre objetos matemáticos primarios por medio de funciones semióticas. Estas prácticas institucionales de referencia nos permiten identificar los objetos matemáticos involucrados en las situaciones y sus relaciones lo que, a su vez, nos posibilita caracterizar la exhaustividad de los problemas incluidos en el instrumento teniendo en cuenta los NAP.

Encuadre teórico

El marco teórico adoptado es el modelo epistémico y cognitivo del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. (Godino, Batanero y Font, 2008; 2020). En particular, se emplean los constructos teóricos: Configuración epistémica y Función semiótica. Para un análisis más fino de la actividad matemática, el EOS incluye seis tipos de objetos matemáticos primarios, emergentes de sistemas de prácticas (Burgos y Godino, 2020): situaciones-problemas, lenguaje, procedimientos, proposiciones, conceptos y argumentaciones. Los seis objetos primarios que están presentes en una práctica matemática se relacionan entre sí formando configuraciones epistémicas o cognitivas (Figura 1). Las mismas son entendidas como redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas y las relaciones que se establecen entre los mismos y, constituyen los elementos del significado de un objeto matemático particular.



Figura 1 (Configuración epistémica/cognitiva)

Las configuraciones pueden ser epistémicas o instruccionales, si son redes de objetos institucionales (extraídas de una práctica referencial experta); o cognitivas, si representan redes de objetos personales (actividad de los estudiantes). Estas configuraciones permiten analizar las prácticas matemáticas describiendo su complejidad ontosemiótica.

Los distintos objetos primarios se vinculan a través de las funciones semióticas construidas entre ellos. D'Amore, Font y Godino (2007) indican que una función semiótica está dada por una correspondencia entre un antecedente (expresión, significante o representante) y un consecuente (contenido, significado, representado) que establece un sujeto, persona o institución. La correspondencia (representacional o instrumental) se constituye entre dos objetos (ostensivos o no-ostensivos), cuando uno de ellos se pone en lugar del otro o bien uno es usado por otro. Con esta noción, se evidencia el carácter netamente relacional de la actividad matemática y de los procesos que difunden el conocimiento matemático.

Aspectos metodológicos

Se elabora un instrumento de indagación en base a la propuesta de los NAP que consta de seis situaciones, cuatro referidas a funciones lineales y dos a cuadráticas.

Se adoptan como herramientas de análisis didáctico de referencia de las situaciones-problemas del instrumento las configuraciones epistémicas y las funciones semióticas. En las configuraciones epistémicas se plasman los conocimientos matemáticos involucrados en las resoluciones (objetos primarios) y las relaciones conceptuales establecidas entre ellos. Las funciones semióticas permiten explicitar dichas relaciones y profundizar el análisis relacional.

Resolución experta, identificación de objetos primarios y relaciones entre objetos


Práctica institucional y configuración epistémica de la situación 2 del instrumento

- El auto A (Fig. 2) marcha a 100km/h (*lenguaje*), por lo que en 1h recorre 100km (*concepto*), por lo que, en 2h recorrerá 200km (*proposición*) ya que la velocidad con la que se traslada es constante (*argumento*). Así, al duplicar la cantidad de tiempo, se duplica la distancia recorrida.

Según la tabla expuesta en la consigna (*lenguaje*), en 2h el auto B recorre 160 km. Como 160 es menor que 200, el B es más lento que el A (*procedimiento y argumento*).

- En 1h el auto A recorre 100km (*concepto*), y al duplicar, triplicar el

Situación 2. Cuatro autos marchan por una ruta, cuya velocidad promedio es constante. Se tiene la siguiente información de cada uno de ellos:

El auto A marcha a 100km por hora.	La distancia recorrida por el auto D sigue la siguiente fórmula: $y=120x$ donde y representa los kilómetros que se han recorrido y x la cantidad de horas transcurridas.								
Del auto B se registraron datos en la siguiente tabla:	El siguiente gráfico muestra la distancia recorrida por el auto C al transcurrir el tiempo:								
<table border="1"> <tr> <td>Hora</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Distancia recorrida (en Km)</td> <td>160</td> <td>240</td> <td>400</td> </tr> </table>	Hora	2	3	5	Distancia recorrida (en Km)	160	240	400	
Hora	2	3	5						
Distancia recorrida (en Km)	160	240	400						

Explicar por qué son verdaderas las siguientes afirmaciones:

- i. El auto B es más lento que el auto A.
- ii. El auto A y el auto C marchan a la misma velocidad.
- iii. El auto D es el más rápido de los cuatro.

tiempo... el tiempo se duplicará, triplicará... la distancia recorrida (*proposición y procedimiento*), pues la velocidad es constante (*argumento*). Esto quiere decir que en 2h, 3h, 4h, ..., este auto recorre 200km, 300km, 400km, ... respectivamente (*proposición y procedimiento*) al igual que el auto C, como puede apreciarse en el gráfico cartesiano que se expone en la consigna (*lenguaje y concepto*).

- A y C marchan a igual velocidad: 100km/h, mientras que B es más lento que ambos. Por otra parte, la distancia recorrida por D sigue la fórmula: $y = 120x$, donde “x” representa las horas transcurridas e “y” los kilómetros recorridos (*lenguaje y concepto*). Luego, en 1h, D recorrerá 120km ($120 \times 1 = 120$ (*procedimiento*)), tratándose de una distancia mayor a la de los otros tres móviles en una hora, y como su velocidad es constante (*argumento*), es el más veloz. Considerando que las relaciones entre el tiempo y los kilómetros recorridos por los autos pueden ser modelizadas por medio de una función de proporcionalidad directa (*concepto*), otros elementos de significado son factibles de emplearse para abordar esta situación. Así, interpretando los registros de representación de las funciones (*procedimiento y lenguaje*) o usando multiplicaciones, divisiones o regla de tres simple (*procedimientos*) se puede i) reducir a la unidad obteniendo la distancia recorrida por cada uno de los móviles en 1h (*concepto y procedimiento*) o, ii) determinar las constantes de proporcionalidad que son las velocidades de los cuatro móviles (*concepto*). En ambos casos, la comparación (*procedimiento*) es suficiente para determinar el auto es más veloz, pues sus velocidades son constantes (*argumento*).

Funciones semióticas relevantes de la situación 2 del instrumento

FS	Objetos primarios vinculados
1, 2, 3, 4	Entre el lenguaje con el que se expresa cada función (coloquial, tabular, cartesiana y a través de una fórmula) y el procedimiento y argumento que involucra comparar velocidades.
5	Entre el procedimiento de duplicar, triplicar, etc. la distancia recorrida cuando se duplica, triplica, etc. la cantidad de tiempo y el argumento dado por la velocidad constante.
6	Entre procedimientos de reducción a la unidad y el argumento de la velocidad constante.
7	Entre los procedimientos de cálculo de la constante de proporcionalidad y el argumento que indica que la mayor constante indica la mayor velocidad.

Práctica institucional y configuración epistémica de la situación 3 del instrumento

a. El especialista (Ver Fig. 3) cobra \$8.000 por visita y \$3.500 por cada hora de trabajo (*lenguaje*), es decir, por 1h de trabajo cobra \$11.500 (*proposición*), pues $11.500 = 3.500 + 8.000$ (*procedimiento*). Así, por 2h ganará \$15.000 ($3.500 \cdot 2 + 8.000$) (*procedimiento y proposición*) dado que el dinero que cobra por hora de trabajo es constante y el que cobra por la visita es fijo. Si se duplica, triplica, etc. la cantidad de tiempo

Situación 3. Un especialista visita la producción de un determinado tipo de cultivo de un campo con el fin de aumentar las ganancias relacionadas con las ventas. Por dicha visita cobra \$8000 y por cada hora de trabajo cobra \$3500.

a. ¿Es cierto que si trabaja durante 7 horas deberá cobrar \$32.500?, ¿por qué?

b. ¿Si trabaja durante 72 horas, cuánto deberá cobrar? Explica tu respuesta.

c. ¿Cuántas horas debió trabajar si cobró \$95.500?

Figura 3 (Tercera situación problemática del instrumento)

trabajado también se duplica, triplica, etc. la cantidad cobrada por hora, obteniendo la ganancia total al añadir los 8.000 correspondientes a la suma fija (*argumento y procedimiento*). Si el especialista trabaja 7h deberá cobrar 7 veces lo que cobraría por 1h de trabajo sumado el costo de la visita, es decir \$32.500 ($3.500 \cdot 7 + 8.000$) (*procedimiento y argumento*).

b. Si el experto trabajara durante 72h deberá cobrar 72 veces lo que lo haría por 1h de trabajo más la suma fija (*argumento*), esto es \$260.000 ($3.500 \cdot 72 + 8.000$) (*procedimiento*).

c. \$95.500 (*lenguaje*) cobró el especialista por cierta cantidad de horas trabajadas más la suma fija (*argumento*). \$87.500 es lo que cobró sin la suma fija ($95.500 - 8000$) (*procedimiento y argumento*). Luego, es necesario calcular el número de horas trabajadas, esto es buscar un número que multiplicado a 3.550 dé como resultado 87.500. Se trata del cociente de la división de 87.500 por 3.500 (*procedimiento y argumento*). Es decir, el experto trabajó 25h.

Otros elementos de significado resultarían de considerar la relación entre el total a cobrar y las horas trabajadas modelizada por: $3.500 \cdot x + 8.000 = y$ (*concepto y lenguaje*). Las consignas pueden resolverse al especializar una variable y, luego, obtener la otra, ya sea mediante cálculos o resolviendo una ecuación (*procedimiento*).

Funciones semióticas relevantes de la tercera consigna del instrumento

FS	Objetos primarios vinculados
1	Entre el procedimiento de multiplicar la ganancia por el número de horas de trabajo y el modelo de proporcionalidad asociado (<i>argumento</i>).
2	Entre el procedimiento de multiplicar la ganancia por el número de horas de trabajo más la suma fija y el argumento dado por el modelo lineal no proporcional.
3	Entre el procedimiento de deconstrucción del procedimiento usado para conocer la ganancia y el argumento que fundamenta conocer la cantidad de horas trabajadas basado en el contexto.
4	Entre dos conceptos, el de función y el de ecuación. Más precisamente, a través de un modelo funcional se obtiene la ganancia cuando se conoce la cantidad de horas trabajadas; mientras que, si el dato es la paga, averiguar las horas trabajadas involucra el modelo de una ecuación.

Conclusiones

Hemos llevado a cabo una parte del análisis a priori del instrumento que planificamos en la investigación, usando las herramientas del EOS Configuración epistémica y Función semiótica. A partir de las resoluciones de situaciones de funciones lineales del instrumento, las que desarrollamos procurando elaborar prácticas matemáticas relacionadas con las posibilidades de los estudiantes destinatarios, construimos las configuraciones epistémicas, herramientas que, junto con otras, formarán parte de la referencia institucional para llevar a cabo los análisis de las prácticas de los estudiantes, a los que se les suministrará tal instrumento.

En estas configuraciones hemos identificado los objetos matemáticos primarios involucrados en las prácticas desarrolladas y sus relaciones, lo que permite caracterizar la exhaustividad de

la elección de las situaciones del instrumento teniendo en cuenta la propuesta de los NAP que incluye una gran variedad de objetos y significados.

La gran labor desarrollada en la identificación y diferenciación de estos objetos nos permitió valorar la importancia de disponer de una herramienta que promueva la elaboración de prácticas matemáticas completas como respuesta a una cuestión determinada. Específicamente, construir argumentos alrededor de procedimientos y proposiciones usuales en la escuela media no resulta una tarea sencilla, dado que los textos escolares de este nivel educativo no aportan demasiado. La importancia de profundizar en la identificación de relaciones conceptuales, sutilmente plasmadas en las configuraciones epistémicas, nos hizo apreciar la necesidad de avanzar en el refinamiento del análisis a priori incorporando otra herramienta del EOS: la función semiótica.

Referencias bibliográficas

- Burgos, M. y Godino, J. D. (2020). Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad. Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria. *AIEM*, 18, 1-20.
- D'amore, B.; Font, V. y Godino, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Paradigma, Maracay*, 28, (2), 49-77.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 10, 7-37.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2020). El enfoque ontosemiótico: Implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 12 (2), 3-15.
- Ministerio de Educación de la República Argentina. (2011). *Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Ciclo Básico, Educación Secundaria*.

LA VALIDACIÓN EN UN LIBRO DE TEXTO DE SEGUNDO AÑO DE SECUNDARIA: CIRCUNFERENCIAS Y TRIÁNGULOS

Ana Mabel Gómez; María Florencia Cruz y Cecilia Laspina

Universidad Nacional del Litoral (UNL)

agomez@exa.unne.edu.ar

Categoría del trabajo: Reporte de investigación

Nivel educativo: Secundario

Palabras clave: Validación - Libros de texto - Quehacer matemático - Geometría

Resumen: En el presente trabajo focalizamos en el estudio de tareas de geometría propuestas en un libro de texto de educación secundaria en torno a la validación en el aula de matemática. Específicamente, analizamos tareas de un libro de primer año¹ de educación secundaria en los temas circunferencia y triángulos focalizando en los modos de validación que se promueven explícita e implícitamente en las mismas. Identificamos distintas actividades propias del quehacer matemático que se promueven en las tareas y también, tipos de pruebas. Señalamos que las tareas propuestas favorecen distintos aspectos de los modos de validar, y que el análisis realizado muestra qué cuestiones no se explicitan directamente en las tareas y pueden resultar relevantes con respecto a lo que se podría realizar en el aula por parte del alumnado, es decir, dependerá de la intervención docente si se busca avanzar de pruebas pragmáticas a pruebas intelectuales a partir de las tareas de este libro.

1. Introducción

El presente trabajo focaliza en el análisis de uno de los recursos de enseñanza más utilizado por

¹ diseñado para primer año de la educación secundaria, pero utilizado en segundo año en la provincia de Corrientes. Es por esto que hablaremos de libro de segundo año.

parte del profesorado en el aula de secundaria, los libros de texto (Cárcamo, 2012). Específicamente, estudiamos modos de validación que se promueven en tareas de geometría seleccionadas en un libro de texto que se utiliza en la educación secundaria obligatoria en Argentina en diversas escuelas. La validación es un aspecto importante en la investigación en educación matemática, tal como se señala en Hanna et al. (2019) y Cruz (2023). Asimismo, los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (NAP, 2011) señalan que el estudiantado debe ser capaz de producir e interpretar conjeturas y afirmaciones de carácter general y el análisis de su campo de validez, avanzando desde argumentaciones empíricas hacia otras más generales.

En la actualidad, es indiscutible la necesidad de enseñar geometría en los distintos niveles del sistema educativo, puesto que permite desarrollar ciertos modos de pensamiento y actuación particulares que otorgan un gran valor formativo para el estudiantado y que se diferencian de otros dominios de la matemática (Itzcovich, 2005). En sinergia, Quijano y Corica (2021) reflexionan específicamente en relación con este dominio. Tales autores sostienen que la geometría favorece el trabajo propio de la actividad matemática y promueve en el estudiantado la visualización, comunicación, el pensamiento crítico, la intuición y el razonamiento inductivo y deductivo, entre otros. Sin embargo, el desarrollo del dominio geométrico en Argentina en algunos casos posee menor presencia en la educación obligatoria que otros dominios (Cruz, 2023).

Teniendo en cuenta lo mencionado, en este trabajo buscamos responder a la siguiente pregunta: ¿qué tipos de actividades y modos de validación se promueven explícitamente en tareas de geometría de un libro de texto de primer año de la educación secundaria en la sección de circunferencias y triángulos? Se considera que este trabajo puede ser un aporte, dado que permite reflexionar con respecto a lo que se podría realizar en el aula a partir de lo que explícitamente se promueve o no con respecto a la validación en tareas del libro de texto.

2. Constructos teóricos que dan soporte al estudio

Itzcovich (2007) distingue actividades que están presentes en la resolución de una situación o enunciado (o tarea)² por parte de un alumno que está aprendiendo matemática y que son propias del quehacer matemático. Detallaremos algunas de ellas, que consideramos esenciales para nuestro estudio por encontrarse en estrecha relación con el desarrollo de la validación, a saber:

² En este estudio las palabras situación, enunciado o tarea se utilizan como sinónimos.

representación, elaboración de conjeturas, validación de las conjeturas y de los resultados, determinación de un dominio de validez y generalización.

Balacheff (2000) es reconocido en el ámbito internacional por sus aportes con respecto a la validación. Este autor, específicamente señala que la palabra razonamiento se emplea “para designar la actividad intelectual no completamente explícita que se ocupa de la manipulación de la información dada o adquirida, para producir una nueva información” (p.13). En este marco, señala que con procesos de validación se refiere a la actividad de razonar cuando (el razonamiento) tiene “como fin asegurarse de la validez de una proposición y, eventualmente, producir una explicación (una prueba o una demostración). (p.13)”. Balacheff (2000) considera que la prueba es un tipo particular de validación y establece la diferencia entre pruebas pragmáticas e intelectuales. En este marco este autor hace referencia a las *pruebas pragmáticas* cuando recurren a un estudio empírico de la situación (experimentación o casos particulares), y llamaremos *pruebas intelectuales* a las pruebas que, separándose del estudio o contraste empírico, se apoyan en formulaciones de las propiedades en juego y de sus relaciones.

En este trabajo nos centraremos en las actividades del quehacer matemático vinculadas con validación en el sentido de Itzcovich (2007) y el uso de pruebas pragmáticas e intelectuales en el sentido de Balacheff (2000).

3. Aspectos Metodológicos

El presente estudio es cualitativo (Flick, 2012). En particular, un estudio de caso (Stake, 1998), en el que el caso es constituido por un libro de texto propuesto para primer año de secundaria en Argentina (Sessa, 2015). Este libro se titula “*Hacer Matemática 7-1*” y específicamente focalizamos en “*Capítulo 1: Circunferencias, círculos y triángulos*”. Es considerado como un caso relevante a ser estudiado porque al realizar una encuesta a docentes de segundo año de educación secundaria de la provincia de Corrientes sobre qué libros utilizan para enseñar los contenidos de circunferencias y triángulos, resultó ser el de mayor frecuencia.

En las tareas analizadas con el fin de responder la pregunta de investigación planteada buscamos: observar, analizar, registrar y categorizar los modos en que las tareas presentes en los libros de texto permiten a los alumnos elaborar estrategias con el propósito de avanzar en esta actividad matemática en dicha etapa escolar.

En este trabajo, presentamos el análisis de dos de las tareas seleccionadas del capítulo del libro de

texto, una tarea que propone un trabajo más empírico con circunferencias y círculos y otra tarea que promueve diversidad de modos de validar en el estudio con triángulos, y que a su vez, integra el estudio de la propiedad de desigualdad triangular. Es decir, las tareas seleccionadas para analizar involucran directa o indirectamente modos de validación.

4. Resultados

A continuación se presentan las tareas que se analizan:

5 En el jardín de una casa instalaron dos regadores a 6 metros de distancia uno del otro. Un regador tiene un alcance de 4 metros, es decir que riega todo el césped que se encuentra hasta 4 metros de distancia, y el otro regador tiene un alcance de 3 metros.

a En parejas, hagan un esquema del jardín en sus carpetas. Ubiquen los dos regadores y la zona de riego de cada uno. Marquen la zona que riegan ambos regadores.

b Los jardineros descubren un problema: el jardín se inunda en la zona mojada por los dos regadores y el césped se arruina. Si deciden cambiar el regador de 3 metros de alcance por otro que esté ubicado en el mismo lugar, ¿qué alcance debe tener ese nuevo regador? Justifiquen su respuesta.

c Si deciden cambiar los dos regadores, pero sin modificar su ubicación, ¿qué alcance deben tener los dos regadores nuevos para que no se arruine el césped? Justifiquen su respuesta.

En el esquema, representá 1 metro de la realidad con 1 cm.

En esta actividad pueden surgir preguntas en cuanto al contexto, por ejemplo: el riego no es pareja, ¿qué zona dentro del agua no llega. Esta es una buena ocasión para comentar que cuando se modifica una situación, hay cuestiones del contexto que no se pueden atajar.

Figura 1: **Tarea 1**, correspondiente a la actividad 5 del Capítulo 1 del libro *Hacer Matemática 1-2* p.11.

11 **a** Escribí las medidas de tres segmentos para que sea posible construir un triángulo que tenga los lados de la misma medida que los segmentos.

b Escribí las medidas de tres segmentos para que no sea posible construir un triángulo que tenga los lados de la misma medida que los segmentos.

c En parejas, escriban en una hoja los dos grupos de medidas que propusieron antes e intercámbienlas entre ustedes, pero sin decir con qué grupo de medidas es posible la construcción y con cuál no es posible. En la carpeta, intenten hacer las dos construcciones con los datos que les dio su compañero.

d Discutan sobre las construcciones posibles e imposibles y escriban, en las dos primeras filas de la tabla, los datos que inventaron.

Sí se puede construir el triángulo		No se puede construir el triángulo	
Medidas de los segmentos		Medidas de los segmentos	

e Inventen otros juegos de datos para ubicar en las dos últimas filas de la tabla y, en cada caso, comprueben con el programa Geogebra si se puede realizar la construcción.

f Completan la frase con la condición que deben cumplir los tres segmentos para que puedan ser los lados de un triángulo.

“Tres segmentos pueden ser los lados de un triángulo si _____”

A esta altura de la escolaridad, consideramos que, para validar la unicidad de la construcción, es suficiente recordar el segundo triángulo construido y superponerlo con el primero, aceptando cierto margen de error. Si las construcciones se hicieron correctamente, todos los triángulos de la clase serán congruentes entre sí. Resulta, como conclusión, que con esos tres lados se puede construir un solo triángulo.

Luego de que cada pareja complete la frase, el docente puede trabajar sobre las formulaciones. Es probable que los alumnos no consideren que cada lado debe ser menor que la suma de los otros dos. Al final del intercambio, destaque la propiedad de manera más elaborada, para que quede escrita en cada carpeta.

Figura 2: **Tarea 2**, correspondiente a la actividad 11 del Capítulo 1 del libro *Hacer Matemática 1-2*, p.14-15.

En la Tabla 1 presentamos los resultados del estudio realizado.

Tabla 1. Análisis realizado de las dos tareas seleccionadas.

Tareas seleccionadas del Capítulo 1: Circunferencias, círculos y triángulos del libro de texto <i>Hacer Matemática 1/7</i> (Sessa, 2015)		
		TAREA 1
Actividades del quehacer	Exploración y representación	La tarea explícitamente solicita un esquema , que será de apoyo para explicitar sus argumentos o explicaciones al momento de responder la tarea del ítem b) y c),

matemático Itzcovich (2007)	Elaboración de conjeturas y validación de las conjeturas	Habilita una explicación un poco más generalizada de la situación en el ítem c) que permite la elaboración de una conjetura , al momento de decidir el/los valores de los alcances de la zona de riego de los regadores.
	Dominio de validez	-----
Pruebas Balacheff (2000)	Pruebas Pragmáticas	Predomina la utilización de casos particulares , de los objetos matemáticos que, a su vez, apoyados en los conceptos de circunferencia y círculo permiten decidir cuáles son las nuevas condiciones que deben cumplir esos radios para poder cubrir una zona de riego que no perjudique el césped.
	Pruebas Intelectuales	La explicación que propongan los alumnos aquí será establecida por los casos particulares estudiados anteriormente, que pueden permitir al alumno explorar las propiedades de los objetos geométricos circunferencia y círculo.
TAREA 2		
Actividades del quehacer matemático Itzcovich (2007)	Exploración y representación	Propone a los alumnos que puedan delimitar medidas de segmentos en los que se pueda y en los que no se pueda construir triángulos, para esta instancia
	Elaboración de conjeturas y validación de las conjeturas	En el ítem f) completen la frase “tres segmentos pueden ser lados de un triángulo si...” apunta a que los alumnos elaboren una conjetura (completa o incompleta) que está vinculada con la propiedad triangular del objeto matemático triángulo.
	Dominio de Validez	Estudia la determinación de un dominio de validez, en el ítem f) se explicitan las condiciones a partir de las cuales una colección de objetos cumple una cierta propiedad. (Luego, de haber completado otras tareas).
Pruebas Balacheff (2000)	Pruebas Pragmáticas	Propone la búsqueda de diferentes valores de tres segmentos en los que se pueda o no construir un triángulo , que serán constatados en algunos casos, por medio de dibujos. La validación aquí es del tipo empírica, (ítems a), b) y c).
	Pruebas intelectuales	-----

5. Conclusiones

Este estudio permitió identificar actividades propias del quehacer matemático vinculadas con la validación que se promueven en tareas de un libro de texto y si las tareas analizadas generan el desarrollo de pruebas pragmáticas o intelectuales. En el análisis realizado, observamos que las tareas promueven el trabajo con validaciones. Señalamos que con situaciones sencillas de exploración y observación se pueden profundizar en otros aspectos propios de la matemática, para un grupo de alumnos/as que está culminando la etapa de la escuela primaria o iniciando el primer año de la escuela secundaria, que admite conjugar con las primeras características del trabajo geométrico. Consideramos que las pruebas del tipo intelectuales, se puede constatar de mejor manera con el estudio de las producciones de los alumnos frente a este tipo de tareas. También, señalamos que sería de interés en futuros estudios, reflexionar con respecto a las intervenciones e interacciones que se podrían generar en el aula con el fin de potenciar el uso de pruebas intelectuales desde los primeros años de la educación obligatoria. Asimismo, destacamos que el análisis realizado puede resultar relevante para docentes que busquen promover la validación en el aula.

6. Referencias bibliográficas

- Balacheff, N. (2000). *Procesos de pruebas en los alumnos de matemáticas*. Una empresa docente.
- Cárcamo, D. (2012). *Uso de los Libros de Texto de matemática en el proceso de enseñanza: Un análisis de casos comparado*. Tegucigalpa: Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán.
- Cruz, M. F. (2023). *Sentidos, validaciones y definiciones al interior de una vivencia de formación de futuras profesoras en matemática mediada por un escenario de modelización matemática en el contexto de una universidad pública argentina*. [tesis de doctorado, Universidad Nacional de Córdoba]. Repositorio Institucional Universidad Nacional de Córdoba. <https://rdu.unc.edu.ar/handle/11086/548249>
- Flick, U (2012). *Introducción a la investigación cualitativa*. (3ª ed.). Morata. Hanna, G., Reid, D. y De Villiers, M. (Eds.) (2019). *Proof Technology in Mathematics Research and Teaching*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-28483-1>

Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría*. Zorzal.

Itzcovich, H. (Coord.) (2007). *La matemática escolar: las prácticas de enseñanza en el aula*. Aique.

Ministerio de Educación Argentina. (2011). *Núcleos de aprendizajes prioritarios (NAP). Ciclo básico*. <https://www.educ.ar/recursos/110570/nap-matematica-educacion-secundaria-ciclo-basico>

Quijano, M y Corica, A. (2021). La enseñanza de la geometría en la escuela secundaria: análisis de un diseño curricular. *Revista de educación 12* (22), 405-419
https://fh.mdp.edu.ar/revistas/index.php/r_educ/article/view/4814

Sessa, C. (Coord.) (2015). *Hacer Matemática 1-2*. Estrada.

Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Morata.

UN PROBLEMA DINÁMICO PARA RELACIONAR CONCEPTOS DE GEOMETRÍA Y ANÁLISIS

**Mauro Natale; Ana Paula Madrid; María Cecilia Papini; Débora Perez; Silvana Soria y
Mariela Balcarce**

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

natale.doc@gmail.com

Categoría del Trabajo: Reporte de Investigación

Nivel Educativo: Superior

Palabras Clave: Explorar, Conjeturar, Validar, GeoGebra.

Resumen:

Este trabajo se enmarca en el proyecto de investigación titulado “Producción de conocimientos matemáticos utilizando GeoGebra en aulas de nivel superior. Un estudio didáctico de procesos de exploración, conjetura y prueba en la resolución de problemas geométricos”. Uno de los objetivos fundamentales del proyecto es ampliar y profundizar caracterizaciones de las potencialidades de ciertos problemas matemáticos para favorecer la exploración y la producción de conjeturas y de pruebas, incluyendo conocimientos matemáticos y sobre el programa GeoGebra en aulas de nivel superior.

En esta comunicación, compartimos las primeras etapas de diseño y análisis a priori de una propuesta para estudiar en aulas de nivel superior, que parte de un problema dado en contexto geométrico con un recurso de GeoGebra y busca relacionar algunos conceptos del análisis matemático y de la geometría. Nos interesa ofrecer a las y los estudiantes de este nivel oportunidades de explorar problemas cuyas resoluciones los invitan a producir estrategias nuevas y, a partir de ellas pensar, formular y validar conjeturas. En el seno de estas situaciones seguimos profundizando el estudio de la inclusión del programa GeoGebra.

INTRODUCCIÓN

Este trabajo se enmarca en el proyecto de investigación titulado “Producción de conocimientos matemáticos utilizando GeoGebra en aulas de nivel superior. Un estudio

didáctico de procesos de exploración, conjetura y prueba en la resolución de problemas geométricos”¹. Uno de los objetivos fundamentales del proyecto es ampliar y profundizar caracterizaciones de las potencialidades de ciertos problemas matemáticos para favorecer la exploración y la producción de conjeturas y de pruebas, incluyendo conocimientos matemáticos y sobre el programa GeoGebra en aulas de nivel superior.

En este marco nuestro grupo de investigación ha realizado un trayecto investigativo en el que diseñamos y estudiamos a priori una secuencia de problemas de geometría que integra el programa GeoGebra, realizamos la puesta en un aula universitaria y el registro de las escenas de clase, los posteriores análisis y, a partir de ellos, la reformulación de la propuesta. Se pueden encontrar más detalles de este proceso en las siguientes publicaciones: Natale y Papini, 2019; Papini y otros, 2022, 2023 a y b.

El recorrido anterior reafirma nuestro interés en continuar produciendo situaciones destinadas a clases de matemática del nivel superior. En el seno de estas situaciones estudiamos la inclusión de GeoGebra con uso “legítimo” (en términos de Artigue, 2007), como una herramienta para favorecer la producción de ideas diferentes de las que nos posibilita el lápiz y papel, especialmente a partir de la construcción de modelos dinámicos.

A su vez, el recorrido anterior nos plantea preguntas que nos impulsan a estudiar otros aspectos de las situaciones que estamos diseñando y que comunicamos en este trabajo. Nos proponemos relacionar algunos conceptos del análisis matemático y de la geometría mediante un problema dado en contexto geométrico. Esta idea surge a partir del análisis de la experiencia anterior y se centra en considerar la medida de un ángulo como una variable que se puede relacionar con otras en la situación problemática trabajada (Natale y Papini, 2019; Papini y otros, 2023b). Paralelamente, nos inspiran las investigaciones de Luna y Sessa (2023) en las que se vinculan dos variables, a partir de una situación geométrica dinámica y la relación entre dos vistas gráficas de GeoGebra. Retomamos ideas de estas investigaciones adaptándolas al nivel superior y a preguntas asociadas a nuestro recorrido.

MARCO TEÓRICO

Concebimos la clase como una comunidad que produce conocimientos matemáticos, a partir de la interacción de los alumnos con problemas que los enfrentan a rupturas respecto de los conocimientos que tienen en un cierto momento. Este trabajo matemático de los alumnos no

¹ Núcleo Educación en Ciencias con Tecnología (ECienTec), Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Acreditado por el Programa de Incentivos (03/C316, desde el 01-01-2021 al 31-12-2024). Dirigido por Mg. Cecilia Papini y codirigido por Dr. Mauro Natale.

sólo se realiza a nivel personal o individual, en la confrontación de cada alumno con una problemática que ofrece resistencias, sino también a nivel colectivo donde el grupo comparte preguntas, explica y discute procedimientos, argumenta en favor de su validez, acuerda y negocia significados con sus pares y con el docente (Brousseau, 2007; Sadovsky, 2005).

En el marco del proyecto de investigación estudiamos situaciones de enseñanza de la geometría desde una perspectiva que se plantea generar condiciones para que las y los estudiantes produzcan conocimientos geométricos superando aspectos perceptivos de las representaciones de los objetos, realizando inferencias y explicitando relaciones que se apoyan en los datos y las propiedades (Itzcovich, 2005). Consideramos “problemas geométricos” que favorezcan la exploración y producción de conjeturas, la puesta en juego de propiedades geométricas en las resoluciones, la diferenciación entre la representación y el objeto representado, la construcción de argumentos que se ocupen de la validez de las respuestas (Itzcovich y Murúa, 2016).

Recuperamos las ideas de Artigue (2007) para pensar el rol de las tecnologías digitales en los procesos de aprendizaje, nos resulta fructífero mirar estos procesos como génesis instrumentales, transformaciones de los objetos tecnológicos de artefactos a instrumentos y reconocer funciones pragmáticas y epistémicas de las herramientas.

DECISIONES METODOLÓGICAS

El proyecto de investigación en el que se encuadra esta comunicación se inserta en el campo de la Enseñanza de la Matemática. Nos proponemos estudiar procesos de enseñanza-aprendizaje de contenidos matemáticos, en contextos de aulas de nivel superior, en los que se integran las tecnologías como herramientas para la resolución de problemas y para la producción de conocimientos matemáticos a cargo de la comunidad de la clase.

Concretamente realizamos el diseño, estudios a priori, puesta en el aula y análisis a posteriori de secuencias de problemas destinadas a cursos de los primeros años de las carreras de la Fac. Cs. Exactas y del ISFDyT n° 10 de la ciudad de Tandil, instituciones que nos posibilitan el acceso a sus aulas. En estos espacios obtenemos la información empírica desde la que construimos la base documental de la investigación.

Realizamos registros de las escenas del aula durante la implementación de las propuestas de enseñanza y también registramos nuestras propias discusiones en el seno del grupo de investigación. Planeamos registros variados y complementarios para enriquecer y contrastar versiones distintas de un mismo proceso y luego validarlas mediante revisiones y triangulaciones (audios, videos de pantalla, toma de notas).

En este caso diseñamos una propuesta para explorar, en una primera instancia, en una clase de Análisis I (materia de 1° año de las carreras de Profesorado de Matemática, Licenciatura en Ciencias Matemáticas, Profesorado de Física, Licenciatura en Ciencias Físicas y Licenciatura en Tecnología Ambiental). Elegimos esta asignatura porque sus estudiantes pertenecen a las carreras Profesorado y Licenciatura en Matemática y porque también cursan Tópicos de Geometría. El problema que estudiamos integra contenidos de ambas materias y su puesta en el aula puede ser conducida por ambos docentes responsables que son parte de este grupo de investigación. En esta comunicación compartimos las primeras etapas de diseño y análisis a priori (Artigue, 1995) de la propuesta para estudiar en el aula, es decir, nos ocupamos de producir los problemas y realizar los análisis didácticos correspondientes.

SECUENCIA

Problema 1: Dada \mathcal{C} una circunferencia con centro en A y radio 1, exploren el [modelo dinámico](#) moviendo el punto C. ¿Qué cambia y que no cambia al mover el punto C?

Problema 2:

- a) ¿Qué valores puede tomar la variable “medida del ángulo a”?
- b) ¿Qué valores puede tomar la variable “área del triángulo ABC”?
- c) ¿Cuántos triángulos de área $1/2$ se pueden formar? ¿Y de área $1/4$?

Problema 3: En un gráfico cartesiano ubiquen algunos puntos que se correspondan con la relación área del triángulo ABC en función del ángulo a.

Para realizar las Actividades 4 y 5 es necesario que trabajen con el [nuevo modelo dinámico](#).

Problema 4:

- a) ¿Cuál será el valor aproximado del área del triángulo si a es un ángulo de $1/6$ de giro? ¿Y si a es un ángulo de 2 radianes?
- b) ¿Para qué valor aproximado del ángulo a, el área del triángulo es $1/4$?

Problema 5: ¿Qué características tiene la relación entre el ángulo a y el área del triángulo ABC?

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE Y ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA SECUENCIA

Para trabajar la secuencia de problemas los alumnos se organizan en grupos de 2 o 3 participantes, disponen de una computadora con conexión a internet, papel y lápiz. El docente coordina tres espacios de debate colectivo (luego de trabajar con el problema 1, con los problemas 2-3 y con los problemas 4-5) para que los distintos grupos puedan compartir sus

resoluciones, reflexionen sobre el trabajo realizado por los otros grupos, discutan sobre los procedimientos y/o argumentos presentados y realicen acuerdos.

El principal objetivo del problema 1 es que los alumnos identifiquen las variables involucradas en el modelo dinámico. A la hora de diseñar el recurso tomamos decisiones para favorecer la exploración: no escribimos textos con la longitud de AB y AC; la etiqueta del ángulo no contiene su medida sino sólo el nombre; en la configuración de la unidad angular (unidad en la que se muestra el valor de los ángulos) elegimos “Grados”; en la configuración del redondeo elegimos “2 cifras decimales”.

Si bien esperamos que la mayoría de los grupos identifiquen las variables o los invariantes, es posible que no argumenten sus respuestas. Por esta razón asumimos el espacio de debate colectivo como una oportunidad para indagar sobre estos argumentos, favorecer instancias de duda sobre las observaciones y procesos de escritura de los argumentos. Por ejemplo: ¿Por qué afirman que el perímetro y el área varían? También proponemos que el docente introduzca la posibilidad de reflexionar sobre respuestas que anticipamos y que no hayan surgido en los grupos de estudiantes.

A partir de la reflexión colectiva esperamos acordar con las y los estudiantes distintos pares de variables que se pueden poner en relación y contarles que en los siguientes problemas nos proponemos estudiar la relación entre la medida del ángulo a y el área del triángulo ABC.

Los problemas 2 y 3 tienen como objetivos principales identificar y caracterizar las variaciones de la medida del ángulo a y del área del triángulo para considerarlas como magnitudes variables, así como también comenzar a caracterizar la relación entre ambas a partir de algunos casos particulares. Las estrategias de resolución pueden ser las siguientes:

- Utilizar las herramientas Ángulo y Área de GeoGebra para mostrar en pantalla una aproximación (redondeo a 2 decimales) de las medidas buscadas, y a partir de mover el punto C en el modelo obtener conclusiones de manera visual. Esta situación resulta una oportunidad para reflexionar sobre los límites del programa.
- Considerar como base a AB y construir la altura correspondiente. Luego utilizar argumentos geométricos (ej: triángulos con bases y alturas congruentes tienen el mismo área) para obtener condiciones para la altura que permitan responder las preguntas.
- Obtener una expresión algebraica para calcular el área del triángulo ABC que dependa del ángulo a , y luego utilizarla para responder las distintas preguntas. Dependiendo del procedimiento que se utilice para calcular el área del triángulo, se obtendrán expresiones distintas pero equivalentes. Esta situación resulta una oportunidad para reflexionar sobre cómo determinar si dos expresiones son equivalentes.

Respecto del armado del gráfico cartesiano para ubicar los puntos, puede surgir en los grupos la inquietud de qué unidad de medida utilizar para representar los valores de la variable ángulo a . Es posible que inicialmente utilicen el sistema sexagesimal. Esta situación nos resulta interesante para reflexionar sobre los distintos sistemas de medición de ángulos y sobre las decisiones que se deben tomar en el armado de un gráfico cartesiano.

El objetivo de los problemas 4 y 5 es obtener características de la relación entre las variables “medida del ángulo a ” y “área del triángulo ABC”, y analizar cuáles de estas definen a la relación. El recurso entregado tiene visible dos vistas gráficas: en la vista 1 está el modelo dinámico con el que venían trabajando; en la vista 2 se presenta un par de ejes cartesianos y un punto cuya etiqueta son sus coordenadas (este punto se construyó desde la barra de entrada como $(a, \text{Área}(ABC))$). Es importante notar que los elementos de las distintas vistas se relacionan, por lo que al mover el punto C de la vista 1 se moverá el punto de la vista 2.

Es posible que las y los estudiantes caractericen la relación teniendo en cuenta sus experiencias previas: si la relación es una función, cuál es su dominio e imagen, en qué intervalos crece-decrece, si tiene máximos y/o mínimos, cuáles son los conjuntos de positividad y negatividad, si es periódica, continua, derivable, entre otras. También es posible que se propongan representar la función mediante una expresión algebraica. Como mencionamos antes se pueden obtener distintas expresiones, todas equivalentes. A partir de la puesta en común y reflexión sobre las distintas producciones, nos proponemos trabajar sobre la equivalencia de estas expresiones. Respecto de todo el proceso de caracterización, pretendemos discutir cuándo una caracterización alcanza el status de definición y cuál es la importancia de las demás características.

REFLEXIONES FINALES

Como ya expresamos, en este trabajo comunicamos las etapas de diseño y análisis a priori de una propuesta para estudiar en aulas de nivel superior, se trata de una secuencia de problemas que busca relacionar algunos conceptos del análisis matemático y de la geometría. Al mismo tiempo damos continuidad a nuestra investigación porque seguimos estudiando problemas cuyas resoluciones invitan a producir estrategias nuevas y, a partir de ellas pensar, formular y validar conjeturas. En el seno de estas situaciones seguimos profundizando el estudio de la integración del programa GeoGebra utilizando recursos dinámicos.

Durante el mes de junio de este año 2024 trabajamos con la secuencia de problemas en un aula de matemática de primer año de la universidad, el resto del año nos dedicaremos a estudiar esta primera exploración a partir de los registros que hicimos de esta experiencia.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 33-60). Iberoamérica.

Artigue, M. (2007). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental. En *Memorias de la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (pp. 9-21). México: Edebé Ediciones Internacionales.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas*. (D. Fregona, Trad.). Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Itzcovich, H., & Murúa, R. (2018). GeoGebra: "nuevas" preguntas sobre "viejas" tareas. *Yupana*, 10, 71-85.

Luna, J. P., & Sessa, C. (Coord.). (2023). *Figuras geométricas dinámicas para el abordaje de la noción de función: GeoGebra en el aula de la escuela secundaria*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: UNIPE: Editorial Universitaria; Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura – OEI.

[Natale, M., & Papini, C. \(2019\).](#) Producir geometría con GeoGebra. Una experiencia colaborativa en el nivel universitario. En *Actas V Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales*. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, Universidad Nacional de La Plata.

[Papini, C., Natale, M., Soria, S., Balcarce, M., & Madrid, A. P. \(2022\).](#) Producción de conocimientos matemáticos utilizando GeoGebra en aulas de nivel superior. Un estudio didáctico de procesos de exploración, conjetura y prueba en la resolución de problemas geométricos. En *Libro VII Encuentro de Investigadores de la Patagonia Austral*. Universidad Nacional de la Patagonia Austral.

[Papini, M. C., Natale, M., Madrid, A. P., Soria, S., & Balcarce, M. \(2023a\).](#) Una experiencia de geometría en el nivel superior para explorar, modelizar y validar. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 12(3), 005-016.

[Papini, M. C., Natale, M., Madrid, A. P., Soria, S., & Balcarce, M. \(2023b\).](#) Un problema y dos tareas productivas para trabajar geometría con GeoGebra en un aula de nivel superior. En *Actas V Jornadas de Enseñanza e Investigación en el Campo de las Ciencias Exactas y Naturales*. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, UNLP.

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

ANÁLISIS DE ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

**Myriam Nuñez; Judith Montenegro Brusotti; Ayelén Catani; Paula Zambianchi y
Matías Camalet-Le Noble**

Facultad de Farmacia y Bioquímica, Universidad de Buenos Aires (UBA)

myriam@ffyb.uba.ar

Categoría del Trabajo: Reporte de investigación

Nivel Educativo: Superior universitario

Palabras claves: universidad, errores, obstáculos, ecuaciones diferenciales ordinarias

Resumen: Es de público conocimiento que la educación en contexto de pandemia ha dejado una gran huella en las trayectorias educativas de los estudiantes de todos los niveles educativos (Antropoulos y Huarte, 2022; Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia, 2022; Observatorio Argentinos por la Educación, 2020; Observatorio en Educación, Ciencia y Tecnología, 2023).

Teniendo en cuenta esta problemática y registrando una disminución en el rendimiento de los estudiantes que cursan la asignatura Matemática de las carreras de Farmacia y Bioquímica de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad de Buenos Aires se decidió analizar, dentro del marco de la socioepistemología, las resoluciones y los errores cometidos por los estudiantes en el ejercicio de ecuaciones diferenciales ordinarias de los segundos parciales correspondientes a los primeros y segundos cuatrimestres de los años 2019 y 2022.

Esto permitirá ampliar la mirada para identificar los obstáculos que aparecen en la resolución del tema correspondiente y realizar modificaciones en el dictado de la asignatura logrando así enriquecer las prácticas con el objetivo de que los aprendizajes resulten significativos para los estudiantes en su formación académica.

Introducción

En el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias se identifican un conjunto de obstáculos que problematizan la comprensión y el aprendizaje de este nuevo saber (García Romero, Arcia Oliveros y otros, 2021). Dichos obstáculos tienen fuerte vínculo, en la mayoría de los casos, con la calidad de la formación que se ha visto perjudicada durante la emergencia sanitaria en el 2020 y los años posteriores, lo cual influyó en el conocimiento de los saberes previos con el que los estudiantes ingresan al nivel superior.

En este sentido, este trabajo tiene la intención de realizar un análisis cualitativo y comparativo de las resoluciones desarrolladas y errores cometidos por los estudiantes debido a que se ha registrado una baja en el rendimiento del año 2022, luego de retomar las clases presenciales. Específicamente, el análisis se realiza sobre el tema *ecuaciones diferenciales ordinarias* en los exámenes parciales de ambos cuatrimestres del año 2019 (previo a la pandemia) y 2022 (posterior a la pandemia).

Este tema forma parte de la asignatura Matemática que se dicta en el tercer cuatrimestre de las carreras de Farmacia y de Bioquímica de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad de Buenos Aires y tiene una carga de 7 horas semanales. Esta asignatura cuatrimestral puede ser cursada luego de haber aprobado Matemática 51 (correspondiente a carreras de ciencias de la salud), materia que corresponde al Ciclo Básico Común (CBC), lo que supone que los estudiantes ya poseen saberes previos en relación con diferentes temáticas del análisis matemático. La asignatura se dicta en ambos cuatrimestres en los cuales se da una gran similitud en la población de estudiantes siendo que es más frecuente que la población del segundo cuatrimestre esté integrada gran parte por recursantes.

Los temas que abarcan los contenidos de ecuaciones diferenciales ordinarias son ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, particularmente de variables separables, lineal y exacta, y ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden a coeficientes constantes.

Realizar este tipo de análisis permitirá identificar los obstáculos que aparecen en la resolución del tema correspondiente y realizar modificaciones en el dictado de la asignatura logrando así enriquecer las prácticas con el objetivo de que los aprendizajes resulten significativos para los estudiantes en su formación académica, más específicamente para carreras en donde las asignaturas de matemática son centrales para continuar con las diferentes asignaturas comprendidas en la currícula de las carreras. Resulta adecuado realizar este análisis

observando los aspectos contextuales del espacio que ocupa la matemática en la formación y así redimensionar el saber que se está impartiendo (Cantoral, 2013).

Objetivos y metodología

Teniendo en cuenta que, al finalizar la cursada, se espera que los estudiantes puedan reconocer el tipo de ecuación diferencial ordinaria, identifiquen sus características para seleccionar el método adecuado de resolución, desarrollarlo y hallar la solución general de la misma, se realizó un análisis sistémico enfatizando en los errores cometidos por los estudiantes.

Como mencionamos anteriormente, este trabajo pretende analizar las resoluciones de los ejercicios que involucran ecuaciones de primer y segundo orden, con el objetivo de identificar, diferenciar, caracterizar y categorizar los errores que se presentan en su resolución.

Para lograr dicho objetivo, las acciones concretas que se realizaron fueron:

- Analizar cualitativamente las resoluciones realizadas por los estudiantes en los ejercicios ya mencionados. Los exámenes analizados corresponden al primer y segundo cuatrimestre del año 2019 ($n = 259$ y $n = 263$ respectivamente) y al primer y segundo cuatrimestre del año 2022 ($n = 435$ y $n = 334$ respectivamente).
- Comparar los resultados obtenidos de los años analizados.

Para profundizar el estudio se consideró realizar una distinción en el análisis entre las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer y segundo orden. Sin embargo, para ambos tipos de ecuaciones se analizaron errores algebraicos referidos al despeje, al cálculo de derivadas, al cálculo de integrales (en su planteo, omisión de la constante de integración y errores de integración).

Respecto de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden se observaron errores tanto en la elección del método de resolución, como en el desarrollo de éste y en el planteo de la solución general.

Por otro lado, los errores detectados con respecto a ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden fueron el planteo del polinomio característico, el planteo de la solución homogénea (particularmente en su nomenclatura y en la independencia lineal de las soluciones del polinomio característico), el planteo de la solución particular (por no respetar la estructura de la solución según la ecuación dada, por no considerar que esta solución y la homogénea deben ser linealmente independientes y por el empleo de otra función para hallarla) y el planteo de la solución general.

A partir de los datos recolectados se realizó un análisis descriptivo de las variables intervinientes y, con el fin de comparar los resultados obtenidos de los años analizados, se

aplicaron las pruebas de Chi - Cuadrado y de Diferencia de Proporciones. Se utilizó el paquete estadístico InfoStat Versión 2020. Se consideró la existencia de diferencias significativas para un p -valor $< 0,05$.

Resultados y análisis

Del análisis realizado se pudo observar que tanto en el año 2019 como en el primer cuatrimestre del año 2022 hubo una mayor cantidad de estudiantes que realizaron el ejercicio del examen parcial correspondiente a ecuaciones diferenciales ordinarias a diferencia del segundo cuatrimestre del año 2022, como se observa en la Gráfico 1.

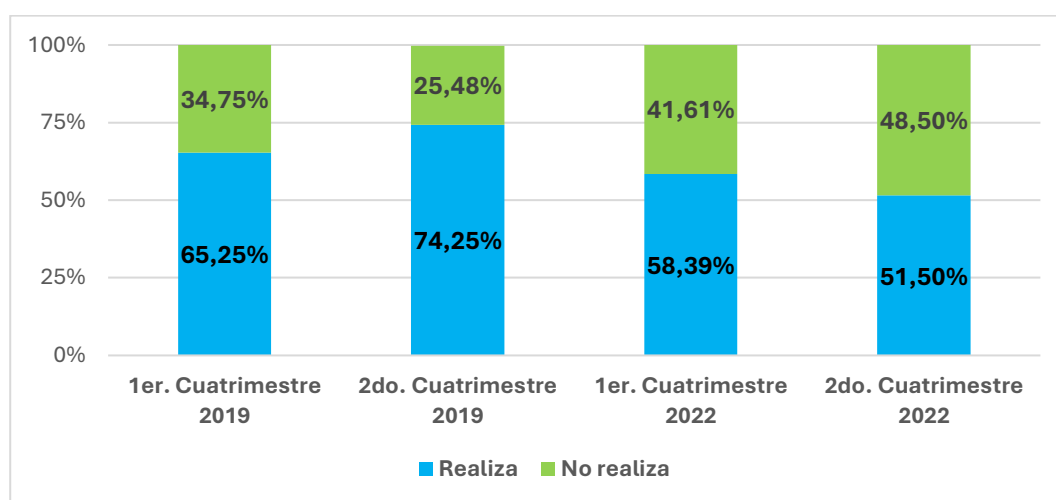


Gráfico 1: Desempeño general de los estudiantes.

Al aplicar la prueba de Chi – Cuadrado para comparar los primeros y los segundos cuatrimestres de 2019 y 2022, se hallaron diferencias significativas únicamente entre los segundos cuatrimestres analizados ($p < 0,0001$).

Este análisis evidencia que la cantidad de estudiantes que realizó el ejercicio analizado disminuyó significativamente en 2022 respecto de 2019. Estos resultados fundamentan las razones detrás de esta investigación.

Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

Los exámenes analizados corresponden al año 2022. Se pudo observar un aumento en el porcentaje de los ejercicios que realizaron los estudiantes cuya resolución fue regular, como así también los que lo hicieron de forma incorrecta. Asimismo, se comprobó una disminución en los ejercicios realizados correctamente de los parciales del segundo cuatrimestre respecto de los del primer cuatrimestre, como puede observarse en la Tabla 1. Cabe aclarar que al aplicar la Prueba de Diferencia de Proporciones no hubo evidencia suficiente que indique diferencias entre los porcentajes.

	Bien	Mal	Regular	Error más frecuente	Segundo error más frecuente
1er. Cuatrimestre 2022	26,77% (n = 68)	29,53% (n = 75)	43,70% (n = 111)	Planteo de la solución general (n = 146)	Errores algebraicos (n = 132)
2do. Cuatrimestre 2022	14,53% (n = 25)	33,72% (n = 58)	51,74% (n = 89)	Planteo de la solución general (n = 126)	Errores algebraicos (n = 101)

Tabla 1. Errores frecuentes de los estudiantes en la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

Ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden

Los exámenes analizados corresponden al año 2019. Se observó un aumento en los ejercicios realizados correctamente de los parciales del segundo cuatrimestre respecto de los del primer cuatrimestre. Sin embargo, se comprobó una disminución en el porcentaje de los ejercicios que realizaron los estudiantes cuya resolución fue regular, como así también en los que lo hicieron de forma incorrecta, como puede observarse en la Tabla 2. Cabe aclarar que al aplicar la Prueba de Diferencia de Proporciones no hubo evidencia suficiente que indicara diferencias entre los porcentajes.

	Bien	Mal	Regular	Error más frecuente	Segundo error más frecuente
1er. Cuatrimestre 2019	34,32% (n = 58)	2,37% (n = 4)	63,31% (n = 107)	Planteo de la solución general (n = 99)	Errores algebraicos (n = 63)
2do. Cuatrimestre 2019	40,82% (n = 80)	2,04% (n = 4)	57,14% (n = 112)	Planteo de la solución general (n = 71)	Planteo de la solución particular (n = 70)

Tabla 2. Errores frecuentes de los estudiantes en la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden.

Conclusiones

De lo analizado se puede decir que existen indicios que evidencian que la pandemia influyó en el rendimiento académico de los estudiantes. La primera evidencia de esto, la cual impulsó este estudio, fue la disminución en la realización del ejercicio propuesto.

Asimismo, se observó que, aunque el error más frecuente fue el planteamiento de la solución general, este problema está relacionado principalmente con errores algebraicos. Aunque tales errores no forman parte del contenido específico del programa de la asignatura mencionada, se proporcionan a los estudiantes las herramientas necesarias para corregirlos. En este sentido, no se observaron mayores dificultades en cuanto al desarrollo de los métodos de

resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Frente a este análisis se concluye que, para futuras cursadas, en las clases prácticas (donde se ofrecen espacios de ejercitación) se debe hacer mayor observación de las resoluciones de los estudiantes con la finalidad de reforzar los procedimientos que éstos utilizan, captando los errores conceptuales, y, por otro lado, realizar las modificaciones correspondientes en la guía de trabajos con la finalidad de enriquecer los aprendizajes de los estudiantes.

Bibliografía

- Antropoulos, A. y Huarte, J. (2022). Continuidad educativa durante la pandemia en Argentina. *Revista de Ciencias Sociales* 35(51), 107-130. <https://doi.org/10.26489/rvs.v35i51.5>
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*. Gedisa.
- Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia (2022). El Impacto de la Pandemia COVID-19 en la Educación de Niñas, Niños y Adolescentes. Encuesta de Percepción y Actitudes de la Población, <https://acortar.link/WSM9RM>
- García Romero, T., Arcia Oliveros, E., Meza Pallares, D., Pertuz Rincón, J. (2021). Obstáculos epistemológicos en la resolución de problemas de libros de textos de ecuaciones diferenciales ordinarias. *Revista Boletín REDIPE* 10(9), 430 - 458.
- Mena, A. Mena, J. Montoya, E. Morales, A. Parraguez, M. (2015). El obstáculo epistemológico del infinito actual: Persistencia, resistencia y categorías de análisis. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 18(3), 329 - 330 (p. 329). <https://doi.org/10.12802/relime.13.1832>
- Milevicich, L. (2008). La enseñanza y aprendizaje del cálculo integral en el contexto de primer año de la universidad. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 21, 339 - 349.
- Moreno, N., Torres, R. y Zuñiga, S. (2019). Enseñanza de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer grado mediante mapas conceptuales híbridos. *Innovación e Investigación en Matemática Educativa* 4(1).
- Observatorio Argentinos por la Educación (2020). La educación argentina durante la pandemia de COVID-19. Análisis comparado entre educación pública y educación privada en contexto de COVID-19, <https://acortar.link/3SqDI4>
- Observatorio en Educación, Ciencia y Tecnología (2023). Percepciones de la Educación Argentina. IGEDECO UBA, <https://acortar.link/A3X5LN>
- Túregano Moratall, P. (1998). Del área a la integral. Un estudio en el contexto educativo. *Enseñanza de las ciencias*, 16(2), 233 – 249.

ESTUDIO DE LA RELACIÓN ENTRE LA ESCRITURA EPISTÉMICA Y EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN LA UNIVERSIDAD

**Ana Clara Torelli; Roxana, Pagano; Vanina Martinez; Anabela Erni y Lidia
Colabelli**

Universidad Nacional de Luján

anaclaratorelli@gmail.com

Categoría de trabajo: Reporte de investigación

Palabras claves: Escritura epistémica, Secuencia didáctica, Ingeniería didáctica, Trabajo colaborativo.

Resumen:

Este trabajo de investigación propone a través de una propuesta de enseñanza, estudiar la importancia de la relación entre la *escritura epistémica* y el razonamiento matemático en la asignatura Matemática General en la Ingeniería Agronómica de la Universidad Nacional de Luján, donde los docentes reflexionan sobre la propia actividad de enseñanza, tratando de buscar mejores condiciones que favorezcan el aprendizaje, con la intención de evitar la deserción y mejorar porcentajes de aprobación, pudiendo aportar también al campo de la didáctica del nivel superior, al producir conceptualizaciones que pudieran comunicarse a otros docentes como herramientas para el trabajo del aula.

Se reflexiona sobre la complejidad de las situaciones de enseñanza realizando un estudio cualitativo, exploratorio, con un trabajo de campo a partir del diseño, análisis e implementación de *secuencias didácticas* sobre la derivada de funciones, haciendo foco en la fundamentación que deben realizar los estudiantes para resolverla.

En dicha secuencia se intercalan situaciones de escritura para explicitar, argumentar y justificar lo aprendido, ya sea individualmente o grupalmente en el marco de la institucionalización, donde la *evaluación formativa* pone la mirada en la revisión de la *secuencia*, como un proceso retroalimentado por la identificación de aquellas cuestiones que serían pasibles de incluir.

1. Introducción

El ingreso a la vida universitaria implica para los jóvenes un cambio sustancial en muchos órdenes de la vida, y las acciones encaminadas a prevenir, acompañar, orientar y contener a los estudiantes en este período revisten una importancia fundamental.

Consideramos que para producir un cambio real en las posibilidades de aprender de los estudiantes, es necesario hacer foco en la propuesta de enseñanza áulica, en las clases habituales de las asignaturas, en especial las del primer año. Surge así la idea del diseño, implementación y análisis de situaciones de enseñanza concretas en la asignatura Matemática General de la Carrera Ingeniería Agronómica, que apunten a modificar el *contrato didáctico* en la clase (Brousseau (1994), Chevallard (1997) y Barreiro (2012), utilizando la metodología aplicada en la *Ingeniería Didáctica*, desarrollada por numerosos investigadores (Brousseau (1986), Artigue (1995), Perrin (2009) y Carnelli, (2012) entre otros), la cual ofrece modos de validación de la propuesta de investigación. Se plantean situaciones, en las que se propone el abordaje de algunos contenidos de la asignatura, no desde el enfoque tradicional, sino a partir de proponer a los alumnos otros elementos que les permitan pensar nuevas relaciones para llegar a esos conceptos, problematizando los contenidos y modelizando el conocimiento a través de situaciones de enseñanza donde se debe explicitar, argumentar y justificar los desarrollos realizados en las situaciones presentadas.

Se trata de instituir y construir un sentido del conocimiento matemático, logrando a través de un trabajo satisfactorio, acortar las distancias entre las expectativas esperadas y las experiencias educativas de los estudiantes, en las que ellos puedan apropiarse del conocimiento. Se intenta contribuir a que construyan una imagen valorizada de sí mismos, que recuperen el deseo de aprender y se involucren en este trabajo.

La derivada es el contenido en el que se implementa la propuesta didáctica utilizando el proceso de enseñanza-aprendizaje que es la *modelización* (Segal, 2008), donde se toman situaciones sencillas de la realidad y la relacionaremos con sistemas teóricos-matemáticos para poder producir conocimientos nuevos, interpretar, estimar y predecir resultados y conclusiones. El análisis de registros, apoyado en cuestiones relevantes, permite inferir sobre los resultados y obtener conclusiones y mejorar la propuesta.

2. Objetivos del trabajo de investigación

Diseñar, implementar y analizar una propuesta didáctica, que incluye una *secuencia didáctica* y una evaluación formativa, que ayude a los estudiantes a aprender y a estudiar los contenidos más significativos, haciendo foco en la fundamentación que deben realizar los estudiantes para

resolver las actividades propuestas donde encuentran situaciones de escritura para explicitar, argumentar y justificar lo aprendido, trabajando grupalmente y colaborativamente.

3. Hipótesis

Se plantean las siguientes hipótesis de investigación:

- La elaboración de una propuesta didáctica, en este caso sobre el concepto de derivada, con situaciones de escritura para explicitar, argumentar y justificar lo aprendido, centrada en el *aprendizaje colaborativo* entre pares y que apunte a modificar el *contrato didáctico* en la clase, favorece la comprensión de los conceptos, disminuyendo la deserción y mejorando el porcentaje de aprobación de la asignatura Matemática General de la Carrera de Ingeniería Agronómica.
- 4. La *evaluación formativa* como parte constitutiva de la propuesta, con la mirada puesta en la revisión de la *secuencia* permite realizar modificaciones a la misma para obtener mejores logros.

4. Características y diseño de la investigación

Se propone una metodología de trabajo grupal y colaborativo entre estudiantes que ocupa un lugar prestigioso, que busca promover la autonomía en la construcción del conocimiento, centrada en la actividad intelectual del estudiante. Se pone la mirada en el comportamiento de los estudiantes frente a esta nueva propuesta y se observa la manera en que se involucran.

Estos cambios metodológicos requieren repensar la modalidad de evaluación. La evaluación de los aprendizajes debe estar en relación con las condiciones generadas en el desarrollo de las clases y se la debe ubicar como parte de un proceso complejo guardando consistencia con una propuesta para la enseñanza y el aprendizaje de la disciplina, centrada en sus aspectos conceptuales. Esta *evaluación formativa* responde más directamente a una función pedagógica, en tanto las informaciones que provee sirven para tomar decisiones sobre la enseñanza. “*Aporta información útil para la adaptación de las actividades de enseñanza y aprendizaje a las necesidades del alumnado y de este modo mejorar la calidad de la enseñanza en general. Se inserta en el proceso de formación, ya sea en el inicio, durante él o al final pero siempre con la finalidad de mejorar el aprendizaje cuando aún se está a tiempo*” (Jorba y Sanmartí, 2000). Se realizó el análisis preliminar: el análisis epistemológico del contenido derivada, en el análisis didáctico se investigaron las propuestas de enseñanza del concepto de derivada y de razonamiento matemático en distintos trabajos de investigación y en el análisis cognitivo se describen las características de los estudiantes del curso a partir de la información de evaluaciones y trabajos previos con los mismos y de la experiencia del docente a cargo.

En el análisis a priori se diseñó la propuesta didáctica, que parte de situaciones problemáticas que le permiten al estudiante observar la necesidad de introducir un nuevo concepto para su resolución. El concepto de derivada resulta central para encarar contenidos de distintas asignaturas de su carrera.

En el diseño se consideran distintas situaciones:

- Se pone foco en situaciones donde los estudiantes deban explicar, argumentar o justificar los procedimientos de resolución.
- Se centra en la preocupación por lograr la *participación* de los estudiantes, individual pero sobre todo grupal. Todas las actividades propuestas se realizan en grupos de 3 o 4 alumnos. Se pone el enfoque sobre los procesos de aprendizaje que otorgan un valor central a la confrontación de las ideas como motor esencial de la construcción del conocimiento; por eso se propone un *aprendizaje colaborativo*, para que los estudiantes puedan progresivamente *apropiarse, utilizar y transmitir* los conceptos matemáticos. Por lo mencionado anteriormente, se considera que esto tiene posibilidades de ocurrir en interacción con el otro.
- Se busca en cada propuesta provocar la discusión entre los estudiantes como insumo para el desarrollo de la clase, lo cual obliga a pensar para cada actividad las distintas posibilidades de resolución que pueden aparecer, y así *anticiparse* y no desviarse del objetivo.
- En la tarea de diseño se tomará en cuenta permanentemente las características de los estudiantes a los que va a ser dirigida, lo cual puede llevar a intentar varias reformulaciones de acuerdo a los contenidos que los estudiantes no posean o no recuerden, y que muchas veces se supone que se cuenta con ellos.
- Se tendrá en cuenta los tiempos asignados para la propuesta y no perder de vista el cumplimiento del programa, que siempre es un conflicto que el docente universitario enfrenta.
- La propuesta de evaluación en proceso, reconoce la relación entre el modelo de enseñanza y las posibilidades de conocer los efectos en el aprendizaje. Se diseñan y analizan trabajos prácticos individuales y grupales con posibilidad de re entrega, evaluaciones grupales e individuales con una devolución detallada de las correcciones y a veces con instancias orales.

En la fase de experimentación, la propuesta didáctica se implementa llevando un registro de seguimiento de los estudiantes y se realizan entrevistas a los estudiantes con el objeto de

conocer sus puntos de vista sobre la propuesta, esto nos lleva a la confrontación entre lo planificado y lo observado durante la implementación y las producciones de los estudiantes. La propuesta se implementó en 2023 y en el análisis a posteriori, se están realizando las modificaciones de mejora para volver a implementarla este año.

5. Primeras Conclusiones:

Los estudiantes manifestaron una buena predisposición en el aula, aunque el ritmo de producción fue lento y el trabajo grupal, en algunos grupos todavía puede mejorar.

La posición como docente llevó a no quedarnos con las respuestas concretas de los estudiantes y se concibió, en general, modos de intervenir que dieron lugar a la aparición de distintas posturas, interpretaciones o resultados que fueron sometidos al debate y a las argumentaciones. Se observa un progresivo avance en la forma en que explican, argumentan y justifican sus procesos de resolución. Consideramos que en el análisis a posteriori, con las entregas escritas de algunos ejercicios, los trabajos prácticos obligatorios y evaluaciones grupales e individuales, vamos a poder realizar una mejor observación de sus progresos.

La instalación de esta modalidad, permitió al docente recorrer los grupos, escuchar y entender mejor los alcances y las dificultades que la secuencia ofreció, para mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Creemos que es un camino a seguir construyendo, para disminuir la deserción y mejorar la aprobación de la asignatura y evitar el abandono de la misma.

Bibliografía

- Acero, F. (2019). Enseñar a leer y escribir matemática en ingeniería. Anuario Digital De Investigación Educativa, (24). Disponible en:
<http://revistas.bibdigital.uccor.edu.ar/index.php/adv/article/view/3815>
- Artigue, M. (1995) Ingeniería Didáctica en: Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Grupo Editor Iberoamérica. Bogotá.
- Brousseau, G. (1986). La théorisation des phénomènes d'enseignement des Mathématiques. Tesis, Burdeos I.
- Brousseau, G (1986) Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática. Facultad de Matemática, Astronomía y Física. Universidad de Córdoba.
- Brousseau, G (1994) Los diferentes roles del maestro en: Didáctica de la Matemática (comp. Cecilia Parra e Irma Saiz). Buenos Aires, Paidós

- Bustamante Santos, A. Lenguaje, escritura y conceptualización matemática. Programa Doctorado en Investigación Educativa de la Universidad Veracruzana. Disponible: <https://www.uv.mx/pdie/files/2013/06/Tesis-Javier-Bustamante-Santos.pdf>
- Chevallard, I. y otros (1997) Estudiar matemáticas. ICE- Horsori, Barcelona.
- Coll, C. (1984) Estructura grupal, interacción entre alumnos y aprendizaje escolar. En *Infancia y Aprendizaje*, 27/28, 119-138.
- D'Amore, B. (2006) Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática. Mexico. Reverté.
- Elliot, J. (1991). El cambio educativo desde la investigación-acción. Ediciones Morata.
- Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S., Hecklein, M., Cadoche, L. y Brillada, A. (2003). Errores en Matemática que nos hacen reflexionar. ¿Qué pasa con nuestros estudiantes en la universidad? *Revista Elementos de Matemática*. Universidad CAECE, Volumen XVIII, N° 70, Buenos Aires.
- Fernández, G. & Clot, Y. (2007). Entrevistas en auto-confrontación: un método en clínica de la actividad. *Laboreal*, 2, (1), 15-19. Disponible en : <http://laboreal.up.pt/revista/artigo.php?id=37t45nSU547112298729676221>
- Gascón Pérez, J. (1997) Cambios en el contrato didáctico, el paso de estudiar matemáticas en secundaria a estudiar matemáticas en la universidad en: *Revista sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*, N° 26, 1997
- Gilly, Michel (1998). “Psicología social de las construcciones cognitivas: perspectivas europeas”. En Carretero, Mario (comp.) (1998): *Desarrollo y aprendizaje*. Buenos Aires: Aique.
- Hernández Sampieri, R., et al. (1998). *Metodología de la investigación*. México: McGraw Hill Interamericana.
- Gelsa Knijnik (2006). La oralidad y la escritura en la educación matemática: reflexiones sobre el tema” *Educación Matemática*, vol. 18, núm. 2, agosto de 2006. Disponible en: <http://www.revista-educacion-matematica.com/descargas/Vol18-2.pdf>
- Linares, S. y Sánchez, M. V. (1990). *Teoría y Práctica en Educación Matemática*. Ediciones Alfar, España.
- Perret- Clermont, Anne Nelly (1983). *La construcción de la inteligencia en la interacción social. Aprendiendo con los compañeros*. Madrid: Aprendizaje/ Visor.
- Perret- Clermont, Anne Nelly (1992) *Interactuar y conocer. Desafíos y regulaciones sociales en el desarrollo cognitivo*. Buenos Aires, Ed. Miño y Dávila.
- Perrin Glorian (2009) *L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement de ressources et formation des enseignants en en amont et en*

aval des ingénieries didactiques. 15ième. Ecole de didactique des mathématiques. Clermont Ferrand.

- Sadosky, P. (2005) Enseñar Matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos. Buenos Aires, Libros del Zorzal.

- Vergnaud, G. (1996). Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica. Perspectivas, v. 26, n. 10, pp. 195-207.