

Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina
virtUMA 2021
Reunión de Comunicaciones Científicas
Libro de resúmenes

Índice

Algebra y Geometría	2
Análisis	21
Análisis Numérico y Optimización	46
Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática	57
Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad	74
Estadística	92
Lógica y Computabilidad	98
Matemática Discreta	105

Algebra y Geometría

Algebra y Geometría - Comunicación

LA PROPIEDAD TOTALMENTE BROWN EN LOS ESPACIOS DE GOLOMB Y DE KIRCH

José del Carmen Alberto Domínguez

Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, México

jscad040688@gmail.com

Un espacio topológico X es totalmente Brown si, para todo $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ y cada U_1, U_2, \dots, U_n subconjuntos abiertos y no vacíos en X , se tiene que $\text{cl}_X(U_1) \cap \text{cl}_X(U_2) \cap \dots \cap \text{cl}_X(U_n) \neq \emptyset$ ($\text{cl}_X(A)$ denota la cerradura de $A \subset X$ en X). Notemos que los espacios totalmente Brown son conexos.

En 1959 y 1969 Solomon W. Golomb ([2]) y A. M. Kirch ([3]) presentaron respectivamente dos topologías τ_G y τ_K en \mathbb{N} . Sus construcciones involucran progresiones aritméticas de la forma

$$P(a, b) = \{an + b : n \in \mathbb{N} \cup \{0\}\} \quad \text{para } a, b \in \mathbb{N},$$

de donde, si $\langle a, b \rangle$ denota el máximo común divisor de a y b ,

$$\mathcal{B}_G = \{P(a, b) : (a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \text{ y } \langle a, b \rangle = 1\}$$

y

$$\mathcal{B}_K = \{P(a, b) \in \mathcal{B}_G : a \text{ es libre de cuadrados}\}$$

son bases correspondientes para los espacios (\mathbb{N}, τ_G) y (\mathbb{N}, τ_K) . Al espacio (\mathbb{N}, τ_G) se le suele llamar el espacio de Golomb, mientras que a (\mathbb{N}, τ_K) se le conoce como el espacio de Kirch.

El propósito de esta charla es presentar propiedades para los espacios totalmente Brown; algunas de ellas similares a propiedades conocidas de los espacios conexos. Además, examinaremos subconjuntos que son totalmente Brown en los espacios de Golomb y de Kirch, así como propiedades que involucra la cerradura de un conjunto con respecto a estos espacios. Más aún, presentaremos uno de los resultados principales de [1], en que para una progresión aritmética en \mathbb{N} , probamos que ser totalmente Brown es equivalente a ser conexo. Finalmente, mostraremos que toda progresión aritmética es totalmente Brown en el espacio de Kirch. En la prueba de estas y otras propiedades se usa ampliamente una generalización del conocido Teorema Chino del Residuo de la Teoría de Números, el cual da una relación elegante de los espacios (\mathbb{N}, τ_G) y (\mathbb{N}, τ_K) con esta teoría de las matemáticas. Nuestros resultados generalizan propiedades obtenidas por A. M. Kirch ([3]) y por Paulina Szczuka ([4,5]) en 2010 y 2015.

Trabajo en conjunto con Gerardo Acosta (Universidad Nacional Autónoma de México, México) y Gerardo Delgadillo (Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, México).

Referencias

- [1] J. Alberto, G. Acosta, G. Delgadillo-Piñón, The Golomb and the Kirch spaces, submitted to Comment. Math. Univ. Carolin.
- [2] S. W. Golomb, A connected topology for the integers, Amer. Math. Monthly, 66 (1959)
- [3] A. M. Kirch, A countable, connected, locally connected Hausdorff space, Amer. Math. Monthly, 76 (1969), 169–171.
- [4] P. Szczuka, The connectedness of arithmetic progressions in Furstenberg's, Golomb's and Kirch's topologies, Demonstratio Math. 43 (2010), No. 4, 899–909.

[5] P. Szczuka, The closures of arithmetic progressions in Kirch's topology on the set of positive integers, *Int. J. Number Theory* 11 (2015), No. 3, 6673–682.

Algebra y Geometría - Comunicación

SOBRE LA NO EXISTENCIA DE MORFISMOS GRADUADOS ENTRE UN ÁLGEBRA DE LEAVITT Y
SU EMPALME DE CUNTZ

Guido Arnone

Universidad de Buenos Aires, Argentina

guidoar.96@gmail.com

Si dos álgebras de caminos de Leavitt simples puramente infinitas $L(E)$ y $L(F)$ tienen grupos de Grothendieck isomorfos, los grafos E y F están relacionados a través de una sucesión finita de modificaciones de cuatro tipos distintos. Se sabe que tres de esas modificaciones preservan la clase de equivalencia Morita del álgebra $L(E)$, quedando abierta la pregunta acerca de la cuarta, llamada el empalme de Cuntz E_- de E . Un caso de especial importancia en la clasificación de estas álgebras es el del grafo \mathcal{R}_n que consiste de un vértice y n lazos; escribimos $L_n = L(\mathcal{R}_n)$ y $L_{n-} = L(\mathcal{R}_{n-})$.

Las álgebras de caminos de Leavitt vienen equipadas con una \mathbb{Z} -graduación: en particular, para cada $m \in \{0\} \cup \mathbb{N}_{\geq 2}$ tanto L_n como L_{n-} son álgebras $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ -graduadas. Es conocido que no existe un isomorfismo \mathbb{Z} -graduado entre L_n y L_{n-} . En esta charla veremos que no existe ningún morfismo unital entre L_n y L_{n-} que preserve la $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ -graduación, para ningún $m \in \{0\} \cup \mathbb{N}_{\geq 2}$.

Trabajo en conjunto con Guillermo Cortiñas (Universidad de Buenos Aires).

Algebra y Geometría - Comunicación

ESTRUCTURAS UNITARIAS EN REPRESENTACIONES

Tim Bratten

UNICEN, Argentina

clarkbratten@gmail.com

Uno de los intereses principales sobre la realización de las representaciones desarrollada en el trabajo [1] fue la posibilidad de dar una demostración geométrica de la existencia de productos internos invariantes en las representaciones (por ejemplo, ver [2]). Ese problema sigue abierto. En esta comunicación, que es sobre un trabajo en progreso, consideramos una forma de resolver dicho problema. En particular, consideramos una resolución específica del haz asociado que, en general, viene naturalmente equipada con una forma invariante hermitiana en cada uno de los módulos de las secciones globales con soporte compacto (cuando la representación original del estabilizador es unitaria). En el caso que el estabilizador es compacto, esta forma hermitiana es un producto interno. Para usar esta construcción para caracterizar la forma hermitiana en la cohomología, es suficiente encontrar un complemento invariante de la imagen de la diferencial que esta adentro el núcleo. Tal subespacio está identificado con la cohomología bajo la proyección natural. En por lo menos algunos ejemplos, podemos probar que este idea funciona para dar una demostración geométrica de la existencia de un producto interno en la representación.

Referencias

[1] T. Bratten: *Realizing representations on generalized flag manifolds*. *Compositio Math.*, **106** (3), (1997), 283-319.

[2] D. Vogan: *Unitary representations and complex analysis*. In *Representation Theory and Complex Analysis*, Lecture Notes in Mathematics, **1931**. Springer, Berlin, Heidelberg (2008), 259-344.

Algebra y Geometría - Comunicación

FIBRACIONES DE HUREWICZ ENTRE ESPACIOS TOPOLÓGICOS FINITOS

Nicolás Emanuel Cianci

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Cuyo, Argentina
nicocian@gmail.com

Los espacios topológicos finitos T_0 forman una familia muy particular de espacios topológicos. Por un lado, representan todos los tipos homotópicos débiles de los CW-complejos compactos y, entre ellos, de los poliedros finitos. Por otro lado, pueden ser interpretados como conjuntos finitos parcialmente ordenados y por lo tanto son susceptibles de ser estudiados mediante herramientas combinatorias y de la teoría de categorías.

Existen caracterizaciones combinatorias de las equivalencias homotópicas [1] y de las cofibraciones de Hurewicz entre espacios finitos T_0 [2], así como teoremas de clasificación para los fibrados entre este tipo de espacios [3]. Sin embargo, las fibraciones de Hurewicz entre espacios finitos T_0 no han sido, hasta el momento, completamente caracterizadas en términos combinatorios.

En esta charla comentaré las principales características de las fibraciones de Hurewicz en el contexto de los espacios topológicos finitos T_0 desde el punto de vista combinatorio y su relación con las fibraciones de Grothendieck en el contexto de la teoría de categorías [4].

Trabajo en conjunto con Miguel Ottina (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Cuyo).

Referencias

- [1] Stong, R. E. Finite topological spaces. *Trans. Amer. Math. Soc.* 123 (1966), 325– 340.
 - [2] Cianci, N., y Ottina, M. A combinatorial characterization of Hurewicz cofibrations between finite topological spaces. *Topology Appl.* 256 (2019), 235 – 247.
 - [3] Cianci, N., y Ottina, M. Fiber bundles over Alexandroff spaces. arXiv preprint arXiv:1907.03614v2 (2020). Disponible en <https://arxiv.org/pdf/1907.03614v2.pdf>.
 - [4] Cianci, N., y Ottina, M. Fibrations between finite topological spaces. arXiv preprint arXiv:1907.03972v1 (2019). Disponible en <https://arxiv.org/pdf/1907.03972.pdf>.
-

Algebra y Geometría - Comunicación

ISOMETRÍAS DE GRUPOS DE LIE TRIDIMENSIONALES.

Ana Cosgaya

CONICET- Universidad Nacional de Rosario, Santa Fe, Argentina
anacosgayak@gmail.com

El cálculo del grupo de isometrías de un espacio homogéneo, es un problema que interesa tanto desde el punto de vista de la geometría riemanniana como el de la física teórica. En este trabajo calculamos el grupo total de isometrías de grupos de Lie no unimodulares tridimensionales dotados de una métrica invariante a izquierda, tomando como punto de partida el trabajo de Ha Lee [1] en cual se estudia el caso unimodular.

Trabajo en conjunto con Silvio Reggiani (CONICET- Universidad Nacional de Rosario, Argentina).

Referencias

[1] Ha, Ku Yong, and Jong Bum Lee. "The isometry groups of simply connected 3-dimensional unimodular Lie groups." *Journal of Geometry and Physics* 62.2 (2012): 189-203.

Algebra y Geometría - Comunicación

DIAGRAMAS DE VOGAN CON PESOS Y ÓRBITAS NILPOTENTES DE FORMAS REALES DE $\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$

Esther Galina

FAMAF (UNC), CIEM (UNC-CONICET) , Argentina

esthergalina@gmail.com

En analogía con el caso complejo donde a cada órbita nilpotente se le asocia un diagrama de Dynkin con pesos [1], la clasificación realizada por Noël [7] de las órbitas nilpotentes de álgebras de Lie reales, nos permitió definir y asociar un diagrama de Vogan con pesos a cada órbita nilpotente de un álgebra de Lie semisimple real [5]. Para el caso real existen otras formas de clasificar las órbitas nilpotentes reales [2], [3], [4],[6], pero una clasificación asociada a diagramas de Vogan con pesos da cuenta explícita de la órbita compleja a la cual pertenece la órbita real y del álgebra de Lie real de la cual son parte, usando el mismo criterio para álgebras de Lie simples clásicas y excepcionales.

En el caso complejo la clasificación se basa en determinar los diagramas de Dynkin con pesos a los elementos nilpotentes *distinguidos* del álgebra de Lie. En el caso real, de acuerdo a la correspondencia establecida por Noël [7], toman ese lugar los elementos nilpotentes *notables*. Para completar la clasificación, en analogía con el caso complejo, resulta necesario determinar los diagramas de Vogan con pesos de órbitas nilpotentes reales correspondientes a elementos nilpotentes notables.

En este trabajo se presentan los diagramas de Vogan con pesos de tipo A asociados a elementos nilpotentes notables de formas reales de $\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$, en particular de las álgebras de Lie reales $\mathfrak{su}(p, q)$ y $\mathfrak{sl}(2p + 1, \mathbb{R})$. Si bien ya fue determinado por Noël que las álgebras de Lie reales $\mathfrak{su}^*(n)$ y $\mathfrak{su}(p, q)$, para $|p - q| > 1$, no tienen órbitas notables, esto se puede concluir directamente del análisis de los diagramas de Vogan con pesos de tipo A con involución igual a la identidad. Los resultados obtenidos se basan en obtener los diagramas de Vogan con pesos que satisfacen cierta ecuación que depende exclusivamente del diagrama, lo cual requiere de complejos cálculos combinatorios.

Referencias

[1] P. Bala and R. W. Carter, The classification of unipotent and nilpotent elements, *Indag. Math.* 36 (1974), 207–252.

[2] D. H. Collingwood and W. M. McGovern, *Nilpotent orbits in simple Lie algebras*, Van Nostrand Reinhold Mathematics Series, New York, 1985.

[3] Djokovic D., Closures of Conjugacy Classes in Classical Real Linear Lie Groups. II, *Transactions of the American Mathematical Society* 270, No. 1., 217-252 (1982).

[4] Dokovic D., Classification of nilpotent elements in simple exceptional real Lie algebras of inner type and description of their centralizers, *J. Algebra* 112, 503-524 (1988).

[5] E. Galina, Weighted Vogan diagrams associated to real nilpotent orbits, "New Developments in Lie Theory and Geometry", *Contemporary Mathematics* 491 (2009), 239-253, editores C. Gordon et al. , ArXiv: mathRT/0805.3548.

[6] N. Kawanaka, Orbits and stabilizers of nilpotent elements of a graded semisimple Lie algebra, *J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sect. IA, Math* 34 (1987), 573–597.

[7] A. G. N ¨oel, Nilpotent orbits and theta-stable parabolic subalgebras, *Representation Theory (e-journal. of AMS)* 2 (1998), 1–32.

FILTRACIONES, REPRESENTACIONES, CATEGORÍAS TRENZADAS Y NUEVOS EJEMPLOS DE GRUPOS CUÁNTICOS.

Gastón Andrés García

UNLP-CMaLP-CIC-CONICET, Argentina
gastonandresg@gmail.com

En esta charla presentaré los resultados obtenidos en colaboración con D. Bagio, O. Márquez (UFSM, Brasil) y J. M. Jury Giraldi, (UFRGS, Brasil) sobre nuevos ejemplos de álgebras de Hopf construidos a través de una generalización del método del levante [1].

Este método consiste en describir álgebras de Hopf generales H (grupos cuánticos) como deformaciones de un cierto producto semidirecto $grH \simeq R\#A$ utilizando la información dada por una filtración de biálgebras. Aquí, grH es el álgebra graduada asociada a la filtración, A es la subálgebra generada por el coradical, máxima subcoálgebra cosemisimple de H , y R es un álgebra en la categoría tensorial trenzada asociada a A , la categoría de módulos de Yetter-Drinfeld..

En este trabajo, se estudia el caso en que las álgebras $A = K_{n,m}$ son duales de álgebras de Radford $R_{n,m}$ de dimensión n^2m para $n, m \in \mathbb{N}$. Se describen los objetos simples y sus cubiertas proyectivas en la categoría de módulo de Yetter-Drinfeld sobre $K_{n,m}$ y se presentan nuevos ejemplos de álgebras de Nichols para el caso $n = 2$.

Trabajo en conjunto con Dirceu Bagio (Universidade Federal de Santa Maria, Brasil), Joao Matheus Jury Giraldi, (Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil) y Oscar Márquez (Universidade Federal de Santa Maria, Brasil).

Referencias

[1] D. Bagio, G. A. García, J. M. Jury Giraldi and O. Marquez. Finite-dimensional Nichols algebras over dual Radford algebras. Journal of Algebra and its Applications, Proceedings of the conference

MÉTODO SIMPLÉCTICO COMO ALTERNATIVA PARA RESOLVER ECUACIONES DEL TIPO FERMAT

Franco Golfieri

Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
franco.golfieri@mi.unc.edu.ar

En esta comunicación se expondrá acerca del método simpléctico para resolver ciertas ecuaciones diofánticas. A través del método de modularidad adaptado para \mathbb{Q} -curvas, uno puede asociarle a una hipotética solución de la ecuación, un espacio de formas modulares. La mayoría de estas formas suelen descartarse mediante el Truco de Mazur. Sin embargo, este truco suele fallar para descartar algunas de estas, y es aquí cuando se propone el método simpléctico como alternativa para descartarlas.

Trabajo en conjunto con Ariel Pacetti (CIDMA, Portugal) y Lucas Villagra (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina).

Referencias

[1] Ariel Pacetti and Lucas Villagra Torcomian. Q-curves, hecke characters and some diophantine equations, 2020.

ESTRUCTURA DE SUPER-POISSON SOBRE LA COHOMOLOGÍA DE ÁLGEBRAS DE LIE
NILPOTENTES.

Gonzalo Emanuel Gutierrez

Famaf, UNC., Argentina
gegutierrez@famaf.unc.edu.ar

Si \mathfrak{g} es un álgebra de Lie, entonces la cohomología:

$$H^{\bullet,\bullet} = \bigoplus_{p,q} H^p \left(\mathfrak{g}, \bigwedge^q \mathfrak{g} \right)$$

es una súper-álgebra de Poisson con el producto asociativo dado por el producto copa y corchete de Poisson $\{, \}$ inducido por el corchete de Poisson definido en las cocadenas $C^{\bullet,\bullet}$. Además, $H_d := \bigoplus_p H^p(\mathfrak{g}, \bigwedge^p \mathfrak{g})$ es una subálgebra (en el sentido Poisson) de $H^{\bullet,\bullet}$. El centro \mathfrak{z} de \mathfrak{g} actúa sobre $H^{\bullet,\bullet}$ vía la contracción y tal acción coincide con los corchetes de Poisson $\{\mathfrak{z}, -\} : H^{\bullet,\bullet} \rightarrow H^{\bullet,\bullet-1}$. Esta acción induce una acción de $\bigwedge \mathfrak{z}$ en $H^{\bullet,\bullet}$ conocida como la acción central (ver [1, 2]).

En esta charla presentaremos la descripción en detalle de estas estructuras para ciertas álgebras de Lie nilpotentes que son $(\mathfrak{gl}_2 \times \mathfrak{r}_{\mathfrak{g}})$ -módulos, donde $\mathfrak{r}_{\mathfrak{g}}$ es el radical nilpotente del álgebra de derivaciones de $\mathfrak{r}_{\mathfrak{g}}$. El enfoque le da especial importancia a la estructura de $(\mathfrak{gl}_2 \times \mathfrak{r}_{\mathfrak{g}})$ -módulo de $H^{\bullet,\bullet}$.

Por un lado, describimos explícitamente el radical $\mathfrak{r}_{\mathfrak{g}}$ en términos de representaciones uniseriales, que al mismo tiempo describe parte del corchete de Poisson en $H^{\bullet,\bullet}$.

Por otro lado, utilizamos la estructura de \mathfrak{gl}_2 -módulo de $H^{p,q}$, que en nuestros ejemplos son libres de multiplicidad, para describir los diferentes productos graduados de $H^{\bullet,\bullet}$ en términos de los vectores dominantes de Clebsch-Gordan. Esto nos conduce a una manera sintética de presentar (súper) álgebra (graduada) por generadores y relaciones en términos de los vectores dominantes de Clebsch-Gordan.

Trabajo en conjunto con Leandro Cagliero (Famaf, UNC).

Referencias

- [1] Grant Cairns and Barry Jessup. Cohomology operations for Lie algebras. Transactions of The American Mathematical Society, 2003.
- [2] Grant Cairns, Barry Jessup, and Yuri Nikolayevsky. A class of Nilpotent Lie algebras whose center acts nontrivially in Cohomology.

ACERCA DE REPRESENTACIONES DE ÁLGEBRAS DE HOPF PUNTEADAS SOBRE GRUPOS
DIEDRALES.

Juan Hidalgo

FaMAF-UNC, CIEM-CONICET, Argentina
juan.hidalgo.355@mi.unc.edu.ar

Las álgebras de Hopf complejas punteadas de dimensión finita sobre grupos diedrales \mathbb{D}_m , de orden $2m$ con $m = 4t$ y $t \geq 3$, han sido clasificadas en [1]. Dicha clasificación contempla familias de álgebras que son bosonizaciones y otras que son levantamientos no triviales de bosonizaciones denotadas A_I y $B_{I,L}$.

En esta charla daremos algunos resultados generales sobre las representaciones de estas últimas y describiremos la lista de todas las representaciones irreducibles de las álgebras $A_{i,n}$. Además, mencionaremos algunos resultados sobre el cálculo del radical de Jacobson de estas álgebras para cardinales de I y de L bajos.

Trabajo en conjunto con F. Fantino (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina), A. Mejía Castaño (Universidad del Norte, Colombia), C. Mörschbacher (Instituto Federal Catarinense, Brasil), V. Rodrigues (Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil).

Referencias

[1] F. Fantino and G. A. García, On pointed Hopf algebras over dihedral groups, Pacific. J. Math. 252 (2011), 69-91.

Algebra y Geometría - Comunicación

1-FORMAS DE BONNET DE MAPAS ARMÓNICOS EN ESFERAS S^n , $n \geq 3$.

Eduardo Hulett

FAMAF, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
 eduardo.hulett@unc.edu.ar

Todo mapa armónico de una superficie de Riemann $f : \Sigma \rightarrow S^2 \subset \mathbb{R}^3$ es localmente el mapa de Gauss de una inmersión $F : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}^3$, con curvatura Gaussiana constante. Una prueba de este hecho se da en [3]. Fuera del conjunto de puntos umbílicos de F las superficies paralelas $F^\pm = F \pm f$ tienen curvatura media constante y tienen por mapa de Gauss a f . La construcción de F resulta de integrar localmente la llamada *1-forma cerrada de Bonnet*: $\gamma(f) : \Sigma \rightarrow \mathfrak{so}(3) \cong \mathbb{R}^3$ definida por

$$\gamma(f) = f \times (df \circ J^\Sigma) = J_f \circ df \circ J^\Sigma,$$

siendo J^Σ la estructura compleja de Σ y $J_p : T_p S^2 \rightarrow T_p S^2$, $J_p(v) = p \times v$, la estructura compleja en S^2 .

Reemplazando la esfera $(S^2, J) \subset \mathbb{R}^3$ por un espacio hermitiano simétrico $(G/K, J) \subset Lie(G)$ de tipo compacto realizado como una órbita de la representación adjunta de G , Eschenburg-Quast [2] generalizan la construcción anterior definiendo la 1-forma

$$\Gamma(f) = J_f \circ df \circ J^M,$$

análoga a la forma de Bonnet, para los mapas pluri-armónicos $f : M \rightarrow G/K$, que son una generalización de los armónicos, donde (M, J^M) es una variedad hermitiana compleja. En estas condiciones los autores estudian propiedades geométricas de las subvariedades inmersas en $Lie(G)$, que resultan de integrar localmente las 1-formas $\Gamma(f)$ mencionadas.

La construcción de 1-formas análogas a las del tipo Bonnet asociadas a mapas de variedades complejas a valores en espacios simétricos no-hermitianos G/K no es obvia ya que no hay estructuras complejas en G/K que lo hagan posible.

En este trabajo consideramos mapas suaves de una variedad hermitiana compleja en la esfera $f : M \rightarrow S^n$, con $n \geq 3$ y obtenemos en términos de la forma de Maurer-Cartan $\beta : TS^n \rightarrow \mathfrak{so}(n+1)$ de la esfera (ver [1]), la 1-forma

$$\eta(f) = f^* \beta \circ J^M.$$

Se prueba que $\eta(f)$ es cerrada si y sólo si f es pluriarmónico.

Para el caso en que M es una superficie de Riemann y $f : M \rightarrow S^n$ es una inmersión conforme, por integración local de $\eta(f)$, en el trabajo [4] se obtienen superficies inmersas en $\mathfrak{so}(n+1)$, asociadas a f y se exploran sus propiedades.

Referencias

- [1] F. Burstall and J. Rawnsley, *Twistor theory for Riemannian symmetric spaces*, LNM, vol. 1424. Springer, Berlin (1990).
- [2] J. H. Eschenburg - P. Quast, *Pluriharmonic maps into Kaehler symmetric spaces and Sym's Formula*. *Mathematische Zeitschrift* (2010). <https://doi.org/10.1007/s00209-009-0583-y>.
- [3] F. Helein, *Constant mean curvature surfaces, harmonic maps and integrable systems*, Lectures in Mathematics. ETH Z
- [4] E. Hulett *Surfaces Immersed in $\mathfrak{so}(n+1)$ associated to harmonic Maps into the Sphere S^n* , *Mediterranean Journal of Math.* (2021) 18:36, <https://doi.org/10.1007/s00009-020-01683-4c>. Springer Nature Switzerland AG 2021.

Algebra y Geometría - Comunicación

UNA GENERALIZACIÓN PARA E-POLINOMIOS DEL TEOREMA DE BUDAN-FOURIER

Gabriela Jeronimo

Universidad de Buenos Aires y CONICET, Argentina
jeronimo@dm.uba.ar

Los E-polinomios son funciones analíticas del tipo $F(x, e^{h(x)})$ con F y h polinomios con coeficientes reales. Forman una de las familias más básicas entre las funciones Pfaffianas introducidas por Khovanskii en los años '70 (ver [2]), aunque el interés en su estudio se remonta a mediados del siglo pasado, motivado por el problema planteado por Tarski sobre la decidibilidad de la teoría de primer orden de los reales extendida con exponenciación.

En esta comunicación discutiremos cotas superiores para la cantidad de ceros de un E-polinomio univariado. Para polinomios en una variable con coeficientes reales, el teorema clásico de Budan-Fourier (ver, por ejemplo, [1, Theorem 2.46]), permite obtener una cota superior para la cantidad de ceros del polinomio en un intervalo contando la cantidad de variaciones de signo de ciertas secuencias finitas de números reales.

Presentaremos una generalización del teorema de Budan-Fourier al contexto de E-polinomios, utilizando la noción de pseudo-derivada introducida en [3], y mostraremos cómo esta generalización da lugar a una cota superior para la cantidad total de ceros reales de un E-polinomio considerando simplemente los grados y los signos de ciertos coeficientes de los polinomios involucrados en su definición. Para E-polinomios de la forma $f(x) = F(x, e^x)$, exhibiremos una cota que se alcanza y da una respuesta negativa a una conjetura planteada por D. Richardson en [4].

Trabajo en conjunto con María Laura Barbagallo (Universidad de Buenos Aires, Argentina) y Juan Sabia (Universidad de Buenos Aires y CONICET, Argentina).

Referencias

- [1] Basu, Saugata; Pollack, Richard; Roy, Marie-Francoise. *Algorithms in real algebraic geometry*. Second edition. *Algorithms and Computation in Mathematics*, 10. Springer-Verlag, Berlin, 2006. <http://perso.univ-rennes1.fr/marie-francoise.roy/bpr-ed2-posted3.html>
- [2] Khovanskii, Askold. *On a class of systems of transcendental equations*. *Soviet Math. Dokl.* 22 (1980), 762-765.

[3] McCallum, Scott; Weispfenning, Volker. Deciding polynomial-transcendental problems. J. Symbolic Comput. 47 (2013), 16-31.

[4] Richardson, Daniel. Towards computing non algebraic cylindrical decompositions. In: S.M.Watt (ed.), Proceedings of the 1991 International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation, Bonn, Germany, 1991, pp. 247-255.

Algebra y Geometría - Comunicación

SUMAS DE CIERTAS FUNCIONES ARITMÉTICAS SOBRE $\mathbb{F}_q[T]$ Y DISTRIBUCIONES SIMPLÉCTICAS

Matilde Lalín

Université de Montréal, Canada

mlalin@dms.umontreal.ca

El objetivo de este trabajo [1] es estudiar la conexión entre ciertas sumas aritméticas en cuerpos de funciones e integrales sobre los conjuntos de matrices simplécticas y unitarias. Consideramos la función divisor $d_k(f)$ definida sobre $\mathbb{F}_q[T]$ como

$$d_k(f) := \#\{(f_1, \dots, f_k) \in \mathbb{F}_q[T]^k : f = f_1 \cdots f_k, f_i \text{ mónico}\}.$$

y estudiamos dos problemas: el promedio de todos los polinomios mónicos de grado fijo que producen un residuo cuadrático cuando se reducen módulo un polinomio mónico irreducible P , y el promedio de todos los polinomios mónicos de grado fijo que satisfacen cierta condición que es análoga a tener un argumento (en el sentido de los números complejos) que se encuentra en cierto sector específico del círculo unitario. En ambos casos, calculamos las asintóticas para el promedio y la varianza cuando $q \rightarrow \infty$ y demostramos que la varianza se describe mediante una integral de matrices simplécticas que involucra la suma de productos de coeficientes seculares de dichas matrices. Nuestro trabajo es análogo al de Keating, Rodgers, Roditty-Gershon y Rudnick [2], pero con problemas que producen regímenes simplécticos, en vez de unitarios. También consideramos los mismos problemas con convoluciones de la función de von Mangoldt dada como

$$\Lambda_k(f) := \sum_{\substack{f_1 \cdots f_k = f \\ f_i \text{ mónico}}} \Lambda(f_1) \cdots \Lambda(f_k),$$

dónde $\Lambda(f) = \deg(P)$ si $f = P^k$ y 0 si no, y obtenemos resultados similares, conectando problemas sobre la varianza de las sumas de las convoluciones de von Mangoldt con una integral de matrices simplécticas que involucra la suma de productos de trazas de dichas matrices.

Trabajo en conjunto con Vivian Kuperberg (Stanford University, USA).

Referencias

[1] V. Kuperberg and M. Lalín, Sums of divisor functions and von Mangoldt convolutions in $\mathbb{F}_q[T]$ leading to symplectic distributions, arXiv:2107.01437

[2] J. P. Keating, B. Rodgers, E. Roditty-Gershon, and Z. Rudnick, Sums of divisor functions in $\mathbb{F}_q[t]$ and matrix integrals, Math. Z. 288 (2018), no. 1-2, 167–198.

Algebra y Geometría - Comunicación

NUEVAS RELACIONES EN UN PROBLEMA COMBINATORIO EN EL ÁLGEBRA DE
CONGLOMERADO DEL ANILLO: FLORES \mathbb{F}_N, K .

Jorge Nicolás López
CeMIM - UNMdP, Argentina
jorgenicolaslopez@gmail.com

Trabajando en el contexto de las álgebras de cluster (Fomin y Zelevinsky 2002, ver [1]) provenientes de superficies estamos estudiando un problema combinatorio que introduciremos brevemente: Consideremos el anillo S , y el conjunto finito de puntos en la frontera M . Llamemos n al número de puntos marcados en la componente conexa interior de la frontera. Consideremos la clase de isotopía de una curva simple C cuyos puntos extremos están entre los n puntos anteriores y llamemos k a la distancia (en término de cantidad de puntos entre medio) de sus puntos extremos. Consideramos la “flor” $F_{n,k}$ como el conjunto de curvas (pétalos) obteniendo de aplicar las n rotaciones (operación equivalente a considerar la órbita de C los automorfismo que preservan orientación del par (S,M) , ver [3]).

Cada (clases de isotopías de) pétalo se considera como un elemento del álgebra cluster y la flor como el producto de ellos. Notemos la gran cantidad de intersecciones entre los pétalos. El objetivo es descomponer este producto en una combinación de elementos de una base particular formada por productos de curvas que no tienen intersección.

El procedimiento de “reducción” debe ser considerado a partir de la conocida relación skein: Donde haya una intersección, esta “se corta” de dos formas diferentes: esto eliminará las curvas originales y en cada caso de la relación skein generará otras dos curvas (que ya no se cortan en ese entorno). Desde el punto de vista del álgebra cluster el producto de las dos curvas consideradas se reemplaza por la suma de dos términos, cada uno con el producto de las dos nuevas curvas.

El crecimiento del problema es grande, por ejemplo, la flor $F_{7,6}$ se descompone 6.776 elementos, muchos repetidos, al final resulta una combinación lineal con coeficientes naturales de 884 elementos diferentes. Hemos descrito la descomposición total de las flores $F_{n,2}$ y $F_{n,3}$, ver [2].

Notemos que en la descomposición de la flor $F_{n,3}$ aparecen elementos de $F_{n,2}$ aureolados, es decir, con una circunferencia exterior. Es común encontrar en la descomposición de $F_{n,k}$ todos los términos de $F_{n,(k-1)}$ aureolados, o los términos de $F_{n,(k-2)}$ con distinta cantidad de aureolas. Explicaremos el fenómeno demostrando que efectivamente dentro de la descomposición $F_{n,k}$ podemos encontrar una descomposición análoga a la de $F_{n,j}$ para $j|k$.

Trabajo en conjunto con Dr. Ralf Schiffler (Universidad de Connecticut) y Damián Wesenberg (CeMIM - UNMdP).

Referencias

- [1] A. Zelevinsky and S. Fomin. “Cluster algebras I: Foundations”. In: Journal of the American Mathematical Society 15.2 (2002), pp. 497–529.
- [2] D. Wesenberg, J.López, R.Schiffler- “A combinatorial problem in cluster algebras on the annulus” – preprint.
- [3] I. Assem, G. Dupont, and R. Schiffler. “On a category of cluster algebras.” Journal of Pure and Applied Algebra 218.3 (2014), pp. 553-582.

Algebra y Geometría - Comunicación

ON THE COMBINATORIAL RANK OF QUANTUM GROUPS

Vanusa Moreira Dylewski
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil
vanusamdylewski@gmail.com

In this work we present the definition of combinatorial rank and the first examples obtained by Kharchenko and collaborators, who calculated the combinatorial rank of the positive part $u_q^+(g)$ of the multi-parameter version of the Lusztig quantum group, where q is a root of the unity and g is a simple Lie algebra of type A_n , B_n , C_n and D_n . As a continuation of this study, we provide the combinatorial rank for quantum groups of type G_2 and F_4 .

Trabajo en conjunto con Bárbara Pogorelsky(Universidade Federal do Rio Grande do Sul) y Carolina Renz(Universidade Federal de Ciências da Saúde de Porto Alegre).

Referencias

- [1] V. Dylewski, B. Pogorelsky, C. Renz. On the combinatorial rank of the quantum groups of type G_2 , Journal of Algebra and its Applications, 2020.
- [2] V. K. Kharchenko, Quantum Lie theory, Universidad Nacional Autónoma de México, 2015.
- [3] V. K. Kharchenko, A. A. Alvarez, On the combinatorial rank of Hopf algebras, Contemporary Mathematics 376 (2005) 299-308.
- [4] V. K. Kharchenko and M. Díaz Sosa, Computing of the combinatorial rank of $uq(\mathfrak{so}(2n+1))$, Comm. Algebra 39 (2011) 4705-4718.
- [5] V. K. Kharchenko and M. Díaz Sosa, Combinatorial rank of $uq(\mathfrak{so}(2n))$, Journal of Algebra 448 (2016) 48-73.

Algebra y Geometría - Comunicación

FIBRADOS SOBRE ESPACIOS DE ALEXANDROFF

Miguel Ottina

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Cuyo, Argentina
mottina@fcen.uncu.edu.ar

Los espacios de Alexandroff son espacios topológicos que satisfacen que la intersección de abiertos es abierto. Es bien conocido que existe una correspondencia biunívoca funtorial entre espacios de Alexandroff y conjuntos preordenados, y que los espacios de Alexandroff pueden utilizarse para modelar poliedros (o, más generalmente, CW-complejos regulares). La correspondencia entre espacios de Alexandroff y conjuntos preordenados permite abordar problemas topológicos con herramientas combinatorias así como también problemas combinatorios con herramientas topológicas. Por ende, resulta de interés estudiar elementos de Topología Algebraica en el contexto de los espacios de Alexandroff.

En esta charla contaré algunos resultados de un trabajo en colaboración con Nicolás Cianci en el que introducimos una variante topológica de la construcción de Grothendieck que permite representar todo fibrado sobre un espacio de Alexandroff. Daré ejemplos de esta construcción, explicaré cómo se relaciona con la construcción de Grothendieck clásica y contaré algunas de sus propiedades. Además mostraré cómo la construcción de Grothendieck topológica permite dar un teorema de clasificación de fibrados sobre espacios de Alexandroff con fibra T_0 .

Trabajo en conjunto con Nicolás Cianci (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Cuyo).

Algebra y Geometría - Comunicación

UN MÉTODO PARA DESCRIBIR TODAS LAS ÁLGEBRAS 2-INCLINADAS DE CONGLOMERADO PROVENIENTES DE UN CARCAJ DE TIPO E_6 .

Ulises Pallero
UNMdP - CeMIM, Argentina
ulisespallero@hotmail.com

Las álgebras inclinadas son una familia de álgebras muy importantes ya que son una clase muy cercana a las álgebras hereditarias, y estas últimas son las primeras álgebras que se estudian dentro de la Teoría de Representaciones de Álgebras. La teoría de inclinación se desarrolla, no sólo sobre la categoría de módulos, sino que también se extiende a otras categorías, como puede ser la categoría derivada, la categoría de conglomerados y su generalización a la categoría de m -conglomerados (para $m \in \mathbb{N}$).

La categoría de m -conglomerado, C_m , surge al considerar, sobre la categoría derivada, $D^b(H)$, la categoría de órbitas bajo la acción del funtor $F = \tau^{-1}[m]$, donde τ^{-1} es el trasladado de Auslander Reiten, y $[m]$ es el funtor shift, entonces, la categoría de m -conglomerado es $C_m = D^b(H)/\tau^{-1}[m]$ (para $m \in \mathbb{N}$).

En esta comunicación consideraremos la categoría de 2-conglomerado, y se dará un método para describir todas las álgebras 2-inclinadas de conglomerado provenientes de un carcaj de tipo E_6 a través de sus carcajes con relaciones.

Trabajo en conjunto con Sonia Trepode (UNMdP - CeMIM) y Natalia Bordino (UNMdP - CeMIM).

Algebra y Geometría - Comunicación

RELACIÓN ENTRE ECUACIONES DE CAMPO DE SEGUNDO ORDEN ASOCIADAS A DISTINTOS
FORMALISMOS

Guadalupe Quijón
Universidad Nacional del Sur, Argentina
guadalupequijon@gmail.com

El objetivo de la comunicación será comparar los formalismos de la teoría clásica de campos de segundo orden, presentados por Gotay y por Román-Roy y Prieto-Martínez, como un medio para la construcción de correspondencias entre las soluciones de las ecuaciones de movimiento asociadas a este tipo de sistemas.

Vamos a relacionar las ecuaciones de campos definidas en un espacio \mathcal{W}_2 a partir de un problema variacional presentado por Gotay y las ecuaciones de campo definidas en el espacio \mathcal{W}_r a partir del formalismo Lagrangiano-Hamiltoniano unificado presentado por Román-Roy y Prieto-Martínez, ecuaciones que si bien viven en espacios diferentes, presentan ciertas similitudes.

Para esto, definiremos un conjunto \mathcal{W} en el producto fibrado $\mathcal{V} = \mathcal{W}_2 \times_{J_\pi^2} \mathcal{W}_r$, una m -forma y unas ecuaciones de movimiento de manera tal que cuando se restrinjan las soluciones a los espacios \mathcal{W}_2 y \mathcal{W}_r , se recuperen las correspondientes a cada formalismo.

Trabajo en conjunto con Santiago Capriotti (Universidad Nacional del Sur, Argentina).

Referencias

- [1] Mark J. Gotay (1991) An Exterior Differential Systems Approach to the Cartan Form
- [2] Pedro Daniel Prieto-Martínez y Narciso Román-Roy (2018) A new multisymplectic unified formalism for second order classical field theories

Algebra y Geometría - Charla invitada

ESTRUCTURA L_∞ DEL COMPLEJO DE BARDZELL PARA ÁLGEBRAS MONOMIALES.

María Julia Redondo

INMABB (UNS/CONICET), Argentina
juliaredondo@gmail.com

Dada un álgebra monomial A , el complejo de Bardzell $B(A)$ asociado ha mostrado ser más eficiente que el complejo de Hochschild $C(A)$ en lo que se refiere al cálculo de la cohomología de Hochschild.

Dado que $C(A)[1]$ tiene una estructura natural de álgebra de Lie diferencial graduada, es natural preguntarse si el cuasi-isomorfismo que conecta $B(A)$ con $C(A)$ permite transferir la estructura de álgebra de Lie al complejo $B(A)[1]$.

Se sabe que esto se puede hacer cuando el álgebra A es un álgebra de radical cuadrado cero, pero no en general.

En esta charla voy a introducir el concepto de L_∞ -álgebra, que es una generalización del concepto de álgebra de Lie diferencial graduada, y mostraré que $B(A)$ admite una estructura de L_∞ -álgebra que induce además una equivalencia de L_∞ -álgebras entre $B(A)$ y $C(A)$.

Por último, vamos a repasar la definición y aplicaciones de la ecuación de Maurer-Cartan, y veremos que la estructura descripta nos permite hacer cálculos explícitos en el caso particular de álgebras truncadas.

Trabajo en conjunto con Fiorela Rossi Bertone (INMABB, UNS/CONICET, Argentina).

Algebra y Geometría - Charla invitada

ALGUNOS PROBLEMAS GEOMÉTRICOS EN GRUPOS DE LIE SOLUBLES Y NILPOTENTES DE DIMENSIÓN BAJA

Silvio Reggiani

CONICET - Universidad Nacional de Rosario, Argentina
reggiani@fceia.unr.edu.ar

Estudiamos los espacios de métricas invariantes a izquierda, salvo automorfismo isométrico, en ciertos grupos de Lie de dimensión baja. Para el caso nilpotente abordamos el problema de la existencia/no existencia de métricas hermitianas (en particular, nos preguntamos cuáles de estos grupos tienen la propiedad de que toda métrica invariante a izquierda es hermitiana). Estudiamos también el índice de simetría de las métricas antes mencionadas y su relación con la topología del correspondiente espacio de móduli.

Algebra y Geometría - Comunicación

CONJUNTOS AUTOAFINES ASOCIADOS A SISTEMAS NUMÉRICOS CON BASE RACIONAL

Lucía Rossi

Universidad de Leoben, Austria
lucia.rossi.moure@gmail.com

La relación entre sistemas numéricos y conjuntos fractales o autoafines es bien conocida. Lagarias y Wang ([1], [2]) estudiaron teselados en \mathbb{R}^n asociados a sistemas numéricos cuya base es una matriz con determinante entero y los dígitos son vectores. Estos teselados se obtienen a partir de traslaciones de una única baldosa, que se puede interpretar como el conjunto de “partes fraccionarias” en este sistema de numeración. Steiner y Thuswaldner ([3]) introdujeron las baldosas autoafines racionales, cuando la base es una matriz en $\mathbb{Q}^{n \times n}$ con polinomio característico irreducible.

En esta comunicación científica, presentamos resultados que generalizan los obtenidos en [1], [2] y [3] en dos direcciones: tomamos como base matrices racionales con polinomio característico reducible, y

simultáneamente consideramos conjuntos de dígitos no estándares. El desafío de esta teoría es que las baldosas autoafines racionales no viven en \mathbb{R}^n , sino en un tipo de espacios más generales definidos a partir de series de Laurent. Comenzaremos introduciendo el caso de dimensión $n = 1$, esto es, cuando la base es un número racional $\frac{a}{b}$ y los dígitos son enteros. Consideramos el espacio $\mathbb{K}_{\frac{a}{b}} := \mathbb{R} \times \mathbb{Q}_b$, donde \mathbb{Q}_b es el anillo de números b -ádicos, y mostramos que resulta ser apropiado para representar secuencias de dígitos en base $\frac{a}{b}$ (ver [4] y [6]). Finalmente, introducimos el caso n -dimensional y presentamos los resultados obtenidos: la existencia de un teselado y un teselado múltiple, ciertas propiedades topológicas de las baldosas, y un criterio para garantizar interior no vacío en función de los dígitos del sistema numérico ([5]).

Trabajo en conjunto con Jörg Thuswaldner (Montanuniversität Leoben, Austria) y Wolfgang Steiner (Université Paris Diderot, France).

Referencias

- [1] Jeffrey C. Lagarias and Yang Wang. Integral self-affine tiles in \mathbb{R}^n I. standard and nonstandard digit sets. J. London Math. Soc., 54(2):161-179, 1996.
- [2] Jeffrey C. Lagarias and Yang Wang. Self-affine tiles in \mathbb{R}^n . Adv. Math., 121(1):21-49, 1996.
- [3] Wolfgang Steiner and Jörg M. Thuswaldner. Rational self-affine tiles. Trans. Amer. Math. Soc., 367(11):7863-7894, 2015.
- [4] Lucía Rossi and Jörg M. Thuswaldner. A Number System in Base $-3/2$, to be published in American Mathematical Monthly in 2022.
- [5] Lucía Rossi, Wolfgang Steiner and Jörg M. Thuswaldner. Rational self-affine tiles associated to standard and nonstandard digit systems (preprint)
- [6] Morgenbesser, J. F., Steiner, W., Thuswaldner, J. M. (2013). Patterns in rational base number systems. J. Fourier Anal. Appl.

Algebra y Geometría - Comunicación

CÁLCULO EXPLÍCITO DE COCICLOS DE HOPF

José Ignacio Sánchez

Universidad Nacional de Córdoba, Argentina

jose.ignacio.sanchez@mi.unc.edu.ar

En esta charla recordamos el concepto de cociclos de Hopf y deformaciones a fin de presentar una estrategia para su cálculo explícito. Estos cociclos controlan la clasificación de las álgebras de Hopf punteadas de tipo diagonal, aunque de manera implícita.

Como ejemplo de esta estrategia, daremos la descripción explícita de los cociclos de Hopf relativos a las deformaciones asociadas a un álgebra de Nichols de tipo Cartan A2, con $q=-1$. Además, determinamos los cociclos puros y los exponenciales.

Trabajo en conjunto con Agustín García Iglesias (Universidad Nacional de Córdoba).

Algebra y Geometría - Comunicación

LA ACCIÓN DEL PRIMER ESPACIO DE COHOMOLOGÍA DE HOCHSCHILD DE UN ÁLGEBRA SOBRE SU CATEGORÍA DE MÓDULOS Y SU CATEGORÍA DERIVADA

Mariano Suárez-Álvarez

Si A es un álgebra asociativa, hay una “acción” del primer espacio de cohomología de Hochschild de un álgebra sobre la categoría de módulos del álgebra y sobre su categoría derivada dada por el llamado morfismo característico $\chi : HH^\bullet(A) \rightarrow Z_{\text{gr}}(\mathcal{D}(A))$ al centro graduado de la categoría derivada. El primero objetivo de la charla será presentar una construcción bien concreta de esta acción en términos de la noción de δ -operadores presentada en [1]. En segundo lugar, presentaremos algunos resultados estructurales que establecen una fuerte conexión entre esta acción, la estructura de Lie dada por el corchete de Gerstenhaber sobre la cohomología de Hochschild, y la teoría de Auslander–Reiten del álgebra. Finalmente, mostraremos que en muchos ejemplos es posible usar toda esta información para construir objetos geométricos naturalmente asociados a las representaciones del álgebra vía su cohomología, en el mismo espíritu que las variedades de soporte pero a partir de la estructura de Lie de la cohomología y no de su estructura asociativa.

Trabajo en conjunto con Andrea Solotar (UBA / IMAS CONICET), Cristian Chaparro (UBA / IMAS CONICET) y Sibylle Schroll (University of Cologne).

Referencias

- [1] Mariano Suárez-Álvarez, A little bit of extra functoriality for Ext and the computation of the Gerstenhaber bracket, *J. Pure Appl. Algebra* 221 (2017), no. 8, 1981–1998, DOI 10.1016/j.jpaa.2016.10.015. MR3623179

Algebra y Geometría - Comunicación

TRAYECTORIAS MAGNÉTICAS EN NILVARIETADES

Mauro Subils

Universidad Nacional de Rosario, Argentina
subils@fceia.unr.edu.ar

Sea (M, \langle, \rangle) una variedad Riemanniana y sea ∇ la conexión de Levi-Civita de la métrica. Una curva $\gamma : I \rightarrow M$ se dice una trayectoria magnética cuando γ satisface la ecuación

$$\nabla_{\gamma'} \gamma' = qF\gamma'$$

donde F es un endomorfismo antisimétrico del espacio tangente TM . Esta ecuación modeliza las trayectorias de partículas sujetas a un campo de fuerza magnético. Notar que cuando $F \equiv 0$ la ecuación se traduce en la ecuación de las geodésicas. Los correspondientes flujos magnéticos fueron considerados por primera vez por Arnold en [2] y Anosov y Sinai en [1].

En este trabajo estudiamos las trayectorias magnéticas en grupos de Lie dos pasos nilpotentes con una métrica y un campo de fuerzas F invariantes a izquierda. Analizamos y comparamos los casos en que F es exacto (Ver [3]) y armónico e intentamos describir las trayectorias explícitamente en ciertos grupos.

Trabajo en conjunto con Gabriela Ovando (Universidad Nacional de Rosario, Argentina).

Referencias

- [1] Anosov D. V. and Sinai Ja. G., Certain smooth ergodic systems, *Usp. Mat. Nauk* (1967) 22, pp 107–72
[2] Arnold V. I., Some remarks on flows of line elements and frames, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* (1961) 138, pp 255–7
[3] Epstein, J., Gornet, R. Mast, M.B., Periodic magnetic geodesics on Heisenberg manifolds. *Ann Glob Anal Geom* (2021) <https://doi.org/10.1007/s10455-021-09787-0>

GENERALIZACIÓN DE LA INTERPOLACIÓN DE HERMITE PARA RAÍCES VIRTUALES

Dora Elena Tilli

Departamento de Matemática, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires, Argentina
dora.tilli@gmail.com

Debido al hecho de que un polinomio en una sola variable a coeficientes reales no siempre tiene sus raíces reales, L. González-Vega et al. [1] proponen el concepto de raíces virtuales. Un polinomio $P \in \mathbb{R}[x]$ de grado n posee exactamente n raíces virtuales en \mathbb{R} (contadas con su multiplicidad) que se definen inductivamente usando las derivadas sucesivas de P .

Dado $r \in \mathbb{R}$, raíz virtual de P con multiplicidad k , podemos descomponer k como $k = \alpha + \beta$ donde α es la multiplicidad de r como raíz real (quizás, $\alpha = 0$) y β es un número par [2]. Entonces surge la pregunta de si dados m números reales r_1, r_2, \dots, r_m y m pares de números enteros no negativos $(\alpha_1, \beta_1), (\alpha_2, \beta_2), \dots, (\alpha_m, \beta_m)$, con $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ números pares, se puede encontrar un polinomio P de grado $n = \sum_{i=1}^m (\alpha_i + \beta_i)$ cuyas raíces virtuales sean, justamente, r_1, r_2, \dots, r_m con los correspondientes pares de multiplicidades dados.

En esta comunicación, contestaremos la pregunta presentando una generalización de la interpolación de Hermite que coincide con ésta en el caso en el que $\beta_1 = \dots = \beta_m = 0$. El método brinda, a su vez, información sobre los grados de libertad para la construcción de P .

Trabajo en conjunto con Daniel Perrucci (Departamento de Matemática, FCEyN, UBA; IMAS, UBA-CONICET, Argentina).

Referencias

- [1] L. González-Vega, H. Lombardi, L. Mahé. Virtual roots of real polynomials, J. Pure Appl. Algebra 124 (1998) 147-166.
- [2] S. Basu, R. Pollack, M.-F. Roy. Algorithms in real algebraic geometry, volume 10 of Algorithms and Computation in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2006 (second edition).

CLASIFICACIÓN DE SOLVARIEDADES PLANAS DE TIPO SPLIT EN DIMENSIONES BAJAS

Alejandro Tolcachier

FAMAF-CIEM, Argentina
aletolcachier@gmail.com

Las solvariedades, es decir variedades compactas obtenidas como cocientes de grupos de Lie solubles simplemente conexos por subgrupos discretos (llamados retículos), constituyen una importante clase de variedades.

Nos interesa estudiar solvariedades que admiten una métrica Riemanniana plana inducida por una métrica plana invariante a izquierda en el grupo de Lie asociado. En [1], Milnor caracterizó los grupos de Lie que admiten una métrica invariante a izquierda plana y probó que su álgebra de Lie se descompone como un producto semidirecto de una subálgebra abeliana y un ideal abeliano, donde la acción es por endomorfismos antisimétricos. Algunos grupos de Lie simplemente conexos de esta clase admiten retículos, por lo que las correspondientes solvariedades admiten una métrica riemanniana plana y constituyen así una

clase particular de variedades compactas planas. En particular, una tal solvariedad es isométrica a un cociente compacto de la forma \mathbb{R}^n/Γ para cierto subgrupo discreto Γ de las isometrías de \mathbb{R}^n , y su grupo fundamental es isomorfo a Γ , el cual es un grupo de Bieberbach.

Esta charla se enfocará en solvariedades planas de tipo split, es decir solvariedades construidas a partir de grupos de Lie planos $\mathbb{R}^k \times_{\phi} \mathbb{R}^m$ cocientados por retículos de la forma $\Gamma = \Gamma_1 \times_{\phi} \Gamma_2$, donde $\Gamma_1 \subset \mathbb{R}^k$ y $\Gamma_2 \subset \mathbb{R}^m$. Más específicamente, veremos como clasificar todas las solvariedades planas de tipo split en dimensiones bajas, relacionando el problema con la clasificación de los subgrupos finitos y abelianos de $GL(n, \mathbb{Z})$, mejorando una clasificación previa que hicimos en [2] en dimensiones 3, 4 y 5. Nos enfocaremos especialmente en dimensiones 6 y 7.

Referencias

- [1] J. Milnor, Curvatures of left invariant metrics on Lie groups, Adv. Math. 21 (1976), 293–329.
- [2] A. Tolcachier, Holonomy groups of compact flat solvmanifolds, Geom. Dedicata 209 (2020), 95–117.
- [3] A. Tolcachier, Classification of 6-dimensional splittable flat solvmanifolds, preprint 2021, arXiv:2105.08002 [math.DG]

Algebra y Geometría - Comunicación

LOS CARACTERES SIMPLES DE LOS GRUPOS CUÁNTICOS DIEDRALES

Cristian Vay

UNC & CONICET, Argentina
cristian.vay@unc.edu.ar

En los últimos años ha habido un creciente interés en la teoría de representaciones de las álgebras de Hopf, entre las que se destacan, por su similitud con los grupos cuánticos, los dobles de Drinfeld de bosonizaciones de álgebras de Nichols. A modo de ejemplo de sus propiedades más destacadas podemos mencionar que su categoría de representaciones es una categoría trenzada y que sus módulos simples se pueden construir como cocientes de módulos de Verma tal como se hace para las álgebras de Lie. Esto último nos da una primera aproximación a su categoría de representaciones. El siguiente paso que surge naturalmente es describir en más detalle los módulos simples, como por ejemplo, calculando sus caracteres. Esto es lo que hacemos junto a Gastón García en [1] para el caso de las álgebra de Nichols sobre los grupos diedrales. A su vez, las ideas y técnicas que desarrollamos en loc. cit. se aplican a otras familias de álgebras de Nichols.

En esta comunicación me concentraré en explicar lo más detalladamente posible el caso diedral desde lo más básico y dejaré las generalidades para que quienes así lo deseen las consulten en el artículo.

Trabajo en conjunto con Gastón García (UNLP & CONICET).

Referencias

- [1] G. García y C. Vay. Simple modules of small quantum groups at dihedral groups. 2020. arXiv:2012.09323

Algebra y Geometría - Comunicación

COHOMOLOGÍA DE HOCHSCHILD DE CIERTAS ÁLGEBRAS MONOMIALES CÚBICAS

Victoria Venuti

UBA, Argentina
vickyvenuti84@hotmail.com

En este trabajo calculamos la cohomología de Hochschild de una familia de álgebras monomiales cúbicas de dimensión finita, que generaliza en ciertos aspectos a la de las álgebras gentiles. Las álgebras que consideramos son cocientes del álgebra de caminos de un carcaj finito y acíclico Q por el ideal generado por un conjunto Z de caminos de longitud 3 sobre el que imponemos dos condiciones, a las que llamamos de no bifurcación y de solapamiento. Estas condiciones están motivadas por las que aparecen en la definición de las álgebras gentiles. En particular, la condición de solapamiento garantiza que nuestras álgebras son 3-Koszul, en el sentido de Roland Berger, de la misma forma que las álgebras gentiles son de Koszul en el sentido clásico. De manera similar, la condición de no bifurcación implica que en cada flecha empieza (o termina) a lo sumo un camino saturado de relaciones, que es una de las características importantes de las álgebras gentiles. Nuestro resultado final es una descripción explícita de bases de todos los espacios de cohomología de Hochschild de nuestras álgebras en términos de ciertas configuraciones de caminos y relaciones en Q y Z , y son una extensión natural de los resultados obtenidos en [1].

Los resultados obtenidos son parte de la tesis de licenciatura de la segunda autora.

Trabajo en conjunto con Mariano Suárez-Álvarez (UBA / IMAS CONICET).

Referencias

- [1] C. Chaparro, S. Schroll, A. Solotar, M. Suárez-Álvarez, The Hochschild cohomology of gentle algebras. En preparación.

Algebra y Geometría - Comunicación

EL ESPECTRO DE CÓDIGOS CÍCLICOS IRREDUCIBLES Y GRAFOS DE PALEY GENERALIZADOS CARTESIANOS DESCOMPONIBLES

Denis Eduardo Videla Guzman

CIEM FaMAF UNC, Argentina

devidela@famaf.unc.edu.ar

Usando la caracterización de grafos de Paley generalizados cartesianos descomponibles, recientemente probado por G. Pearce y C. Praeger (ver [1]), calcularemos el espectro de su código cíclico irreducible asociado (ver [2]). Como aplicaciones, daremos fórmulas de reducción para el número de puntos racionales en curvas de Artin-Schreier, más precisamente curvas de Hasse-Davenport definidas sobre extensiones de cuerpos finitos. Esta charla se basa en un trabajo recientemente publicado (ver [3]).

Trabajo en conjunto con Ricardo Podestá (CIEM FAMAF UNC).

Referencias

- [1] G. Pearce, C. Praeger. Generalised Paley graphs with a product structure. *Ann. Comb.* 23 (2019) 171–182.
- [2] R.A. Podestá, D.E. Videla. Spectral properties of generalized Paley graphs and their associated irreducible cyclic codes. arXiv:1908.08097 (2019).
- [3] R.A. Podestá, D.E. Videla. The weight distribution of irreducible cyclic codes associated with decomposable generalized Paley graphs. *Adv. Math. Comm.* (2021), <http://dx.doi.org/10.3934/amc.2021002>

Algebra y Geometría - Comunicación

UN ENFOQUE MULTI FREY PARA RESOLVER LA ECUACIÓN $x^2 + 7y^6 = z^p$

Lucas Villagra Torcomian

Desde la prueba del último teorema de Fermat, distintas ecuaciones diofánticas han sido tratadas bajo el mismo método (el de modularidad). En [1], la ecuación $x^2 + dy^6 = z^p$ fue estudiada para valores arbitrarios de d y analizada con énfasis en los casos $1 \leq d \leq 7$ (ver $d = 1$ en [2] y $d = 3$ en [3]). Los casos $d = 5, 7$ presentan dificultades debido a la presencia de formas modulares que no pueden ser descartadas.

El objetivo de esta charla es mostrar el aporte de considerar 2 curvas de Frey en simultáneo en el método de modularidad, para poder así finalmente eliminar dichas formas modulares y resolver el caso $d = 7$.

Trabajo en conjunto con Franco Golfieri (CONICET - Universidad Nacional de Córdoba) y Ariel Pacetti (CIDMA - Universidad de Aveiro).

Referencias

- [1] Ariel Pacetti and Lucas Villagra Torcomian. Q-curves, hecke characters and some diophantine equations, 2020. Disponible en arXiv:2103.06965.
 - [2] Michael A. Bennett and Imin Chen. Multi-Frey Q-curves and the Diophantine equation $a^2 + b^6 = cn$. Algebra Number Theory, 6(4) 707–730, 2012.
 - [3] Angelos Koutsianas. On the generalized fermat equation $a^2 + 3b^6 = cn$. Bulletin of the Hellenic of Mathematical Society, 64 56–68, 2020
-

Análisis

Análisis - Comunicación

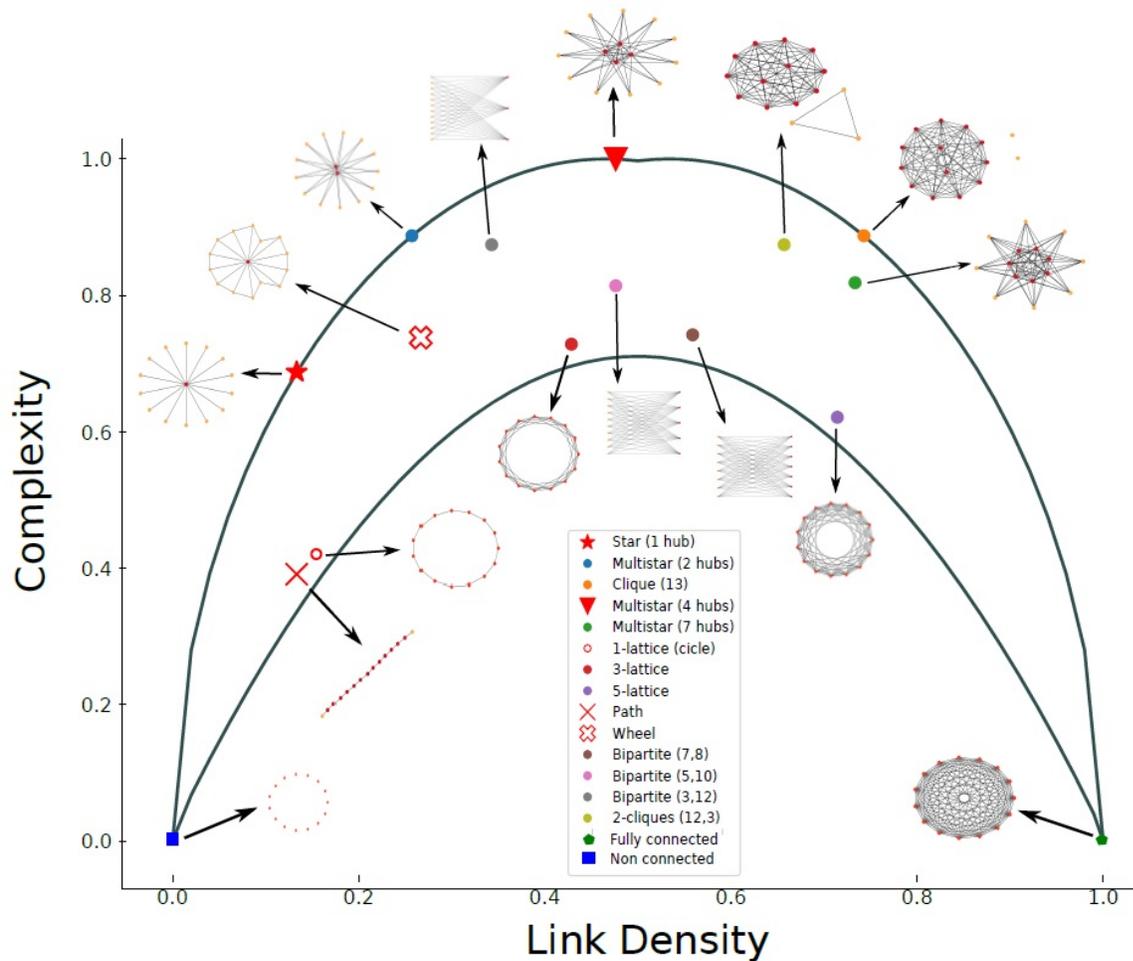
COMPLEJIDAD ESPECTRAL DE GRAFOS CON MEDIALUNAS

Hugo Aimar

IMAL, Argentina

haimar@santafe-conicet.gov.ar

Definimos una noción de complejidad de grafos no dirigidos basada en el espectro del operador de Laplace del grafo, por $C(G) = \|\bar{\lambda}_G - \bar{\lambda}_Z\| \|\bar{\lambda}_G - \bar{\lambda}_F\|$ donde Z es el grafo totalmente desconectado, F es el grafo totalmente conectado y $\bar{\lambda}_H$ es el vector de autovalores del Laplaciano en el grafo H . Recordamos que el operador de Laplace en el grafo H , cuya matriz de conectividad es W , está dado por $\Delta = W - D$ con $W = (w_{ij})$ una matriz con ceros en la diagonal y en todos los pares de nodos i y j no conectados y vale uno (1) en todos los pares de nodos conectados. D es la diagonal de los grados de cada nodo, i.e. $D = \text{diag}\{\delta(1), \dots, \delta(n)\}$ y $\delta(i) = \sum_j w_{ij}$. La densidad del grafo G (link density), $\rho(G)$ es el número total de aristas de G , que denotamos por m , dividido por el número total de aristas posibles que es $\frac{n(n-1)}{2}$. Así $\rho(G) = \frac{2m}{n(n-1)}$. En este trabajo probamos algunas propiedades básicas de la complejidad, determinamos empíricamente la forma básica en el plano de las variables (ρ, C) del continente de todos los grafos, su disposición en el plano de acuerdo a su estructura, las disposiciones de los grafos aleatorios clásicos en el continente y aplicamos el análisis a algunas señales de electroencefalografía de pacientes epilépticos. El mejor modo de representar las observaciones y resultados es el gráfico en forma de medialuna que describe la ubicación de los grafos clásicos (determinísticos).



Trabajo en conjunto con Diego Mateos (IMAL) y Federico Morana (IMAL).

Referencias

- [1] H. Aimar, I. Gómez, On generalized divergence and Laplace operators as a matter of division of distributions, IMAL Preprint 47 (<http://www.imal.santafe-conicet.gov.ar/publicaciones/preprints/2020-0047.pdf>), and arXiv-math <https://arxiv.org/abs/2010.02306>, 2020.
- [2] E. N. Gilbert, Random graphs, 1959.
- [3] D. Mateos, R. Wenberg, R. Guevara, J. L. Pérez Velazquez, Consciousness as a global property of dynamic activity, Physical Review E. 2017.

Análisis - Comunicación

MÉTRICAS ALEATORIAS EN GRAFOS. CONCENTRACIÓN.

Carlos Exequiel Arias
 IMAL, Argentina
 carias@santafe-conicet.gov.ar

La metrización de grafos ponderados es una herramienta importante en problemas de análisis de datos que ha adquirido cierta centralidad en el área, a partir de la introducción por Coifman y Lafon [1] de las llamadas métricas difusivas. La geometría en tal esquema no está dada a priori, sino que es una consecuencia del análisis de procesos de difusión basados en el Laplaciano del grafo. Puesto que la construcción

del operador de Laplace en el grafo, depende de las mediciones de afinidad entre sus vértices, y que tales mediciones pueden ser una muestra aleatoria de una población de interés, cuando esta teoría se aplica a problemas reales se tiene una familia aleatoria de grafos. O bien, si se quiere, una variable aleatoria valuada en los grafos ponderados. Resulta útil y aún importante en las aplicaciones estimar las desviaciones de la media para las métricas difusivas generadas aleatoriamente de esta manera. El siguiente enunciado resume algunos de los resultados obtenidos en esta dirección.

Teorema 1. Sea $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ un espacio de probabilidad. Sea $\mathcal{V} = \{1, \dots, n\}$ y $\mathcal{E} = \{\{i, j\} : i, j \in \mathcal{V}\}$. Para $\omega \in \Omega$ sea $g(\omega) = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, A(\omega))$ el grafo ponderado donde $A(\omega) = (A_{ij}(\omega))_{i=1, \dots, n; j=1, \dots, n}$ y las A_{ij} son variables aleatorias con $A_{ii} = 0$ y $A_{ij} = A_{ji}$. El Laplaciano asociado al grafo $g(\omega)$ esta dado por $\Delta_\omega f(i) = \sum_{j=1}^n A_{ij}(\omega)(f(i) - f(j))$. Sea $\Delta = \mathbb{E}\Delta_\omega$. Si las entradas $A_{ij}(\omega)$ de la matriz aleatoria son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con $A_{ij} - \mathbb{E}A_{ij}$ subgaussianas con factor de varianza ν (Ver [2]), entonces

$$\mathcal{P}\{\|\Delta_\omega f - \Delta f\| > t\} \leq \sum_{i=1}^n e^{-\frac{t^2}{2\nu n \|f - \bar{f}_i\|^2}},$$

donde $\bar{f}_i = (f_i, \dots, f_i)$, es decir el vector de \mathbb{R}^n cuyas componentes son todas iguales a la i ésima componente de f .

De este resultado se pueden obtener, bajo condiciones adecuadas de concentración en las $A_{ij}(\omega)$, estimaciones espectrales para la diferencia entre $\Delta_\omega \phi$ y $\lambda \phi$ si (λ, ϕ) es un par autovalor-autofunción para el Laplaciano promedio $\mathbb{E}\Delta_\omega$. Y de aquí, también, estimaciones para la métrica difusiva.

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (IMAL) y Diego Tomassi (UNL-CONICET).

Referencias

- [1] Coifman, R. R., Lafon, S. (2006). Diffusion maps. Applied and computational harmonic analysis, 21(1), 5-30.
- [2] Boucheron, S., Lugosi, G., Massart, P. (2013). Concentration inequalities: A nonasymptotic theory of independence. Oxford university press.

Análisis - Comunicación

BASES BIDEMOCRÁTICAS Y SUS CONEXIONES CON OTRAS BASES DE TIPO GREEDY.

Miguel Berasategui

Universidad de Buenos Aires / Imas-Conicet, Argentina
mberasategui@dm.uba.ar

Las aproximaciones no lineales surgen de la conveniencia de trabajar respecto de un sistema (“base”) que resulte más eficiente (que la aproximación lineal) en la transmisión de información. Así nace el concepto de algoritmo greedy introducido por Temlyakov [4] para el sistema trigonométrico, que fue rápidamente extendido a un contexto más general en espacios de Banach por Konyagin y Temlyakov [3]. El TGA (Thresholding Greedy Algorithm) da aproximaciones no lineales a vectores de un espacio a través de una serie cuyos coeficientes resultan estar ordenados (en valor absoluto) en forma decreciente. Este tipo de descripciones simplifica la caracterización de vectores con un orden de aproximación específico y permite generar estrategias para lograr buenas o mejores aproximaciones fijando el número de términos a usar: mejor m -aproximante.

En esta charla, basada en [1], nos enfocaremos en bases bidemocráticas en espacios quasi-Banach y su conexión con otros tipos de bases, en particular quasi-greedy y truncation quasi-greedy. Las bases bidemocráticas se deben a Dilworth, Kalton, Kutzarova y Temlyakov [2], y son centrales en el estudio

de la teoría de dualidad de bases greedy y quasi-greedy en espacios de Banach. Hasta ahora, la relación entre bidemocracia y ser quasi-greedy aparentaba ser muy estrecha, a tal punto que no se conocían bases bidemocráticas que no fueran quasi-greedy. En nuestro trabajo, probamos que no todas las bases bidemocráticas son quasi-greedy -incluso bajo la hipótesis de que sean bases de Schauder en espacios de Banach-, y construimos bases bidemocráticas no quasi-greedy en muchos espacios estudiados en este contexto como son los espacios de sucesiones de Lorentz. También usamos las propiedades de ser (parcialmente) democráticas y truncation quasi-greedy para caracterizar las bases bidemocráticas en espacios de Banach.

Finalmente, estudiamos la existencia de bases de Schauder condicionales bidemocráticas y quasi-greedy para funciones fundamentales arbitrarias, y caracterizamos todas las sucesiones que son funciones fundamentales de tales bases.

Trabajo en conjunto con Fernando Albiac (Universidad Pública de Navarra, España), José Luis Ansorena (Universidad de La Rioja, España), Pablo Berná (Universidad San Pablo Ceu, España) y Silvia Lassalle (Universidad de San Andrés e Imas/Conicet, Argentina).

Referencias

- [1] F. Albiac, J. L. Ansorena, M. Berasategui, P. M. Berná, S. Lassalle, Bidemocratic bases and their connections with other greedy-type bases, submitted (2021).
- [2] S. J. Dilworth, N. J. Kalton, D. Kutzarova, V. N. Temlyakov, The thresholding greedy algorithm, greedy bases, and duality, *Constr. Approx.* 19 (2003), 575–597.
- [3] S. V. Konyagin, V. N. Temlyakov; A remark on greedy approximation in Banach spaces, *East J. Approx.* 3 (1999), 365–379.
- [4] N. Temlyakov; Greedy Approximation and m-Term Trigonometric Approximation, *Constr. Approx.* V. 14, (1998), 569-587.

Análisis - Comunicación

NUEVAS DESIGUALDADES MIXTAS PARA OPERADORES MAXIMALES GENERALIZADOS Y APLICACIONES

Fabio Berra

Conicet - Universidad Nacional del Litoral, Argentina
fabioomb08@gmail.com

En 1985 E. Sawyer probó que si u y v son pesos en la clase A_1 de Muckenhoupt, entonces la desigualdad

$$uv \left(\left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{M(fv)(x)}{v(x)} > t \right\} \right) \leq \frac{C}{t} \int_{\mathbb{R}} |f(x)|u(x)v(x) dx$$

vale para todo t positivo, donde M denota al operador maximal de Hardy-Littlewood. Una de las motivaciones principales del estudio de desigualdades de este tipo yace en que las mismas permiten dar una prueba alternativa de la acotación de M en $L^p(w)$ cuando $1 < p < \infty$ y $w \in A_p$. Varias extensiones de este resultado para clases de pesos más generales y otros operadores fueron obtenidas por diferentes autores desde entonces.

En esta charla mostraremos desigualdades mixtas para operadores maximales asociados a funciones de Young. Concretamente, si $r \geq 1$, $u \in A_1$, $v^r \in A_\infty$ y Φ es una función de Young con ciertas propiedades entonces la desigualdad

$$uv^r \left(\left\{ x \in \mathbb{R}^n : \frac{M_\Phi(fv)(x)}{v(x)} > t \right\} \right) \leq C \int_{\mathbb{R}^n} \Phi \left(\frac{|f(x)|}{t} \right) u(x)v^r(x) dx$$

vale para todo t positivo.

Como aplicación de este resultado mostraremos, además, desigualdades mixtas para el operador maximal fraccionario generalizado $M_{\gamma, \Phi}$, donde $0 < \gamma < n$ y Φ es una función de Young de tipo $L \log L$.

Análisis - Comunicación

ACOTACIÓN DE OPERADORES MAXIMALES ASOCIADOS A UNA FUNCIÓN DE RADIO CRÍTICO EN ESPACIOS DE LEBESGUE DE EXPONENTE VARIABLE CON PESOS

Adrián Cabral

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Universidad Nacional del Nordeste, Argentina
cabral.ea@gmail.com

En este trabajo, nos ocupamos de la acotación en espacios de Lebesgue variables con pesos de algunos operadores maximales asociados a una función de radio crítico ρ , es decir, una función que satisface una condición del tipo

$$\rho(y) \lesssim \rho(x) \left(1 + \frac{|x-y|}{\rho(x)}\right)^{N_\rho},$$

para algún $N_\rho > 1$ y cualesquiera $x, y \in \mathbb{R}^d$.

Uno de los operadores que estudiamos es el operador maximal localizado M_ρ definido para $f \in L^1_{\text{loc}}$ como

$$M_\rho f(x) = \sup_{r \leq \rho(x)} \frac{1}{|B(x, r)|} \int_{B(x, r)} |f(y)| dy.$$

Este análisis aparece naturalmente en el contexto relacionado con el operador de Schrödinger $\mathcal{L} = -\Delta + V$ en \mathbb{R}^d , cuando el potencial V satisface una condición de tipo reverse Hölder. También permite obtener la acotación del operador maximal local de Hardy-Littlewood M^{loc} , en los espacios de Lebesgue de exponente variable con pesos locales.

Análisis - Comunicación

CONDICIÓN SUFICIENTE PARA UNA DESIGUALDAD TIPO FEFFERMAN-STEIN CON PESOS LOCALES

Federico Augusto Campos

IMAL, Argentina
raizdeacero@gmail.com

En [3], Yabuta demuestra, usando las ideas de Sawyer en [2], que una condición de pesos más grande que A_∞ es suficiente para la validez de la siguiente estimación de Fefferman-Stein:

$$\int_{\mathbb{R}^n} (Mf)^p w dx \leq C \int_{\mathbb{R}^n} (M^\# f)^p w dx,$$

para cualquier $f \in L^\infty$ con soporte compacto, donde M es el operador maximal de Hardy-Littlewood, $M^\#$ el operador maximal sharp, $1 < p < \infty$, y C es independiente de f . Esta condición es la condición \mathcal{C}_q , con $1 < p < q < \infty$, dada por Muckenhoupt en [1] para \mathbb{R} , y extendida por Sawyer en [2] a \mathbb{R}^n con

$n \geq 2$: w es un peso en \mathcal{C}_q si existen constantes $C \geq 1, \theta > 0$ tales que, para cualesquiera B , bola en \mathbb{R}^n , y $E \subset B$ medible Lebesgue, se tiene

$$\int_E w \, dx \leq C \left(\frac{|E|}{|B|} \right)^\theta \int_{\mathbb{R}^n} (M\chi_B)^q w \, dx.$$

En nuestro contexto consideraremos un espacio métrico (X, d) con la propiedad de homogeneidad débil, y un abierto propio $\Omega \subset X$ tal que las bolas contenidas en él son conjuntos conexos. Para cada $\beta \in (0, 1)$, se tomará la familia de bolas $\mathcal{F}_\beta = \{B(x, r) : x \in \Omega, 0 < r \leq \beta d(x, \Omega^c)\}$. Además, Ω estará provisto de una medida de Borel μ duplicante sobre alguna familia \mathcal{F}_β . Ahora, si $f \in L^1_{loc}(\Omega)$, se define la función maximal β -local de f con respecto a μ como

$$\mathcal{M}_\beta f(x) = \sup_{B \in \mathcal{F}_\beta : x \in B} \frac{1}{\mu(B)} \int_B |f| d\mu.$$

Se dirá que $w \geq 0$, en casi todo punto de Ω , es un peso \mathcal{C}_p^β , con $0 < p < \infty$, si existen constantes $C \geq 1, \theta > 0$ tales que, para cualesquiera $B \in \mathcal{F}_\beta$ y $E \subset B$ medible, se tiene

$$\int_E w \, d\mu \leq C \left(\frac{\mu(E)}{\mu(B)} \right)^\theta \int_\Omega (\mathcal{M}_\beta \chi_B)^p w \, d\mu.$$

Tambien, para $f \in L^1_{loc}(\Omega)$, se define la función maximal sharp β -local de f con respecto a μ como

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_\beta^\# f(x) = & \sup_{B=B(\xi, r) : d(\xi, x) < r < \beta d(\xi, \Omega^c)} \frac{1}{\mu(B)} \int_B |f - f_B| d\mu \\ & + \sup_{\xi \in \Omega : d(\xi, x) < \beta d(\xi, \Omega^c)} \frac{1}{\mu(B(\xi, \beta d(\xi, \Omega^c)))} \int_{B(\xi, \beta d(\xi, \Omega^c))} |f| d\mu. \end{aligned}$$

Entonces, bajo la suposición de que el espacio métrico (X, d) tiene la propiedad de que para ciertas intersecciones de bolas hay una dilatación de una bola dentro de la intersección que contiene a una de ellas (lo cual \mathbb{R}^n lo verifica), que con la medida μ hay diferenciación de Lebesgue en Ω , y que tal medida tiene una cierta propiedad de duplicación inferior, a saber, existen $C_\beta \geq 1, \theta_\beta > 0$ tales que, $\forall t \geq 1, \forall B \in \mathcal{F}_\beta$,

$$t^{\theta_\beta} \mu(t^{-1}B) \leq C_\beta \mu(B);$$

nuestro principal resultado a obtener es el siguiente:

Teorema 1: Sean $1 < p < q < \infty, \beta \in (0, 1), \gamma$ convenientemente menor que β, γ' convenientemente menor que γ , y $w \in \mathcal{C}_q^\gamma$. Entonces, existe $C > 0$ tal que

$$\int_\Omega (\mathcal{M}_{\gamma'} f)^p w \, d\mu \leq C \int_\Omega (\mathcal{M}_\beta^\# f)^p w \, d\mu$$

para cualquier $f \in L^\infty(\Omega, \mu)$ con soporte en una bola de $\mathcal{F}_{\gamma'}$.

Tambien, aplicaremos la estimación tipo Fefferman-Stein local hallada para obtener una desigualdad pesada para integrales singulares locales: T es un operador integral singular β -local si

1. T es lineal y acotado sobre $L^2(\Omega)$;
2. hay un núcleo $K : \Omega \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ tal que, $\forall f \in L^\infty_c(\Omega)$,

$$Tf(x) = \int_\Omega K(x, y) f(y) d\mu(y),$$

para casi todo $x \notin \text{sop}(f)$, y $Tf(x) = 0$ si $x \in \Omega$ es tal que $\text{sop}(f) \cap B(x, \beta d(x, \Omega^c)) = \emptyset$;

3. existen constantes positivas C, δ tales que, si $x, y \in \Omega$ son distintos, se tienen

$$(i) \quad |K(x, y)| \leq C\mu(B(x, d(x, y)))^{-1};$$

$$(ii) \quad |K(x, y) - K(x', y)| + |K(y, x) - K(y, x')|$$

$$\leq C\mu(B(x, d(x, y)))^{-1} \left(\frac{d(x, x')}{d(x, y)} \right)^\delta$$

siempre que $d(x, y) > 2d(x, x')$.

Teorema 2: Sean $\beta \in (0, 1)$, γ convenientemente menor que β , γ' convenientemente menor que γ , y $w \in \mathcal{C}_q^{\gamma'}$, con $1 < p < q < \infty$. Entonces, si T es un operador integral singular γ -local, existe $C > 0$ tal que, $\forall f \in L_c^\infty(\Omega)$ con soporte en una bola de $\mathcal{F}_{\gamma'}$, se tiene

$$\int_{\Omega} |Tf|^p w \, d\mu \leq C \int_{\Omega} (\mathcal{M}_\beta f)^p w \, d\mu.$$

Trabajo en conjunto con Oscar Salinas (IMAL-FIQ) y Beatriz Viviani (IMAL-FIQ).

Referencias

- [1] B Muckenhoupt. Norm inequalities relating the Hilbert transform to the Hardy-Littlewood maximal function. - Functional analysis and approximation, 1981 - Springer
- [2] E Sawyer. Norm inequalities relating singular integrals and the maximal function. *Studia Mathematica* 75 (1983): 253-263.
- [3] K Yabuta. Sharp maximal function and C_p condition. - *Archiv der Mathematik*, 1990 - Springer

Análisis - Comunicación

DESIGUALDADES MIXTAS PARA CONMUTADORES CON SÍMBOLO MULTILINEAL

Marilina Carena

CONICET- FIQ, Universidad Nacional del Litoral, Argentina, Argentina
marilcarena@gmail.com

El problema de caracterizar funciones no negativas w para las cuales el operador maximal de Hardy-Littlewood M está acotado en $L^p(w)$, para $1 < p < \infty$, fue resuelto primero por [5] y dio origen a las conocidas clases A_p . Algunos años después, buscando una prueba alternativa del teorema de Muckenhoupt, Sawyer probó en [7] que la desigualdad

$$uv \left(\left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{M(fv)(x)}{v(x)} > t \right\} \right) \leq \frac{C}{t} \int_{\mathbb{R}} |f(x)|u(x)v(x) \, dx$$

vale si u y v pertenecen a A_1 , para todo t positivo. Notar que esta desigualdad puede ser vista como una generalización del tipo débil (1, 1) de M , que corresponde al caso $v = 1$, caracterizada por pesos en A_1 . Así, el teorema de Muckenhoupt puede ser obtenido combinando esta desigualdad con técnicas de interpolación y el teorema de factorización de Jones.

Nos referiremos a este tipo de desigualdades como “mixtas” porque incluyen dos pesos distintos.

Una extensión de esta desigualdad fue probada en [3], donde se demuestra que si u y v satisfacen o bien $u, v \in A_1$; o $u \in A_1$ y $v \in A_\infty(u)$, entonces se tiene que

$$uv \left(\left\{ x \in \mathbb{R}^n : \frac{|\mathcal{T}(fv)(x)|}{v(x)} > t \right\} \right) \leq \frac{C}{t} \int_{\mathbb{R}^n} |f(x)|u(x)v(x) \, dx$$

para todo t positivo, donde \mathcal{T} es o bien M , o bien un operador de Calderón-Zygmund (OCZ).

Resultados más generales fueron probados en [4] y en [1] considerando condiciones más débiles sobre los pesos, dadas por $u \in A_1$ y $v \in A_\infty$. El primero involucra el operador M , mientras que el segundo considera el operador maximal generalizado M_Φ asociado a una función de Young Φ con ciertas propiedades adicionales.

Por otro lado, en [2] se probaron desigualdades mixtas para conmutadores de orden m de OCZ. Más precisamente, dados $u \in A_1$, $v \in A_\infty(u)$, $b \in \text{BMO}$, $m \in \mathbb{N}$ y un OCZ T , la desigualdad

$$uv \left(\left\{ x \in \mathbb{R}^n : \frac{|T_b^m(fv)(x)|}{v(x)} > t \right\} \right) \leq C \int_{\mathbb{R}^n} \Phi \left(\frac{\|b\|_{\text{BMO}}^m |f(x)|}{t} \right) u(x)v(x) dx$$

vale para todo $t > 0$, donde $\Phi(t) = t(1 + \log^+ t)^m$. Notar que la condición $v \in A_\infty(u)$ implica que tanto uv como v pertenecen a A_∞ . Por otro lado, cuando $v = 1$, la desigualdad fue probada por Pérez en [6].

El objetivo de esta charla es presentar desigualdades mixtas para conmutadores de OCZ con símbolo multilinear. Concretamente, sean $m \in \mathbb{N}$ y $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_m)$ un símbolo vectorial con cada componente $b_i \in \text{Osc}_{\text{exp } L^{r_i}}$, con $r_i \geq 1$. Recordemos que, dados $r \geq 1$ y $b \in L_{loc}^1$, decimos que $b \in \text{Osc}_{\text{exp } L^r}$ si

$$\|b\|_{\text{Osc}_{\text{exp } L^r}} = \sup_Q \|b - b_Q\|_{\text{exp } L^r, Q} < \infty,$$

donde Q denota cualquier cubo \mathbb{R}^n con lados paralelos a los ejes coordenados, b_Q es el promedio de b sobre Q y $\|g\|_{\varphi, Q}$ denota un φ -promedio de Luxemburg. Notar que $\text{Osc}_{\text{exp } L^1} = \text{BMO}$. Probamos que si $u \in A_1$ y $v \in A_\infty(u)$ entonces la desigualdad

$$uv \left(\left\{ x \in \mathbb{R}^n : \frac{|T_{\mathbf{b}}(fv)(x)|}{v(x)} > t \right\} \right) \leq C \int_{\mathbb{R}^n} \Phi \left(\|\mathbf{b}\| \frac{|f(x)|}{t} \right) u(x)v(x) dx$$

vale para todo $t > 0$, donde $\Phi(t) = t(1 + \log^+ t)^r$, con $1/r = \sum_{i=1}^m 1/r_i$.

Consideramos además operadores de tipo convolución con núcleos satisfaciendo propiedades de regularidad más débiles que los OCZ.

Trabajo en conjunto con Fabio Berra (CONICET- FIQ, Universidad Nacional del Litoral, Argentina) y Gladis Pradolini (CONICET- FIQ, Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Referencias

- [1] F. Berra, From A_1 to A_∞ : *New mixed inequalities for certain maximal operators*, *Potential Anal.* (2021, *inpress*).
- [2] F. Berra, M. Carena, and G. Pradolini, Mixed weak estimates of Sawyer type for commutators of generalized singular integrals and related operators, *Michigan Math. J.* 68 (2019), no. 3, 527-564.
- [3] D. Cruz-Uribe, J. M. Martell, and C. Pérez, Weighted weak-type inequalities and a conjecture of Sawyer, *Int. Math. Res. Not.* (2005), no. 30, 1849–1871
- [4] K. Li, S. Ombrosi, and C. Pérez, Proof of an extension of E. Sawyer’s conjecture about weighted mixed weak-type estimates, *Math. Ann.* 374 (2019), no. 1-2, 907-929.
- [5] B. Muckenhoupt, Weighted norm inequalities for the Hardy maximal function, *Trans. Amer. Math. Soc.* 165 (1972), 207-226.
- [6] C. Pérez, Endpoint estimates for commutators of singular integral operators, *J. Funct. Anal.* 128 (1995), no. 1, 163-185.
- [7] E. Sawyer, A weighted weak type inequality for the maximal function, *Proc. Amer. Math. Soc.* 93 (1985), no. 4, 610-614.

ERROR ASINTÓTICO Y MEJOR APROXIMACIÓN LOCAL MULTIPUNTUAL DESDE NUEVAS CLASES APROXIMANTES.

Nicolás Cortés

Facultad de Cs. Físico Matemáticas y Naturales, UNSL/IMASL Instituto de Matemática Aplicada San Luis, Argentina
nicocortes@gmail.com

En este trabajo estudiamos problemas de mejor aproximación local y convergencia del error asintótico multipuntual desde clases aproximantes no estudiadas anteriormente. Para ello, dados un conjunto de puntos $x_1 < \dots < x_k$ en un intervalo abierto I y un entero $m \geq 0$, trabajamos con una clase aproximante de la forma

$$\mathcal{A} \circ g = \{p \circ g : p \in \mathcal{A}\},$$

donde \mathcal{A} es un subespacio de polinomios tal que $\pi^{(m+1)k-1} \subseteq \mathcal{A} \subseteq \pi^{(m+2)k-1}$ (π^n denota el espacio de los polinomios de grado menor o igual que n) y g es una función de clase C_I^{m+2} tal que $g'(x_i) \neq 0$ para $i = 1, \dots, k$ y $g(x_i) \neq g(x_j)$ si $i \neq j$.

Para estudiar la distancia entre dos funciones reales definidas en entornos de estos k puntos definimos $L(h)$ como la función vectorial

$$L(h)(x) = (h(x_1 + x), \dots, h(x_k + x))$$

y, para $\varepsilon > 0$ pequeño y $|t| \leq 1$, denotamos

$$L^\varepsilon(h)(t) = L(h)(\varepsilon t).$$

Trabajamos entonces con una red de seminormas monótonas $\{\|\cdot\|_\varepsilon\}_{0 \leq \varepsilon < \delta}$ definidas sobre un espacio de funciones medibles de $[-1, 1]$ en \mathbb{R}^k convergentes a una norma $\|\cdot\|_0$ sobre los polinomios vectoriales en el subespacio

$$\pi_k^{m+1} = \{(p_1, \dots, p_k) : p_1, \dots, p_k \in \pi^{m+1}\}.$$

Así, si para $\varepsilon > 0$ pequeño, p_ε denota un polinomio en \mathcal{A} que realiza el ínfimo

$$\inf_{p \in \mathcal{A}} \left\| \left((f - p \circ g)(x_1 + \varepsilon \cdot), \dots, (f - p \circ g)(x_k + \varepsilon \cdot) \right) \right\|_\varepsilon,$$

estudiamos la convergencia cuando $\varepsilon \rightarrow 0$ de la función error asintótico multipuntual

$$E_{p_\varepsilon}(f)(t) = \frac{L^\varepsilon(f - p_\varepsilon \circ g)(t)}{\varepsilon^{m+1}}$$

asociada a p_ε y de su seminorma

$$\|E_{p_\varepsilon}(f)\|_\varepsilon.$$

Esta última tiende al ínfimo

$$\inf_{q \in \mathcal{A}_0, P \in \pi_k^m} \mathcal{N}_f(q, P),$$

donde $\mathcal{N}_f(q, P)$ es una distancia en norma $\|\cdot\|_0$ entre un $P \in \pi_k^m$ y otro polinomio en π_k^{m+1} determinado por f , g y un polinomio variable q perteneciente a cierto subespacio $\mathcal{A}_0 \subseteq \mathcal{A}$. Asimismo, las funciones $E_{p_\varepsilon}(f)$ convergen si un único par $(q, P) \in \mathcal{A}_0 \times \pi_k^m$ realiza dicho ínfimo. En este caso, el estudio del límite de la función error asintótico nos permite demostrar la existencia del límite $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} p_\varepsilon \circ g$, de modo que el problema de mejor aproximación local multipuntual desde la clase $\mathcal{A} \circ g$ tiene solución.

Trabajo en conjunto con Felipe Zó (Universidad Nacional de San Luis).

Referencias

- [1] Zó F, Cuenya H. Best Approximation on Small Regions: A General Approach. Advanced Courses Of Mathematical Analysis II, 193-213. World Scientific. 2007.
- [2] Macías RA, Zó F. Weighted Best Lp Approximation. Journal of Approximation Theory, 42 (2):181-192. Elsevier. 1984.
- [3] Chui CK, Shisha O, Smith PW. Best Local Approximation. Journal of Approximation Theory, 15: 371-381. Elsevier. 1975.

Análisis - Comunicación

LAS TRANSFORMADAS DE RIESZ NUEVAS SOBRE $L^{p(\cdot)}(\mathbb{R}^d, \gamma_d)$.

Estefanía Dalmasso

IMAL - CONICET - UNL, Argentina

edalmasso@santafe-conicet.gov.ar

En primera instancia, daremos condiciones suficientes sobre las funciones exponentes $p : \mathbb{R}^d \rightarrow [1, \infty)$ para la acotación de la maximal gaussiana no centrada sobre $L^{p(\cdot)}(\mathbb{R}^d, \gamma_d)$, siendo γ_d la medida gaussiana d -dimensional. Posteriormente, mostraremos cuáles son las condiciones en p para obtener la acotación en estos espacios para las transformadas de Riesz nuevas de orden superior, asociadas al operador de Ornstein-Uhlenbeck. Estas transformadas son las extensiones naturales de las correspondientes transformadas de primer orden definidas por A. Nowak y K. Stempak (J. Fourier Anal. Appl., 12(6):675–711, 2006).

Trabajo en conjunto con Roberto Scotto (Facultad de Ingeniería Química, Universidad Nacional del Litoral, Argentina).

Análisis - Comunicación

ESPACIOS DE HARDY DE SERIES DE DIRICHLET Y SUS TRASLACIONES.

Tomás Ariel Fernández Vidal

Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET, Argentina

tfernandezvidal@gmail.com

Los espacios de Hardy H_p son parte fundamental del reciente desarrollo del estudio de series de Dirichlet. Dada una serie de Dirichlet con coeficientes a_n , su traslación t -ésima es la serie de Dirichlet cuyos coeficientes son a_n/n^t . En la línea iniciada por Bonet, consideramos el espacio de series de Dirichlet cuyas traslaciones pertenecen a un cierto H_p . En estos espacios se define de forma natural una topología Fréchet. Estudiaremos algunas propiedades de estos espacios y, si el tiempo lo permite, analizaremos los operadores de composición definidos entre ellos.

Trabajo en conjunto con Pablo Sevilla Peris (Universitat Politècnica de València, España), Daniel Galicer (Universidad de Buenos Aires, Argentina) y Martín Mereb (Universidad de Buenos Aires, Argentina).

Análisis - Comunicación

SOBRE UNA EXTENSIÓN DE LA $crCR$ -INVERSA DE RAO Y MITRA.

David Eduardo Ferreyra

UNRC-CONICET-FCEFQyN, Argentina

deferreyra@exa.unrc.edu.ar

En el año 2011, Mary [3] definió la inversa a lo largo de un elemento, que contiene como casos particulares a las bien conocidas inversas de Moore-Penrose y de Drazin. En 2012, Drazin [1] introdujo las llamadas (b, c) -inversas que a su vez son más generales que las inversas a lo largo de un elemento. Ambos tipos de inversas generalizadas fueron definidas en el contexto de simigrupos y anillos abstractos. En un trabajo reciente, Rakic´ [4] probó que la $crCR$ -inversa de Rao y Mitra [5] (introducida en los años 70) es una precursora de la (b, c) -inversa, y de hecho en el caso matricial resultan equivalentes. El objetivo de esta charla es mostrar una extensión de la $crCR$ -inversa de Rao y Mitra para el caso matricial, que a su vez permite unificar de manera natural las definiciones de las inversas generalizadas clásicas como así también de las estudiadas recientemente en la literatura.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por Universidad Nacional de Río Cuarto (Grant PPI 18/C559), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Grant Resol. Nro. 135/19), CONICET (Grant PIP 112-201501-00433CO) y ANPCyT (Grant PICT 2018-03492)

Referencias

- [1] M.P. Drazin, A class of outer generalized inverses, *Linear Algebra Appl.*, 436 (2012) 1909-1923.
- [2] D.E. Ferreyra, An extension of the Rao and Mitra's constrained inverse, (2021), Preprint.
- [3] X. Mary, On generalized inverses and Green's relations, *Linear Algebra Appl.*, 434 (2011) 1836-1844.
- [4] D.S. Rakic´, A note on Rao and Mitra's constrained and Drazin's (b,c) -inverse, *Linear Algebra Appl.*, 523 (2017) 102-108.
- [5] C.R. Rao, S.K. Mitra, Generalized inverse of a matrix and its application, *Proc. Sixth Berkeley Symp on Math. Statist. and Prob.*, 1 (1972) 601-620.

Análisis - Comunicación

EXTENSIÓN DEL OPERADOR DE MEJOR APROXIMACIÓN POLINOMIAL EN ESPACIOS DE ORLICZ-LORENTZ.

María Inés Gareis

Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería, Argentina
marygareis@ing.unlpam.edu.ar

Sea M_0 la clase de todas las funciones medibles Lebesgue definidas sobre $[0, a)$, $0 < a < \infty$, con valores en la recta extendida \mathbb{R}^* . Como es usual, para $f \in M_0$ denotemos su reordenamiento decreciente por f^* . Sean $\phi : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, una función convexa, diferenciable, con $\phi(0) = 0$, $\phi(t) > 0$ si $t > 0$, y $w : (0, a) \rightarrow (0, \infty)$, una función peso, decreciente y continua.

Para $f \in M_0$, sea $\Psi_{w,\phi}(f) = \int_0^a \phi(f^*(t))w(t)dt$. Denotemos por $\Lambda_{w,\phi}$ al espacio de Orlicz-Lorentz definido por

$$\{f \in M_0 : \Psi_{w,\phi}(rf) < \infty \text{ para todo } r > 0\},$$

y por $\Lambda_{w,\phi'}$ al espacio definido análogamente, donde ϕ' es la derivada de la función ϕ .

En este contexto, definimos el operador de mejor aproximación polinomial para funciones de $\Lambda_{w,\phi}$ y extendemos la definición para funciones de $\Lambda_{w,\phi'}$ cuando ϕ no es una función de Orlicz, esto es, $\phi'_+(0) > 0$ o ϕ' es una función acotada superiormente. También, mostramos algunas propiedades del operador extendido. Cabe destacar que estos resultados extienden aquellos publicados recientemente en [1] cuando ϕ es una función de Orlicz.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por Universidad Nacional de Río Cuarto (Grant PPI 18/C559), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Grant Resol. Nro. 165/18), CONICET (Grant PIP 112-201501-00433CO) y ANPCyT (Grant PICT 2018-03492)

Trabajo en conjunto con David Eduardo Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCE-FQyN, Argentina), Federico Dario Kovac (Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería, Argentina) y Fabián Eduardo Levis (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina).

Referencias

[1] D.E. Ferreyra, M.I. Gareis, F.E. Levis, Extended Best Polynomial Approximation Operator in Orlicz-Lorentz Spaces, Math. Nachr. (2021). In press.

Análisis - Comunicación

CUADRADOS MÍNIMOS INDEFINIDOS CON UNA RESTRICCIÓN CUADRÁTICA

Santiago Gonzalez Zerbo

Instituto Argentino de Matemática “Alberto Calderón”, Argentina
sgzerbo@fi.uba.ar

Presentaremos el análisis de un problema de cuadrados mínimos indefinidos con una restricción cuadrática no convexa. Dados un espacio de Hilbert \mathcal{H} , y espacios de Krein \mathcal{K} y \mathcal{E} , consideremos dos operadores lineales $T : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{K}$ (de rango cerrado), y $V : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{E}$ (suryectivo). Dado un punto $(w_0, z_0) \in \mathcal{K} \times \mathcal{E}$, nos interesa analizar la existencia del mínimo de la forma cuadrática indefinida

$$G(x) = [Tx - w_0, Tx - w_0]_{\mathcal{K}}, \quad \text{con la condición } [Vx - z_0, Vx - z_0]_{\mathcal{E}} = 0,$$

y, en caso de que exista, hallar los puntos donde el mínimo es alcanzado. Este problema es un problema de optimización donde tanto la función objetivo a minimizar como la restricción no son convexas.

Presentaremos aquí condiciones suficientes para que este problema admita solución para todo punto. Bajo estas condiciones mostraremos que este problema puede describirse equivalentemente como un problema de minimización de distancias en un cierto espacio de Hilbert, y describiremos la estructura del conjunto de soluciones. Este conjunto resulta ser una variedad afín en un caso genérico. En el resto de los casos, el conjunto de soluciones puede describirse explícitamente como un anillo determinado por la norma de un cierto operador, facilitando su interpretación geométrica.

Trabajo en conjunto con Alejandra Maestriperi (FIUBA, IAM, Argentina) y Francisco Martínez Pería (CMaLP, IAM, Argentina).

Análisis - Comunicación

EXPANSIÓN DE TAYLOR PARA FUNCIONES TIPO ORLICZ-SOBOLEV Y SU APLICACIÓN A MEJOR APROXIMACIÓN

Federico Dario Kovac

Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería, Argentina
kovacf@ing.unlpam.edu.ar

Sean $L_{\text{loc}}^{\varphi}(\mathbb{R}^n)$ un espacio de tipo Orlicz local y $B(x_0, \epsilon)$ la bola abierta centrada en $x_0 \in \mathbb{R}^n$ y radio $\epsilon > 0$. En esta charla mostramos desigualdades que estiman el error cometido en la expansión de Taylor alrededor

de x_0 en el sentido L^φ para una función con derivadas débiles en $L_{loc}^\varphi(\mathbb{R}^n)$ (función de tipo Orlicz-Sobolev). Como consecuencia, probamos que una función de tipo Orlicz-Sobolev puede ser expandida en una serie de Taylor finita en casi todo punto de \mathbb{R}^n . En particular, esto proporciona una generalización de un resultado bien conocido en L^p dado por Calderón y Zygmund. También presentamos una aplicación de nuestros resultados a mejor L^Φ -aproximación, donde $\Phi(t) = \int_0^t \varphi$. Más precisamente, vemos que los coeficientes de los polinomios de mejor L^Φ -aproximación extendida a una función de tipo Orlicz-Sobolev sobre $B(x_0, \epsilon)$ convergen cuando ϵ tiende a cero a las derivadas débiles de dicha función en x_0 , para casi todo punto $x_0 \in \mathbb{R}^n$.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por Universidad Nacional de Río Cuarto (Grant PPI 18/C559), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Grant Resol. Nro. 165/18), CONICET (Grant PIP 112-201501-00433CO) y ANPCyT (Grant PICT 2018-03492).

Trabajo en conjunto con Fabián Eduardo Levis (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCE-FQyN, Argentina).

Análisis - Comunicación

DESIGUALDADES MAXIMALES EN ESPACIOS DE ORLICZ

Rosa Alejandra Lorenzo

Instituto de Matemática Aplicada San Luis (IMASL), Universidad Nacional de San Luis, Argentina
rlorenzo77@gmail.com

Sea Φ la clase de todas las N -funciones $\varphi : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$. Sea Ω un subconjunto medible y acotado de \mathbb{R}^n . Para cada $\varphi \in \Phi$, definimos el espacio de las funciones medibles Lebesgue f definidas sobre Ω .

$$L^\varphi(\Omega) = \{f \text{ medibles} : \int_{\Omega} \varphi(\lambda|f(x)|)dx < \infty, \text{ para algún } \lambda > 0\},$$

donde dx es la medida de Lebesgue sobre \mathbb{R}^n .

Dada una función $f \in L^\varphi(\Omega)$, definimos como $\mu_\varphi(f)$, el conjunto de mejores aproximantes por polinomios a la función f . Es decir, un polinomio P es un mejor aproximante de f si y sólo si, se cumple

$$\int_{\Omega} \varphi(|f(x) - P|)dx = \inf_{Q \in \Pi^m} \int_{\Omega} \varphi(|f(x) - Q|)dx,$$

donde Π^m es el espacio de los polinomios algebraicos, definidos sobre \mathbb{R}^n de grado a lo sumo m y tal que $\Pi^m \subset L^\varphi(\Omega)$.

En este trabajo obtenemos una extensión del trabajo de [1] al considerar funciones φ sin condiciones de suavidad como la siguiente desigualdad

$$\psi^+ \left(\frac{a_0^*(f)}{C} \right) \leq KM\psi^+(|f|)(x)$$

donde $f \in L_{loc}^{\psi^+}(\mathbb{R}^n)$ tiene derivadas continuas $\partial^\alpha f$ para $1 \leq |\alpha| \leq m$, la función maximal $a_\alpha^*(f)(x) = \sup_{\epsilon > 0} |a_\alpha(x, \epsilon)|$ para $0 \leq |\alpha| \leq m$ y ψ^+ denota la deriva por derecha de la función φ .

Trabajo en conjunto con Sergio Favier (Instituto de Matemática Aplicada San Luis (IMASL), Universidad Nacional de San Luis).

Referencias

[1] S. Acinas, S. Favier, F.Zó, Inequalities for extended best polinomial approximation operator in Orlicz Spaces. Acta Mathematica Sinica, 35: 185-203, 2019.

Análisis - Comunicación

ESTIMACIONES CUANTITATIVAS CON PESOS MATRICIALES PARA CIERTOS OPERADORES SINGULARES INTEGRALES

Pamela Anahí Muller

Departamento de Matemática - INMABB (CONICET) UNS, Argentina
pamelaanahimuller@gmail.com

En esta charla presentaremos algunas estimaciones cuantitativas con pesos matriciales para extensiones vectoriales de operadores $L^{r'}$ -Hörmander e integrales singulares rough. Para obtener dichas estimaciones nos apoyamos en resultados de tipo convex body domination, que resultan ser la adaptación más adecuada conocida por ahora de las técnicas de dominación sparse en este contexto.

Trabajo en conjunto con Israel Pablo Rivera Ríos (Departamento de Matemática - INMABB (CONICET) UNS).

Referencias

[1] Muller, Pamela A.; Rivera-Ríos, Israel P.; Quantitative matrix weighted estimates for certain singular integral operators (2021) arXiv:2103.13345v15v1

Análisis - Comunicación

SOBRE UN TEOREMA DE METRIZACIÓN ASOCIADO A NÚCLEOS DE AFINIDAD SOBRE ESPACIOS DE MEDIDA.

Luis Nowak

UNCo-IITCI (Dpto. Matemática (FaEA), Universidad Nacional del Comahue-CONICET), Argentina
luisenlitoral@yahoo.com.ar

En este trabajo presentamos, asociado a una familia \mathfrak{K} de núcleos $K : X \times X \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ con ciertas propiedades, un teorema de metrización para espacios de medida σ -finita, (X, \mathfrak{F}, μ) . Más aún, bajo alguna condición adicional en términos de control sobre medidas de conjuntos de nivel de los núcleos en \mathfrak{K} , a partir de dicho resultado de metrización obtenemos que existe una casi métrica δ sobre X inducida por la familia \mathfrak{K} de manera que (X, δ, μ) es un espacio de tipo homogéneo.

Como corolario, resultados clásicos del Análisis Armónico válidos en espacios de tipo homogéneo, pueden describirse en base a familias de núcleos y desarrollar así una teoría asociada a núcleos sin apelar a nociones métricas del espacio subyacente. Esto incluye, por ejemplo, el estudio de temas relacionados a operadores de tipo maximal de Hardy-Littlewood inducidos por familias de núcleos, sus pesos de Muckenhoupt asociados, espacios BMO y Lipschitz.

Los resultados centrales de metrización de este trabajo están contenidos en los siguientes enunciados.

Teorema:

Sea X un conjunto, (X, \mathfrak{F}, μ) un espacio de medida σ -finita y \mathfrak{K} una familia de núcleos $K : X \times X \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ medibles simétricos. Supóngase que la familia \mathfrak{K} satisface que si $K, K' \in \mathfrak{K}$ y $\lambda > 0$, existe $\theta > 0$ tal que $\{K > \lambda\} = \{K' > \theta\}$. Supóngase además que para algún $K_0 \in \mathfrak{K}$ se tiene que

(a) $K_0(x, x) = +\infty$, para todo $x \in X$,

(b) existe $0 < \nu < 1$ tal que $K_0(x, y) > \lambda$ y $K_0(y, z) > \lambda$ implican que $K_0(x, z) > \nu\lambda$.

Sea $\alpha = \frac{\log 2}{\log \nu}$ y para cada $r > 0$ consideremos $V(r) = \{(x, y) \in X \times X : K_0(x, y) > r^{1/\alpha}\}$.

Entonces $\delta(x, y) = \inf\{r > 0 : (x, y) \in V(r)\}$ es una casi métrica sobre X y además se tiene que $\{(x, y) \in X \times X : \delta(x, y) < r\} \subseteq V(r) \subseteq \{(x, y) \in X \times X : \delta(x, y) < 2r\}$.

Corolario:

Sea X un conjunto, (X, \mathfrak{F}, μ) un espacio de medida σ -finita y \mathfrak{K} una familia de núcleos $K : X \times X \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ medibles simétricos que satisface las hipótesis del teorema anterior con $K_0 \in \mathfrak{K}$ verificando (a) y (b). Supongamos además que para K_0 existen constantes $M > 1$ y $A \geq 1$ tales que

$$\mu(\{y \in X : K_0(x, y) > \frac{\lambda}{M}\}) \leq A\mu(\{y \in X : K_0(x, y) > \lambda\}).$$

Entonces (X, δ, μ) es un espacio de tipo homogéneo, donde δ es la casi métrica dada por el teorema anterior.

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral) y Ivana Gómez (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral).

Referencias

- [1] Hugo Aimar and Ivana Gómez, Affinity and distance. On the Newtonian structure of some data kernels, Anal. Geom. Metr. Spaces (6) (2018), 89–95.
 [2] Hugo Aimar, Ivana Gómez and Luis Nowak, Affinity kernels on measure spaces and maximal operators, Rev. UMA. In press. (2021).

Análisis - Comunicación

UN EXTENSIÓN DEL OPERADOR DE ANTAGANA - BALEANU VÍA LA FUNCIÓN k - MITTAG - LEFFLER

Nelson Ricardo Ojeda

Universidad Nacional de Formosa, Argentina
 ojeda.7nel@gmail.com

En los últimos años, los investigadores que incursionan el Calculo Fraccional (CF) [4, 5], han propuesto nuevos modelos fraccionarios al modificar o cambiar el núcleo de los operadores clásicos. Estos nuevos operadores son estudiados en detalle en [7, 8]. La motivación detrás de tales propuestas se relaciona con los diversos datos reales correspondientes a diferentes sistemas complejos que requieren diferentes núcleos. Por ejemplo, en 2016 fué propuesto el modelo fraccional de Atangana-Baleanu (AB) [1] y se basa en reemplazar el núcleo singular de Gelfand-Shilov (ver [6]) $\Phi_{-\alpha}(t) = \frac{t_+^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}$, $\alpha > 0$ por una función no singular y conocida como la reina del CF : la función Mittag-Leffler [2, 3].

En este trabajo, nos proponemos estudiar dos generalizaciones del operador AB a partir de la función k -Mittag-Leffler de 2 parámetros $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ definida por Gupta y Parihar (ver [9]) para la variable $z \in \mathbb{C}$

$$E_{k,\alpha,\beta}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma_k(\alpha n + \beta)} \quad \Re(\alpha) > 0, \Re(\beta) > 0, k \in \mathbb{R}^+$$

Entonces, definimos el operador k -Antagana-Baleanu de tipo Riemman-Liouville ($k - ABR$)

$$\left({}_k^{ABR} \mathfrak{D}_a^{\alpha,\beta} f \right) (t) = \frac{k^2 B_k(\alpha)}{k - \alpha} \frac{d}{dt} \int_a^t \frac{(t - \tau)^{\frac{\beta}{k} - 1}}{k} E_{k,\alpha,\beta} \left[\omega_{k,\alpha}(t - \tau)^{\frac{\alpha}{k}} \right] f(\tau) d\tau$$

y el operador k -Antagana-Baleanu de tipo Caputo ($k - ABC$)

$$\left({}_k^{ABC} \mathfrak{D}_a^{\alpha, \beta} f\right)(t) = \frac{k^2 B_k(\alpha)}{k - \alpha} \int_a^t \frac{(t - \tau)^{\frac{\beta}{k} - 1}}{k} E_{k, \alpha, \beta} \left[\omega_{k, \alpha} (t - \tau)^{\frac{\alpha}{k}} \right] f'(\tau) d\tau$$

donde $0 < \alpha < k$, $\omega_{k, \alpha} = \frac{\alpha}{k - \alpha}$ y $B_k(\alpha)$ es una función de normalización positiva.

Se estudiarán la acotación de los operadores definidos en (2) y (3) a partir de la analiticidad de (1) en los espacios $L^1[a, b]$, $W^1[a, b]$ y el espacio de las funciones absolutamente continuas $AC[a, b]$. Además, mediante la transformación de Laplace se determinará el operador integral $k - AB$. Por último, se propondrán la aplicación del operador $k - ABC$ al problema de Cattaneo-Hristov del calor elástico [10].

Referencias

- [1] A. Atangana , D. Baleanu , New fractional derivatives with nonlocal and non-singular kernel: theory and application to heat transfer model, Therm. Sci. 20 (2) (2016) 763-769 .
- [2] H.J. Haubold , A.M. Mathai , R.K. Saxena , Mittag-Leffler functions and their applications, J. Appl. Math. 2011 (2011) .
- [3] A.M. Mathai , H.J. Haubold , Mittag-Leffler functions and fractional calculus, in: A.M. Mathai, H.J. Haubold (Eds.), Special Functions for Applied Scientists, Springer, New York, 2008, pp. 79-134 .
- [4] S.G. Samko , A .A . Kilbas , O.I. Marichev , Fractional integrals and derivatives: Theory and applications, Taylor and Francis, London, 1987 . 2002 Translated from Russian: Nauka i Tekhnika, Minsk.
- [5] A .A . Kilbas , H.M. Srivastava , J.J. Trujillo , Theory and Applications of Fractional Differential Equations, Elsevier, Amsterdam. 2006.
- [6] Gorenflo, R., and Mainardi, F. Fractional calculus. In Fractals and fractional calculus in continuum mechanics (pp. 223-276). Springer, Vienna. 1997.
- [7] Fernandez, Arran, Mehmet Ali Ozarslan, and Dumitru Baleanu.
- [8] Teodoro, G. Sales, JA Tenreiro Machado, and E. Capelas De Oliveira. A review of definitions of fractional derivatives and other operators. Journal of Computational Physics 388 (2019): 195-208.
- [9] A. Gupta and C. L. Parihar. k -new generalized Mittag-Leffler function, J. Frac. Calc. Appl., 5:165176, 2014.
- [10] Koca, Ilknur, and Abdou Atangana. Solutions of Cattaneo-Hristov model of elastic heat diffusion with Caputo-Fabrizio and Atangana-Baleanu fractional derivatives. Thermal Science 21.6 Part A (2017): 2299-2305.

Análisis - Comunicación

EXTRAPOLACIÓN SOBRE ESPACIOS DE FUNCIONES

Andrea Olivo

ICTP, Italia
aolivo@ictp.it

Uno de los resultados más utilizados e interesante dentro del análisis armónico es el Teorema de extrapolación de Rubio de Francia. Dicho resultado establece que si un operador T está acotado en $L^{p_0}(w_0)$ para algún $p_0 \in [1, \infty)$ y para todo peso $w_0 \in A_{p_0}$, entonces T está acotado en $L^p(w)$ para todo $p \in (1, \infty)$ y para todo peso $w \in A_p$. Recientemente en [1], los autores generalizan este resultado a espacios de Banach de funciones sobre espacios de medida, definiendo un sustituto apropiado para las clases de pesos A_p de Muckenhoupt en este nuevo entorno. Motivados por estos resultados, en nuestro trabajo obtenemos resultados de extrapolación con dos pesos sobre espacios de Banach de funciones sobre (\mathbb{R}^n, dx) , los cuales incluyen los espacios de Lorentz, espacios de Lebesgue variables, espacios de Orlicz, etc.

Trabajo en conjunto con Mingming Cao (ICMAT, España).

Referencias

[1] M. Cao, J.J. Marín y J.M. Martell, Extrapolation on function and modular spaces, and applications.

Análisis - Comunicación

CARACTERIZACIÓN DE LA INVERSA DE GRUPO DÉBIL PONDERADA MEDIANTE UNA ECUACIÓN DE RANGOS.

Valentina Orquera

Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina
vorquera@exa.unrc.edu.ar

Si A es una matriz de tamaño $n \times n$ compleja no singular, es conocido que se puede caracterizar la inversa de A como la única matriz X que satisface la igualdad de rangos

$$\operatorname{rg} \begin{bmatrix} A & I_n \\ I_n & X \end{bmatrix} = \operatorname{rg}(A).$$

En este trabajo se presenta una extensión al caso de matrices singulares o rectangulares, precisamente para la inversa de grupo débil ponderada $A^{\mathbb{W},W}$ de $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ respecto de una matriz ponderación $W \in \mathbb{C}^{n \times m}$, recientemente introducida y estudiada en [2,3]. La herramienta principal para realizar la extensión es la descomposición core EP ponderada [1,4] que permite una triangulación simultánea del tipo Schur para el caso de matrices rectangulares.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por Universidad Nacional de Río Cuarto (Grant PPI 18/C559), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Grant Resol. Nro. 135/19), CONICET (Grant PIP 112-201501-00433CO), ANPCyT (Grant PICT 2018-03492), y Ministerio de Economía, Industria y Competitividad de España (Grant Red de Excelencia MTM2017-90682-REDT)

Trabajo en conjunto con David E. Ferreyra (UNRC-UNLPam-CONICET) y Néstor Thome (UPV-España).

Referencias

[1] Ferreyra, D.E., Levis, F.E., Thome, N.: Revisiting of the core EP inverse and its extension to rectangular matrices. *Quaest. Math.*, 41 (2) 265-281 (2018).

[2] Ferreyra, D.E, Orquera V., Thome, N., A weak group inverse for rectangular matrices. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fis. Nat. Ser. A Math.*, 113, 3727-3740 (2019).

[3] Ferreyra, D.E, Orquera V., Thome, N., On weighted core EP inverses and weighted WG inverses. Submitted to *Linear Multilinear Algebra*, (2021).

[4] Wang, H.: Core-EP decomposition and its applications. *Linear Algebra Appl.*, 508, 289-300 (2016).

Análisis - Comunicación

CARACTERIZACIONES DE IGUALDADES K-CONMUTATIVAS DEFINIDAS A PARTIR DE INVERSAS GENERALIZADAS MATRICIALES.

Albina N. Priori

Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina
apriori@exa.unrc.edu.ar

Es bien conocido que toda matriz cuadrada compleja conmuta con su inversa de Drazin. Sin embargo, la inversa de Moore-Penrose A^+ de una matriz $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ no necesariamente satisface tal propiedad. Resulta de interés la clase de matrices en la cual A^+ conmuta con A . Este tipo de matrices son conocidas como matrices EP (o rango-Hermitianas). Una condición necesaria para que una matriz sea EP es que su índice sea a lo sumo 1. Dicha limitación motivó diferentes extensiones de las matrices EP tanto al caso de matrices rectangulares como así también para el caso de matrices de índice arbitrario, por mencionar algunas, las matrices bi-EP y bi-dagger [2]. En el año 2003, Tian [4] caracterizó las matrices complejas A de índice k cuya potencia A^k conmuta con A^+ . En [3] dicha clase de matrices fueron estudiadas en profundidad y renombradas como matrices k -EP, debido a que generalizan el concepto de matriz EP. Del mismo modo, usando diferentes inversas generalizadas, en [1] se definieron y caracterizaron nuevas clases matriciales que extienden el concepto de matriz EP, utilizando igualdades k -conmutativas del tipo $A^k X = X A^k$, donde X representa una inversa generalizada de A . Recientemente, en [5] estudiaron las matrices complejas que conmutan con su inversa de grupo débil (la cual es una extensión alternativa de la inversa de grupo) y probaron que dicha clase de matrices contienen estrictamente a las matrices de índice a lo sumo 1. Motivados por dicho trabajo, hemos definido nuevas clases matriciales mediante igualdades conmutativas del tipo $AX = XA$. En particular, probamos que las clases k -conmutativas estudiadas en [1] pueden ser caracterizadas directamente mediante igualdades conmutativas en lugar de igualdades del tipo $A^k X = X A^k$.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por Universidad Nacional de Río Cuarto (Grant PPI 18/C559), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Grant Resol. Nro. 135/19), Universidad Nacional del Sur (Grant 24/L108), CONICET (Grant PIP 112-201501-00433CO), ANPCyT (Grant PICT 2018-03492), y Ministerio de Economía, Industria y Competitividad de España (Grant Red de Excelencia MTM2017-90682-REDT)

Trabajo en conjunto con David E. Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina), Fabián E. Levis (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina) y Néstor Thome (Universitat Politècnica de València, España).

Referencias

- [1] D.E. Ferreyra, F.E. Levis, N. Thome, Characterizations of k -commutative equalities for some outer generalized inverses, *Linear Multilinear Algebra*, 68 (1) (2020) 177-192.
- [2] R.E. Hartwig, K. Spindelböck, Matrices for which A^* and A^+ commute, *Linear Multilinear Algebra*, 14 (3) (1984) 241-256.
- [3] S. Malik, L. Rueda, N. Thome, The class of m -EP and m -normal matrices, *Linear Multilinear Algebra*, 64 (11) (2016) 2119-2132.
- [4] Y. Tian, How to characterize commutativity equalities for Drazin inverses of matrices, *Arch. Math.* 39 (2003) 191-199.
- [5] H. Wang, X. Liu, The weak group matrix, *Aequat. Math.*, 93 (6) (2019) 1261-1273.

Análisis - Comunicación

UN NUEVO CONCEPTO DE SUAVIDAD EN ESPACIOS DE ORLICZ

Marina Vanesa Roldán

Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería, Argentina
marinaroldan@ing.unlpam.edu.ar

En el año 2015, Cuenya y Ferreyra definieron una clase de funciones en espacios de Lebesgue L^p , denotada por $c_n^p(x)$. Esta clase $c_n^p(x)$ contiene a la clase de funciones diferenciables en el sentido L^p , denotada por

$t_n^p(x)$ e introducida en el año 1961 por Calderón y Zygmund. En un trabajo más reciente, Acinas, Favier y Zó introdujeron otra clase de funciones en espacios de Orlicz L^Φ , llamadas L^Φ -diferenciables en este charla, que está estrechamente relacionada con la clase $t_n^p(x)$. Ellos usaron este concepto para estudiar desigualdades para el operador de mejor aproximación polinomial extendido en espacios de Orlicz.

En esta charla, definimos una nueva clase de funciones en espacios L^Φ , la cual denotamos por $c_n^\Phi(x)$ y que es más general que la clase de funciones L^Φ -diferenciables. Mostraremos la existencia del mejor Φ -aproximante polinomial local para funciones en $c_n^\Phi(x)$. También damos un resultado de convexidad del conjunto de puntos clausura de la red de mejores Φ -aproximaciones a una función sobre un intervalo, cuando la medida de los mismos tiende a cero.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por Universidad Nacional de Río Cuarto (Grant PPI 18/C559), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Grant Resol. Nro. 165/18), CONICET (Grant PIP 112-201501-00433CO) y ANPCyT (Grant PICT 2018-03492)

Trabajo en conjunto con David Eduardo Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCE-FQyN, Argentina) y Fabián Eduardo Levis (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCE-FQyN, Argentina).

Análisis - Comunicación

FUNCIONES CON REGULARIDAD LOCAL PREDETERMINADA EN UN DENSO NUMERABLE

Mariel Rosenblatt

Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
mrosen@campus.ungs.edu.ar

La caracterización de la regularidad local de funciones a valores reales es un tema relevante en el procesamiento de señales e imágenes.

Y. Meyer define la frontera 2-microlocal de $f \in L_{loc}^2(\mathbb{R})$ en cada $x_0 \in Dom(f)$, como una curva decreciente y cóncava hacia abajo en \mathbb{R}^2 , que revela varios exponentes clásicos de regularidad y caracteriza con profundidad el tipo de singularidad que hay en x_0 .

En los trabajos de Y. Meyer [1], B. Guiheneuf et al. [2] y J. Levy Vehel et al. [3] se construyen funciones f cuya frontera 2-microlocal en x_0 es una predeterminada curva $\mathcal{S}(\sigma)$. Estas funciones se definen en términos de sus coeficientes wavelet y son distintas en cada uno de los tres trabajos citados.

En [4] mostramos cómo generar una amplia familia de funciones, con frontera 2-microlocal en x_0 predeterminada $\mathcal{S}(\sigma)$, para $\mathcal{S}(\sigma)$ lineal o bien $\mathcal{S}''(\sigma) < 0$. Esta familia de funciones contiene a las construcciones de los trabajos citados, como casos especiales. Además, caracterizamos completamente a las funciones con frontera 2-microlocal en x_0 lineal.

En esta presentación extendemos el resultado, que establecimos para un x_0 , a un conjunto de puntos $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ denso y numerable en el intervalo $[0, 1]$. Es decir, determinamos, mediante una fórmula genérica, una amplia clase de funciones que tiene frontera 2-microlocal predeterminada $\mathcal{S}_n(\sigma)$ en cada x_n .

Trabajo en conjunto con Ursula Molter (Dpto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires, e IMAS, CONICET-UBA, Argentina).

Referencias

- [1] Y. Meyer. Wavelets, vibrations and scalings. CRM Monograph Series, AMS (1997).
- [2] B. Guiheneuf, S. Jaffard y J. Lévy Vehel. Two results concerning chirps and 2-microlocal exponents prescription, Applied and Computational Harmonic Analysis 5 (1998).

- [3] J. Lévy Vehel y S. Seuret. 2-microlocal Formalism, Fractal Geometry and Applications: A Jubilee of Benoit Mandelbrot, Proceedings of Symposia in Pure Mathematics, vol. 72, AMS 72(2) (2004).
- [4] U. Molter y M. Rosenblatt. Generalized 2-microlocal frontier prescription, Journal of Fourier Analysis and Applications 26, 88, Springer Publishing (2020).

Análisis - Comunicación

SISTEMAS DE DILATACIONES DE FUNCIONES CASI PERIÓDICAS

Melisa Scotti

UBA, IMAS, Argentina
meliscotti@gmail.com

Anteriormente estudiamos los sistemas de dilataciones $\{\varphi(nx)\}_n$, donde φ es una función de $L^2(0,1)$ extendida a la recta real de forma impar y con período 2. Caracterizamos cuándo estos sistemas son una base de Riesz o sucesión ortonormal. Es conocido que las únicas bases de dilataciones son las que provienen de elegir $\varphi(x) = C \sin(\pi x)$. Por lo tanto, surge preguntarse qué pasa en el espacio generado por

$$\sin(\pi x) \text{ y } \sin(\pi\sqrt{2}x).$$

Con esta idea en mente extendemos estas preguntas a un espacio más general, el espacio $B^2(\mathbb{R})$ de funciones casi periódicas en el sentido de Besicovitch. Estudiamos las bases y los frames de la forma

$$\Phi = \{\psi_j(n \cdot) : j \in J \text{ } n \in \mathbb{N}\}.$$

en los subespacios

$$\mathcal{L}_{\text{odd}}(\Lambda) = \overline{\text{span} \{ \sin(2\pi i \lambda n(\cdot)) : \lambda \in \Lambda \text{ y } n \in \mathbb{N} \}}^{\|\cdot\|_{B^2}},$$

donde Λ es un conjunto a lo sumo numerable de frecuencias \mathbb{Q} linealmente independientes.

Durante esta charla presentamos algunos resultados que obtuvimos en conjunto con Daniel Carando y Jorge Antezana en este contexto. Para responder estas preguntas tuvimos la necesidad de combinar conceptos de series de Dirichlet y espacios de Hardy vectoriales.

Trabajo en conjunto con Daniel Carando (IMAS; UBA-CONICET); Jorge Antezana (UNLP - CONICET).

Análisis - Comunicación

MORFISMOS ENTRE ÁLGEBRAS UNIFORMES EN UN ESPACIO DE HILBERT.

Joaquín Singer

IMAS (UBA-CONICET), Argentina
jsinger@dm.uba.ar

En este trabajo estudiamos el espectro vectorial $\mathcal{M}_{u,\infty}(B_{\ell_2}, B_{\ell_2})$, es decir, el conjunto de los morfismos de álgebras no nulos de $\mathcal{A}_u(B_{\ell_2})$ (el álgebra de las funciones holomorfas y uniformemente continuas en B_{ℓ_2}) a $\mathcal{H}^\infty(B_{\ell_2})$ (el álgebra de las funciones holomorfas y acotadas en B_{ℓ_2}). Este conjunto se proyecta de forma natural en la bola cerrada de $\mathcal{H}^\infty(B_{\ell_2}, \ell_2)$ lo que da lugar a una estructura de fibras. A partir de la noción clásica de clusters presentada originalmente por I. J. Schark (1961) para el espectro escalar, definimos los clusters vectoriales. Analizamos entonces la relación entre clusters y fibras y presentamos resultados respecto de la existencia de estructuras analíticas presentes en cada caso.

DESIGUALDAD DE TIPO DÉBIL PARA EL OPERADOR MAXIMAL ERGÓDICO CESÀRO- α EN ESPACIOS DE LEBESGUE PESADOS CON EXPONENTES VARIABLES

Daniela Szylo

Universidad Nacional del Comahue, Argentina
daniela.szylo@faeauncoma.com.ar

Sea (X, \mathcal{M}, μ) un espacio de medida σ -finito y sea $T : X \rightarrow X$ una transformación inversible que preserve la medida. Si f es una función real medible definida sobre X , se definen los promedios ergódicos Cesàro- α para f como

$$R_{n,\alpha}f(x) = \frac{1}{A_n^\alpha} \sum_{i=0}^n A_{n-i}^{\alpha-1} f(T^i x) \quad (1)$$

con $0 < \alpha \leq 1$, y los números de Cesàro definidos como $A_n^\alpha = \frac{(\alpha+1)\dots(\alpha+n)}{n!}$ y $A_n^0 = 1$. Es bien conocido que el estudio de la convergencia en casi todo punto de estos promedios se relaciona con el comportamiento del operador maximal ergódico Cesàro- α asociado, el cual está definido por

$$M_{T,\alpha}^+ f = \sup_{n \in \mathbb{N}} |R_{n,\alpha}f|,$$

En este trabajo se presenta, usando técnicas de transferencia, una condición necesaria sobre el par de pesos (u, v) que permite obtener la acotación de tipo débil del operador $M_{T,\alpha}^+$ en los espacios $L^{p(\cdot)}$ pesados. Además, agregando la hipótesis de que T sea ergódico, se obtiene una condición suficiente para el tipo débil del operador $M_{T,\alpha}^+$ en los espacios de Lebesgue pesados con exponentes variables.

Como corolario se obtiene la convergencia en casi todo punto de (1) en los espacios de Lebesgue pesados con exponente variables.

Resultados sobre la convergencia de los promedios ergódicos usuales (caso $\alpha = 1$) en los espacios de Lebesgue pesados con exponentes variables pueden encontrarse en [1] y [2].

Trabajo en conjunto con Cecilia Ferrari Freire (Universidad Nacional del Comahue e IITCI - CONICET) y Raquel Crescimbeni (Universidad Nacional del Comahue e IITCI - CONICET).

Referencias

- [1] Aguilar Cañestro, M. I.; Ortega Salvador, P. Weighted weak type inequalities with variable exponents for Hardy and maximal operators. Proc. Japan Acad., 82, Ser. A (2006), 126-130.
- [2] Aguilar Cañestro, M. I.; Ortega Salvador, P. Weak-type inequalities and convergence of the ergodic averages in variable Lebesgue spaces with weights. Proc. Royal Soc. Edinb., 139A, (2009), 673-683. 1

ACOTACIÓN DEL OPERADOR MAXIMAL DEL CALOR ASOCIADO AL OPERADOR DE SCHRÖDINGER EN ESPACIOS DE LEBESGUE CON DOS PESOS.

Marisa Toschi

IMAL (UNL-CONICET); FHUC (UNL), Argentina
marisatoschi@gmail.com ; mtoschi@santafe-conicet.gov.ar

Para $n \geq 3$ y $V : \mathbb{R}^n \rightarrow [0, \infty)$ una función potencial que satisface una condición de Hölder inversa, se define el operador maximal del calor asociado al operador de Schrödinger $L_V = -\Delta + V$ como

$$T_V^* f(x) = \sup_{t>0} e^{-tL_V} |f|(x).$$

Recientemente se probó en [1] su continuidad en espacios $L^p(w)$, para todo peso w en la clase $\mathcal{H}_{p,c}^{V,m}$ definida mediante la condición

$$[w]_{\mathcal{H}_{p,c}^{V,m}} = \sup_B \left(\frac{1}{|B|\Phi_{m,c}^V(x,r)} \int_B w \right)^{\frac{1}{p}} \left(\frac{1}{|B|\Phi_{m,c}^V(x,r)} \int_B w^{-\frac{1}{p-1}} \right)^{\frac{p-1}{p}} < \infty,$$

donde B es una bola de centro x y radio r y

$$\Phi_{m,c}^V(x,r) = \exp \left(c \left(1 + \frac{r}{\rho_V(x)} \right)^m \right);$$

ampliando así la clase de pesos $A_p^{V,\infty}$ propuesta en [2].

En este trabajo, estudiamos el problema con dos pesos y definimos $\mathcal{H}_{p,q,c}^{V,m}$ como la clase de pares de pesos u y v tales que

$$[u, v]_{\mathcal{H}_{p,q,c}^{V,m}} = \sup_B |B|^{-\frac{1}{p} + \frac{1}{q}} \left(\frac{1}{|B|\Phi_{m,c}^V(x,r)} \int_B u \right)^{\frac{1}{q}} \left\| \frac{v^{-\frac{1}{p}}}{\Phi_{m,c}^V(x,r)} \right\|_{\psi, B} < \infty,$$

donde $m, c > 0$ y $1 < p \leq q < \infty$, considerando en uno de los pesos una condición de tipo log-bump a través de una norma en el espacio de Orlicz definido por la función de Young ψ . Así, para todos los pesos en esta clase pudimos probar que

$$T_V^* : L^p(v) \rightarrow L^q(u).$$

En la demostración de este resultado, se descompone el operador en una parte local y una global, para los que, luego, se utilizan resultados probados previamente por los autores para operadores locales.

Trabajo en conjunto con Ramseyer Mauricio (IMAL (UNL-CONICET); FIQ (UNL)), Salinas Oscar (IMAL (UNL-CONICET); FIQ (UNL)) y Viviani Beatriz (IMAL (UNL-CONICET); FIQ (UNL)).

Referencias

- [1] Bailey, Julian. Weights of exponential growth and decay for Schrödinger-type operators. *J. Funct. Anal.* 281 (2021), no. 1, 108996, 93 pp. MR4234858
- [2] B. Bongioanni, E. Harboure, and O. Salinas, Classes of weights related to Schrödinger operators, *J. Math. Anal. Appl.*, 373 (2011), pp. 563–579.

Análisis - Comunicación

ACOTACIONES DE OPERADORES FRACCIONARIOS ASOCIADOS A UNA FUNCIÓN DE RADIO CRÍTICO

Bruno Urrutia

IMAL (CONICET - UNL), Argentina
bruno.m77@hotmail.com

Sea $L = -\Delta + V$, un operador de Schrödinger en \mathbb{R}^d para $d \geq 3$ con el potencial V en una clase reverse-Hölder de orden q para $q > d/2$ y ρ la función de radio crítico definida por

$$\rho(x) = \sup \left\{ r > 0 : \frac{1}{R^{d-2}} \int_{B(x,R)} V \leq 1 \right\}.$$

En [1] se tratan operadores integrales con núcleo asociado K , de la forma

$$Tf(x) = \int_{\mathbb{R}^d} K(x, y)f(y)dy,$$

para $x \in \mathbb{R}^d$, donde diremos que para $0 < \nu < d$, $1 < \sigma < \infty$ y $0 < \delta \leq 1$ un núcleo K es un núcleo ρ -fraccionario de tipo (ν, σ, δ) si para cada $N > 0$ existe una constante C_N tal que

$$\left(\frac{1}{R^d} \int_{R < |x_0 - y| < 2R} |K(x, y)|^\sigma dy \right)^{1/\sigma} \leq C_N R^{-d+\nu} \left(1 + \frac{R}{\rho(x)} \right)^{-N},$$

para $|x - x_0| < R/2$, y

$$\left(\frac{1}{R^d} \int_{R < |x_0 - y| < 2R} |K(x, y) - K(x_0, y)|^\sigma dy \right)^{1/\sigma} \leq C_N R^{-d+\nu} \left(\frac{r}{R} \right)^\delta \left(1 + \frac{R}{\rho(x)} \right)^{-N},$$

para $|x - x_0| < r < \rho(x_0)$ y $r < R/2$.

Allí se prueba que T es acotado de L^p en $BMO_\rho^{\nu - \frac{d}{p}}$, para p en cierto rango.

En este trabajo, logramos extender este resultado a espacios L^p con pesos y espacios BMO más generales que los considerados hasta el momento. Esto puede ser aplicado al caso particular de la integral fraccionaria estudiada en [2], obteniendo resultados en esa dirección.

Trabajo en conjunto con Bruno Bongioanni (IMAL - FIQ) y Marisa Toschi (IMAL - FHUC).

Referencias

- [1] Bongioanni, B.; Harboure, E.; Quijano, P. Weighted inequalities for Schrödinger type singular integrals. *J. Fourier Anal. Appl.* 25 (2019), no. 3, 595–632.
- [2] Bongioanni, B.; Harboure, E.; Salinas, O. Weighted inequalities for negative powers of Schrödinger operators. *J. Math. Anal. Appl.* 348 (2008), no. 1, 12–27.

Análisis - Comunicación

UN ESTUDIO SOBRE OPERADORES DE CONVOLUCIÓN, CON MEDIDAS SOPORTADAS SOBRE SUPERFICIES DE DIMENSIÓN MITAD, EN ESPACIOS DE LEBESGUE VARIABLES

Lucas Alejandro Vallejos
 FaMAF-UNC, CIEM-CONICET, Argentina
 lutersman@gmail.com

Sean $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ funciones reales homogéneas de grado $k \geq 2$ en $C^\infty(R^n - \{0\})$. Sea $\varphi(x) = (\varphi_1(x), \dots, \varphi_n(x))$. Se asumen dos hipótesis para la $\varphi : \det(d^2\varphi(x)h)$ se anula solo en $h = 0$ y que $\det(d\varphi(x)) \neq 0 \forall x$.

Sea μ la medida de Borel en R^{2n} definida por $\mu(E) = \int_{R^n} E(x, \varphi(x))|x|^{-n} dx$, donde dx denota la medida de Lebesgue sobre R^n y $\gamma > 0$. Sea T_μ el operador convolución $T_\mu f(x) = (\mu * f)(x)$.

En esta charla introduciremos resultados anteriores en el contexto de los espacios de Lebesgue clásicos, como por ejemplo la caracterización del conjunto tipo $E_\mu = ((1/p), (1/q)) : \|T_\mu\|_{p,q} < \infty, 1 \leq p, q \leq \infty$, para luego mostrar los resultados obtenidos en el contexto de los espacios de Lebesgue variables. Entre ellos daremos condiciones necesarias que debe satisfacer las funciones exponentes cuando el T_μ es acotado desde el $L^{p(\cdot)}(\mathbb{R}^{2n})$ en el $L^{q(\cdot)}(\mathbb{R}^{2n})$.

Trabajo en conjunto con Marta Susana Urciuolo (CIEM-CONICET).

Análisis - Comunicación

DISPERSIÓN ESPECTRAL DE OPERADORES COMPACTOS AUTOADJUNTOS

Sebastian Gonzalo Zarate
IAM-CONICET, CMaLP-FCE-UNLP, Argentina
seb4.zarate@gmail.com

Notamos \mathcal{H} a un espacio de Hilbert separable, $L(\mathcal{H})$ a los operadores lineales de \mathcal{H} y $K(\mathcal{H})$ a los operadores compactos de $L(\mathcal{H})$.

Sean $A, B \in K(\mathcal{H})$, la desigualdad Aritmético-Geométrica (AG) propuesta por Bhatia y Kittaneh en [1] establece que

$$2 s_i(AB^*) \leq s_i(A^*A + B^*B), \quad \text{para } i \in \mathbb{N},$$

donde $s(A) = (s_i(A))_{i \in \mathbb{N}}$ denota la sucesión de valores singulares de A ordenados de forma no creciente. En consecuencia, si $E \in K(\mathcal{H})$ es un operador positivo y $S, C \in L(\mathcal{H})$ son tales que $S^*S + C^*C \leq I$, entonces

$$2 s_i(SEC^*) \leq s_i(E) \quad \text{para } i \in \mathbb{N}. \quad (\star)$$

En este contexto es natural preguntarse si hay generalizaciones para la desigualdad (\star) cuando $E \in K(\mathcal{H})$ es un operador autoadjunto. Para realizar este desarrollo introducimos el concepto de dispersión espectral de un operador compacto y autoadjunto.

Sea $A \in K(\mathcal{H})$ un operador autoadjunto, la escala espectral completa de A notada $\lambda(A) = (\lambda_i(A))_{i \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}}$, cuyas entradas son los autovalores de A (o ceros) está dada por

$$\lambda_{-i}(A) \leq \lambda_{-i-1}(A) \leq 0 \leq \lambda_i(A) \leq \lambda_{i+1}(A) \quad \text{para } i \in \mathbb{N}.$$

Así la dispersión espectral de A notada $\text{Spr}^+(A)$ está dada por

$$\text{Spr}^+(A) = (\lambda_i(A) - \lambda_{-i}(A))_{i \in \mathbb{N}}.$$

De esta forma utilizando la dispersión espectral, veremos una serie de desigualdades de submayorización (\prec_w) que involucran operadores compactos. En particular, veremos que si $S, C \in L(\mathcal{H})$ son tales que $C^*C + S^*S = P$ para $P \in B(\mathcal{H})$ un proyector autoadjunto, y $E \in K(\mathcal{H})$ autoadjunto entonces

$$2 s(SEC^*) \prec_w \text{Spr}^+(E).$$

Esta desigualdad sustituye a la Ecuación (\star) en el contexto de submayorización, que nos permitirá desarrollar otra desigualdad del tipo (AG) que involucra la dispersión espectral; dados $A, B \in L(\mathcal{H})$ y $E \in K(\mathcal{H})$ autoadjunto, veremos que

$$2 s(AEB^*) \prec_w \text{Spr}^+((A^*A + B^*B)^{1/2} E (A^*A + B^*B)^{1/2}).$$

Para desarrollar estos contenidos utilizaremos algunas desigualdades sobre la dispersión espectral para operadores compactos y autoadjuntos desarrolladas en [2].

Trabajo en conjunto con Pedro Massey (IAM-CONICET, CMaLP-FCE-UNLP) y Demetrio Stojanoff (IAM-CONICET, CMaLP-FCE-UNLP)..

Referencias

- [1] R. Bhatia, F. Kittaneh, On the singular values of a product of operators. SIAM J. Matrix Anal. Appl. 11 (1990), no. 2, 272-277.
 - [2] P. Massey, D. Stojanoff, S. Zarate, Norm inequalities for the spectral spread of Hermitian operators, arXiv:2106.09092v1 .
-

Análisis Numérico y Optimización

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación

STRUCTURE PRESERVING-FIELD DIRECTIONAL SPLITTING DIFFERENCE METHODS FOR NONLINEAR SCHRÖDINGER SYSTEMS.

Axi Aguilera

University of Puerto Rico, United States
axi.aguilera@upr.edu

A computational framework of high order conservative finite difference methods to approximate the solution of a general system of N coupled nonlinear Schrödinger equations (N-CNLS) is proposed. Exact conservation of the discrete analogues of the mass and the system's Hamiltonian is achieved by decomposing the original system into a sequence of smaller nonlinear problems, associated to each component of the complex field, and a modified Crank- Nicolson time marching scheme appropriately designed for systems. For a particular model problem, we formally prove that a method, based on the standard second order difference formula, converges with order $\tau + h^2$; and, using the theory of composition methods, schemes of order $\tau^2 + h^2$ and $\tau^4 + h^2$ are derived. The methodology can be easily extended to other high order finite difference formulas and composition methods. Conservation and accuracy are numerically validated.

Keywords: Mass (charge) and Hamiltonian conservation, coupled nonlinear Schrödinger systems, finite difference, splitting and composition methods.

Trabajo en conjunto con Paul Castillo (University of Puerto Rico) y Sergio Gómez (University of Pavia, Italy).

Referencias

[1] A. Aguilera, P. Castillo and S. Gómez. Structure preserving—Field directional splitting difference methods for nonlinear Schrödinger systems. Applied Mathematics Letters, 119:107211, 2021.

Análisis Numérico y Optimización - Charla invitada

CONDICIONES SECUENCIALES DE OPTIMALIDAD TEORÍA E PRÁCTICA

Roberto Andreani Andreani

Universidade Estadual de Campinas, IMECC, , Brasil
andreani@unicamp.br

Las condiciones secuenciales de optimalidad han mostrado una importante contribución teórico-práctica para programación no lineal. En esta presentación mostraremos las diversas aplicaciones y resultados para la generalización de la convergencia de algoritmos, modificaciones de los mismos para estrategias más eficientes. Se mostraron adaptaciones de estas condiciones a programación cónica especialmente para programación semidefinida y programación cónica

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación

CASOS DUROS EN CONVERGENCIA DE JUEGO FICTICIO

Ariel Arbiser

En juegos matriciales de dos jugadores [1,2,3,4], el aprendizaje mediante juego ficticio (FP) fue propuesto por primera vez en 1951 [5,6,7] en el contexto del juego iterado como método para hallar el valor de un juego finito de suma cero. Consiste en que cada uno de los jugadores lleve una cuenta de la frecuencia de las jugadas realizadas por el otro, decidiendo la propia en cada ronda como su mejor respuesta teniendo en cuenta las ganancias esperadas en cada caso, asumiendo que aquel sigue un proceso aleatorio. Algunos trabajos tratan la convergencia global o pura a un equilibrio de Nash (NE) [8] para las distintas familias de juegos. La utilidad de FP para calcular un NE fue puesta en duda cuando se demostró que, para los juegos de suma cero, los no degenerados de $2 \times N$ y los potenciales, existen casos que pueden requerir un número de rondas exponencial en el tamaño de representación del juego antes de que se juegue algún NE [9]. Nuestro objetivo es continuar con la búsqueda de casos duros que ilustren distintas patologías del proceso de FP.

Para reglas de desempate utilizamos una forma de independencia de alternativas irrelevantes [1,4], donde $\mathbb{P}^+(S)$ denota el conjunto de las partes no vacías de un conjunto S , y N y M los conjuntos de estrategias del jugador “fila” y del jugador “columna” respectivamente. Llamamos reglas de desempate a todo par de funciones $d_1 : \mathbb{P}^+(N) \rightarrow N$ y $d_2 : \mathbb{P}^+(M) \rightarrow M$ (que a cada subconjunto de acciones de un jugador en un eventual empate le asignan la acción a elegir), tales que: (1) $\forall S \in \mathbb{P}^+(N), d_1(S) \in S$, y (2) $\forall N_a, N_b \in \mathbb{P}^+(N)$, si $N_b \subseteq N_a, e \in N_b$ y $d_1(N_a) = e \Rightarrow d_1(N_b) = e$; y análogamente para d_2 sobre M .

Dado un juego en forma bimatricial de $n \times m$, sea una secuencia de jugadas de ambos jugadores (i^τ, j^τ) para $\tau \in \mathbb{N}$. Si d_1 y d_2 son reglas de desempate y tenemos las secuencias de creencias x^τ e y^τ tales que para todo $\tau \in \mathbb{N}$ $x^\tau = \frac{\sum_{s=1}^{\tau} i^s}{\tau}$, $y^\tau = \frac{\sum_{s=1}^{\tau} j^s}{\tau}$. Entonces: (i^τ, j^τ) es una secuencia de FP simultáneo si (i^1, j^1) es un elemento arbitrario de $N \times M$ y para todo $\tau \in \mathbb{N}$ se cumplen $i^{\tau+1} = d_1(BR_1(y^\tau))$ y $j^{\tau+1} = d_2(BR_2(x^\tau))$, e (i^τ, j^τ) es una secuencia de FP alternante si i^1 es un elemento arbitrario de N y para todo $\tau \in \mathbb{N}$ se cumplen $i^{\tau+1} = d_1(BR_1(y^\tau))$ y $j^\tau = d_2(BR_2(x^\tau))$, donde BR_1 y BR_2 denotan los conjuntos de mejor respuesta de uno y otro jugador. Diremos que un proceso de FP (simultáneo o alternante) converge en forma pura en la iteración k si (i^k, j^k) es un NE puro.

Consideramos las operaciones matriciales que preservan secuencias de FP, esto es, funciones f sobre matrices tales que, dada una matriz A y una secuencia s de FP cualquiera sobre A , s sea también una secuencia de FP sobre $f(A)$. Por ejemplo, escalar todos los pagos por un mismo factor claramente preservar las secuencias de FP. Si se varía el tamaño de las matrices, en cambio, la preservación puede no ser trivial o no valer, según la clase de juego. Nuestra intención es, además, que tras el cambio se mantenga la mayoría de los valores presentes en las matrices originales. La situación general puede ser compleja, pero a priori damos algunos casos. Llamaremos rango de imagen de una matriz A al cardinal del conjunto de valores tomados por todos sus elementos. Buscamos entonces de ser posible juegos que tengan rango de imagen mínimo (es decir reusando valores) manteniendo propiedades deseables, y nos interesa esencialmente el orden del rango de imagen tras el agregado de filas o columnas.

Lema 1: Sea A un juego de intereses idénticos de $n \times m$ (resp., simétrico de $n \times n$) con un único NE puro, y sean $n' \geq n$, $m' \geq m$ (resp., $n' \geq n$). Entonces existe un juego de intereses idénticos A' de $n' \times m'$ (resp., simétrico de $n' \times n'$) con rango de imagen $O(n+m)$ (resp., $O(n)$) con un único NE puro tal que: toda secuencia $(i^\tau, j^\tau)_{\tau \in \mathbb{N}}$ de FP (simultáneo o alternante) en A lo es también en A' , y toda secuencia $(i^\tau, j^\tau)_{\tau \in \mathbb{N}}$ de FP alternante sobre A' es a partir del 2do. término una secuencia de FP alternante sobre A . Además, si A es no degenerado (i.e., la matriz para el jugador fila no repite valores por columna y la matriz para el jugador columna no repite valores por fila), puede pedirse que A' también lo sea.

Lema 2: Para cualquier secuencia de FP simultáneo en un juego de $n \times m$ y cualesquiera reglas de desempate, si en la iteración k se jugó un NE puro, este se repetir en todas las iteraciones siguientes.

Interesa entonces la cantidad de rondas hasta alcanzar un NE puro por primera vez. Siguen resultados

sobre cotas para la velocidad de convergencia de FP en clases de juegos de interés [9, 10] (en [9] se prueba un resultado vinculado con el teorema 1 pero para FP simultáneo).

Teorema 1: Para todo $k \geq 2$, $n \geq 3$ existe un juego simétrico A de $n \times n$ representable en $O(k + n^2 \log n)$ bits, con un único NE puro y rango de imagen $O(n)$, y $n - 2$ secuencias de FP alternante $(i^\tau, j^\tau)_{\tau \in \mathbb{N}}$ sobre A tal que (i^{2^k-1}, j^{2^k-1}) no es un NE puro.

Teorema 2: Para todo $k \geq 2$, $n \geq 2$, $m \geq 3$, existe un juego no degenerado de intereses idénticos A de $n \times m$ representable en $O(k + nm \cdot \log(n + m))$ bits, con un único NE puro y rango de imagen $O(n + m)$, y $n - 1$ secuencias de FP alternante $(i^\tau, j^\tau)_{\tau \in \mathbb{N}}$ sobre A tales que (i^{2^k}, j^{2^k}) no es un NE puro.

FP simultáneo podría requerir una cantidad de rondas exponencial mientras que toda secuencia de FP alternante podría converger inmediatamente:

Teorema 3: Para todo $k \geq 2$, $n \geq 2$, $m \geq 3$, existe un juego no degenerado de intereses idénticos A de $n \times m$ representable en $O(k + nm \cdot \log(n + m))$ bits, con un único NE puro y rango de imagen $O(n + m)$, y una secuencia de FP simultáneo $(i^\tau, j^\tau)_{\tau \in \mathbb{N}}$ sobre A tal que para todo $\tau < 2^k$, (i^τ, j^τ) no es un NE puro, y para toda secuencia de FP alternante $(\hat{i}^\tau, \hat{j}^\tau)_{\tau \in \mathbb{N}}$ en A , (\hat{i}^4, \hat{j}^4) es un NE puro.

Hay posibilidades de trabajo futuro. Dado un juego, cuál es el costo de determinar si FP simultáneo (o alternante) requerir un número exponencial de rondas antes de alcanzar un NE? Más allá de los patrones vistos, interesa si para matrices cualesquiera se puede mejorar la cota exponencial que ya tenemos vía simulación. Otra línea de trabajo involucra caracterizar secuencias de FP alcanzables y el estudio de otras nociones de convergencia junto al tratamiento de los equilibrios mixtos, así como generalizar FP alternante considerando $BR(x^{\tau-k})$ con k una constante, es decir, que se observen las decisiones varias rondas atrás. Dejamos abiertos los problemas aquí tratados para juegos de más de dos jugadores.

Referencias

- [1] J. Von Neumann and O. Morgenstern. “Theory of Games and Economic Behavior”. Princeton University Press, 1947.
- [2] D. Blackwell and M. A. Girshick. “Theory of Games and Statistical Decisions”. John Wiley Sons, 1954.
- [3] M. Osborne y A. Rubinstein. “A course in Game Theory”. MIT Press, 1994.
- [4] Y. Peres. “Game Theory Alive”, Dept. of Statistics, University of California, Berkeley, 2007.
- [5] G. Brown. “Iterative solution of games by fictitious play”. En: Activity Analysis of Production and Allocation 13, 1951.
- [6] J. Robinson. “An Iterative Method of Solving a Game”. En: Annals of Mathematics. Second Series 54, 1951. DOI: 10.2307/1969530.
- [7] U. Berger. “Brown’s original fictitious play”. En: Journal of Economic Theory 135, 2007, págs. 572-578. DOI: 10.1016/j.jet.2005.12.010.
- [8] J. F. Nash. “Equilibrium points in n-person games”. Proc. Nat. Acad. Sci. Wash. 36, 1950.
- [9] F. Brandt, F. Fischer y P. Harrenstein. “On the Rate of Convergence of Fictitious Play”. En: Theory of Computing Systems 53.1, 2013, págs. 41-52. ISSN: 1433-0490. DOI: 10.1007/s00224-013-9460-5. URL: <https://doi.org/10.1007/s00224-013-9460-5>.
- [10] A. Arbiser y F. Badaloni. “Velocidad de convergencia de juego ficticio simultáneo y alternante”. Enviado a un congreso, 2021.

Análisis Numérico y Optimización - Charla invitada

ANALISIS APOSTERIORI EN L^∞ PARA APROXIMACIONES CON DISCONTINUOUS GALERKIN DEL PROBLEMA ELÍPTICO DEL OBSTÁCULO

Blanca Ayuso de Dios

Universita degli Studi Milano Bicocca, Italia

blanca.ayuso@unimib.it

Consideramos el problema elíptico del obstaculo y su aproximación con el metodo Interior Penalty Discontinuous Galerkin (DG). Se proponen estimadores del error en norma del maximo de tipo residual y analizamos su fiabilidad (reliability) y su eficiencia. El análisis extiende y adapta al marco DG, las ideas fundamentales introducidas en [1,2] para aproximaciones conformes. Concluiremos la charla con experimentos numéricos que permiten verificar la teoria y validar el uso de los estimadores en algoritmos adaptativos.

Trabajo en conjunto con T. Gudi (Indian Institute of Science, Bangalore, India) y K. Porwal (Indian Institute of Technology Delhi, India).

Referencias

- [1] -R.H. Nochetto, K.G. Siebert, and A. Veerer, Pointwise a posteriori error control for elliptic obstacle problems, Numer. Math. 95 (2003), 163–195.
- [2] R.H. Nochetto, K.G. Siebert, and A. Veerer, Fully localized a posteriori error estimators and barrier sets for contact problems, SIAM J. Numer. Anal. 42(5) (2005), 2118–2135

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación

CONDICIONES NECESARIAS PARA RESOLVER PROBLEMAS VARIACIONALES FRACCIONARIOS

Melani Barrios

CONICET - Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. ,
Argentina

melanibarrios1991@gmail.com

La aplicación de los principios variacionales, por lo general, implican la búsqueda de funciones que optimizan integrales definidas. Algunos de los campos en los que el cálculo de variaciones tiene aplicaciones son: el electromagnetismo, la economía y una serie de otras áreas no tradicionales, [9].

Por otro lado, en las últimas décadas se ha originado un gran crecimiento del estudio del cálculo fraccionario debido a que las ecuaciones diferenciales fraccionarias incorporan al modelo cuestiones de memoria o efectos posteriores que se desprecian en los modelos con derivada clásica, [4,5,7]. Existen diferentes definiciones de derivada fraccionaria [6]. Las más usadas son las derivadas fraccionarias de Riemann-Liouville y las derivadas fraccionarias de Caputo.

A partir de toda esta teoría, un campo reciente, es el cálculo variacional fraccionario, donde son considerados problemas variacionales clásicos, pero en presencia de derivadas fraccionarias. Para resolver estos problemas, existen varios teoremas que proporcionan condiciones de optimalidad. Entre ellos se encuentran las ecuaciones de Euler-Lagrange que involucran derivadas fraccionarias de Riemann-Liouville y Caputo [1], y otras ecuaciones de Euler-Lagrange que poseen únicamente derivadas de Caputo [3,8].

En este trabajo, haremos una comparación resolviendo dos diferentes problemas variacionales, mediante ambos métodos, con la intención de obtener conclusiones sobre qué método elegir. Finalmente, para conseguir este objetivo, utilizaremos un método numérico fraccionario que resolverá estos problemas de manera directa sin pasar por ecuaciones de Euler-Lagrange fraccionarias, [2].

Trabajo en conjunto con Gabriela Reyero (Departamento de Matemática, FCEIA, UNR, Argentina) y Mabel Tidball (CEE-M, Universidad de Montpellier, CNRS, INRA, SupAgro, Montpellier, Francia).

Referencias

- [1] AGRAWAL, O. Formulation of Euler-Lagrange equations for fractional variational problems. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 272, 1 (2002), pp.368-379.
- [2] BARRIOS, M., LOMBARDI, A., REYERO, G. Método numérico de tipo L1 para problemas variacionales fraccionarios. *Congreso de Mecánica Computacional- MECOM* (2018), vol. XXXVI, pp.1089-1098.
- [3] BARRIOS, M., REYERO, G. An Euler-Lagrange equation only depending on derivatives of Caputo for fractional variational problems with classical derivatives. *Statistics, Optimization Information Computing* 8, 2 (2020), pp.506-601, DOI: 10.19139/soic-2310-5070-865.)
- [4] BARRIOS, M., REYERO, G., TIDBALL, M. Estabilidad de una generalización de ecuaciones logísticas fraccionarias. *Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial- MACI*, (2019), vol. VII, pp.105-108.
- [5] BHALEKAR, S., DAFTARDAR-GEJJI, V. Solving fractional-order logistic equation using a new iterative method. *International Journal of Differential Equations* (2012).
- [6] DIETHELM, K. *The analysis of fractional differential equations: An application-oriented exposition using differential operators of Caputo type*. Springer Science Business Media (2010).
- [7] FERRARI, A., SANTILLAN MARCUS, E. Study of a fractional-order model for HIV infection of CD4+ T-cells with treatment. *Journal of Fractional Calculus and Applications* 11, 2 (2020), pp.12-22.
- [8] LAZO, M., TORRES, D. The DuBois–Reymond fundamental lemma of the fractional calculus of variations and an Euler–Lagrange equation involving only derivatives of Caputo. *Journal of Optimization Theory and Applications* 156, 1 (2013), pp.56-67.
- [9] VAN BRUNT, B. *The Calculus of Variations*. Springer (2004).

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación

ESTUDIO DE BÚSQUEDAS NO MONÓTONAS PARA PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN
MULTIOBJETIVO SOBRE CONJUNTOS CONVEXOS

Nadia Soledad Fazzio

Fac. Cs. Exactas, Universidad Nacional de La Plata, Argentina
nadiafazzio@gmail.com

En este trabajo consideramos una extensión del método de gradiente proyectado para resolver problemas multiobjetivo sobre conjuntos convexos.

El método de gradiente proyectado clásico (PGM) para optimización vectorial estudiado en [2-5], calcula la dirección de búsqueda resolviendo un subproblema convexo que depende de un parámetro fijo $\beta > 0$ y luego se elige la longitud de paso en la dirección calculada utilizando la búsqueda monótona de Armijo.

En el presente trabajo incluimos, en lugar de la búsqueda monótona de Armijo, una búsqueda lineal no monótona definida en el caso escalar, basada en el máximo de algunos valores funcionales en iterados previos, [6].

Bajo hipótesis adecuadas demostramos que, si el algoritmo genera una sucesión infinita, cualquier punto de acumulación de la sucesión generada por el algoritmo es un punto estacionario del problema multiobjetivo original.

Para un análisis del desempeño numérico del método propuesto consideramos dos algoritmos relacionados: el algoritmo propuesto en [1] (PGM-ZH) que utiliza una búsqueda no monótona basada en el promedio de valores funcionales previos y el algoritmo PGM con una búsqueda de lineal monótona (PGM-monotone).

Trabajo en conjunto con Gabriel Aníbal Carrizo (Universidad Nacional del Sur, Argentina) y María Laura Schuverdt (Universidad Nacional de La Plata, Argentina).

Referencias

- [1] Fazzio, N. S., Schuverdt, M. L.: Convergence analysis of a nonmonotone projected gradient method for multiobjective optimization problems. *Optim. Lett.* 13, 1365–1379 (2019)
- [2] Fukuda, E. H., Graña Drummond, L. M.: On the convergence of the projected gradient method for vector optimization. *Optimization* 60, 1009–1021 (2011)
- [3] Fukuda, E. H., Graña Drummond, L. M.: Inexact projected gradient method for vector optimization. *Comput. Optim. Appl.* 54, 473–493 (2013)
- [4] Fukuda, E.H., Graña Drummond, L.M.: A survey on multiobjective descent methods. *Pesquisa Operacional* 34, 585-620 (2014)
- [5] Graña Drummond, L.M., Iusem, A.N.: A projected gradient method for vector optimization problems. *Comput. Optim. Appl.* 28, 5–29 (2004)
- [6] Grippo, L., Lampariello, F. and Lucidi, S. A nonmonotone line search technique for Newton’s method., *SIAM J. Numer. Anal.*, 23, 707-716, (1986)

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación

UN MÉTODO GLOBALMENTE CONVERGENTE PARA RESOLVER SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES NO DIFERENCIABLES CON RESTRICCIONES

Damián Fernández

CIEM-CONICET, FAMAF-UNC, Argentina

dfernandez@unc.edu.ar

En este trabajo se analiza un algoritmo globalmente convergente para hallar un cero posiblemente no aislado de una función suave a trozos sobre un conjunto poliedral. Este tipo de problemas abarca sistemas de Karush-Kuhn-Tucker, desigualdades variacionales y equilibrios de Nash, entre otros. El algoritmo propuesto es una modificación del Linear-Programming-Newton para convergencia local junto a una estrategia de región de confianza para convergencia global.

Trabajo en conjunto con Alberto Ramos y Letícia Becher (Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil).

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación

APROXIMACIÓN POR ELEMENTOS ISOGEOMÉTRICOS PARA EL FLUJO POR CURVATURA MEDIA EN SUPERFICIES SIN BORDE

Bárbara S. Ivaniszyn

Universidad Nacional del Litoral, CONICET, Argentina

ivaniszyn@gmail.com

En 1990 Dziuk [1] presenta por primera vez un método numérico para el flujo por curvatura media, sin embargo aún no hay prueba de su convergencia para superficies. En 2019 Kovács, Lubich y Li [2] formulan un método de elementos finitos evolutivo para el flujo por curvatura media de superficies cerradas y presentan, por primera vez para superficies, estimaciones del error tanto para el esquema semidiscreto como para la discretización completa. En este trabajo hemos adaptado el esquema numérico propuesto en [2] y las técnicas de demostración desde el enfoque del análisis isogeométrico. Considerando espacios de splines para la discretización espacial hemos probado la convergencia del esquema semidiscreto.

Trabajo en conjunto con Sebastián Pauletti (Universidad Nacional del Litoral, CONICET, Argentina) y Pedro Morin (Universidad Nacional del Litoral, CONICET, Argentina).

Referencias

- [1] G. Dziuk. An algorithm for evolutionary surfaces. *Numer. Math.*, 58(1):603–611, 1990.
- [2] B. Kovács, B. Li, and C. Lubich. A convergent evolving finite element algorithm for mean curvature flow of closed surfaces. *Numer. Math.*, 143(4):797–853, 2019.

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación

UN ALGORITMO DE FILTRO MULTIDIMENSIONAL PARA OPTIMIZACIÓN MULTI OBJETIVO SIN RESTRICCIONES: RESULTADOS NUMÉRICOS.

María de Gracia Mendonça

Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco, Argentina
mariadegraciam@gmail.com

En este trabajo se presentan los resultados numéricos de un algoritmo para optimización multiobjetivo sin restricciones. Basado en el trabajo de Carrizo, Lotito, Maciel [2], donde se propone un algoritmo de región de confianza para problemas de optimización multiobjetivo no convexos, en una producción anterior [9] se incorporó una condición de aceptación del paso de prueba no monótona que resulta una generalización del caso escalar [7]. Se modificó además la búsqueda lineal de Armijo utilizada en el método de gradiente espectral proyectado que es usado por ALGENCAN [1], reemplazandola con la búsqueda lineal no monótona de Grippo, Lampariello y Lucidi [6]. Resultados numéricos comparando estas modificaciones fueron presentados.

La noción de filtro introducida por Fletcher y Leyffer [4] para optimización escalar con el fin de evitar el clásico problema de actualización de parámetros de penalización, proviene del área de optimización multiobjetivo. El propósito de este trabajo es devolver esas ideas a su entorno original, con todas las mejoras que ha tenido en los últimos años en el campo escalar. Para ello se ha construido un filtro multidimensional no monótono con envolvente inclinada que será incorporado en forma dinámica a los cambios antes mencionados. Se presentan resultados numéricos de la implementación que permiten comparar su performance con el algoritmo original y las modificaciones posteriores.

Algunas ideas en el área de optimización escalar que pueden considerarse un antecedente de este tipo de filtro son los trabajos de Gould, Leyffer y Toint [5], Chin [3] y Mendonça [8].

Referencias

- [1] Andeani, R, Birgin, E.G., Martínez, J.M. y Schuverdt, L., On augmented Lagrangian methods with general lower-level constraints, *SIAM Journal on Optimization*, 18(4), (2008), pp.1286-1309.
- [2] Carrizo, G. A., Lotito, P.A. y Maciel, M. C., Trust region globalization strategy for the nonconvex unconstrained multiojective optimization problem, *Mathematical Programming, Serie A*, 159, (2016), pp.339-369.
- [3] Chin, Ch.M., A new trust region based SLP-filter algorithm which uses EQP active set strategy. Ph.D. Thesis, University of Dundee, Scotland, (2001).
- [4] Fletcher, R. y Leyffer, S., Nonlinear programming without a penalty function. *Mathematical Programming*, 106, (2006), pp.25-57.
- [5] Gould, N.I.M., Leyffer, S. y Toint, P. L., A multidimensional filter algorithm for nonlinear equations and nonlinear least-squares, *SIAM Journal on Optimization*, 15(1), pp.17-38.
- [6] Grippo, L, Lampariello, F. y Lucidi, S., A non monotone line search technique for Newton's method, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 23, (1986), pp.707-716.

- [7] Maciel, M.C., Mendonça, M.G. y Verdiell, A.B., Monotone and non monotone trust-region-based-on algorithms for large unconstrained optimization problems, *Computational Optimization and Applications*, 54(1), (2013), pp.27-43.
- [8] Mendonça, M.G., Algoritmos no monótonos de región de confianza y filtros para optimización no lineal, Tesis de Doctorado, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, (2017).
- [9] Mendonça, M.G., Nonlinear programming algorithms for unconstrained multiobjective optimization problems with a nonmonotone scheme: Numerical results, *VII MACI*, 7(2019), pp.329-332.

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación

ESTIMACIONES ROBUSTAS DE FEM SOBRE MALLAS GRADUADAS EN NORMAS BALANCEADAS PARA PROBLEMAS DE REACCIÓN DIFUSIÓN SINGULARMENTE PERTURBADOS

Cecilia Penessi

FCEIA - UNR, Argentina

cecilia@fceia.unr.edu.ar

Consideramos la aproximación por elementos finitos de problemas de reacción difusión singularmente perturbados de la forma

$$-\varepsilon^2 \Delta u + b(x)u = f(x), \quad x \in \Omega$$

con condiciones de Dirichlet homogéneas en la frontera $\partial\Omega$. Las estimaciones de error para estos problemas a menudo se realizan en la norma de la energía. En el caso singularmente perturbado, $0 < \varepsilon \ll 1$, sin embargo, esta norma no resulta adecuada. Es por eso que en la literatura se introducen normas llamadas balanceadas y se analizan los errores de aproximación en las mismas. Las normas balanceadas ([3], [4]) son normas H^1 o H^2 a trozos, ε -pesadas para las que, en contraste con la norma de la energía, la contribución de las capas límites no se anulan en el límite $\varepsilon \rightarrow 0$.

En este trabajo, obtenemos estimaciones robustas respecto del parámetro ε para el caso unidimensional en dos normas balanceadas para aproximaciones por elementos finitos sobre mallas graduadas. Estas mallas fueron introducidas por Durán y Lombardi ([1]). El análisis de la primera norma involucra fuertemente estimaciones de estabilidad H^1 para la proyección L^2 sobre el espacio discreto, que es difícil de generalizar al caso bidimensional cuando se utilizan mallas anisotrópicas. Es por eso que consideramos además, aproximaciones en una segunda norma para una formulación variacional con pesos, que fue introducida recientemente por Madden y Stynes ([2]). Esperamos que esta segunda aproximación se pueda generalizar, en el caso de mallas graduadas, a dos dimensiones.

Trabajo en conjunto con Ariel L. Lombardi (Universidad Nacional de Rosario - CONICET, Argentina).

Referencias

- [1] Durán, R. G. and Lombardi, A. L. Error estimates on anisotropic Q1 elements for functions in weighted Sobolev spaces, *Math. Comp.* 74 (2005), 1679 - 1706.
- [2] Madden, N. and Stynes, M. A weighted and balanced FEM for singularly perturbed reaction-diffusion problems, Preprint 2020.
- [3] Melenk, J. M. and Xenophontos, C. Robust exponential convergence of hp-FEM in balanced norms for singularly perturbed reaction-diffusion equations, *Calcolo*, 53 (2016), 105 - 132.
- [4] Roos, H. G. Remarks on Balanced Norm Error Estimates for Systems of Reaction-Diffusion Equations, *Appl. Math.* 63 (2018), 273 - 279.

UN ALGORITMO DETERMINÍSTICO Y SIN DERIVADAS PARA OPTIMIZACIÓN GLOBAL BASADO EN
PARTICIONES PARA PROGRAMACIÓN NO LINEAL

Elvio Angel PILOTTA

FAMAF - Universidad Nacional de Córdoba / CIEM - CONICET, Argentina
elvio.pilotta@unc.edu.ar

Si bien la mayoría de los métodos de optimización buscan minimizadores locales, un desafío de mayor complejidad consiste en encontrar minimizadores globales [3,4]. Tanto desde una visión teórica como computacional no resulta fácil distinguir eficientemente entre minimizadores locales y globales. El algoritmo de optimización global y sin derivadas que proponemos se basa en el enfoque lipschitziano de particiones del espacio, propuesto inicialmente en [3] para el caso irrestricto. El mismo es un método determinístico para optimización global conocido como DIRECT y para el cual existen algunas variantes [5]. En 2001, Jones presenta una extensión de DIRECT a problemas de optimización con restricciones generales [2]. Recientemente, Paulavicius et al. proponen en [6] una variante, llamada BIRECT, donde exploran una técnica de partición diferente.

El nuevo algoritmo propuesto combina las ideas de Jones para el caso de programación no lineal con restricciones generales [2] incorporando las ideas de BIRECT en cuanto a la subdivisión de hiperrectángulos. Además, nuestro algoritmo hereda las propiedades de convergencia de los algoritmos de la familia DIRECT, las cuales se basan fuertemente en argumentos de densidad. Adicionalmente, estudiamos la incorporación de un algoritmo de optimización local sin derivadas [1]. Debido a la complejidad algorítmica de este problema de optimización global con restricciones y sin derivadas, este trabajo involucra un importante desarrollo computacional junto con un análisis cuidadoso de la performance del nuevo algoritmo.

Trabajo en conjunto con Johanna Analiz Frau (FAMAF Universidad Nacional de Córdoba, CIEM CONICET, Argentina).

Referencias

- [1] Frau, J., Pilotta, E. A., Nonmonotone coordinate search method for bound constrained optimization. *Malaysian Journal of Mathematical Sciences* 14(3), pp. 451-471, 2020.
- [2] Jones, D., Direct global optimization algorithm. In: Floudas, C., Pardalos, P. (Eds.) *Encyclopedia of Optimization*, pp. 431-440, Springer, Boston, 2001.
- [3] Jones, D., Perttunen, C., Stuckman, B., Lipschitzian optimization without the lipschitz constant. *Journal of optimization Theory and Applications* 79(1), pp. 157-181, 1993.
- [4] Jones, D., Martins, J., The DIRECT algorithm: 25 years later. *Journal of global optimization*, 79, pp. 521-566, 2021.
- [5] Liuzzi, G., Lucidi, S., Piccialli, V., Direct-based approach exploiting local minimizations for the solution of large-scale global optimization problems. *Computational Optimization and Applications* 45(2), pp. 353-375, 2010.
- [6] Paulavicius, R., Chiter, L., Zilinskas, J. Global optimization based on bisection of rectangles, function values at diagonals and a set of Lipschitz constants. *Journal of Global Optimization* 71 (1), pp. 5-20, 2018.

En este trabajo se estudian las celdas alejadas de Voronoi de un conjunto T de sitios, en el espacio Euclídeo, considerando todas las perturbaciones admisibles de sus datos. En este enfoque robusto se tiene en cuenta regiones del tipo bola para diferentes situaciones: cuando hay incertidumbre en los sitios distintos del generador; cuando sólo hay incertidumbre en el sitio generador y cuando se consideran perturbaciones globales de todos los sitios involucrados. En particular, se obtienen propiedades cualitativas de estabilidad relacionadas con el radio de factibilidad de la celda alejada de Voronoi por bolas de incertidumbre con respecto al par (T, s) , donde s es el sitio generador. Además, se prueban propiedades de estabilidad relacionadas a la dimensión de la celda alejada de Voronoi, que pueden aplicarse a los diagramas de Voronoi, herramienta muy utilizada en problemas de localización y geometría computacional.

Trabajo en conjunto con Virginia N. Vera de Serio (Universidad Nacional de Cuyo, Argentina).

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación

CONDICIONES SUCESIVAS DE OPTIMALIDAD PARA PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN CON
RESTRICCIONES ABSTRACTAS

María Daniela Sánchez

Universidad Nacional de La Plata, Argentina
danumd@gmail.com

Teniendo en cuenta que las condiciones de optimalidad son un pilar básico en el estudio de problemas de optimización, ya que suelen utilizarse al momento de definir algoritmos para la resolución de los problemas, se pretende desarrollar nuevas condiciones de optimalidad secuenciales para problemas de optimización no lineal en donde, además de tener restricciones de igualdad y de desigualdad, se tiene un conjunto abstracto de restricciones. Recientemente, en [1], se introdujo la condición sucesiva de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker Aproximada Positiva (PAKKT) para problemas de optimización no lineal generales. Extenderemos esta definición para los problemas con un conjunto de restricciones abstractas, y compararemos esta nueva condición con otras condiciones secuenciales conocidas en la literatura. Además, definiremos la condición de calidad asociada, y haremos un análisis comparativo con las condiciones de calidad existentes en la literatura para esta clase de problemas, como Abadie [2] y Quasinormalidad [3]. Finalmente, mostraremos una aplicación de la nueva condición PAKKT utilizandola en el análisis de la convergencia global de un método de Lagrangiano Aumentado para este tipo de problemas.

Trabajo en conjunto con Nadia Soledad Fazzio (Universidad Nacional de La Plata, Argentina) y María Laura Schuverdt (CONICET, Universidad Nacional de La Plata, Argentina).

Referencias

- [1] R. Andreani, N.S. Fazzio, M.L. Schuverdt and L.D. Secchin, A Sequential Optimality Condition Related to the Quasi-normality Constraint Qualification and Its Algorithmic Consequences, SIAM Journal on Optimization, 29(1), (2019), 743–766.
- [2] M.L. Flegel, C. Kanzow and J.V. Outrata, Optimality conditions for disjunctive programs with application to mathematical programs with equilibrium constraints, Set-Valued Anal., 15(2), (2007), 139–162.
- [3] A.E. Ozdaglar and D.P. Bertsekas, The relation between pseudonormality and quasiregularity in constrained optimization, Optimization Methods and Software, 19(5), (2004), 493–506.

Análisis Numérico y Optimización - Comunicación

SOLUCIONES VISCOSAS, SOLUCIONES GENERALIZADAS DE CLARKE Y DIFERENCIABILIDAD DE LA FUNCIÓN VALOR ÓPTIMO EN PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA.

Virginia Vera

Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina
virginia.vera@fce.uncu.edu.ar

Analizamos, en espacios euclídeos, la función valor óptimo v asociada con un problema general de optimización paramétrica a través de la teoría de soluciones viscosas y su relación con la derivada generalizada de Clarke. Desarrollamos un principio de comparación que permite caracterizar a v como la única solución viscosa de un conjunto de ecuaciones diferenciales. Asimismo, obtenemos tanto condiciones necesarias como suficientes para optimalidad, adaptando el método de verificación para problemas de control óptimo. Finalmente, aplicamos el punto de vista de soluciones viscosas para analizar la derivada generalizada de Clarke de v y determinar propiedades de diferenciabilidad de esta función óptima. En particular, se obtienen condiciones que garantizan que una función óptima convexa sea diferenciable en un punto dado u_0 .

Trabajo en conjunto con Pablo Ochoa (Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina).

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación

MÉTRICAS DIFUSIVAS INDUCIDAS POR AFINIDADES ALEATORIAS EN GRAFOS. UNA APLICACIÓN A COVID-19

María Florencia Acosta

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL), UNL-CONICET, Argentina
mfacosta@santafe-conicet.gov.ar

En el contexto de la teoría de grafos es posible definir al operador de Laplace y a partir del mismo ecuaciones de difusión, como la del calor. Luego, mediante el método de Coifman y Lafon ([2]), podemos obtener distancias difusivas definidas sobre los nodos del grafo. Estas métricas nos permiten, entre otras cosas, determinar una geometría del grafo y describir la familia de las bolas asociadas a esta métrica.

Esta teoría puede desarrollarse para distintos tipos de grafos. En este caso consideraremos grafos no dirigidos y pesados, con pesos aleatorios para los nodos y las aristas.

Sea $G(\mathcal{V})$ la clase de los grafos $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \bar{a}, \bar{A})$, simples, no dirigidos y pesados sobre un conjunto de vértices $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, n\}$ y aristas $\mathcal{E} = \{\{i, j\} : i, j \in \mathcal{V}\}$; vector de pesos de los vértices $\bar{a} = (a_i : i \in \mathcal{V})$, con $a_i > 0$, y matriz de pesos de las aristas $\bar{A} = (A_{ij} : i, j \in \mathcal{V})$, con $A_{ij} \geq 0$. El operador Laplaciano sobre \mathcal{G} aplicado a una función $f : \mathcal{V} \rightarrow \mathbb{R}$ se define por $\Delta_{\mathcal{G}}f(i) = \frac{1}{a_i} \sum_{j \in \mathcal{V}} A_{ij}(f(j) - f(i))$.

Sea (Ω, P) un espacio de probabilidad. Decimos ahora que una función \mathcal{G} definida en Ω con valores en $G(\mathcal{V})$ es un *grafo aleatorio sobre \mathcal{V}* , es decir, $\mathcal{G}(w) = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \bar{a}(w), \bar{A}(w)) \in G(\mathcal{V})$ para cada $w \in \Omega$, donde a_i y A_{ij} son variables aleatorias.

Teorema 1. Si las variables aleatorias a_i y A_{ij} tiene primer momento finito, entonces el grafo esperado $\mathbb{E}\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathbb{E}\bar{a}, \mathbb{E}\bar{A})$ pertenece a la clase $G(\mathcal{V})$.

El operador Laplaciano asociado al grafo aleatorio \mathcal{G} está dado por

$$\Delta_{\mathcal{G}(w)}f(i) = \frac{1}{a_i(w)} \sum_{j \in \mathcal{V}} A_{ij}(w)(f(j) - f(i)), \quad w \in \Omega, \quad i \in \mathcal{V}.$$

Teorema 2. Si $a_i^{-1} \in L^1(\Omega, P)$ y con el supuesto de independencia de las variables aleatorias a_i y A_{ij} , se tiene que

$$* \mathbb{E}\Delta_{\mathcal{G}(w)} = \Delta_{\bar{\mathcal{G}}}, \quad \text{con } \bar{\mathcal{G}} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \bar{b}, \mathbb{E}\bar{A}), \quad \bar{b} = (b_1, \dots, b_n) \text{ y } b_i = \left(\mathbb{E}\frac{1}{a_i}\right)^{-1}.$$

* El operador $\mathbb{E}\Delta_{\mathcal{G}(w)}$ es autoadjunto, semi-definido negativo y por lo tanto diagonalizable, respecto al producto escalar $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\bar{b}}$. Es decir, existe una sucesión de autovalores $0 = \lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{n-1}$ y una sucesión de autovectores ortonormales asociados $\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_{n-1}$ tales que

$$\mathbb{E}\Delta_{\mathcal{G}(w)}\phi_k = \lambda_k\phi_k, \quad \text{para } k = 0, 1, \dots, n-1.$$

* Para todo $t > 0$, la función $d_t : \mathcal{V} \times \mathcal{V} \rightarrow \mathbb{R}^+$ dada por

$$d_t(i, j) = \sqrt{\sum_{k=0}^{n-1} e^{2t\lambda_k} |\phi_k(i) - \phi_k(j)|^2}$$

es una métrica (difusiva) sobre \mathcal{V} .

Este trabajo tiene el doble objetivo de probar estos resultados y, por otra parte, de explorar una aplicación a los efectos de proveer una herramienta para predecir y controlar la propagación de COVID-19 y otras enfermedades en el entorno del Área Metropolitana de Buenos Aires (AMBA). En este caso el grafo se compone de 41 vértices correspondientes a los distritos que conforman el AMBA y como pesos de las aristas consideramos combinaciones convexas de distintas matrices de afinidad, construidas a partir de datos de transporte provistos por el Sistema Único de Boleto Electrónico (SUBE), por vecindad entre distritos, por la población relativa entre vecinos y por la longitud de la frontera, entre otras. Algunos de estos resultados pueden verse en [1].

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, Argentina), Ivana Gómez (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, Argentina) y Federico Morana (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, Argentina).

Referencias

- [1] M. F. Acosta, H. Aimar, I. Gómez and F. Morana, Diffusive metrics induced by multiaffinities. The COVID-19 setting for Buenos Aires (AMBA), Proceedings of VIII MACI (2021), vol. 8, 731–734.
- [2] Ronald R. Coifman and Stephane Lafon, Diffusion maps, Appl. Comput. Harmon. Anal. 21 (2006), 5–30.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación

ESTRATEGIAS DE CONTROL PARA EL SUMINISTRO DE ANTIVIRALES EN EL TRATAMIENTO DE ENFERMEDADES INFECCIOSAS AGUDAS: ¿CÓMO MINIMIZAR SIMULTÁNEAMENTE EL PICO VIRAL Y LA PROPORCIÓN TOTAL DE CÉLULAS INFECTADAS?

Marcelo Actis

Facultad de Ingeniería Química (UNL-CONICET), Argentina
mactis@fiq.unl.edu.ar

En las últimas décadas se han desarrollado varios modelos de células diana (target-cells models) para describir y comprender la propagación de virus en pacientes (in-host models) y la efectividad de los tratamientos antivirales [1-6].

Aunque el estudio de los equilibrios y la estabilidad juega un papel crucial para caracterizar cada comportamiento potencial del sistema controlado, poca atención se ha prestado a su caracterización adecuada. Los conceptos como la proporción crítica de células susceptibles (no infectadas) bajo las cuales la infección ya no puede aumentar, pueden utilizarse en objetivos de control más generales si se expresan en términos de estabilidad de equilibrios y conjuntos invariantes a su alrededor.

El control de la infección se puede modelar vía terapias con medicamentos. La inclusión de modelos farmacocinéticos y farmacodinámicos permite modificar parámetros de los modelos exógenamente por frecuencia y cantidad de dosis. Pero dado que los fármacos se administran normalmente mediante píldoras o inyecciones intravenosas, se observan saltos instantáneos en la concentración del fármaco en algunos tejidos. Esto se conceptualiza matemáticamente como una discontinuidad del primer tipo y da lugar a los llamados sistemas controlados por impulsos. Aunque se puede calcular la dosis óptima para estos modelos, la disponibilidad de células diana por encima de un nivel crítico y la limitación de la duración de terapias con medicamentos, resultan en rebrotes virales cuando se interrumpe la terapia. Este efecto se ha observado tanto en infecciones crónicas [7] como en agudas [8].

Teniendo en cuenta este escenario, basándonos en métodos clásicos de Lyapunov, hemos realizado una caracterización completa del comportamiento dinámico de los modelos de células diana bajo acciones de control y, a partir de esta caracterización, mostramos cómo minimizar simultáneamente el pico viral y la proporción total de células infectadas [9]. Si bien en la literatura no está tan claro si se puede

alcanzar ese doble objetivo, mostraremos que al separar los objetivos transitorios de los estacionarios, es posible administrar antivirales de una manera que explote todas las posibilidades que el sistema permite, reduciendo así la severidad de la enfermedad. Los resultados de varias simulaciones ilustran los beneficios potenciales de la estrategia propuesta.

Trabajo en conjunto con Mara Perez (INTEC, CONICET-UNL, Argentina), Pablo Abuin (INTEC, CONICET-UNL, Argentina), Antonio Ferramosca (Università degli studi di Bergamo, Italia), Esteban A. Hernandez-Vargas (Universidad Nacional Autónoma de México, México) y Alejandro H. Gonzalez (INTEC, CONICET-UNL, Argentina).

Referencias

- [1] A. S. Perelson, R. M. Ribeiro, Modeling the within-host dynamics of HIV infection, *BMC biology* 11 (1) (2013) 96.
- [2] S. M. Ciupe, R. M. Ribeiro, P. W. Nelson, A. S. Perelson, Modeling the mechanisms of acute hepatitis b virus infection, *Journal of theoretical biology* 247 (1) (2007) 23–35.
- [3] L. Canini, A. S. Perelson, Viral kinetic modeling: state of the art, *Journal of pharmacokinetics and pharmacodynamics* 41 (5) (2014) 431–443.
- [4] P. Baccam, C. Beauchemin, C. A. Macken, F. G. Hayden, A. S. Perelson, Kinetics of influenza A virus infection in humans, *Journal of virology* 80 (15) (2006) 7590–7599.
- [5] R. Nikin-Beers, S. M. Ciupe, Modelling original antigenic sin in dengue viral infection, *Mathematical medicine and biology: a journal of the IMA* 35 (2) (2018), 257–272.
- [6] V. Nguyen, S. Binder, A. Boianelli, M. Meyer-Hermann, E. A. Hernandez-Vargas, Ebola Virus Infection Modelling and Identifiability Problems, *Frontiers in microbiology* 6 (05 2015).
- [7] H. Dahari, A. Lo, R. M. Ribeiro, A. S. Perelson, Modeling hepatitis C virus dynamics: liver regeneration and critical drug efficacy, *Journal of theoretical biology* 247 (2) (2007) 371–381.
- [8] H. M. Dobrovolny, R. Gieschke, B. E. Davies, N. L. Jumbe, C. A. Beauchemin, Neuraminidase inhibitors for treatment of human and avian strain influenza: A comparative modeling study, *Journal of theoretical biology* 269 (1) (2011) 234–244.
- [9] M. Perez, P. Abuin, M. Actis, A. Ferramosca, E. Hernández-Vargas and A. H. González, Optimal control strategies to tailor antivirals for acute infectious diseases in the host, Submitted 2021, Preprint: arXiv:2106.09528

Aplicaciones de la Matemática y Física Matematica - Comunicación

USO DE WAVELETS PARA LA CARACTERIZACIÓN DE SERIES DE CRIPTOMONEDAS AL INICIO DE LA PANDEMIA

María Belén Arouxet

Universidad de La Plata, CMaLP, Argentina

belen@mate.unlp.edu.ar

Calculamos el exponente de Hurst [1] mediante una modificación realizada a un método wavelet presentado por [2], y estudiamos la persistencia de series temporales de criptomonedas, en el período que abarca el inicio de la pandemia desde el 14/11/2019 hasta 08/06/2020. Comparamos los resultados obtenidos en diferentes frecuencias de muestreo, tanto en series de rendimientos como de volatilidad. También, a fin de examinar la relación frecuencia-tiempo entre los casos y muertes por Covid-19 y los exponentes de Hurst de las series, realizamos un análisis de coherencia wavelet [3].

Trabajo en conjunto con Verónica E. Pastor, Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ingeniería, Departamento de Matemática..

Referencias

- [1] H. Hurst, Long-term storage capacity of reservoirs, Transactions of the American Society of Civil Engineers 116 (1951) 770-808.
- [2] I. Simonsen, A. Hansen, O. Nes, Determination of the Hurst exponent by use of wavelet transforms, Physical Review E 58 (1998) 2779.
- [3] A. Grinsted, J. C. Moore, S. Jevrejeva, Application of the cross wavelet transform and wavelet coherence to geophysical time series, Nonlinear Processes in Geophysics 11 (5/6) (2004) 561-566.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación

EXISTENCIA DE FLUJOS EN SISTEMAS TERMOMECAÑICOS DISCRETOS

Marcos Julián Bonich

Universidad Nacional del Comahue, Argentina

bonichmarcos@gmail.com

Los sistemas termomecánicos son sistemas dinámicos con finitos grados de libertad que permiten modelar sistemas físicos cuyo comportamiento tiene características de los sistemas descriptos por la Mecánica Clásica así como también otras que corresponden a los sistemas de la Termodinámica (ver [1]). Estos sistemas son de gran aplicabilidad porque están presentes en muchas máquinas y equipos de la vida cotidiana. La necesidad de describir precisamente su evolución temporal ha llevado a buscar integradores numéricos que, de una manera u otra, tratan de preservar las características físicas del sistema en cuestión.

En el caso de los sistemas mecánicos, los integradores variacionales son integradores numéricos que se construyen a partir de una versión discreta del principio variacional que determina la dinámica del sistema mecánico en cuestión. Estos integradores variacionales han mostrado un muy buen comportamiento (conservación de las propiedades físicas del sistema continuo), en especial para simulaciones a tiempos grandes. Tomando esta idea como punto de partida, F. Gay-Balmaz y H. Yoshimura introducen en [2] un tipo de sistema termomecánico discreto que ellos llaman simple y cuya característica principal es que todo su comportamiento termodinámico puede ser determinado a partir de una única variable real, la entropía.

En esta presentación, siguiendo [2], repasaremos estos sistemas termomecánicos simples (en su versión continua y discreta), daremos algunos ejemplos y veremos que utilizando una aplicación de diferencias finitas es posible discretizar un sistema continuo (adecuado), para obtener una familia de sistemas discretos (integradores variacionales). Por último, veremos un resultado que permite, bajo ciertas hipótesis, garantizar la existencia de flujo (evolución) para los sistemas termomecánicos discretos.

Trabajo en conjunto con Javier Fernández y Maximiliano Palacios Amaya.

Referencias

- [1] Hernán Cendra, Sergio Grillo, and Maximiliano Palacios Amaya. Elementary thermo-mechanical systems and higher order constraints. Qual. Theory Dyn. Syst., 19(1):Paper No. 39, 36, 2020.
- [2] François Gay-Balmaz and Hiroaki Yoshimura. Variational discretization of the nonequilibrium thermodynamics of simple systems. Nonlinearity, 31(4):1673–1705, 2018.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación

ANÁLISIS DE UN PROBLEMA DE TIPO DEPREDADOR-PRESA FRACCIONARIO CON EFECTO ALLEE Y COSECHA

Daiana Bravo

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, Argentina
daibravo@fceia.unr.edu.ar

Un modelo matemático clásico depredador-presa de Lotka-Volterra es un sistema formado por ecuaciones diferenciales de primer orden no lineales que modelizan el crecimiento de dos poblaciones biológicas que ocupan el mismo ambiente. Una especie, los depredadores, se alimentan de la otra especie, la presa, que a su vez se nutre de un tercer alimento ampliamente disponible en ese ambiente, [2].

Motivado por aplicaciones en diversas áreas científicas (electricidad, magnetismo, mecánica, dinámica de fluidos, medicina, etc.), el cálculo fraccionario se encuentra en rápido desarrollo, lo que ha llevado a un gran crecimiento de su estudio en las últimas décadas. La derivada fraccionaria es un operador no local, esto convierte a las ecuaciones diferenciales fraccionarias en buenas candidatas para la modelización de situaciones en las que es importante considerar la historia del fenómeno estudiado [1, 3, 5], a diferencia de los modelos con derivada clásica donde esto no se tiene en cuenta.

En este trabajo se tratará un problema de tipo depredador-presa fraccionario con $0 < \alpha \leq 1$,

$$\begin{cases} {}_0^C D_t^\alpha [x](t) = rx(t) \left(1 - \frac{x(t)}{K}\right) (x(t) - m) - bx(t)y(t) \\ {}_0^C D_t^\alpha [y](t) = cx(t)y(t) - dy(t) - ey(t) \end{cases}$$

donde $x(t)$ representa la cantidad de presas, $y(t)$ representa la cantidad de depredadores en el tiempo t y los diferentes parámetros r, K, m, b, c, d, e los consideraremos todos positivos.

En la ecuación que modela las presas podemos ver que el primer sumando corresponde al crecimiento de las mismas, donde consideramos un efecto llamado Allee en el que intervienen los siguiente parámetros: r tasa de crecimiento intrínseco, K capacidad de carga y m representa el umbral del efecto Allee, es decir la densidad de población mínima para el crecimiento de ciertas especies, que por debajo de la cual la población se extingue (la tasa de crecimiento de la población es positiva solo dentro del rango $m < x < K$ y es negativa fuera de este intervalo), y el segundo sumando representa la disminución de las presas por ser capturadas, [4]. En la ecuación que modela los depredadores podemos ver que el primer sumando corresponde al crecimiento de los mismos por capturar presas, el segundo sumando representa la mortalidad natural de los depredadores mientras que el tercer sumando representa la cosecha de los mismos.

Se realizará un análisis sobre la existencia y unicidad de soluciones, estudio de estabilidad y se utilizarán métodos numéricos fraccionarios de Adams-Bashforth para aproximar las soluciones, [6]. Se harán comparaciones con el problema clásico, donde solo interviene la derivada de primer orden.

Trabajo en conjunto con Melani Barrios (CONICET, Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, Argentina) y Gabriela Reyero (Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, Argentina).

Referencias

- [1] BARRIOS, M., AND REYERO, G. An Euler-Lagrange equation only depending on derivatives of Caputo for fractional variational problems with classical derivatives. *Statistics, Optimization Information Computing* 8, 2 (2020), 590–601, DOI: 10.19139/soic-2310-5070-865.
- [2] CLARK, C. W. *The optimal management of renewable resources*, vol. 2. *Mathematical Bioeconomics*, 1990.
- [3] DIETHELM, K. *The analysis of fractional differential equations: An application-oriented exposition using differential operators of Caputo type*. Springer Science Business Media, 2010.
- [4] DIETHELM, K., FORD, N. J., AND FREED, A. D. A predictor-corrector approach for the numerical solution of fractional differential equations. *Nonlinear Dynamics* 29, 1 (2002), 3–22.

- [5] FERRARI, A., AND MARCUS, E. S. Study of a fractional-order model for HIV infection of CD4+ T-cells with treatment. *Journal of Fractional Calculus and Applications* 11, 2 (2020), 12–22.
- [6] LI, C., AND ZENG, F. *Numerical methods for fractional calculus*, vol. 24. CRC Press, 2015.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación

DETECCIÓN DE SUPEROSCILACIONES MEDIANTE EL USO DE LA TRANSFORMADA WAVELET Y LA DESCOMPOSICIÓN EMPÍRICA EN MODOS

Gisela Clemente

UIDET Matemática Aplicada, Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNLP,
Argentina
investigar1matematica@gmail.com

Las superoscilaciones corresponden a un fenómeno no lineal abordado en forma teórica por Aharonov en el año 1991. Este tipo de fenómeno no sólo es de interés analítico sino que ha encontrado aplicaciones prácticas en diversos campos como microscopía de alta resolución, análisis de pulsos ultra-cortos, arreglos de antena, comunicaciones, entre otras. Estas ondas tienen la particularidad de contener variaciones de amplitud más rápidas que aquella correspondiente a la componente más rápida obtenida aplicando la Transformada de Fourier. Otra de sus características es que resultan acotadas espectralmente o de banda limitada, y la amplitud desarrollada en la región donde ocurren es pequeña, pues decrece en forma exponencial. Además, esta débil amplitud les permite “evadir” el principio de incertidumbre [1]. La variación a que referimos ocurre en una región acotada del dominio temporal y a veces no alcanza a describir un período. Estas características impiden su determinación empleando la Transformada de Fourier, ya que no es un fenómeno estacionario. Con esta perspectiva, hemos ensayado otros métodos, como la Transformada Wavelet y la Descomposición Empírica en Modos [2], que son capaces de determinar estos rasgos en ondas con características no estacionarias. En este trabajo mostramos la aplicación de estas técnicas y la identificación de superoscilaciones para una señal en particular.

Trabajo en conjunto con Kevin Giribuela (Facultad de Ingeniería, UNLP, Argentina. kevin.giribuela@gmail.com), Victoria Vampa (UIDET Matemática Aplicada, Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNLP, Argentina. victoria.vampa@ing.unlp.edu.ar) y Fabián Videla (Centro de Investigaciones Ópticas (CONICET-CICBA-UNLP). Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNLP, Argentina. fabianv@ciop.unlp.edu.ar).

Referencias

- [1] Rubinsztein-Dunlop, H., Forbes, A., Berry, M. V., Dennis, M. R., Andrews, D. L., Mansuripur, M., ... Weiner, A. M. (2016). Roadmap on structured light”. *Journal of Optics*, 19(1), 013001.
- [2] Huang, Norden E., Zhaohua Wu, and Steven R. Long (2008). ”Hilbert-Huang transform.” *Scholarpedia* 3.7: 2544.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación

ANÁLISIS DE LAS CURVAS DE ADSORCIÓN EN UNA COLUMNA DE LECHO FIJO

Mariano Ferrari

Universidad Nacional de la Patagonia SJB, Facultad de Ingeniería., Argentina
mferrari7@gmail.com

Las columnas de adsorción de lecho fijo son el método más aplicado a nivel industrial en el proceso de tratamiento de aguas residuales contaminadas. Los sistemas de adsorción en una columna no funcionan bajo condiciones de equilibrio debido a que continuamente ingresa a la columna una disolución de alimentación, donde se establece un proceso de transferencia de masa permanente entre una fase móvil que contiene el adsorbible y la fase sólida del lecho adsorbente. El objetivo de este trabajo es describir el proceso de intercambio de materia en una columna de adsorción a través del análisis de las ecuaciones del proceso y sus soluciones analíticas.

El proceso de transferencia en la columna se describe a través de una ecuación de balance de masas:

$$v \frac{\partial c}{\partial z} + \frac{\partial c}{\partial t} + \rho \frac{\partial q}{\partial t} = 0,$$

y una ecuación que describe la cinética de intercambio entre la fase líquida y la sólida:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = f(c, q).$$

En estas ecuaciones v ($cm\ s^{-1}$) es la velocidad de flujo lineal y ρ ($g\ cm^{-3}$) una constante relacionada con la densidad del adsorbente, z (cm) representa la coordenada axial de la columna y t (s) es el tiempo, en tanto que c ($mg\ cm^{-3}$) y q ($mg\ g^{-1}$) corresponden a la concentración del contaminante en la fase líquida y sólida respectivamente.

En este trabajo se consideró una ecuación de intercambio general con cuatro parámetros:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = k_1 c - k_2 q - k_3 c q - k_0,$$

que abarca varios de los casos descriptos en la literatura [1,2]. Se encontró la solución del modelo, que generaliza la solución propuesta por Goldstein [3], y se analizó la forma de la solución en relación a valores particulares de los parámetros propuestos. La solución general, así como los casos particulares, fueron aplicados para describir la adsorción del metal Cr (VI), altamente toxico, sobre el biopolímero quitosano, extraído de descartes pesqueros. Para ello se obtuvieron datos experimentales utilizando una columna a escala, a diferentes caudales y alturas del lecho.

Trabajo en conjunto con Jimena B. Dima (Ibiomar-Cenpat-Conicet, UNPSJB-FI, Argentina) y Ivan Mandelman (Cesimar-Cenpat-Conicet, UNPSJB-FI, Argentina).

Referencias

- [1] Chu, K.H. 2010. Fixed Bed Sorption: Setting the Record Straight on the Bohart–Adams and Thomas Models. *Journal of Hazardous Materials* 177: 1006-12.
- [2] Chatterjee, A., Silke S. 2014. Multi-Resistance Kinetic Models for Biosorption of Cd by Raw and Immobilized Citrus Peels in Batch and Packed-Bed Columns. *Chemical Engineering Journal* 244: 105-16.
- [3] Goldstein, S. 1953. On the mathematics of exchange processes in fixed columns I. Mathematical solutions and asymptotic expansions. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A.* 219 (1137): 151-71.

Los integradores variacionales tienen muy buen desempeño en simulaciones numéricas de diferentes sistemas mecánicos y de control. En esta charla discutiremos un método para resolver los sistemas discretos resultantes en presencia de condiciones de borde. Se trata de una estrategia de paralelización que puede aprovechar hardware específico como CPUs multinúcleo o GPUs, es decir, placas gráficas. Estudiaremos la convergencia de dicho método, y mostraremos la aplicación al problema de navegación de Zermelo, que consiste en encontrar trayectorias de tiempo óptimo en presencia de corrientes marinas. Dichas trayectorias son geodésicas con respecto a una métrica de Finsler.

Trabajo en conjunto con David Martín de Diego (Instituto de Ciencias Matemáticas, España) y Rodrigo T. Sato Martín de Almagro (Institute of Applied Dynamics, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Alemania).

Referencias

- [1] Bao, D., Robles, C., and Shen, Z. (2004). Zermelo navigation on Riemannian manifolds. *J. Differential Geom.*, 66(3), 377–435.
- [2] Colombo, L., Ferraro, S., and Martín de Diego, D. (2016). Geometric integrators for higher-order variational systems and their application to optimal control. *J. Nonlinear Sci.*, 26(6), 1615–1650.
- [3] Ferraro, S., Martín de Diego, D., and Sato Martín de Almagro, R.T. (2021). A parallel iterative method for variational integration. Work in progress.
- [4] Marsden, J.E. and West, M. (2001). Discrete mechanics and variational integrators. *Acta Numer.*, 10, 357–514.
- [5] Zermelo, E. (1931). Über das Navigationsproblem bei ruhender oder veränderlicher Windverteilung. *Z. Angew. Math. Mech.*, 11, 114–124.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación

PORQUÉ HAY TANTO CONTRASTE ENTRE LAS FRONTERAS VALONIA/FLANDES Y PALESTINA/ISRAEL?: ANÁLISIS ENTRÓPICO DE CONDICIONES INICIALES ESTRUCTURADAS EN EL MODELO DE SCHELLING

Marcos Gaudiano

FAMAF-UNC, CIEM-CONICET, Argentina
marcosgaudio@gmail.com

Si bien en Sistemas Complejos la existencia de estructuras jerárquicas es ubicua, en muchos sistemas de Sociofísica se preestablecen usualmente condiciones iniciales aleatorias. En esta presentación, primero mostramos la notable diferencia dinámica que surge entre estas dos suposiciones, estudiando el modelo de Schelling de segregación de minorías.

Se puede ver que, para un modelo de Schelling casi aparamétrico con condiciones iniciales estructuradas, la segregación presenta una dinámica local y de corto alcance que se desarrolla en las fronteras de los patrones mayoría-minoría, mientras que la estructura macroscópica de los grupos de agentes es básicamente invariante en el tiempo.

Se mostrará cómo la segregación explota para cierto régimen de máxima incontrollabilidad que había sido predicho en [1]. Esto permite señalar además cómo ciclos recurrentes de paz/segregación son más probables de ocurrir en dicho régimen.

Trabajo en conjunto con Jorge Revelli (FAMAF-UNC, IFEG-CONICET).

Referencias

- [1] M. Gaudiano, An entropical characterization for complex systems becoming out of control, *Physica A*, 440,185-199, Elsevier (2015).

MÉTODO DE CHEBYSHEV COLLOCATION CON APLICACIONES AL CÁLCULO DE LA DISPERSIÓN ACÚSTICA DE UNA MERLUZA.

Juan Domingo Gonzalez

Dto. de Propagación Acústica - DIIV - UNIDEF (MinDef-Conicet) / Universidad Nacional Guillermo Brown, Argentina
juanrst@hotmail.com

La interacción entre ondas acústicas armónicas, propagándose en un fluido homogéneo, y un objeto inmerso en el mismo, está gobernada por la ecuación escalar exterior de Helmholtz. Cuando el objeto es un pez dotado de vejiga natatoria y el medio agua de mar, una idealización posible de este problema consiste en considerar que la dispersión (scattering) se debe fundamentalmente a la vejiga, la cual se considera acústicamente impenetrable y con condiciones de contorno del tipo Dirichlet en su frontera (soundsoft). En trabajos previos, este problema se modeló por medio del método Boundary Element Method, en donde la solución es discretizada por medio de funciones constantes a trozos y la geometría del objeto esta dada por una malla de triángulos [1]. En esta presentación introduciremos el problema general, luego presentaremos avances preliminares basados en formulaciones superadoras, en donde la geometría esta dada por superficies parametrizadas suaves, y la solución se expresa en una base de polinomios de Chebyshev [2]. Discutiremos aplicaciones concretas a un ejemplar tomografiado de Merluza común.

Trabajo en conjunto con Sebastián A. Lamas (Dto. de Propagación Acústica - DIIV - UNIDEF (Min-Def/Conicet)).

Referencias

- [1] Gonzalez, J. D., Lavia, E. F., Blanc, S., Maas, M., Madirolas, A. (2020). Boundary element method to analyze acoustic scattering from a coupled swimbladder-fish body configuration. *Journal of Sound and Vibration*, 486, 115609.
- [2] Bruno, O. P., Garza, E. (2020). A Chebyshev-based rectangular-polar integral solver for scattering by geometries described by non-overlapping patches. *Journal of Computational Physics*, 421, 109740.

MODELOS EPIDEMIOLÓGICOS ESPACIALES PARA LA TRANSMISIÓN DE ENFERMEDADES RESPIRATORIAS INFECCIOSAS

Damián Alejandro Knopoff

Basque Center for Applied Mathematics, España
dknopoff@bcamath.org

Si bien incluir explícitamente un componente espacial en un modelo epidemiológico podría ser una complicación innecesaria para responder a algunas preguntas ecológicas y de salud pública, cierto grado de resolución espacial resulta esencial cuando se desea diferenciar los patrones de transmisión entre regiones geográficas y al considerar medidas de intervención espacialmente heterogéneas.

Los modelos epidemiológicos de autómatas celulares generalmente se basan en cuadrículas computacionales simplificadas, pero pueden proporcionar información valiosa sobre la dinámica espacial de transmisión dentro de una población, al tener en cuenta adecuadamente las conexiones entre los individuos en la comunidad considerada.

En esta comunicación, describiré un modelo epidemiológico basado en autómatas celulares estocásticos considerando la compartimentación SHAR de la población, presentaré algunos resultados de simulación y relacionaré estos resultados con datos epidemiológicos proporcionados por el Servicio de Salud del País Vasco.

Trabajo en conjunto con Maíra Aguiar (BCAM), Vizda Anam (BCAM), Nicole Cusimano (BCAM) y Nico Stollenwerk (BCAM).

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación

BIFURCACIONES INDUCIDAS POR SINGULARIDADES EN MODELOS
DIFERENCIALES-ALGEBRAICOS

Elisabeth Kravchenco

UIDET-Matemática Aplicada, Depto de Ciencias Básicas, Fac. de Ingeniería, UNLP, Argentina
krav_eli@yahoo.com.ar

La dinámica de una amplia clase de sistemas físicos, tales como sistemas de potencia, circuitos eléctricos no lineales, etc., se pueden representar por modelos diferenciales -algebraicos que dependen de parámetros. En estos modelos aparecen muchas veces singularidades. Más aún, por tratarse de sistemas que dependen de parámetros, se produce el fenómeno de bifurcación inducida por singularidad, que ocurre cuando un equilibrio cruza el conjunto singular bajo una variación de parámetros.

Revisamos los conceptos anteriores en algunos ejemplos de aplicación.

Trabajo en conjunto con María Etchehoury (Depto de Matemática y Centro de Matemática de La Plata, Fac. de Ciencias Exactas, UNLP).

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación

UTILIZACIÓN DEL OPERADOR DE DISPERSIÓN PARA LA DETERMINACIÓN VARIACIONAL DE LA
MATRIZ DE DENSIDAD REDUCIDA DE DOS PARTÍCULAS EN LOS ESTADOS FUNDAMENTAL Y
EXCITADOS EN EL ESPACIO DE INTERACCIÓN DE CONFIGURACIONES DOBLEMENTE OCUPADAS

Gustavo Ernesto Massaccesi

Área de Matemática, Ciclo Básico Común, Universidad de Buenos Aires, Argentina
gustavo@oma.org.ar

Los métodos variacionales permiten la determinación directa de la matriz de densidad reducida de dos electrones (2RDM), correspondiente a una molécula o a un sistema multifermiónico abstracto, mediante la utilización de un problema de programación semidefinida. Así, es posible obtener la energía mínima y otras propiedades relevantes de los sistemas sin que sea necesario calcular la función de onda completa, logrando resultados precisos con un tiempo de cálculo polinomial, en vez de exponencial, respecto al tamaño del sistema.

Por ser una técnica de minimización, generalmente se obtienen las matrices del estado fundamental de los sistemas interactuantes de N partículas. En este trabajo combinamos la metodología variacional [1-4] con la técnica del operador de dispersión [5], para obtener también matrices de estados excitados del sistema dentro del espacio de interacción de configuraciones doblemente ocupadas (DOCI). En particular, ampliamos propuestas anteriores agregando las condiciones de N -representabilidad de cuatro partículas, lo que mejora la capacidad del método para determinar estados excitados [6].

Aplicamos este tratamiento para describir espectros electrónicos de dos sistemas modelo: el Hamiltoniano de Bardeen-Cooper-Schrieffer reducido y el Hamiltoniano de Richardson-Gaudin-Kitaev. Estos modelos tienen solución exacta conocida con la que podemos comparar, y así valorar, los resultados obtenidos con la nueva metodología. El operador de dispersión, junto con las condiciones de N -representabilidad de las matrices de densidad reducida de hasta cuatro partículas, proporciona excelentes resultados.

Trabajo en conjunto con Diego Ricardo ALCOBA (Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires; Instituto de Física de Buenos Aires, CONICET; Argentina), Ofelia Beatriz OÑA (Instituto de Investigaciones Fisicoquímicas Teóricas y Aplicadas, Universidad Nacional de La Plata; CCT La Plata, CONICET; Argentina), Luis LAIN (Departamento de Química Física, Facultad de Ciencia y Tecnología, Universidad del País Vasco; España), Alicia TORRE (Departamento de Química Física, Facultad de Ciencia y Tecnología, Universidad del País Vasco; España), Pablo CAPUZZI (Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires; Instituto de Física de Buenos Aires, CONICET; Argentina), Elias RÍOS (Instituto de Investigaciones Fisicoquímicas Teóricas y Aplicadas, Universidad Nacional de La Plata; CCT La Plata, CONICET; Argentina), Alvaro RUBIO-GARCÍA (Instituto de Estructura de la Materia, CSIC; España) y Jorge DUKELSKY (Instituto de Estructura de la Materia, CSIC; España).

Referencias

- [1] W. Poelmans, M. Van Raemdonck, B. Verstichel, S. De Baerdemacker, A. Torre, L. Lain, G.E. Massaccesi, D.R. Alcoba, P. Bultinck, D. Van Neck; Variational Optimization of the Second-Order Density Matrix Corresponding to a Seniority-Zero Configuration Interaction Wave Function; *J. Chem. Theory Comput.* 11, 4064 (2015).
- [2] A. Rubio-García, D.R. Alcoba, P. Capuzzi, J. Dukelsky; Benchmarking the Variational Reduced Density Matrix Theory in the Doubly Occupied Configuration Interaction Space with Integrable Pairing Models; *J. Chem. Theory Comput.* 14, 4183 (2018).
- [3] D.R. Alcoba, P. Capuzzi, A. Rubio-García, J. Dukelsky, G.E. Massaccesi, O.B. Oña, A. Torre, and L. Lain; Variational reduced density matrix method in the doubly occupied configuration interaction space using three-particle N -representability conditions; *J. Chem. Phys.* 149, 194105 (2018).
- [4] G.E. Massaccesi, A. Rubio-García, P. Capuzzi, E. Ríos, O.B. Oña, J. Dukelsky, L. Lain, A. Torre, D.R. Alcoba; Variational determination of the two-particle reduced density matrix within the doubly occupied configuration interaction space: Exploiting translational and reflection invariance; *J. Stat. Mech.* 013110 (2021).
- [5] M. Nakata, B.J. Braams, M. Fukuda, J.K. Percus, M. Yamashita, Z. Zhao; Simple Hamiltonians which exhibit drastic failures by variational determination of the two-particle reduced density matrix with some well known N -representability conditions; *J. Chem. Phys.* 125, 244109 (2006).
- [6] D.R. Alcoba, O.B. Oña, L. Lain, A. Torre, P. Capuzzi, G.E. Massaccesi, E. Ríos, A. Rubio-García, J. Dukelsky; Variational determination of ground and excited-state two-electron reduced density matrices in the doubly occupied configuration space: A dispersion operator approach; *J. Chem. Phys.* 154, 224104 (2021).

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Charla invitada

ADAPTACIÓN DE DOMINIO BASADO EN TRANSPORTE ÓPTIMO EN INTERFACES
CEREBRO-COMPUTADORA

Victoria Peterson

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, IMAL, UNL, CONICET, Santa Fe, Argentina
vpeterson@santafe-conicet.gov.ar

Las interfaces cerebro-computadora (BCIs, por sus siglas en inglés) basadas en electroencefalografía (EEG) de superficie, transforman la actividad cerebral registrada en comandos de control o comunicación. Generalmente, los modelos de decodificación son aprendidos utilizando lo que se denomina “set de calibración”. Si la distribución de los datos no vistos (a detectar) difieren de aquellos utilizados durante la calibración, el algoritmo de decodificación puede resultar en desempeños de clasificación pobres para la aplicación real. Este fenómeno, consecuencia de la alta variabilidad presente en la señal de EEG, puede pensarse como un problema de adaptación de dominio, en el cuál el cambio en la distribución de los datos de dos similares aunque diferentes dominios debe mitigarse. Proponemos entonces utilizar transporte óptimo para adaptación de dominio entre sesiones de BCI. Mostraremos cómo el re-entrenamiento puede evitarse al transformar los datos de una nueva sesión tal que se “parezcan” a los de la sesión de calibración.

Trabajo en conjunto con Nicolás Nieto (Instituto de Investigación en Señales, Sistemas e Inteligencia Computacional, sinc(i), FICH-UNL, CONICET, Santa Fe, Argentina), Dominik Wyser (Rehabilitation Engineering Laboratory, Department of Health Sciences and Technology, ETH Zurich, Zurich, Switzerland), Olivier Lambercy (Rehabilitation Engineering Laboratory, Department of Health Sciences and Technology, ETH Zurich, Zurich, Switzerland), Roger Gassert (Rehabilitation Engineering Laboratory, Department of Health Sciences and Technology, ETH Zurich, Zurich, Switzerland), Diego H. Milone (Instituto de Investigación en Señales, Sistemas e Inteligencia Computacional, sinc(i), FICH-UNL, CONICET, Santa Fe, Argentina) y Ruben D. Spies (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, IMAL, UNL, CONICET, Santa Fe, Argentina).

Referencias

- [1] Peterson, V., Nieto, N., Wyser, D., Gassert, R., Lambercy, O., Milone, D. H., Spies, R. D. (2021). Transfer Learning based on Optimal Transport for Motor Imagery Brain-Computer Interfaces. IEEE Transactions on Biomedical Engineering.
- [2] Courty, N., Flamary, R., Tuia, D., Rakotomamonjy, A. (2016). Optimal transport for domain adaptation. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 39(9), 1853-1865.

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación

MODELIZACIÓN POR SIMULACIONES TIPO MONTE CARLO DEL PRIMER BROTE HISTÓRICO DE ZIKA EN SALTA

Pablo Fernando Quintana

Universidad Nacional de Salta, Argentina
pablofernando3094@gmail.com

El virus Zika (ZIKAV) ingresó a Argentina entre abril y junio de 2016, y en 2017 en su continua expansión, llega por primera vez a la provincia de Salta. En un trabajo anterior se realizaron estimaciones de la tasa de crecimiento intrínseco y del número de reproducción básico R_0 . Dando continuidad al análisis, en este trabajo se realiza una modelización de este brote histórico aplicando el método para aproximar comportamientos probabilísticos y por medio de simulaciones de tipo Monte Carlo replicar cualitativamente el primer brote epidémico de zika bajo estudio. En base a los datos registrados, se implementan algoritmos en entorno Matlab, con el objeto de realizar simulaciones y comparar los escenarios obtenidos con la curva epidémica registrada. También, se discuten los valores de fases de silencio, endémica y epidémica, con respecto al corredor endémico. Se presentan estimaciones de la prevalencia de infección en los departamentos afectados de la provincia, en modelos proporcionados por QGIS.

Trabajo en conjunto con Juan Carlos Rosales (Universidad Nacional de Salta, Argentina), Yang Hyun Mo (EPIFISMA IMECC UNICAMP, Brasil), Pablo Fernando Quintana (Universidad Nacional de Salta,

Argentina), Luis Pedro Lombardi Jr (EPIFISMA IMECC UNICAMP, Brasil), Emanuel Osedo (Universidad Nacional de Salta, Argentina), Diego Zerpa (Universidad Nacional de Salta, Argentina) y Celeste Herrera (Universidad Nacional de Salta, Argentina).

Aplicaciones de la Matemática y Física Matemática - Comunicación

TEORÍA DE AGRUPAMIENTOS Y ALGORITMOS DE ASIGNACIÓN MUCHOS-A-MUCHOS EN
MERCADOS BILATERALES

Juan Marcos Tripolone

Universidad de Congreso, Argentina

juanmarcos418@profesores.ucongreso.edu.ar

Se pretende proponer un modelo matemático de emparejamientos muchos-a-muchos en mercados reticulares, para resolver el problema de la compraventa simultánea en forma cooperativa (grandes grupos de pequeños compradores simultáneos del mismo bien en la misma ubicación, y grandes grupos de pequeños proveedores que deben agruparse para cubrir transacciones de mucho volumen) a través de un mercado bilateral.

Modelo resumido:

$$((B, q_B, p_B), (S, q_S, p_S), P, X) = \begin{cases} B = \{b_1, \dots, b_i, \dots, b_n\} : b_i = (q_{b_i}, p_{b_i}, t_{b_i}) \forall i \in I = \{1, \dots, n\} \\ S = \{s_1, \dots, s_i, \dots, s_m\} : s_i = (q_{s_i}, p_{s_i}, t_{s_i}) \forall i \in I = \{1, \dots, m\} \\ P := \text{Plataforma de asignaciones bilaterales} \\ X \subseteq B \times S \end{cases}$$

Conjunto de asignaciones posibles:

$$X = \{x_1, \dots, x_i, \dots, x_n\} : x_i = (b_j, s_k) \in X \Leftrightarrow p_{b_j} \geq p_{s_k}$$

$$|X| \leq |B| \cdot |S|$$

Condiciones de ordenamiento para preasignaciones entre compradores y vendedores:

$$Ord_B = \{\{b_1, \dots, b_i, \dots, b_n\} : b_i = (q_{b_i}, p_{b_i}, t_{b_i}) / (p_{b_i} < p_{b_{i+1}}) \vee [(p_{b_i} = p_{b_{i+1}}) \wedge (q_{b_i} > q_{b_{i+1}})] \vee [(p_{b_i} = p_{b_{i+1}}) \wedge (q_{b_i} = q_{b_{i+1}}) \wedge (t_{b_i} < t_{b_{i+1}})] \forall i \in I\}$$

$$Ord_S = \{\{s_1, \dots, s_i, \dots, s_n\} : s_i = (q_{s_i}, p_{s_i}, t_{s_i}) / (p_{s_i} < p_{s_{i+1}}) \vee [(p_{s_i} = p_{s_{i+1}}) \wedge (q_{s_i} > q_{s_{i+1}})] \vee [(p_{s_i} = p_{s_{i+1}}) \wedge (q_{s_i} > q_{s_{i+1}}) \wedge (t_{s_i} < t_{s_{i+1}})] \forall i \in I\}$$

Conjunto de agentes no asignados:

$$U = X^C = \{(b_i, \emptyset), (\emptyset, s_j)\}$$

Condiciones y restricciones cuantitativas:

$$QR : \left\{ \begin{array}{l} q_{B \rightarrow S} \leq q_S \\ q_{B \rightarrow S} \leq q_B \\ q_S = \sum_{j=1}^m q_{s_j} = \sum_{j=1}^m (q_{s_{jX}} + q_{s_{jR}}) \\ q_B = \sum_{i=1}^n q_{b_i} = \sum_{i=1}^n (q_{b_{iX}} + q_{b_{iR}}) \\ q_{s_{jX}}(b_i) \leq q_{s_{jX}} \leq q_{s_j} \forall b_i \in S_{b_i} \\ q_{b_{iX}}(s_j) \leq q_{b_{iX}} \leq q_{b_i} \forall s_j \in B_{s_j} \\ q_{s_{jX}} = \sum_{i=1}^n q_{s_{jX}}(b_i), b_i \in S_{b_i} \\ q_{b_{iX}} = \sum_{j=1}^m q_{b_{iX}}(s_j), s_j \in B_{s_j} \\ q_{s_{jX}}(b_i) = q_{b_{iX}}(s_j) \text{ (simetría)} \\ q_{s_{jR}} = q_{s_j} - q_{s_{jX}} \\ q_{b_{iR}} = q_{b_i} - q_{b_{iX}} \\ q_{s_{jR}} = q_{s_j}, q_{s_{jX}} = 0 \Leftrightarrow (\emptyset, s_j) \in U \\ q_{b_{iR}} = q_{b_i}, q_{b_{iX}} = 0 \Leftrightarrow (b_i, \emptyset) \in U \\ q_{B \rightarrow S} = \sum_{i=1}^n q_{b_{iX}} = \sum_{j=1}^m q_{s_{jX}} \end{array} \right.$$

Conjunto de agentes parcialmente asignados:

$$P = \{b_i : q_{b_{iX}} < q_{b_i}, s_j : q_{s_{jX}} < q_{s_j}\}$$

Condiciones y restricciones de precios:

$$PR = \left\{ \begin{array}{l} p_{b_{iX}} \geq p_{b_i} \forall b_i \in B \\ p_{s_{jX}} \leq p_{s_j} \forall s_j \in S \\ b_i \in B_{s_j} \Leftrightarrow p_{b_{iX}} \geq p_{s_{jX}} \\ s_j \in S_{b_i} \Leftrightarrow p_{s_{jX}} \leq p_{b_{iX}} \end{array} \right.$$

Precio promedio de asignación para un comprador:

$$\overline{p_{b_i}} = \frac{\sum_{j=1}^m p_{s_{jX}}(b_i) \cdot q_{s_{jX}}(b_i)}{q_{b_{iX}}} \quad (1)$$

Precio promedio de asignación para un vendedor:

$$\overline{p_{s_j}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{b_{iX}}(s_j) \cdot q_{b_{iX}}(s_j)}{q_{s_{jX}}} \quad (2)$$

Precio promedio general al cierre de operaciones:

$$\overline{p_{B \rightarrow S}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{b_{iX}} \cdot q_{b_{iX}}}{q_{B \rightarrow S}} = \frac{\sum_{j=1}^m p_{s_{jX}} \cdot q_{s_{jX}}}{q_{B \rightarrow S}} \quad (3)$$

Las tecnologías de la información y la comunicación han hecho posible y escalable la cooperativización en las economías digitales. Es natural que los pequeños agentes económicos se agrupen para formar un cluster o consorcio (aquí denominado “pool”, para aclarar la naturaleza efímera de este asociativismo no perenne, sino circunstancial), en la inteligencia de interactuar conjuntamente en un mercado definido. Se procura probar la existencia de un álgebra subyacente que modela y delinea un grupo de compradores

o vendedores como un objeto matemático y define operaciones entre estos agrupamientos de agentes. Dichas operaciones se encuentran circunscriptas dentro de un álgebra de agrupaciones, constituyendo así un conjunto de propiedades y leyes dentro de este espacio algebraico, que denominaremos “Teoría de agrupamientos” o “Teoría de pools”.

Definición formal del objeto pool:

$$(A, q, p) = \begin{cases} A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} : a_i \text{ es un agente de } (A, q, p) \forall i \in I = \{1, 2, \dots, n\} \\ q = \sum_{i=1}^n q_i : q_i := \text{cantidad individual requerida/ofrecida por el agente } i; q \in \mathbf{N}. \\ p := \text{precio al cual los agentes están dispuestos a comprar/vender un bien}; p \in \mathbb{R}^+. \end{cases}$$

El pool vacío:

$$\emptyset_P = (A, q, p) : \begin{cases} A = \emptyset \\ q = 0 \\ p = 0 \end{cases}$$

Unión de dos pools:

$$(A_1, q_1, p_1) \cup (A_2, q_2, p_2) = \begin{cases} A_1 \cup A_2 \\ q_1 + q_2 \\ p = \max(p_1, p_2) \forall \text{ pool de venta } \vee \\ p = \min(p_1, p_2) \forall \text{ pool de compra} \end{cases}$$

Unión de varios pools:

$$\bigcup_{i=1}^n (A_i, q_i, p_i) = \begin{cases} \bigcup_{i=1}^n A_i \\ \sum_{i=1}^n q_i \\ p = \max_{i=1}^n(p_i) \forall \text{ pool de venta } \vee \\ p = \min_{i=1}^n(p_i) \forall \text{ pool de compra} \end{cases}$$

Intersección de pools:

$$\bigcap_{i=1}^n (A_i, q_i, p_i) = \begin{cases} \bigcap_{i=1}^n A_i \\ \sum_{i=1}^n q_i \forall i : a_i \in \bigcap_{i=1}^n (A_i, q_i, p_i) \\ p = \max_{i=1}^n(p_i) \forall i : a_i \in \bigcap_{i=1}^n (A_i, q_i, p_i), \forall \text{ pool de venta } \vee \\ p = \min_{i=1}^n(p_i) \forall i : a_i \in \bigcap_{i=1}^n (A_i, q_i, p_i), \forall \text{ pool de compra} \end{cases}$$

Complemento relativo entre pools:

$$(A_1, q_1, p_1) \setminus (A_2, q_2, p_2) = \begin{cases} A_1 \setminus A_2 \\ q_1 - q_2 \\ p_1 \end{cases}$$

Subconjunto de un pool:

$$(A_1, q_1, p_1) \subseteq (A_2, q_2, p_2) \Leftrightarrow \begin{cases} (A_1, q_1, p_1), (A_2, q_2, p_2) \text{ ambos pooles de compra o venta.} \\ A_1 \subseteq A_2 \\ q_1 \leq q_2 \\ p_1 \leq p_2 \Leftrightarrow (A_1, q_1, p_1), (A_2, q_2, p_2) \text{ son pooles de venta } \vee \\ p_1 \geq p_2 \Leftrightarrow (A_1, q_1, p_1), (A_2, q_2, p_2) \text{ son pooles de compra} \end{cases}$$

Ínfimo cardinal:

$$(A_1, q_1, p_1) \wedge_{\#} (A_2, q_2, p_2) = (A_1, q_1, p_1) \Leftrightarrow |A_1| \leq |A_2|$$

Supremo cardinal:

$$(A_1, q_1, p_1) \vee_{\#} (A_2, q_2, p_2) = (A_1, q_1, p_1) \Leftrightarrow |A_1| \geq |A_2|$$

Ínfimo cuantitativo:

$$(A_1, q_1, p_1) \wedge_q (A_2, q_2, p_2) = (A_1, q_1, p_1) \Leftrightarrow q_1 \leq q_2$$

Supremo cuantitativo:

$$(A_1, q_1, p_1) \vee_q (A_2, q_2, p_2) = (A_1, q_1, p_1) \Leftrightarrow q_1 \geq q_2$$

Ínfimo de precios:

$$(A_1, q_1, p_1) \wedge_p (A_2, q_2, p_2) = (A_1, q_1, p_1) \Leftrightarrow p_1 \leq p_2$$

Supremo de precios:

$$(A_1, q_1, p_1) \vee_p (A_2, q_2, p_2) = (A_1, q_1, p_1) \Leftrightarrow p_1 \geq p_2$$

El álgebra de pooles:

$$\langle X = \{(A, q, p) : A = \{a_1, \dots, a_n\}, q \in \mathbf{N}, p \in \mathfrak{R}^+\}, \cup, \cap, \setminus, \subseteq, \vee_{\#}, \wedge_{\#}, \vee_q, \wedge_q, \vee_p, \wedge_p, \emptyset_P \rangle$$

Los juegos de asignación en la cadena de subcontratación internacional de servicios también se pueden modelar como un problema de coincidencia muchos-a-muchos entre agentes agrupados. La cadena de valor global tiene como objetivo capilarizar los procesos de búsqueda y subcontratación del talento (deslocalización y subcontratación de personal) y, al mismo tiempo, tercerizar los riesgos hacia abajo en la cadena. Estos riesgos incluyen la desactivación del contrato, el despido brusco de un determinado trabajador (por mal desempeño o por una nueva oferta laboral) entre otros, lo que motiva a la cadena de subcontratación a crecer indefinidamente. Se procura abordar este problema matemáticamente desde los Juegos de Asignación y los conjuntos ordenados, con el fin de estudiar el esquema de contratación en grandes cadenas de contratistas.

La cadena de contratistas desde la óptica de la teoría de conjuntos:

$$D_X = \{d_{x_1}, d_{x_2}, \dots, d_{x_d}\} \subseteq D \quad (\#D_X = d)$$

$$C_X = \{d_{x_1}, d_{x_2}, \dots, d_{x_d}, c_{x_1}, c_{x_2}, \dots, c_{x_c}\} \subseteq C$$

$$(C_X \in \wp(C), \#C_X = \#D + c = d + c)$$

$$B_X = \{d_{x_1}, d_{x_2}, \dots, d_{x_d}, c_{x_1}, c_{x_2}, \dots, c_{x_c}, b_{x_1}, b_{x_2}, \dots, b_{x_b}\} \subseteq B$$

$$(B_X \in \wp(B), \#B_X = \#D + \#C + b = d + c + b)$$

$$X = \{d_{x_1}, d_{x_2}, \dots, d_{x_d}, c_{x_1}, c_{x_2}, \dots, c_{x_c}, b_{x_1}, b_{x_2}, \dots, b_{x_b}, x_1, x_2, \dots, x_r\} \subseteq A$$

$$(X \in \wp(A), \#X = \#D + \#C + \#B + r = d + c + b + r)$$

$$\therefore \langle \wp(A), \subseteq \rangle : D_X \subseteq C_X \subseteq B_X \subseteq X \subseteq A$$

Modelado de una sola cadena de contratación directa:

$$A_0 = \text{'Empresa contratante'} = \{a_{01}, a_{02}, \dots, a_{0x}, a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1b}, a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2b}, a_{31}, a_{32}, \dots, a_{3c}, \dots, a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nm}\}$$

$$A_1 = \text{'Contratista directo (1-contratista)'} = \{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1b}, a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2b}, a_{31}, a_{32}, \dots, a_{3c}, \dots, a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nm}\}$$

$$A_2 = \text{'Subcontratista (2-contratista)'} = \{a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2b}, a_{31}, a_{32}, \dots, a_{3c}, \dots, a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nm}\}$$

$$A_3 = \text{'Sub-subcontratista (3-contratista)'} = \{a_{31}, a_{32}, \dots, a_{3c}, \dots, a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nm}\}$$

⋮

$$A_n = \text{'Sub-...-subcontratista (n-contratista)'} = \{a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nm}\}$$

Cadena de contratación simple:

$$A_n \subseteq A_{n-1} \subseteq \dots \subseteq A_i \subseteq \dots \subseteq A_3 \subseteq A_2 \subseteq A_1 \subseteq A_0 \quad \forall i \in I = \{1, 2, \dots, n\}$$

$$A_n \cup A_{n-1} \cup \dots \cup A_i \cup \dots \cup A_3 \cup A_2 \cup A_1 = A_0 \quad \forall i \in I = \{1, 2, \dots, n\}$$

El operador contractual y el álgebra de contrataciones:

$$A, B, C \subseteq X \Rightarrow$$

(i) $A \mapsto B, B \mapsto C \Rightarrow A \mapsto C$ (transitividad)

(ii) $A \mapsto B \Leftrightarrow B \mapsto A$ (simetría)

(iii) $(A \mapsto B) \mapsto C = A \mapsto (B \mapsto C)$ (asociatividad)

(iv) $A \mapsto A$ (reflexividad)

(v) $\forall X, \forall A \subseteq X, \exists \uparrow: A \mapsto \uparrow = A$ (elemento neutro)

El objetivo de esta algebrización es representar matemáticamente estos problemas, para estudiar e interpretar mejor las asignaciones en las cadenas contractuales de servicios muy largas, o bien, encontrar asignaciones óptimas y estables entre compradores y vendedores concurrentes de un mismo producto, agrupados en un mercado bilateral común.

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

PASAR DE PANDEMIA A ENDEMIAS EN TÉRMINOS MATEMÁTICOS: UNA EXPLICACIÓN VÍA TEORÍA DE GRADO

Carlos Héctor Daniel Alliera

Departamento de Matemática - FCEN (Universidad de Buenos Aires), Argentina
chdalliera@yahoo.com.ar

Nos proponemos estudiar modelos tipo SIR (O SEIR) con retardo, un modelo de este tipo (ver [2]) se ejemplifica a continuación:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \mu - \delta_S S(t) - \beta_1 S(t)I(t) - m_S S(t) + m_S(1-p)e^{-\delta\tau} S(t-\tau) \\ \frac{dI}{dt} = \beta_1 S(t)I(t) - \gamma I(t) - \delta_I I(t) + m_S p e^{-\delta\tau} S(t-\tau) \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I(t) - \delta_R R(t) - m_R R(t) + m_R e^{-\delta\tau} R(t-\tau) \end{cases} \quad (4)$$

donde

- Vamos a considerar las poblaciones disjuntas de individuos susceptibles (S), infectados (I), recuperados (R) y eventualmente los expuestos (personas exentas de realizar cuarentena, personal de la salud en contacto con infectados, E). En todos los casos, la dinámica se estudia en función del tiempo t medido en días.
- La tasa $\mu : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ de incremento de la población de susceptibles es una función acotada y positiva.
- Las tasas de migración $m_S, m_R : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ de susceptibles y recuperados respectivamente se suponen funciones positivas y periódicas.
- La tasa de recuperación de infectados $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ es una función positiva y acotada.
- El tiempo que los migrantes pasan fuera de su área de residencia $\tilde{\tau} \sim N(\tau, \varepsilon)$ que por comodidad, consideramos $\tilde{\tau} = \tau \geq 0$.
- Se supone que un migrante tiene una probabilidad $p = p(\tau) \in [0, 1]$ de haber contraído la enfermedad.
- Las tasas de muerte $\delta_S, \delta_I, \delta_R : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ se suponen funciones periódicas. Observemos que δ_S, δ_R responden a muertes naturales, mientras que δ_I registra las muertes atribuibles a la enfermedad.

El propósito del trabajo es probar la existencia de soluciones periódicas positivas (ver [6, 7]) a sistemas como este mediante teoría de grado topológico de Leray Schauder (ver [3, 4, 5]), para ello suponemos parámetros variables en función del tiempo (ver [1]) los cuales tienen sentido si consideramos cuestiones estacionales (migraciones por vacaciones), apertura o cierre por etapas de confinamiento, etc.

Referencias

- [1] Xiao W., Zhaohui Y. y Xiongwei L., Periodic and almost periodic oscillations in a delay differential equation system with time-varying coefficients, *Discrete and Continuous Dynamical Systems*, Vol 37, Number 12 (2017), 6123-6138.
- [2] L. Wang y X. Wang, Influence of temporary migration on the transmission of infectious diseases in a migrants' home village, *J. Theoret. Biol.*, 300 (2012), 100-109.

- [3] Amster, P. ,*TOPOLOGICAL METHODS IN THE STUDY OF BOUNDARY VALUE PROBLEMS*. Springer. 2014.
- [4] Amster P. y Alliera C. Delay equations: Analysis of a model with feedback using topological degree. *Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*, Vol 5, pp 89-91, 2015 .
- [5] Amster P. y Alliera C. Systems of delay differential equations: Analysis of a model with feedback. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. Volumen 65, páginas 299-308, Diciembre 2018.
- [6] Amster P., Berezansky L. y Idels L., Periodic solutions of Angiogenesis models with time lags. *Nonlinear Analysis: Real World Applications* 13, 299-311. Elsevier (2012).
- [7] Berezansky L., Braverman E. e Idels L., Nicholson's blowflies differential equation revisited: main results and open problems, *Appl. Math. Model*, 34 (2010) 1405-1417.

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

CONSTRUCCIÓN DEL PROCESO ZERO-RANGE

Inés Armendáriz

Universidad de Buenos Aires, IMAS-Conicet, Argentina
ines.armendariz@gmail.com

El proceso zero-range fue introducido por Spitzer en 1970 como un proceso de Markov en el conjunto de posibles asignaciones de partículas a los sitios de un grafo S con numerables vértices. Dada una tal asignación, cada partícula abandona su posición actual, x , a una tasa que depende solamente de la cantidad de partículas con las que comparte el sitio, independientemente entre partículas, y elige su nueva posición, y , de acuerdo con una matriz de transición $p(x, y)$, $x, y \in S$. En esta charla revisaremos la construcción clásica del proceso de Holley, Liggett y Andjel, para tasas que crecen a lo sumo linealmente, y presentaremos un nuevo trabajo, que admite tasas con crecimiento exponencial, bajo hipótesis adicionales.

Trabajo en conjunto con Enrique Andjel (Université Aix Marseille, Francia) y Milton Jara (IMPA, Brasil).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

SOLUCIONES PERIÓDICAS EN EL PROBLEMA DE SITNIKOV

Gastón Beltritti

Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina
gbeltritti@exa.unrc.edu.ar

El problema de Sitnikov es un problema de tres cuerpos restringido en el cual dos cuerpos celestes de igual masa (llamados primarios) orbitan alrededor de su centro de masas sobre un plano Π en órbitas Keplerianas elípticas (de excentricidad $e \in (0, 1)$) o circulares ($e = 0$). A su vez, un tercer cuerpo de masa despreciable (llamado partícula) se mueve sobre la recta perpendicular a Π y que atraviesa el centro de masas de los primarios. Como las órbitas de los primarios es conocida, en el problema de Sitnikov sólo se estudia el movimiento de la partícula. Cuando $e = 0$ los primarios se mueven en la misma órbita circular y en este caso tenemos el problema circular de Sitnikov.

El problema de Sitnikov se volvió relevante cuando K. Sitnikov demostró en [1] la existencia de trayectorias caóticas para la partícula, cuando la excentricidad de las órbitas de los primarios es pequeña. Desde ese momento varios autores han estudiado dicho problema.

Un problema que surge en la literatura es el estudio de familias de trayectorias periódicas para la partícula que dependan continuamente de la excentricidad de las órbitas de los primarios. En [2], J. Llibre y R. Ortega demuestran, dado $M \in \mathbb{N}$, la existencia de exactamente $[\sqrt{8}M]$ familias de trayectorias $2M\pi$ -periódicas que emergen del problema circular de Sitnikov y continúan para valores de $e > 0$. Por otro lado, en [3], R. Ortega y A. Rivera demuestran la existencia de infinitas familias de trayectorias $2M\pi$ -periódicas que bifurcan desde el equilibrio $z = 0$ en ciertos valores de excentricidad $e_{n,M}^*$. Tanto en [2] como en [3] se analiza el problema de determinar si las familias que emergen desde el problema circular continúan para todos los valores de $e \in [0, 1)$ o terminan en el equilibrio en un valor de excentricidad $\bar{e} \in [0, 1)$.

En esta charla presentamos algunos resultados, que conciernen al último planteamiento señalado, a partir de los cuales se observa que la gran mayoría de las familias que emergen desde el problema circular de Sitnikov continúan para todos los valores de $e \in [0, 1)$.

Referencias

- [1] K. Sitnikov. The existence of oscillatory motions in the three-body problem. Dokl. Akad. Nauk SSSR, 133, 303-306, (1960)
- [2] J. Llibre y R. Ortega. On the families of periodic orbits of the Sitnikov problem. SIAM Journal on Applied Dynamical Systems, 7(2), 561-576, (2008)
- [3] R. Ortega y A. Rivera. Global bifurcations from the center of mass in the Sitnikov problem. Discrete Continuous Dynamical Systems-B., 14(2), 719-732, (2010)

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

DERIVACIÓN DE UN MODELO TIPO GINZBURG-LANDAU PARA MEDIOS NEMÁTICOS SUPERFLUÍDOS Y SUPERCONDUCTORES

Juan Pablo Borgna

ICIFI (CONICET) - CEDEMA (UNSAM), Argentina

jpborgna@unsam.edu.ar

Presentamos la derivación de un sistema de ecuaciones que modelan la respuesta de un medio de cristales líquidos nemáticos superfluidos o superconductores, ante la aplicación de un campo electromagnético externo. Para esto consideramos la formulación de una energía libre de Helmholtz que contiene términos que toman en cuenta la energía elástica del medio cristalino (condición de nematicidad) como así también términos que tienen en cuenta la condición superconductor del medio, en donde seguimos la formulación semiclásica de Ginzburg-Landau. Mediante la minimización de este funcional de energía respecto a los observables físicos inherentes al problema, obtenemos un conjunto de ecuaciones diferenciales que modelan la respuesta de los cristales nemáticos a la aplicación de un campo externo. En una primera etapa consideramos que el medio es sólo superfluido, lo que nos permite despreciar los efectos magnéticos del campo eléctrico aplicado. Bajo ciertas consideraciones, que nos llevan a una simplificación del modelo, discutiremos acerca de la existencia de soluciones del sistema en geometrías de interés, tales como la franja infinita o el disco, pero sobre todo mostraremos una técnica para el cálculo de los umbrales de Fréederickz que determinan la intensidad mínima que debe tener el campo aplicado para vencer la resistencia elástica del medio. También mostraremos la derivación del sistema de ecuaciones cuando se tiene en cuenta la presencia del potencial vector magnético en el caso que el medio sea superconductor. Puntualmente discutiremos esto último en el caso que existan vórtices cuantizados, lo que nos permite introducir una simplificación del modelo y nos devuelve una ecuación del tipo London que nos permite hallar una estimación de la longitud de coherencia para la nematicidad del medio.

Trabajo en conjunto con Mariano De Leo (Universidad del Sur, INMABB Conicet, Argentina) y Diego García Ovalle (Pontificia Universidad Católica de Chile).

Referencias

- [1] D.G. Barci, R.V. Clarim, N.L. Silva Júnior: Vortex and disclination structures in a nematic-superconductor state. *Phys. Rev B* 94, 184507 (2016)
- [2] D. García Ovalle, J.P. Borgna, M.F. De Leo: Fréedericksz Transition on a Phenomenological Model for a Nematic Inhomogeneous Superfluid in Presence of an Electric Field. *Physics D*, 414, 132705 (2020)

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

HYDRODYNAMICS OF THE MEAN FIELD OPINION MODEL

Monia Capanna

Università degli studi dell'Aquila, Italia
moniacapanna@gmail.com

In this talk we analyse the dynamics of an opinion model in a population of N agents with mean field interaction. Every agent is endowed with an opinion on $[0, 1]$ which is updated at a rate determined by the average opinion of the population. We study the hydrodynamic behavior of the model with two different time scales. We first prove that, when the system is accelerated by the factor $N^{\frac{1}{2}}$, the average opinion remains constant and the process eventually reaches consensus. While, under the time scaling N^2 , the average opinion evolves as a Wright-Fisher diffusion. Furthermore, the empirical distribution of the difference between individual opinions and the mean opinion, properly magnified, converges to the law of an Ornstein-Uhlenbeck process with parameter determined by the empirical mean.

Trabajo en conjunto con I. Armendáriz (Universidad de Buenos Aires), C. da Costa (Durham University) y P. Ferrari (Universidad de Buenos Aires).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

LAPLACIANO FRACCIONARIO CON ORDEN VARIABLE

Andrea N. Ceretani

IMAS-UBA-CONICET, Argentina
aceretani@dm.uba.ar

En esta charla se presentan una definición para el Laplaciano fraccionario $(-\Delta)^{s(\cdot)}$ con orden dependiente de la variable espacial, $s(\cdot) : \Omega \rightarrow [0, 1]$; y el estudio de la existencia y unicidad de solución para el problema de Poisson asociado en un dominio acotado Ω , [1].

El enfoque está motivado en el resultado de extensión de Caffarelli-Silvestre [3] y en sus análogos para dominios acotados [4,5]; aunque dicha teoría no se aplica directamente a nuestro caso. Por ejemplo, que el orden $s(\cdot)$ pueda alcanzar los valores 0 y 1 conduce a trabajar con espacios de Sobolev con pesos que no son de Muckenhoupt (en general). La principal aplicación que motivó este estudio es el reciente artículo [2], donde se usó un problema de tipo extensión con $s(\cdot)$ variable para abordar un problema de procesamiento de imágenes.

Inicialmente, y bajo suposiciones mínimas, el operador $(-\Delta)^{s(\cdot)}$ se identifica como el multiplicador de Lagrange correspondiente a un problema de optimización; y su dominio se determina como un espacio cociente entre espacios de Sobolev con pesos. La existencia y unicidad de solución para el problema de Poisson asociado se obtiene al considerar el dato en el espacio dual de este espacio cociente.

Imponiendo algunas condiciones más sobre la función $s(\cdot)$ se demuestra un resultado de traza que permite identificar el dominio de $(-\Delta)^{s(\cdot)}$ con un subconjunto de un espacio de Lebesgue con peso siempre que se

disponga de una desigualdad de tipo Poincaré, y se dan ejemplos donde dicha desigualdad se verifica (para $s(\cdot)$ no constante). Se determinan también condiciones sobre el orden $s(\cdot)$ y el dominio Ω que permiten mejorar el resultado de traza e identificar propiedades de suavidad para los elementos del dominio de $(-\Delta)^{s(\cdot)}$. En particular, estas caracterizaciones del dominio permiten determinar condiciones sobre un dato definido en Ω para obtener la existencia y unicidad de solución para el problema de Poisson.

Trabajo en conjunto con Harbir Antil y Carlos N. Rautenberg (George Mason University, USA).

Referencias

- [1] Antil, H., Ceretani, A. N. y Rautenberg, C. N. The spatially variant fractional Laplacian. arXiv preprint 2106.11471v1.
- [2] Antil, H. y Rautenberg, C. N. Sobolev spaces with non-Muckenhoupt weights, fractional elliptic operators, and applications. *SIAM Journal on Mathematical Analysis* 51, 3 (2019), 2479–2503.
- [3] Caffarelli, L. y Silvestre, L. An extension problem related to the fractional Laplacian. *Communications in Partial Differential Equations* 32, 7-9 (2007), 1245–1260.
- [4] Capella, A., Dávila, J., Dupaigne, L. y Sire, Y. Regularity of radial extremal solutions for some non-local semilinear equations. *Communications in Partial Differential Equations* 36, 8 (2011), 1353–1384.
- [5] Stinga, P. R. y Torrea, J. L. Extension problem and Harnack’s inequality for some fractional operators. *Communications in Partial Differential Equations* 35, 11 (2010), 2092–2122.

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

TEOREMAS DE LOCHS Y ENTROPÍA NULA

Eda Cesaratto

Universidad Nacional de Gral. Sarmiento & CONICET, Argentina
 ecesaratto@campus.ungs.edu.ar

El teorema de Lochs y sus generalizaciones son teoremas de conversión entre bases de numeración. Estos estudian el comportamiento del número de dígitos en el desarrollo de un número real en una cierta base que quedan determinados como función del número de dígitos conocidos en alguna otra base. Este tipo de resultados, en general, se establecen en casi todo punto o en medida, con respecto de una medida boreliana μ del intervalo $[0, 1]$.

El teorema que Lochs probó en 1964 [2] compara el desarrollo decimal y el desarrollo en fracciones continuas. Más precisamente, dado un número $x \in [0, 1]$ y $n \in \mathbb{N}$, se define $L_n(x, \mathcal{D}, \mathcal{FC})$ como la cantidad de cocientes parciales del desarrollo en fracciones continuas que quedan determinados conociendo n dígitos del desarrollo decimal de x . El resultado se expresa en función de las entropías de ambos sistemas, $h_{\mathcal{D}} = \ln 10$ y $h_{\mathcal{FC}} = \pi^2/(6 \ln 2)$, y afirma que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} L_n(x, \mathcal{D}, \mathcal{FC}) = \frac{h_{\mathcal{D}}}{h_{\mathcal{FC}}} = \frac{6 \ln 2 \ln 10}{\pi^2} = 0,9702 \dots \quad \text{a.e. } x \in [0, 1].$$

Distintas generalizaciones se han propuesto a partir del trabajo de Lochs (ver, por ejemplo, [3] y las referencias que allí se mencionan). En particular, Dajani y Fieldsteel [1] extendieron el resultado de Lochs a sucesiones de particiones $\mathcal{P} = \{P_n\}_{n \in \mathbb{N}}$. Cada partición P_n es un conjunto de intervalos abiertos disjuntos tal que la unión de sus clausuras es todo el intervalo $[0, 1]$. Dados dos sistemas de particiones \mathcal{P}^1 y \mathcal{P}^2 con entropías positivas h_1 y h_2 a.e. (resp. en medida) el correspondiente índice de Lochs $L_n(x, \mathcal{P}^1, \mathcal{P}^2)$ satisface la relación

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} L_n(x, \mathcal{P}^1, \mathcal{P}^2) = \frac{h_1}{h_2} \quad \text{a.e. (resp. en medida).}$$

En esta comunicación extendemos los resultados de Dajani y Fieldsteel al contexto de entropía cero o infinita para sucesiones de particiones a los que denominamos “balanceados”. A grandes rasgos, la denominación de balanceado corresponde al hecho de que “en general” los intervalos $I \in P_n$ de cada nivel n satisfacen que $-\log \mu(I) \sim f(n)$ donde $f(n)$ tiende a infinito con n .

Dados dos particiones balanceadas \mathcal{P}^1 y \mathcal{P}^2 del intervalo $[0, 1]$ con funciones asociadas f_1 y f_2 , en este trabajo damos condiciones suficientes sobre f_1 y f_2 que permiten probar que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{f_1(n)} f_2(L_n(x, \mathcal{P}^1, \mathcal{P}^2)) = 1 \quad \text{a.e. o en medida.}$$

Nuestros resultados extienden aquellos de Dajani y Fieldsteel pues las particiones de entropía positiva son balanceadas. Además, discutimos la aplicación de nuestros resultados a ejemplos clásicos con entropía nula como la partición de Farey y la de Stern-Brocot.

Trabajo en conjunto con Valérie Berthé (IRIF, Université de Paris, Francia), Pablo Rotondo (LIGM, Université Gustave Eiffel, Francia) y Martín D. Safe (Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur & CONICET, Argentina).

Referencias

- [1] K. Dajani y A. Fieldsteel. Equipartition of interval partitions and an application to number theory. Proc. Amer. Math. Soc., 129(12):3453–3460, 2001.
- [2] G. Lochs. Vergleich der genauigkeit von dezimalbruch und kettenbruch. Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg., 27:142–144, 1964.
- [3] J. Wu. Continued fraction and decimal expansions of an irrational number. Adv. Math., 206:684–694, 2006.

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

TRANSPORTE ÓPTIMO Y BARICENTRO CON DISTANCIA DE FERMAT

Nicolás Chehebar

Universidad de Buenos Aires, Argentina

nicoch@hotm@il.com

Se introducirá brevemente el problema de transporte óptimo. Se introducirá también la distancia de Fermat [1] como una que tiene en cuenta tanto las superficies donde los datos están soportados como la distribución de estos. Luego, se combinarán ambas temáticas [2] introduciendo la distancia de Fermat en el problema de transporte óptimo, haciendo énfasis en la implementación de dicho problema y mostrando algunos resultados iniciales de transporte óptimo y baricentro de Wasserstein con datos soportados en una superficie.

Trabajo en conjunto con Pablo Grosiman (Universidad de Buenos Aires, Argentina), Esteban G. Tabak (Courant Institute of Mathematics, Estados Unidos) y Facundo Sapienza (University of California, Estados Unidos).

Referencias

- [1] Sapienza, F.; Groisman, P. y Jonckheere, M.: “Weighted Geodesic distance following Fermat’s Principle”. Workshop track - ICLR 2018, <https://openreview.net/pdf?id=BJfaMIJwG>
- [2] Chehebar, N; Groisman, P. “Transporte óptimo y baricentro con distancia de Fermat”. Tesis de licenciatura, UBA. http://cms.dm.uba.ar/academico/carreras/licenciatura/tesis/2021/Nicolas_Chehebar.pdf

ESPECTRO Y ESTIMACIONES ASINTÓTICAS DE LOS AUTOVALORES DEL LAPLACIANO
FRACCIONARIO DIÁDICO.

Juan Comesatti

IMAL, Argentina

jcomesatti@santafe-conicet.gov.ar

La familia de cubos diádicos $\mathbb{D} := \left\{ \prod_{i=1}^n \left[\frac{k_i}{2^j}, \frac{k_i+1}{2^j} \right); k_i \in \mathbb{N} \cup \{0\}, j \in \mathbb{Z} \right\}$ en $(\mathbb{R}^+)^n$ genera la métrica diádica $\delta(x, y) := \inf \{|Q| / Q \in \mathbb{D}; x, y \in Q\}$. Notar que $\delta(x, y) \geq c_n |x - y|^n$. Si bien no son equivalentes, las propiedades de integrabilidad de potencias del núcleo $\frac{1}{\delta(x,y)}$ son las mismas que las correspondientes potencias del núcleo $\frac{1}{|x-y|^n}$. Teniendo en cuenta que $((\mathbb{R}^+)^n, \delta, dx)$ es un espacio de Ahlfors 1-dimensional, la forma bilineal

$$B_{dy}^s(f, g) := \int_{(\mathbb{R}^+)^n} \int_{(\mathbb{R}^+)^n} \frac{(f(x) - f(y))(g(x) - g(y))}{\delta(x, y)^{1+2s}} dx dy$$

tiene como operador de Euler-Lagrange al laplaciano fraccionario diádico $D^s f(x) := \int_{(\mathbb{R}^+)^n} \frac{f(x) - f(y)}{\delta(x, y)^{1+2s}} dy$, con $0 < s < 1$. Consideramos el problema de autovalores

$$(P) \begin{cases} B_{dy}^s(f, e) = \lambda \langle f, e \rangle_{L^2(\Omega)} \\ e \in H_0^s(\Omega) \end{cases}$$

donde $H_0^s(\Omega)$ denota el espacio de Sobolev

$$H_0^s(\Omega) := \{f \in L^2(\Omega) : B_{dy}^s(f, f) < \infty; \text{sup}(f) \subseteq \Omega\},$$

y donde Ω designa un dominio que satisface la condición de regularidad

$$|\Omega \cap B_\delta(x, r)| \geq \gamma |B_\delta(x, r)| \text{ para todo } x \in \Omega \text{ y para todo } 0 < r \leq 1.$$

El objetivo de este trabajo es estudiar el comportamiento del espectro del problema (P) y encontrar estimaciones de tipo Berezin-Li-Yau para esta clase de dominios. Precisamente, obtenemos el siguiente resultado para la estimación de autovalores.

Teorema. Sea $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ dominio regular, y sea $(\lambda_j(\Omega))_{j \in \mathbb{N}}$ la sucesión de autovalores del problema (P). Entonces, existen constantes $\alpha, \beta > 0$, con α dependiente de n, s y γ , y β dependiente de n, s y de la excentricidad del dominio tal que las desigualdades

$$\alpha \frac{k^{2s+1}}{|\Omega|} \leq \sum_{j=1}^k \lambda_j(\Omega) \leq \beta \frac{k^{2s+1}}{|\Omega|}$$

se verifican para todo $k \in \mathbb{N}$.

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (IMAL) y Ivana Gómez (IMAL).

Referencias

[1] Berezin, F. A. Covariant and contravariant symbols of operators. (Russian) *Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat.* 36 (1972), 1134–1167.

- [2] Frank, Rupert L. Eigenvalue bounds for the fractional Laplacian: a review. Recent developments in nonlocal theory, 210–235, De Gruyter, Berlin, 2018
- [3] Li, Peter; Yau, Shing Tung. On the Schrödinger equation and the eigenvalue problem. *Comm. Math. Phys.* 88 (1983), no. 3, 309–318.
- [4] Molica Bisci, Giovanni; Radulescu, Vicentiu D.; Servadei, Raffaella. Variational methods for nonlocal fractional problems. With a foreword by Jean Mawhin. *Encyclopedia of Mathematics and its Applications*, 162. Cambridge University Press, Cambridge, 2016. xvi+383 pp. ISBN: 978-1-107-11194-3
- [5] Yildirim Yolcu, Selma; Yolcu, Türkyay. Bounds for the eigenvalues of the fractional Laplacian. *Rev. Math. Phys.* 24 (2012), no. 3, 1250003, 18 pp.

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

LÍMITE FLUIDO PARA LA FASE DE AGRUPACIÓN DEL PROCESO ZERO RANGE CON
CONDENSACIÓN

Daniela Sabrina Cuesta
Universidad de Buenos Aires, Argentina
daniela_cuesta@hotmail.com

En este trabajo probamos que la dinámica de agrupación del proceso zero range en una cantidad finita de sitios y cantidad de partículas N tendiendo a infinito, es descrita por un límite fluido, cuando el tiempo es escalado linealmente en N . Según este límite, a un tiempo finito determinado por la distribución inicial de partículas, se alcanza un estado en el que la totalidad de las partículas se concentra en sitios que reciben peso maximal bajo la medida invariante del paseo aleatorio subyacente.

Trabajo en conjunto con I. Armendáriz (UBA), J. Beltrán (PUCP) y M. Jara (IMPA).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

GRADIENT ESTIMATES FOR FULLY NONLINEAR MODELS WITH UNBALANCED DEGENERACY
AND APPLICATIONS

João Vitor da Silva
Universidade Estadual de Campinas - IMECC - Departamento de Matemática , Brasil
jdasilva@unicamp.br

We establish sharp $C_{\text{loc}}^{1,\beta}$ geometric regularity estimates for bounded solutions of a class of nonlinear elliptic equations with non-homogeneous degeneracy, whose model equation is given by

$$[|Du|^p + \mathbf{a}(x)|Du|^q] \Delta u(x) = f(x) \quad \text{in } \Omega,$$

for a bounded and open set $\Omega \subset \mathbb{R}^N$, and appropriate data $p, q \in (0, \infty)$, \mathbf{a} and f . Such regularity estimates simplify and generalize, to some extent, earlier ones via a different modus operandi (see [1], [3] and [4]). In the end, we present some connections of our findings with a variety of relevant nonlinear models in the theory of elliptic PDEs.

Trabajo en conjunto con Gleydson C. Ricarte (Universidade Federal do Ceará, Brasil).

Referencias

- [1] Araújo, D.J., Ricarte, G.C. and Teixeira, E.V. Geometric gradient estimates for solutions to degenerate elliptic equations. *Calc. Var. Partial Differential Equations.* 53 (2015), 605-625.

- [2] da Silva, J.V. and Ricarte, G. C. Geometric gradient estimates for fully nonlinear models with non-homogeneous degeneracy and applications. *Calc. Var. Partial Differential Equations.* 59, 161 (2020).
- [3] De Filippis, C. Regularity for solutions of fully nonlinear elliptic equations with nonhomogeneous degeneracy. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A.* 151 (2021), no. 1, 110-132.
- [4] Imbert, C. and Silvestre, L. $C^{1,\alpha}$ regularity of solutions of degenerate fully non-linear elliptic equations. *Adv. Math.* 233 (2013), 196-206.

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

PROBLEMAS ELÍPTICOS CON CRECIMIENTO CÓNCAVO EN EL GRADIENTE Y MEDIDAS COMO DATO

María Laura de Borbón
 Universidad Nacional de Cuyo, Argentina
 laudebor@gmail.com

En esta comunicación discutiremos problemas elípticos cuasilineales de la forma

$$\begin{cases} Lw = H(x, w, \nabla w) + \mu & \text{en } \Omega \\ w = 0 & \text{en } \partial\Omega \end{cases} \quad (5)$$

donde $Lw(x) := -\operatorname{div}(A(x)\nabla w(x))$, μ es una medida, H tiene un crecimiento cóncavo en el gradiente y A es acotado, simétrico y uniformemente elíptico. En primer lugar, emplearemos un argumento de punto fijo y un resultado de compacidad del operador de Green asociado a L para obtener existencia de soluciones del problema (1) junto con una estimación de la solución en términos de los datos. Como aplicación, probaremos finalmente un resultado de estabilidad.

Trabajo en conjunto con Dr. Pablo D. Ochoa (Universidad Nacional de Cuyo, Argentina).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

EXISTENCIA DE SOLUCIONES PERIÓDICAS PARA LA ECUACIÓN PERTURBADA DE UN PÉNDULO ASOCIADO AL OPERADOR ϕ -LAPLACIANO.

Stefania Demaria
 CONICET - UNRC, Argentina
 sdemaria@exa.unrc.edu.ar

Consideramos resolver el problema de existencia de soluciones periódicas del siguiente sistema:

$$\frac{d}{dt}(\nabla\phi(\dot{x})) = \nabla_x F(t, x, e) - \sin(x)$$

donde $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una N-función, y particularmente trabajaremos con una función $F : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la cual es T-periódica y par respecto de la primera variable, y cumple $F(t, x, e)x \geq 0$ y $\nabla_x F(t, x, 0) = 0$. Observar que para $e = 0$ obtenemos una ecuación del tipo del péndulo relativista, esta última ecuación ha sido estudiada en diversos artículos [1, 2, 3, 4].

En primer lugar se observó que cuando $e = 0$ las soluciones para diferentes condiciones iniciales se comportan de la misma forma que en el caso del péndulo tradicional, vale decir todas las soluciones son

periódicas. Se estudió en este caso el periodo como función de la amplitud inicial $x(0) = \xi$ y se encontraron condiciones para determinar cuándo dicha función es creciente, y tiende a cero o infinito con condiciones iniciales tendiendo a cero o a π .

Por último se utilizó el teorema de continuación global de Leray-Schauder [5], para mostrar que ciertas soluciones T -periódicas continúan para valores de e positivos.

Trabajo en conjunto con Fernando Mazzone (UNRC-CONICET, Argentina).

Referencias

- [1] Brezis, H., Mawhin, J., et al. (2010). Periodic solutions of the forced relativistic pendulum. *Differential and Integral Equations*, 23(9/10):801–810.
- [2] Torres, P. J. (2008). Periodic oscillations of the relativistic pendulum with friction. *Physics Letters A*, 372(42):6386–6387.
- [3] Maro, S. (2013). Periodic solutions of a forced relativistic pendulum via twist dynamics. *Topological Methods in Nonlinear Analysis*, 42(1):51–75.
- [4] Mawhin, J. (2010). Periodic solutions of the forced pendulum: Classical vs relativistic. *Le Matematiche*, 65.
- [5] Llibre, J. and Ortega, R. (2008). On the families of periodic orbits of the sitnikov problem. *SIAM J. Applied Dynamical Systems*, 7:561–576.

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

HARD RODS AND BROWNIAN SHEETS

Pablo A. Ferrari

UBA FCEN DM IMAS, Argentina
pferrari@dm.uba.ar

A rod (q, v, d) represents a segment $(q, q + d)$ travelling at speed v , in absence of other rods. The hard rod condition prevent rods to intersect. When two rods collide, they immediately swap positions, so that the slower rod stays to the left. Boldrighini, Dobrushin and Sukhov showed a hydrodynamic limit in 1982, for fixed d . We will explain how to generalize the proof to random d . Furthermore, seeing the stationary system as a Poisson line process, one can use the Lantuéjoul's discrete representation of the Chentsov's geometrical view of the Levy's Brownian sheet, to conjecture that the diffusive space-time limit of the hard rod model could be seen as "ironing the Brownian sheet".

Trabajo en conjunto con Dante Grevino (Universidad de Buenos Aires) y Herbert Spohn (Munich University, Alemania).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

CONVEXIDAD EN GRAFOS MÉTRICOS

Nicolás Frevenza

Universidad de la República, Uruguay
nfrevenza@gmail.com

Informalmente se puede pensar que un grafo métrico es un grafo con vértices y aristas, donde cada arista tiene la estructura de un intervalo uni-dimensional. Por tanto un punto en un grafo métrico puede ser

un vértice o pertenecer a una de las aristas. En esta charla se estudiarán las funciones convexas y quasiconvexas en un grafo métrico y se dará una caracterización de ellas a través de algunas ecuaciones. También abordaremos el problema de dada una función en el grafo métrico, hallar la mayor función convexa (quasiconvexa) que se encuentra por debajo de ese dato.

Trabajo en conjunto con Leandro M. Del Pezzo (Universidad de Buenos Aires - CONICET, Argentina) y Julio D. Rossi (Universidad de Buenos Aires - CONICET, Argentina).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

CONTROL ÓPTIMO DISTRIBUIDO PARA UNA CLASE DE INECUACIONES HEMIVARIACIONALES ELÍPTICAS

Claudia M. Gariboldi

Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina

cgariboldi@exa.unrc.edu.ar

En este trabajo se considera un dominio acotado Ω en \mathbb{R}^d cuya frontera regular Γ consiste de la unión de tres porciones disjuntas Γ_i , $i = 1, 2, 3$ con $med(\Gamma_i) > 0$. Se formula el siguiente problema no lineal con condiciones de frontera mixtas [2]:

$$-\Delta u = g \text{ en } \Omega, \quad u|_{\Gamma_1} = 0, \quad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_2} = q, \quad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_3} \in \alpha \partial j(u), \quad (1)$$

donde α es una constante positiva, $g \in L^2(\Omega)$, $q \in L^2(\Gamma_2)$ y la función $j: \Gamma_3 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, llamada un superpotencial (potencial no convexo), es tal que $j(x, \cdot)$ es localmente Lipschitz para c.t.p. $x \in \Gamma_3$ y no necesariamente diferenciable. Esta condición multivaluada sobre Γ_3 es denotada por una relación no monótona expresada por el gradiente generalizado de Clarke [1,4]. La formulación débil de (1), está dada por la inecuación hemivariacional [2]:

$$\text{hallar } u \in V_0 \text{ tal que } a(u, v) + \alpha \int_{\Gamma_3} j^0(u; v) d\Gamma \geq L(v), \quad \forall v \in V_0$$

donde j^0 representa la derivada direccional generalizada de Clarke, $a(u, v) = \int_{\Omega} \nabla u \nabla v dx$, $L(v) = \int_{\Omega} gv dx$ y $V_0 = \{v \in H^1(\Omega) : v = 0 \text{ sobre } \Gamma_1\}$.

Vinculado a este problema y siguiendo [3], se formula para cada $\alpha > 0$, un problema de control óptimo (C_α) , sobre la fuente de energía g , para un determinado funcional costo cuadrático y se prueba un resultado de existencia para los controles óptimos. Además, se considera un problema del tipo (1), con condición de Dirichlet sobre la porción de frontera Γ_3 y vinculado a este sistema, se formula un problema de control óptimo distribuido (C) , sobre la fuente g . Se obtiene, generalizando [3], un resultado de convergencia de los controles óptimos y los estados del sistema de (C_α) al correspondiente control óptimo y estado del sistema de (C) , cuando α tiende a infinito.

Trabajo en conjunto con Domingo A. Tarzia (CONICET-Universidad Austral, Argentina).

Referencias

- [1] Clarke F.H., Optimization and Nonsmooth Analysis, Wiley, Interscience, New York (1983).
- [2] Gariboldi C. M. - Migorski S. - Ochal A. - Tarzia D.A., Existence, comparison, and convergence results for a class of elliptic hemivariational inequalities, Appl. Math. Optim., DOI 10.1007/s00245-021-09800-9 (2021).
- [3] Gariboldi C. M. - Tarzia D. A., Convergence of distributed optimal controls on the internal energy in mixed elliptic problems when the heat transfer coefficient goes to infinity, Appl. Math. Optim., 47, 213-230 (2003).

[4] Migorski S. - Ochal A. - Sofonea M., *Nonlinear Inclusions and Hemivariational Inequalities. Models and Analysis of Contact Problems*, Springer, New York (2013).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

APRENDIZAJE DE VARIEDADES, TEORÍA Y MÉTODOS

Pablo Groisman

Universidad de Buenos Aires, Argentina

pgroisma@dm.uba.ar

Discutiremos el problema de aprender características de una variedad a partir de un conjunto finito de puntos de ella. Introduciremos una noción de distancia en el conjunto finito que lo convierte en un espacio métrico y estudiaremos propiedades de convergencia, como espacio métrico, cuando la cantidad de puntos tiende a infinito. Luego explotaremos el comportamiento asintótico de ese espacio métrico para obtener propiedades topológicas de la variedad. También charlaremos sobre cómo utilizar dicha distancia para tratar con el problema de transporte óptimo y el baricentro de Wasserstein desde el punto de vista práctico cuando las distribuciones están soportadas en variedades de dimensión posiblemente menor que la del ambiente.

Trabajo en conjunto con Eugenio Borghini (Swansea), Nicolás Chehebar (UBA), Ximena Fernández (Swansea), Matthieu Jonckheere (UBA), Gabriel Mindlin (UBA), Facundo Sapienza (Berkley) y Esteban Tabak (Courant).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Charla invitada

ÁRBOLES GENERADORES UNIFORMES Y CAMINATAS ALEATORIAS

Saraí Hernández Torres

Technion – Israel Institute of Technology, Israel

sarai.h@campus.technion.ac.il

El árbol generador uniforme (uniform spanning tree) ha tenido un papel central en la probabilidad discreta de los últimos años. Una de las razones de este interés se debe al algoritmo de Wilson, que permite construir al árbol generador uniforme a partir de caminatas aleatorias con bucles borrados (loop-erased random walks en inglés). Ambos objetos aleatorios tienen una definición sencilla, pero guardan relaciones profundas con otros modelos en mecánica estadística.

En esta charla presentaremos resultados sobre los límites de escala del árbol generador uniforme y la caminata aleatoria con bucles borrados en \mathbb{Z}^3 .

Trabajo en conjunto con Omer Angel (University of British Columbia, Canada), David Croydon (Kyoto University, Japan), Xinyi Li (Peking University, China) y Daisuke Shiraishi (Kyoto University, Japan)..

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Charla invitada

WELL-POSEDNESS AND REGULARITY OF PDE VIA OPERATOR-VALUED FOURIER MULTIPLIERS

Carlos Lizama

Universidad de Santiago de Chile, Chile

carlos.lizama@usach.cl

Analizamos el problema de Cauchy para dos modelos de ecuaciones en derivadas parciales (PDE) provenientes de la acústica y termoelasticidad: La ecuación de Van Wijngaarden-Eringen y la ecuación de Moore-Gibson-Thompson con dos temperaturas. Usando métodos de la teoría de multiplicadores de Fourier, con operadores como símbolos, obtenemos estimaciones de regularidad maximal en espacios de Lebesgue sobre dominios cilíndricos.

Trabajo en conjunto con Marina Murillo-Arcila (Universidad Politécnica de Valencia, España)..

Referencias

- [1] J. A. Conejero, C. Lizama, M. Murillo-Arcila, J. B. Seoane-Sepúlveda. Well-posedness for degenerate third order equations with delay and applications to inverse problems. *Isr. J. Math.* 229 (2019), 219-254.
- [2] R. Denk, M. Hieber, J. Prüss. R -Boundedness, Fourier multipliers and problems of elliptic and parabolic type. *Mem. Am. Math. Soc.* 166, 788, 2003.
- [3] R. Denk, T. Nau. Discrete Fourier multipliers and cylindrical boundary-value problems. *Proc. R. Soc. Edimb., Sect. A* 143(6), (2013), 1163-1183.

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

MODELOS DE ACOPLAMIENTO LOCALES Y NO LOCALES BASADOS EN ENERGÍA

Francisco Vicente Mastroberti Bersetche

UBA Departamento de Matemática, Argentina
bersetche@gmail.com

En este artículo estudiamos dos formas diferentes de acoplar un operador local con uno no local de tal forma que la ecuación resultante esté relacionada con un funcional energético. En la primera estrategia, el acoplamiento se da a través de términos fuente en la ecuación y en la segunda aparece una condición de flujo en la parte local. Para ambos modelos probamos la existencia y unicidad de una solución que se obtiene mediante la minimización directa de la energía funcional relacionada. En la segunda parte de este artículo ampliamos estas ideas para tratar con modelos de elasticidad local / no local en los que acoplamos la elasticidad local clásica con la peridinámica no local.

Trabajo en conjunto con Gabriel Acosta (UBA, IMAS, CONICET) y Julio Rossi (UBA).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

JUEGOS PROBABILÍSTICOS PARA UN SISTEMA PARABÓLICO-ELÍPTICO CON DIFERENTES OPERADORES

Alfredo Miranda

Universidad de Buenos Aires, Argentina
amiranda@dm.uba.ar

En esta charla vamos a presentar juegos probabilísticos que aproximan soluciones viscosas de ecuaciones diferenciales. Específicamente nos concentraremos en estudiar el juego de paseos al azar al cual vincularemos con el operador Laplaciano, y el juego denominado Tug-of-War [3] que se vincula con el operador Infinito Laplaciano.

A continuación, definiremos un juego en dos tableros combinando las reglas mencionadas anteriormente, adicionando una variable temporal en unos de los tableros, para obtener aproximaciones a soluciones

viscosas del sistema

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) - \frac{1}{2}\Delta_{\infty}u(x, t) + u(x, t) - v(x, t) = 0 & x \in \Omega, t > 0, \\ -\frac{\kappa}{2}\Delta v(x, t) + v(x, t) - u(x, t) = 0 & x \in \Omega, t > 0, \\ u(x, t) = f(x, t) & x \in \partial\Omega, t \geq 0, \\ v(x, t) = g(x, t) & x \in \partial\Omega, t \geq 0, \\ u(x, 0) = u_0(x) & x \in \Omega, \end{cases}$$

donde $\Omega \subseteq \mathbb{R}^N$ es un abierto acotado con borde suave, las funciones de pago final f , g y u_0 son Lipschitz acotadas, y κ es una constante que solo depende de la dimensión del espacio.

El correspondiente sistema elíptico fue estudiado en [2].

Trabajo en conjunto con Julio D. Rossi (Universidad de Buenos Aires, Argentina).

Referencias

- [1] A. Miranda y J. D. Rossi. A game theoretical approach for a nonlinear system driven by elliptic operators. SN Partial Diff. Eq. Appl., 1(4), art. 14, pp 41, (2020).
- [2] A. Miranda y J. D. Rossi. A game theoretical approximation for a parabolic/elliptic system with different operators. Preprint Arxiv. 3812094 (2021).
- [3] Y. Peres, O. Schramm, S. Sheffield y D. Wilson, Tug-of-war and the infinity Laplacian. J. Amer. Math. Soc., 22, (2009), 167–210.

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN INTEGRO-DIFERENCIAL CON CONDICIONES DE DIRICHLET USANDO TÉCNICAS DE PROBLEMA INVERSO DE MOMENTOS

María Beatriz Pintarelli

Dep.de Matemática, Fac. de Ciencias Exactas, UNLP- Dep. Ciencias Básicas, Fac. Ingeniería, UNLP,
Argentina
mariabpintarelli@gmail.com

Se quiere hallar $w(x, t)$ tal que

$$w_t = \int_0^t k(t-s)w_{xx}(x, s)ds + f(x, t)$$

sobre un dominio $E = \{(x, t), \quad 0 < x < L; \quad t > 0\}$.

Derivamos con respecto a t :

$$w_{tt} = \int_0^t k_t(t-s)w_{xx}(x, s)ds + k(t-t)w_{xx}(x, t) + f_t(x, t)$$

Entonces

$$w_{tt} - k(0)w_{xx}(x, t) = \int_0^t k_t(t-s)w_{xx}(x, s)ds + f_t(x, t)$$

Tenemos

$$w_{tt} - k(0)w_{xx} = G(x, t)$$

Podemos resolver la ecuación anterior como una ecuación de Klein-Gordon con condiciones de Dirichlet donde $G(x, t)$ es desconocida.

Considerando la función auxiliar $u(m, r, x, t) = e^{-m(x+1)}e^{-r(t+1)}$ y anotando $k = k(0)$, resolver esta ecuación es equivalente a resolver en un primer paso la ecuación integral

$$\iint_E u(kw_x - \sqrt{k}w_t)dA = \varphi_1(m)$$

donde encontramos una aproximación $p_n(x, t)$ para $kw_x - \sqrt{k}w_t$, utilizando las técnicas de problema de momentos. Y en un segundo paso la ecuación

$$kw_x(x, t) - \sqrt{k}w_t(x, t) = p_n(x, t)$$

puede ser escrita como la ecuación integral

$$\int_0^L \int_0^\infty K(m, r, x, t)w(x, t)dt dx = \varphi_2(m, r)$$

con $K(m, r, x, t) = u(m, r, x, t)(-m_1k(m+1)+m_2\sqrt{k}(r+1))$, donde ahora $u(m, r, x, t) = e^{-(m+1)(x+1)}e^{-(r+1)(t+1)}$, y se encuentra una aproximación para $w(x, t)$ utilizando las técnicas de problema de momentos. Tanto en $\varphi_1(m)$ como en $\varphi_2(m, r)$ figuran las condiciones de Dirichlet, y en la expresión $\varphi_2(m, r)$ figura $p_n(x, t)$. También de manera análoga se podrían resolver ecuaciones integrales de la forma

$$w_{tt} = aw_{xx} + \int_0^t k(t-s)w_{xx}(x, s)ds + f(x, t) \text{ y } w_t = w_{xx} + \int_0^t k(t-s)w_{xx}(x, s)ds + f(x, t)$$

en ambos casos el dominio es $E = \{(x, t), 0 < x < L; t > 0\}$ con condiciones de Dirichlet. Se dan cotas para el error de las aproximaciones siempre usando la técnicas de problema de momentos. Además se ilustra el método con varios ejemplos.

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

ON THE MIXED LOCAL-NONLOCAL HÉNON EQUATION

Ariel Salort

Universidad de Buenos Aires, Argentina
asalort@dm.uba.ar

En el presente trabajo consideramos una ecuación del tipo Hénon regida por un operador no local obtenido como combinación de un término local y uno no local.

Probamos existencia y no existencia en el espíritu del resultado clásico de Ni, y luego estudiamos resultados de estabilidad cuando el parámetro fraccionario $s \rightarrow 1$.

Trabajo en conjunto con Eugenio Vecchi (Politecnico di Milano).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

UN PROBLEMA DE FRONTERA LIBRE UNIDIMENSIONAL A DOS FASES EN UN DOMINIO ANGULAR CON COEFICIENTES TÉRMICOS VARIABLES

José Abel Semitiel

FCE-Universidad Austral y FCEIA-Universidad Nacional de Rosario, Argentina
jsemitiel@austral.edu.ar

Se considera un problema de frontera libre unidimensional a dos fases que modela el proceso de solidificación de una sustancia que está inicialmente en estado líquido. La principal característica es que la región sólida es un dominio angular, es decir, mientras que el líquido se solidifica, se contrae y forma una región vacía entre $x = 0$ y $x = rs(t)$ donde $0 < r < 1$ es el parámetro de contracción y $x = s(t)$ es la posición de la interface. Se asumen las conductividades térmicas y calores específicos dependientes de la temperatura en ambas fases. Se obtiene existencia y unicidad de solución a través de problemas diferenciales ordinarios acoplados equivalentes.

Trabajo en conjunto con Julieta Bollati (CONICET y FCE-Universidad Austral) y María Fernanda Natale (FCE-Universidad Austral).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

POLÍTICAS DE PESO-MÁXIMO (MAX-WEIGHT) EN MODELOS DE APAREAMIENTO ALEATORIO
(STOCHASTIC MATCHING)

Nahuel Soprano-Loto

FIUBA & Aristas
nsoprano@fi.uba.ar

Estudiamos un proceso en el que los clientes llegan al sistema uno a uno de acuerdo a un proceso de Poisson cuya tasa depende de la clase del cliente. Diferentes clases pueden ser compatibles o no. Dos clientes presentes en el sistema se aparean y abandonan el sistema instantáneamente si sus respectivas clases son compatibles. Asimismo, si no son apareados, los clientes de algunas clases abandonan el sistema de forma espontánea a tiempos exponenciales. Este modelo se conoce como proceso de apareamiento aleatorio con impaciencia (stochastic matching process with impatience). En caso de que haya en el sistema más de una pareja compatible, la que efectivamente se aparea es elegida de acuerdo a una determinada política. Diferentes políticas han sido estudiadas en la literatura. La política de peso-máximo (max-weight) que consideramos nosotros tiene en cuenta tanto la cantidad de clientes en espera como la importancia del apareamiento en cuestión, y admite asimismo posibles errores de medición. Nuestro resultado principal es el hallazgo de una función de Lyapunov cuadrática. Como corolario, obtenemos una caracterización precisa del régimen de estabilidad, demostramos convergencia exponencial a la distribución estacionaria, y damos cotas explícitas para la media estacionaria de la cantidad de clientes en espera. Finalmente ilustramos algunos de estos ejemplos mediante simulaciones en modelos de juguete (toy models).

Trabajo en conjunto con Matthieu Jonckheere (Instituto de Cálculo, Universidad de Buenos Aires), Pascal Moyal (Institut Élie Cartan, Université de Lorraine) y Claudia Ramírez (Aristas).

Referencias

[1] M. Jonckheere, P. Moyal, C. Ramírez, N. Soprano-Loto. Generalized max-weight policies in stochastic matching. arXiv:2011.04535.

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

EXISTENCIA DE SOLUCIONES PARA UNA ECUACIÓN QUE INVOLUCRA EL G-LAPLACIANO
FRACCIONARIO

María José Suarez Marziani

Universidad Nacional de San Luis, IMASL, Argentina
suarezmarzianimariajose@gmail.com

En esta charla discutiremos la existencia y caracterización de soluciones al siguiente problema

$$\begin{cases} (-\Delta_g)^s u = f(x, u) & \text{en } \Omega, \\ u = 0 & \text{en } \Omega^c, \end{cases}$$

donde $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ es un dominio acotado, el lado izquierdo de la ecuación está dado en términos del G-Laplaciano fraccionario. En el lado derecho de la ecuación, $f: \Omega \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función con crecimiento dado en términos de funciones Orlicz.

Uno de los objetivos de este trabajo es obtener soluciones mediante un método de sub- y super-solución. Para terminar discutiremos la posibilidad de obtener multiplicidad de soluciones para el problema de interés.

Trabajo en conjunto con SILVA, Analía (Universidad Nacional de San Luis, Argentina); OCHOA, Pablo (Universidad Nacional de Cuyo, Argentina).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

SOLUCIONES EXPLÍCITAS PARA EL PROBLEMA DE SOLIDIFICACIÓN DE UNA ALEACIÓN BINARIA PROPUESTO POR RUBINSTEIN CON UNA CONDICIÓN CONVECTIVA EN EL BORDE FIJO

Lucas Venturato

Universidad Austral, Argentina

LVenturato@austral.edu.ar

La transferencia de calor durante la solidificación de aleaciones ha sido de particular interés en muchas aplicaciones de ingeniería, especialmente en el campo de la fundición, sistemas de almacenamiento de energía térmica, crecimiento de cristales en semiconductores. En esta presentación se considera el problema de una aleación binaria propuesto por Rubinstein con una condición convectiva en el borde fijo $x = 0$ de la forma $k_s T_{s_x}(0, t) = \frac{h_0}{\sqrt{t}}(T_s(0, t) - T_1)$. Se obtienen las condiciones necesarias y/o suficientes para los datos (iniciales y de contorno y coeficientes térmicos del material) a fin de obtener una solidificación instantánea. Además, se halla la solución explícita correspondiente, y desigualdades para el coeficiente μ que caracteriza la frontera libre $s(t) = 2\mu\sqrt{\alpha_s t}$ del problema de Rubinstein con dato de temperatura en el borde fijo $x = 0$.

Trabajo en conjunto con Mariela B. Cirelli (Universidad Austral, Argentina) y Domingo A. Tarzia (CONICET - Universidad Austral, Argentina).

Ecuaciones Diferenciales y Probabilidad - Comunicación

PROBLEMAS DE AUTOVALORES EN ESPACIOS DE ORLICZ-SOBOLEV FRACCIONARIOS

Hernán Vivas

Instituto de Cálculo (UBA/Conicet) - Centro Marplatense de Investigaciones Matemáticas

(UNMdP/CIC), Argentina

havivas@mdp.edu.ar

Los espacios de Orlicz-Sobolev son la generalización natural (no homogénea) de los espacios L^p y los espacios de Sobolev $W^{1,p}$; entre otras motivaciones, son el contexto natural para estudiar operadores diferenciales (o integro-diferenciales) con crecimiento no estándar, en particular cuando este viene dado por velocidades diferentes a la de potencias.

Los operadores integro-diferenciales, en tanto, han atraído mucho interés en la comunidad de ecuaciones diferenciales (así como en la de probabilidad) gracias a su estrecha relación con los procesos de Lévy con saltos, que sirven de modelo para fenómenos variados que van de las finanzas a la biología. El ejemplo arquetípico de operador integro-diferencial (elíptico) es el Laplaciano fraccionario, definido para un parámetro $s \in (0, 1)$ mediante

$$(-\Delta)^s u(x) = \text{p.v.} \int_{\mathbb{R}^n} \frac{u(x) - u(y)}{|x - y|^{n+2s}} dy.$$

En esta charla vamos a discutir problemas de autovalores en espacios de Orlicz-Sobolev fraccionarios; presentaremos algunos resultados recientes sobre existencia de autovalores del g -Laplaciano fraccionario:

$$(-\Delta_g)^s u(x) = \text{p.v.} \int_{\mathbb{R}^n} g\left(\frac{u(x) - u(y)}{|x - y|^s}\right) \frac{1}{|x - y|^{n+s}} dy$$

en condiciones generales (sin asumir la “condición Δ_2 ”), problemas de autovalores homogéneos y estabilidad, y dejaremos planteadas varias preguntas abiertas que consideramos de interés.

Trabajo en conjunto con Julián Fernández Bonder (Instituto de Cálculo, UBA-Conicet) y Ariel Salort (Instituto de Cálculo, UBA-Conicet).

Estadística

Estadística - Comunicación

MÉTODOS DE REGRESIÓN LINEAL DE CONTRACCIÓN APLICADOS A DATOS SIMBÓLICOS DE INTERVALO

Jorgelina Carrizo

Facultad de Filosofía, Humanidades y Artes. Universidad Nacional de San Juan, Argentina
jorgelinav_carrizo@yahoo.com.ar

En este trabajo se presentan métodos para ajustar una regresión lineal para variables simbólicas de intervalo que mejoran el Método del Centro, sugerido por Billard y Diday [1], y el Método del Centro y Rango, sugerido por Lima-Neto y De Carvalho [3, 4]. Se ajustan dos modelos de regresión lineal, uno en los puntos medios del intervalo, el otro en los rangos del mismo (mitad de la amplitud del intervalo). Ambos mediante los métodos de Regresión Ridge, Lasso y Elastic Net propuestos por Tibshirani, R. Hastie, T. y Zou H. en [5, 2]. De esta manera se estiman los puntos medios y rangos a partir de los modelos ajustados, lo que permite obtener la predicción del límite inferior y superior del intervalo para la variable respuesta. Los métodos de contracción presentados en este artículo se aplican al conjunto de datos “Incendios forestales” del parque natural de Montesinho, en el noreste de Portugal (se describen detalles en Cortez y Morais [6]) para luego comparar su desempeño y facilidad de interpretación con respecto al Método del Centro y al Método del Centro y Rango. Para esta evaluación se utilizan el error cuadrático medio y el coeficiente de correlación.

Trabajo en conjunto con Lilian Mallea (Universidad Nacional de San Juan).

Referencias

- [1] Billard, L., Diday, E., (2000). Regression analysis for interval-valued data. In: Data Analysis, Classification and Related Methods, Proceedings of the Seventh Conference of the International Federation of Classification Societies (IFCS2000), Springer, Belgium, pp. 369-374.
- [2] Hastie, T., Zou H. (2005). Regularization and variable selection via the elastic net. J. R. Statist. Soc. B 67, Part 2, pp. 301-320.
- [3] Lima-Neto, E.A., De Carvalho, F.A.T., (2008). Centre and range method to fitting a linear regression model on symbolic interval data. Computational Statistics and Data Analysis 52,1500-1515.
- [4] Lima-Neto, E.A., De Carvalho, F.A.T., (2010). Constrained linear regression models for symbolic interval-valued variables. Computational Statistics and Data Analysis 54, 333-347.
- [5] Tibshirani, R. (1996). Regression shrinkage and selection via the lasso. Journal of the Royal Statistical Society - Series B 58, 267-288.
- [6] Cortez, P., Morais, A., 2007. A data mining approach to predict forest fires using meteorological data., in: Neves, J., Santos, M.F., Machado, J. (Eds.), New Trends in Artificial Intelligence, Proc. EPIA 2007, APPIA. pp. 512-523.

Estadística - Charla invitada

BINSCATTER

Matias D. Cattaneo

Princeton University, Estados Unidos
cattaneo@princeton.edu

Binscatter, o diagrama de dispersión agrupada, es una herramienta muy popular en microeconomía aplicada. Proporciona una forma flexible de visualizar y resumir la media, el cuantil y otras funciones de regresión no paramétricas en grandes conjuntos de datos. También puede utilizarse para analizar linealidad o monotonicidad. En esta charla se abordará un análisis del Binscatter en donde se discutirán resultados teóricos y prácticos que ayudaran a comprender las prácticas usuales como también a orientar futuras aplicaciones.

Estadística - Charla invitada

SCALING UP MENDELIAN RANDOMIZATION FOR HIGH-DIMENSIONAL -OMICS DATA

Gabriela Cohen Freue

Department of Statistics, University of British Columbia, Canada
gcohen@stat.ubc.ca

Large scale proteomics datasets are becoming increasingly available in biomedical sciences offering huge potential for better understanding the causal pathways of diseases to develop alternative care treatments. Unfortunately, protein expression levels can be strongly influence by the environment, which may confound potential causal effects on a response of interest. Mendelian Randomization is a popular approach used to control for this confounding and identify causal effects by leveraging valid genetic variants as instrumental variables. We develop a two-stage regularized instrumental variable estimator to select valid instruments as well as causal proteins from high-dimensional -omics datasets. To reduce the risk of selecting non-valid instruments, we develop our estimator to be robust to violations to three required instrumental variables conditions. We call this estimator the Thrice-Robust Instrumental Variable Estimator (THRIVE). We examine important properties of our estimator in a large-scale simulation study and compare its performance to that of competing estimators. We use our estimator in a relevant prostate cancer dataset from The Cancer Genome Atlas (TCGA) and identify 2 proteins as potentially having a causal effect on the severity of a prostate cancer tumour.

Trabajo en conjunto con Joe Watson (University of British Columbia) and David Kepplinger (George Mason University).

Estadística - Comunicación

DATOS ATÍPICOS Y MAL CONDICIONAMIENTO EN EL ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CANÓNICA GENERALIZADO

María Victoria Fasano

Universidad Nacional de La Plata, CMaLP-CIC-PBA, Argentina
vicky@mate.unlp.edu.ar

El análisis de correlación canónica generalizado (ACCG) se utiliza para medir la asociación entre más de dos grupos de características observadas en los individuos de una población. [1] probó que la solución poblacional puede obtenerse mediante un algoritmo iterativo convergente basado en covarianzas y la inversa de la matriz de covarianzas de cada grupo. El método clásico de estimación reemplaza dichas covarianzas por sus versiones muestrales. Sin embargo, es bien sabido, que estas estimaciones son muy sensibles a la presencia de datos atípicos. Otro problema surge cuando alguna matriz de covarianzas muestral resulta mal condicionada, ya sea por colinealidad dentro del grupo, o debido a que la dimensión de la matriz es mayor que el tamaño de la muestra. Como consecuencia, en [1] propusieron un estimador

alternativo basado en regularización y covarianzas muestrales (ACCGR). Se presentará otro enfoque basado en estimaciones de matrices de precisión, como ser el método GLasso de [2], el cual puede ser robustificado tomando una matriz de covarianzas robusta como estimador inicial como en [3]. Los algoritmos robustos son usados para desarrollar un método de detección de datos influyentes para el ACCG. Mediante un estudio de simulación para muestras finitas Gaussianas con matrices de covarianzas mal condicionadas, se mostrará el buen desempeño del método basado en estimaciones de matrices de precisión comparado con el ACCGR. El comportamiento de los algoritmos robustos versus los clásicos se estudiará para muestras finitas Gaussianas y contaminadas, en escenarios donde las matrices de covarianzas sean bien o mal condicionadas. Finalmente, se ilustrarán en un conjunto de datos reales las ventajas de los algoritmos robustos sobre los clásicos en presencia de datos atípicos.

Trabajo en conjunto con Alejandra Vahnovan (Universidad Nacional de La Plata, Argentina), Julieta Ferrario (Universidad Nacional de La Plata, Argentina) y Nadia Kudraszow (Universidad Nacional de La Plata - CONICET, Argentina).

Referencias

- [1] Tenenhaus, A. and Tenenhaus, M. (2011). Regularized Generalized Canonical Correlation Analysis, *Psychometrika*, 76, 257-284.
- [2] Friedman H., Hastie T. y Tibshirani R. (2008), Sparse inverse covariance estimation with the graphical lasso. *Biostatistics*, 9, 432-441.
- [3] Öllerer, V. and Croux, C. (2015). Robust high-dimensional precision matrix estimation. In *Modern Nonparametric, Robust and Multivariate Methods*, Springer, 325–350.

Estadística - Comunicación

ESTIMACIÓN DE LA TASA DE LETALIDAD DURANTE EL CURSO DE UNA EPIDEMIA CON UNA APLICACIÓN A COVID-19 EN ARGENTINA

Marina Fragalá

Universidad Nacional de General Sarmiento, Instituto de Ciencias, Argentina
mfragala@campus.ungs.edu.ar

Una de las preguntas más importantes cuando surge una nueva enfermedad infecciosa como el Covid-19 es poder saber cuán mortal es la enfermedad. O sea, saber qué proporción de personas va a morir entre aquellas que se contagian la enfermedad en un período de tiempo y una región determinada. A dicha proporción se la denomina Tasa de Letalidad sobre infectados. El poder calcular dicha tasa en pleno brote de la enfermedad tiene diversas dificultades. Una de ellas es conocer el total de personas contagiadas, pues por ejemplo puede haber muchos casos que no son detectados por no ser testeados. Otra dificultad es el desfase temporal que hay entre el contagio de la enfermedad y el fallecimiento por esta causa. En este trabajo nos centramos en este segundo problema. La Tasa de Letalidad sobre casos confirmados (TLC), se suele definir como la proporción de personas con el virus confirmado que mueren a causa del virus. La TLC es lo que se informa diariamente (en realidad se aproxima) durante la epidemia de Covid-19. El número TLC que se informa por lo general subestima el verdadero valor ya que el cálculo que se hace diariamente consiste en dividir la cantidad de personas fallecidas registrados por Covid-19, hasta ese día, por la cantidad total de personas confirmadas hasta ese día. El sesgo puede ser grande y más alto aún si la cantidad acumulada de contagios crece velozmente. Garske et al. (2009) introdujeron un estimador para corregir la tasa que se informa cada día, pero no contemplan que la distribución de los días que transcurren desde que se confirma el diagnóstico hasta que la persona muere por Covid-19 varíe en función del tiempo. Del mismo modo asumen constante con respecto al día de diagnóstico, la probabilidad de morir por Covid-19. En nuestro trabajo desarrollamos un estimador insesgado el cual permite que tanto

dicha distribución como la probabilidad de morir por Covid-19 varíe a lo largo del tiempo. Bajo ciertas condiciones generales probamos consistencia y distribución asintótica. Ponemos a prueba dicho estimador mediante simulaciones y lo aplicamos a datos reales para Argentina en 2020. Finalmente comparamos el comportamiento de nuestro estimador con respecto al de Garske et al.

Trabajo en conjunto con Marina Valdora (Universidad de Buenos Aires y CONICET) y Agustín Álvarez (Universidad Nacional de General Sarmiento, Instituto de Ciencias).

Referencias

[1] Garske, T., Legrand, J., Donnelly, C.A., Ward, H., Cauchemez, S., Fraser, C., Ferguson, N.M., Ghani, A.C., 2009. Assessing the severity of the novel influenza a/h1n1 pandemic. *Bmj* 339.

Estadística - Comunicación

PREDICCIÓN CON ÍNDICES SOCIO-ECONÓMICOS: UN PROBLEMA DE REDUCCIÓN DE DIMENSIONES CON VARIABLES MIXTAS

Rodrigo García Arancibia
IECAL-FCE-UNL & CONICET, Argentina
r.garcia.arancibia@gmail.com

En este trabajo presentamos una nueva metodología para la construcción de índices socio-económicos (SES) orientados a la predicción de una variable objetivo de interés. Específicamente, el método está basado en el enfoque de la Reducción Suficiente de Dimensiones (SDR) y utiliza un modelo factorizado para tratar simultáneamente con variables predictoras de naturaleza mixta (es decir, cuantitativas, binarias y ordinales), que son habituales en datos microeconómicos. Al mismo tiempo, estos índices SES identifican variables predictoras relevantes utilizando un enfoque en dos etapas de factorización matricial regularizada. Utilizando datos de encuestas de hogares para Argentina (Encuesta Permanente de Hogares-EPH), el método propuesto se compara con otros algoritmos existentes de reducción de dimensiones, como ser análisis de componentes principales (PCA) en su versión estándar y para variables mixtas, y con la predicción utilizando regresión sobre el conjunto completo de variables o bien penalizando vía LASSO.

Trabajo en conjunto con Sabrina Duarte (FIQ-Universidad Nacional del Litoral (UNL) & Instituto Provincial de Estadística y Censos (IPEC-Santa Fe), Argentina), Liliana Forzani (FIQ-UNL & CONICET, Argentina), Pamela Llop (FIQ-UNL & CONICET, Argentina) y Diego Tomassi (FIQ-UNL, CONICET & Systems Modelling and Dependability Team, Université de Technologie de Troyes, Marie Curie 12, Troyes, France).

Estadística - Comunicación

MÉTODOS ROBUSTOS DE INFERENCIA BASADOS EN B-SPLINES PARA MODELOS PARCIALMENTE LINEALES ADITIVOS

Alejandra Mercedes Martínez
Universidad Nacional de Luján y CONICET, Argentina
ale_m_martinez@hotmail.com

Los modelos parcialmente lineales aditivos suponen que se tienen observaciones independientes $(Y_i, \mathbf{Z}_i^t, \mathbf{X}_i^t)^t$ con $Y_i \in \mathbb{R}$, $\mathbf{Z}_i \in \mathbb{R}^q$ y $\mathbf{X}_i = (X_{i1}, \dots, X_{ip})^t \in \mathbb{R}^q$ tales que

$$Y_i = \mu + \beta^t \mathbf{Z}_i + \sum_{j=1}^p \eta_j(X_{ij}) + \sigma \varepsilon_i,$$

donde los errores ε_i son independientes entre sí e independientes del vector de covariables $(\mathbf{Z}_i^t, \mathbf{X}_i^t)^t$. Las funciones univariadas $\eta_j : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, los coeficientes $\mu \in \mathbb{R}$ y $\beta \in \mathbb{R}^q$ y el parámetro de escala $\sigma > 0$ son los objetos a estimar. Propuestas de estimación basadas en mínimos cuadrados para este modelo pueden encontrarse en Härdle et al. (2004).

En este trabajo presentaremos una familia de estimadores robustos basada en B-splines. Mostraremos que los estimadores robustos son consistentes bajo condiciones de regularidad. Se presentarán asimismo resultados sobre las tasas de convergencia de dichos estimadores y sobre la distribución asintótica de los parámetros de regresión. Ilustraremos las ventajas de la propuesta en un conjunto de datos reales.

Trabajo en conjunto con Graciela Boente (Universidad de Buenos Aires y CONICET, Argentina).

Referencias

[1] Härdle, W., Müller, M., Sperlich, S. and Werwatz, A. (2004). Nonparametric and Semiparametric Models. Springer-Verlag.

Estadística - Comunicación

ESTIMACIÓN BAYESIANA MEDIANTE A PRIORIS NO INFORMATIVAS EN EL MODELO DE RIESGOS ADITIVOS

Maximiliano Luis RIDDICK

Universidad Nacional de La Plata (UNLP) - INIFTA (CONICET), Argentina
maximilianoriddick@gmail.com

En el Análisis de Supervivencia tratamos con variables que miden el tiempo hasta la ocurrencia de un evento de interés. Se definen nuevas funciones asociadas a estas variables, como la función de Supervivencia y la función de Riesgo. Se proponen distintos modelos de acuerdo a las distintas expresiones de la función de riesgo, siendo el más popular el modelo de riesgos proporcionales de Cox (Cox, 1972). Una de las propuestas más utilizadas como alternativa al modelo de Cox es el modelo de Riesgos Aditivos de Aalen (Aalen, 1980). Este modelo es semiparamétrico, al igual que el de Cox, ya que consta de una componente paramétrica (asociada a un vector de covariables z , que representa distintos aspectos de cada elemento de la muestra) y una componente no paramétrica. La función de Riesgo $\lambda(t)$ para este modelo está dada por:

$$\lambda(t) = \lambda_0(t) + \beta'z,$$

donde $\lambda_0(t)$ representa a la componente no paramétrica y β es un vector de parámetros regresores.

Previamente, basándonos en la expresión de la verosimilitud obtenida para este modelo y en la propuesta realizada por Lin & Ying (Lin & Ying, 1994), se presentaron propuestas Bayesianas en los años anteriores (Riddick & Álvarez, 2017, 2018). En esta ocasión presentamos un abordaje mediante a prioris no informativas, las cuales buscan minimizar el impacto de las distribuciones a priori seleccionadas. En este trabajo, presentaremos estimadores basados en las prioris uniforme de Laplace y la priori de Máxima Entropía.

Referencias: Aalen, O. O. (1980). A model for non-parametric regression analysis of counting processes. Lecture notes on Mathematics Statistics and Probability. 2: 1-25.

Cox, D. R. (1972). Regression Models and Life-Tables (with discussion). Journal of the Royal Statistical Society. Series B. 34:2, 187-220.

Lin, D. Y. & Ying, Z. (1994). Semiparametric analysis of the additive risk model. Biometrika, Vol. 81, No. 1, pp. 61-71.

Riddick, M.L.& Álvarez, E.E. Estimación Bayesiana en el modelo de riesgos aditivos, Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina, CABA; 2017.

Riddick, M.L.& Álvarez, E.E. Estimación Bayesiana híbrida con proceso a priori Gamma en el modelo de riesgos aditivos, Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina, La Plata; 2018.

Trabajo en conjunto con Enrique E. Álvarez (Facultad de Ingeniería (UNLP) - Instituto de Cálculo (UBA - CONICET).

Lógica y Computabilidad

Lógica y Computabilidad - Comunicación

$k \times j$ -ÁLGEBRAS DE HEYTING APROXIMADAS MONÁDICAS

Federico Gabriel Almiñana Reinoso

Instituto de Ciencias Básicas , Universidad Nacional de San Juan , Argentina
federicogabriel17@gmail.com

En esta comunicación definimos las $k \times j$ -álgebras de Heyting aproximadas monádicas (o $k \times j$ -álgebras monádicas). Estas álgebras constituyen una extensión de las $k \times j$ -álgebras de Heyting aproximadas ([1],[2]) y en el caso $k \times j = 3 \times 2$ coinciden con las álgebras de Lukasiewicz–Moisil monádicas de orden 3 ([3]). Nuestro principal objetivo es caracterizar las $k \times j$ -álgebras monádicas subdirectamente irreducibles. Para tal fin, desarrollamos una dualidad estilo-Esakia ([4]) para estas álgebras.

Referencias

- [1] F. Almiñana, G. Pelaitay. A Topological Duality for $k \times j$ -rough Heyting Algebras, *Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing*, 35 (2020), 307–323.
- [2] F. Almiñana, G. Pelaitay. Localization of $k \times j$ -rough Heyting Algebras, *Mathematica Slovaca*, (2021).
- [3] G. Georgescu, C. Vraciu: Algebre Boole monadice si algebre Lukasiewicz monadice. *Studii Cerc. Mat.* 23 (1971), 1025–1048.
- [4] Esakia, Leo. Heyting algebras. Duality theory. Edited by Guram Bezhanishvili and Wesley H. Holliday. Translated from the Russian edition by Anton Evseev. *Trends in Logic–Studia Logica Library*, 50. Springer, Cham, 2019.

Lógica y Computabilidad - Comunicación

CÁLCULO DE SECUENTES CON ELIMINACIÓN DE CORTE PARA UNA LÓGICA PARACONSISTENTE

Victoria Arce-Pistone

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Argentina
victoriaarcepistone@gmail.com

La lógica (proposicional) paraconsistente 3-valuada **Ciore** fue desarrollada por Carnielli, Marcos y de Amo, en el contexto del estudio de bases de datos inconsistentes desde el punto de vista de la lógicas de la inconsistencia formal (LFIs). Esta lógica tiene características muy particulares como la propagación y retropropagación del operador de consistencia, además, es algebrizable en el sentido de Blok y Pigozzi. Un estudio detallado de la versión de primer orden de **Ciore**, **QCiore**, puede encontrarse en [2].

En esta comunicación iniciamos el estudio de la teoría de prueba de **QCiore**. Aplicando un método general debido a Avron, Ben-Naim y Konikowska [1], obtenemos un cálculo de secuento con eliminación de corte para **Ciore**. Luego, extendemos este cálculo a **QCiore**.

Trabajo en conjunto con Martín Figallo (Universidad Nacional del Sur, Argentina).

Referencias

- [1] Avron, A., Ben-Naim, J. Konikowska, B. (2007). Cut-Free Ordinary Sequent Calculi for Logics Having Generalized Finite-Valued Semantics. *Log. univers.* 1, 41–70.

LA FAMILIA DE LOS ESPACIOS $M(T)$.

Cristian Daniel Brunetta Gonzalez

Universidad Nacional de San Juan/Instituto de Ciencias Básicas (Área Matemática), Argentina
cristian_brunetta@hotmail.com

En este trabajo estudiamos la estructura reticular de la familia formada por los espacios de clausura determinados por intersecciones (ver [1],[3]), que definimos como $\mathbb{M}(\bar{\mathcal{K}}) := \{M(T) : T \in \bar{\mathcal{K}}\}$, donde $M(T)$ está definido por $M(T) := \{F \subseteq X : F \cap T \in \bar{\mathcal{K}}\}$ con $(X, \bar{\mathcal{K}})$ un espacio de clausura fijo.

Al respecto, se observa que $\mathbb{M}(\bar{\mathcal{K}})$ no es subretículo de la familia de todos los espacios de clausura con soporte en X (ver [2]). Aún así demostramos que es un retículo en sí mismo. Para lograr esto es necesario definir una relación de equivalencia en el sistema de clausura $(X, \bar{\mathcal{K}})$ en donde estudiamos algunas propiedades de dicha relación, la cual nos permite caracterizar al ínfimo y supremo de la familia $\mathbb{M}(\bar{\mathcal{K}})$ quedando definidos como:

$$(1) \bigvee_{i \in I} M(T_i) = M \left(\bigcap_{i \in I} T_i^0 \right) = M \left(\bigwedge_{i \in I} T_i^0 \right)$$
$$(2) \bigwedge_{i \in I} M(T_i) = M \left(Cl_{\bar{\mathcal{K}}} \left(\bigcup_{i \in I} T_i^0 \right) \right) = M \left(\bigvee_{i \in I} T_i^0 \right)$$

donde T^0 es el primer elemento de la clase de equivalencia de cada cerrado T .

Como trabajo futuro dejamos previsto el análisis de las transferencias de las diversas propiedades de $(\bar{\mathcal{K}}, \wedge_{\bar{\mathcal{K}}}, \vee_{\bar{\mathcal{K}}})$ a $(\mathbb{M}(\bar{\mathcal{K}}), \wedge_{\mathbb{M}(\bar{\mathcal{K}})}, \vee_{\mathbb{M}(\bar{\mathcal{K}})})$.

Trabajo en conjunto con Víctor L. Fernández (Universidad Nacional de San Juan, Argentina).

Referencias

- [1] C. Brunetta; V. Fernández. Structurality and Finitariness of the Logics Defined by the $M(T)$ -operators. LXVIII Meeting of Mathematical Argentinian Union. Universidad Nacional de Cuyo, 2019.
- [2] S. Burris; H. Sankappanavar. A Course in Universal Algebra. Springer-Verlag, New York, 1981.
- [3] V. Fernández, C. Brunetta. A Note on Closure Spaces Determined by Intersections. Aceptado por el Boletim Paranaense da Sociedade de Matemática. En prensa.

SOBRE LOS $\{\rightarrow\}$ -SUBREDUCTOS DE LOS RETÍCULOS SUBRESIDUADOS

José Luis Castiglioni

Facultad de Ciencias Exactas, UNLP, Argentina
jlc@mate.unlp.edu.ar

Los retículos subresiduados fueron introducidos en [2] como una generalización de las álgebras de Heyting. Un retículo subresiduado es un retículo distributivo acotado L , junto a un subretículo acotado $D \subseteq L$,

que cumplen que para todo par $a, b \in L$ el conjunto

$$E_{(a,b)} := \{d \in D \mid d \wedge a \leq b\}$$

tiene elemento máximo. Cuando esto ocurre, queda definida una operación binaria \rightarrow por

$$a \rightarrow b := \text{máx } E_{(a,b)}$$

Notemos que en el caso en que $D = L$, si dichos máximos existen, la operación definida es el residuo del \wedge ; es decir, (L, \rightarrow) es un álgebra de Heyting. En general, para D arbitrario, (L, \rightarrow) , cuando \rightarrow esté definido, será un álgebra de tipo $(2,2,2,0,0)$; es decir, de la misma signatura que un álgebra de Heyting. Estas álgebras se denominan retículos subresiduados y forman una variedad que indicaremos SRL.

Es bien sabido que los $\{\rightarrow\}$ -subreductos de las álgebras de Heyting forman la variedad de las álgebras de Hilbert, las cuales fueron ampliamente estudiadas en [1]. Resulta por lo tanto de interés preguntarse qué sucede con la clase de los $\{\rightarrow\}$ -subreductos de los elementos de SRL, la cual contendrá como subclase a la de álgebras de Hilbert.

En esta comunicación mostraremos que la clase de los $\{\rightarrow\}$ -subreductos de los elementos de SRL no forma una variedad, pero sí una cuasivariiedad, y daremos una base de cuasiecuaciones para la misma.

Trabajo en conjunto con Hernán San Martín (UNLP, Argentina), Federico Mallea (UNSJ, Argentina), Víctor Fernández (UNSJ, Argentina)..

Referencias

- [1] Diego A., Sobre Álgebras de Hilbert. Notas de Lógica Matemática. Instituto de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca (1965).
- [2] Epstein G. and Horn A., Logics which are characterized by subresiduated lattices. Z. Math. Logik Grundlagen Math. 22, 199–210 (1976)

Lógica y Computabilidad - Comunicación

$NS_{3 \times 3}$ -ALGEBRAS

Carlos Alberto Gallardo

Universidad Nacional del Sur, ARGENTINA

gallardosss@gmail.com

Claudia Sanza, with the purpose of legitimizing the study of $n \times m$ -valued Łukasiewicz algebras with negation (or $NS_{n \times m}$ -algebras) introduced 3×3 -valued Łukasiewicz algebras with negation. In this note we describe the structure of the free finitely generated $NS_{3 \times 3}$ -algebras and we determine a formula to calculate its cardinal number in terms of the number of free generators. Moreover, we obtain the lattice $\Lambda(\mathbf{NS}_{3 \times 3})$ of all subvarieties of $\mathbf{NS}_{3 \times 3}$ and we show that the varieties of Boolean algebras, three-valued Łukasiewicz algebras and four-valued Łukasiewicz algebras are proper subvarieties of $\mathbf{NS}_{3 \times 3}$.

Referencias

- [1] Sanza, C., Notes on $n \times m$ -valued Łukasiewicz algebras with negation. Logic J. of the IGPL, 12 (2004), pp. 499-507.
- [2] Sanza, C., $n \times m$ -valued Łukasiewicz algebras with negation. Rep. Math. Logic, 40 (2006), pp. 83-106.
- [3] Sanza, C., On $n \times m$ -valued Łukasiewicz-Moisil algebras. Centr. Eur. J. Math., 6 (2008), pp. 372-383.

Lógica y Computabilidad - Charla invitada

Joan Gispert

Universitat de Barcelona, España
jgispertb@ub.edu

Las lógicas de Lukasiewicz, Gödel y Producto son las tres lógicas prominentes en lógica fuzzy. Sus extensiones axiomáticas y, en parte, sus extensiones finitarias son bien conocidas. En esta conferencia revisitaremos estas lógicas y sus contrapartidas algebraicas. Añadiremos al lenguaje las constantes racionales y veremos como son los retículos de extensiones axiomáticas y/o finitarias. Además obtendremos una base de reglas admisibles para cada extensión axiomática.

Lógica y Computabilidad - Comunicación

UNA PRUEBA ALTERNATIVA DE LA AXIOMATIZACIÓN ESTILO HILBERT PARA EL FRAGMENTO
CONJUNCIÓN-DISYUNCIÓN DE LA LÓGICA CLÁSICA

Luciano Javier González

Universidad Nacional de La Pampa, Argentina
lucianogonzalez@exactas.unlpam.edu.ar

In [1], Dyrda y Prucnal presentaron una axiomatización estilo Hilbert para el $\{\wedge, \vee\}$ -fragmento de la lógica clásica. Su prueba de completitud sigue un enfoque diferente al estándar utilizado para probar la completitud de la lógica clásica. En esta comunicación daremos una prueba alternativa de la completitud entre la presentación estilo Hilbert dada por Dyrda y Prucnal y el $\{\wedge, \vee\}$ -fragmento de la lógica clásica siguiendo un argumento similar al utilizado en la prueba de completitud de la lógica clásica.

Referencias

[1] Dyrda, K. and Prucnal, T.: On finitely based consequence determined by a distributive lattice. Bulletin of the Section of Logic 9(2), 60–64 (1980).

Lógica y Computabilidad - Comunicación

SOBRE UNA VARIEDAD DE RETÍCULOS HEMI-IMPLICATIVOS

Federico Mallea

Universidad Nacional de San Juan, Argentina
hfmallea@ffha.unsj.edu.ar

Un retículo hemi-implicativo es un álgebra $(A, \wedge, \vee, \rightarrow, 1)$ de tipo $(2, 2, 2, 0)$ tal que satisface las siguientes condiciones:

- $(A, \wedge, \vee, 1)$ es un retículo con top.
- Para cada $a, b \in A$, $a \wedge (a \rightarrow b) \leq b$.
- Para cada $a \in A$, $a \rightarrow a = 1$.

Se sigue de la definición que la clase de los retículos hemi-implicativos forma una variedad.

En esta charla vamos a introducir y estudiar una subvariedad propia de la variedad de los retículos hemi-implicativos, denotada por **SHL**, la cual contiene propiamente a la variedad de los retículos subresiduados [2] y a la variedad de los retículos de Hilbert (un retículo de Hilbert es un álgebra de Hilbert [1] cuyo orden natural es un retículo y las operaciones de retículo son incluidas en la signatura del álgebra).

El objetivo de esta comunicación es probar un teorema de representación para SHL. Más precisamente, veremos que toda álgebra de SHL es determinada (salvo isomorfismo) por una terna (L, D, S) que satisface las siguientes condiciones:

1. L es un retículo distributivo acotado,
2. D es un subretículo de L que contiene a $0, 1$, y para cada $a, b \in L$ existe un elemento $c \in D$ tal que para todo $d \in D$, $a \wedge d \leq b$ si y solo si $d \leq c$ (denotaremos con $a \rightarrow_D b$ al elemento c),
3. S es un subconjunto no vacío de L tal que
 - S es cerrado por \rightarrow_D y
 - S , con el orden heredado, es en sí mismo un retículo.

Trabajo en conjunto con José Luis Castiglioni (Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de La Plata y CONICET), Víctor Leandro Fernández (Instituto de Ciencias Básicas, Área Matemática, Universidad Nacional de San Juan) y Hernán Javier San Martín (Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de la Plata y CONICET)..

Referencias

- [1] Diego A., Sobre Algebras de Hilbert. Notas de Lógica Matemática. Instituto de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca (1965).
- [2] Epstein G. and Horn A., Logics which are characterized by subresiduated lattices. Z. Math. Logik Grundlagen Math. 22, 199–210 (1976).

Lógica y Computabilidad - Comunicación

VARIEDADES CASI MINIMALES DE RETÍCULOS RESIDUADOS CONMUTATIVOS E INTEGRALES

Miguel Andrés Marcos
FIQ, UNL - CONICET, Argentina
mmarcos@santafe-conicet.gov.ar

Las lógicas subestructurales son sistemas lógicos que enmarcan dentro de una misma teoría lógicas que fueron surgiendo por diversos motivos y con diferentes metodologías. Los modelos algebraicos que mejor se adecúan a la gran mayoría de estos sistemas son los retículos residuados.

Un retículo residuado [3] es un álgebra $(A, \vee, \wedge, \cdot, \rightarrow, 1)$ de tipo $(2, 2, 2, 2, 0)$ tal que (A, \wedge, \vee) es un retículo, $(A, \cdot, 1)$ es un monoide y además vale la propiedad de residuación: $a \rightarrow b \geq c$ si y sólo si $a \cdot c \leq b$. Decimos además que conmutativo si el monoide lo es, e integral si 1 es el elemento máximo del retículo. Los retículos residuados conmutativos e integrales forman una variedad a la que denotamos CIRL.

La porción inferior del retículo de subvariedades de retículos residuados generales fue estudiada en [2]. En este trabajo exploramos el retículo de subvariedades de CIRL, concentrándonos en sus átomos y los cubrimientos de éstos, llamadas variedades minimales y casi minimales, respectivamente.

En particular estudiamos las variedades finitamente generadas. Por un lado, la única variedad minimal finitamente generada es GBA, de álgebras de Boole generalizadas. En el caso de variedades casi minimales, caracterizamos las finitamente generadas en términos de álgebras finitas y subdirectamente irreducibles llamadas estrechas y definidas en [1], que las generan (salvo dos excepciones). Proponemos métodos para construir cadenas estrechas de cualquier cardinalidad y observamos que existen álgebras estrechas que no son cadenas.

En el caso de las no finitamente generadas, mostramos que existe una cantidad no numerable de cubrimientos de la variedad minimal C de retículos residuados cancelativos.

Trabajo en conjunto con P. Aglianò (DIISM, Università di Siena, Italy) y N. Galatos (University of Denver, Colorado, USA).

Referencias

- [1] P. Aglianò, and M. Marcos, Varieties of K-lattices, (2020), Preprint.
- [2] N. Galatos, Minimal varieties of residuated lattices, Algebra Universalis, 52 (2005), no.2, 215–239.
- [3] N. Galatos, P. Jipsen, T. Kowalski, and H. Ono, Residuated Lattices: An Algebraic Glimpse at Substructural Logics, Studies in Logics and the Foundations of Mathematics, vol. 151, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 2007.

Lógica y Computabilidad - Charla invitada

CONGRUENCIAS PRINCIPALES RELATIVAS EN ALGUNAS CUASIVARIEDADES

Hernán Javier San Martín

Universidad Nacional de La Plata - Conicet, Argentina

hsanmartin@mate.unlp.edu.ar

Sean \mathcal{K} una cuasivariiedad y $A \in \mathcal{K}$. Si θ es una congruencia de A entonces diremos que la misma es una \mathcal{K} -congruencia de A si $A/\theta \in \mathcal{K}$. El poset de \mathcal{K} -congruencias de A es un retículo (algebraico) completo.

Hablando informalmente, en esta charla vamos a considerar cuasivariiedades \mathcal{K} para las cuales existen una operación de aridad cero y una familia de términos binarios respectivamente que permiten establecer ciertas propiedades de las \mathcal{K} -congruencias de los miembros de \mathcal{K} . Para cada $A \in \mathcal{K}$ y $a, b \in A$ daremos una caracterización para la \mathcal{K} -congruencia principal generada por el par (a, b) , i.e., la menor \mathcal{K} -congruencia de A que contiene al par (a, b) . Asimismo veremos algunas aplicaciones y casos particulares de este resultado.

Lógica y Computabilidad - Comunicación

SOBRE LA CLASE DE MONOIDES CONMUTATIVOS RETICULADOS SUBRESIDUADOS

Valeria Anahí Sígál

Universidad Nacional de La Plata - Conicet, Argentina

valeriasigal27@gmail.com

Un *monoide conmutativo reticulado* [3] es un álgebra $(A, \wedge, \vee, \cdot, e)$ de tipo $(2, 2, 2, 0)$ tal que (A, \wedge, \vee) es un retículo, (A, \cdot, e) es un monoide conmutativo y para cada $a, b, c \in A$ se satisface la igualdad $(a \vee b) \cdot c = (a \cdot c) \vee (b \cdot c)$. Un *monoide conmutativo reticulado subresiduado* (sr-álgebra para abreviar) es un par (\mathbf{A}, Q) donde $\mathbf{A} = (A, \wedge, \vee, \cdot, e)$ es un monoide conmutativo reticulado y Q es una subálgebra de \mathbf{A} tal que para cada $a, b \in A$ existe $c \in Q$ con la propiedad de que para todo $q \in Q$, $a \cdot q \leq b$ si y sólo si $q \leq c$. El elemento c será denotado por $a \rightarrow_Q b$, o simplemente por $a \rightarrow b$.

Las sr-álgebras (\mathbf{A}, Q) pueden ser consideradas como álgebras $(A, \wedge, \vee, \cdot, \rightarrow, e)$ de tipo $(2, 2, 2, 2, 0)$ en donde $Q = \{a \in A : e \rightarrow a = a\}$. Estas álgebras constituyen una generalización de los retículos subresiduados y de los retículos residuados conmutativos respectivamente [1, 2].

En esta charla mostraremos que la clase de las sr-álgebras forma una variedad. Asimismo probaremos que para cada sr-álgebra el retículo de sus congruencias y el retículo de sus subálgebras fuertemente convexas son isomorfos. Finalmente discutiremos algunas posibles aplicaciones de este resultado.

Trabajo en conjunto con Juan Manuel Cornejo (Universidad Nacional del Sur - Conicet) y Hernán Javier San Martín (Universidad Nacional de La Plata - Conicet).

Referencias

- [1] Epstein G. and Horn A., *Logics which are characterized by subresiduated lattices*. Mathematical Logic Quarterly, vol. 22, no. 1, 199–210 (1976).
- [2] Hart J., Raftery L. and Tsınakis C., *The structure of commutative residuated lattices*. Internat. J. Algebra Comput. 12, 509–524 (2002).
- [3] Wille A.M., *The Variety of Lattice-Ordered Monoids Generated by the Natural Numbers*. Studia Logica 76, 275–290 (2004).

Lógica y Computabilidad - Comunicación

UNA NOTA SOBRE RETÍCULOS DISTRIBUTIVOS CON UNA IMPLICACIÓN GENERALIZADA

Luciana Valenzuela

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina

luvalenzuelaj@gmail.com

Un retículo distributivo con una implicación generalizada, o gi-retículo, es una estructura $\langle A, \Rightarrow \rangle$ donde A es un retículo distributivo y \Rightarrow es una función binaria que a cada par $(a, b) \in A \times A$ le asigna el ideal $a \Rightarrow b$. La clase de los gi-retículos fue introducida como una abstracción de las nociones de aniquilador relativo ([6]), álgebra cuasi-modal ([3]) y WH-álgebra ([4]). Este tipo de funciones, llamadas implicaciones generalizadas, no son operaciones en el retículo y los gi-retículos no son álgebras de acuerdo a la terminología estándar del Álgebra Universal, sin embargo, tiene propiedades similares a la implicación estricta estudiada en [4,5].

En [2], los autores desarrollan una dualidad estilo Priestley para la clases de los gi-retículos, extendiendo los resultados dados en [1,4]. La noción de subretículo cuasi-modal se definió en [1] y se dió una caracterización de los subretículos cuasi-modales de un retículo cuasi-modal a través de ciertas relaciones binarias de su espacio dual. Por otro lado, un resultado análogo es desarrollado en [4] donde existe una dualidad entre las subálgebras de una WH-álgebra y las relaciones de preorden de su espacio de Priestley dual. Dado que la teoría de gi-retículos está fuertemente conectada con la teoría de retículos cuasi-modales y con la teoría de WH-álgebras, en esta comunicación extendemos la noción de subálgebra en la clase de los gi-retículos como una generalización de los resultados dados en [1,4]. También estudiamos algunas subclases importantes de gi-retículos, en particular la clase de los gi-retículos lineales que extienden a las WH-álgebras lineales ([5]) y las álgebras de Heyting lineales.

Trabajo en conjunto con Ismael Calomino (CIC y Universidad Nacional del Centro, Argentina).

Referencias

- [1] J. Castro, S. Celani: Quasi-modal lattices. Order 21 (2004), 107-129.
- [2] J. Castro, S. Celani, R. Jansana: Distributive lattices with a generalized implication: topological duality. Order 28 (2011), 227-249.
- [3] S. Celani: Quasi-modal algebras. Math.Bohem. 126 (2001), 721-736.
- [4] S. Celani, R. Jansana: Bounded distributive lattices with a strict implication. Math. Log. Q. 51 (2005), 219-246.
- [5] S. Celani: n-linear weakly Heyting algebras. Math. Log. Q. 52 (2006), 404-416.
- [6] M. Mandelker: Relative annihilators in lattices. Duke Math. J. 37 (1970), 377-386.

Matemática Discreta

Matemática Discreta - Comunicación

TODAS LAS REGLAS DE ASIGNACIÓN SECUENCIAL SON OBTIAMENTE A PRUEBA DE ESTRATEGIA

R. Pablo Arribillaga

Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET), Argentina
rarribi@gmail.com

Existen muchos contextos en los que, restringiendo el dominio de las preferencias, existen grandes clases de funciones de elección social a prueba de estrategia. Sin embargo, la literatura de diseño de mecanismos ha descuidado principalmente dos características de los mecanismos de revelación directa cuando se usan para implementar funciones de elección social a prueba de estrategia en dominios de preferencias restringidos. El primero se relaciona con la facilidad con la que los agentes pueden darse cuenta de que sus estrategias de decir la verdad son de hecho débilmente dominantes (es decir, cuánto razonamiento contingente se requiere para hacerlo). El segundo está relacionado con el grado de compromiso bilateral del diseñador que, después de recopilar el perfil revelado de las preferencias de los agentes, supuestamente implementará la alternativa que la función de elección social habría elegido en el perfil revelado. El trabajo [2] se propone la noción de estrategia obviamente dominante para tratar simultáneamente ambas preocupaciones, en el contexto de subastas. La definición de estrategia obviamente dominante asume los dos supuestos conductuales más extremos al comparar las consecuencias de comportarse de acuerdo con la estrategia de decir la verdad con las consecuencias de comportarse de manera diferente. Luego una estrategia será obviamente dominante si lo peor que le puede pasar al jugar dicha estrategia será al menos tan bueno como lo mejor que podría conseguir si se desvía jugando una estrategia alternativa. Una función de elección social es obviamente a prueba de estrategia si esta es implementarle bajo estrategias obviamente dominantes.

En este trabajo estudiamos la existencia y damos una caracterización de las reglas obviamente a prueba de estrategia en el contexto de bienes privados donde debemos repartir una cantidad (fijada de antemano) de un determinado bien entre los agentes de una sociedad teniendo en cuenta la preferencia de estos sobre dicho bien. En este contexto el trabajo [1] ocupa un lugar central. En dicho trabajo se caracterizan todas las reglas de asignación que son a prueba de estrategia, eficientes y monótonas, estas reglas reciben el nombre de Reglas de Asignación Secuencial. Luego las reglas que sean obviamente a prueba de estrategia, eficientes y monótonas deberán estar dentro de la clase de Reglas de Asignación Secuencial. Las contribuciones principales de nuestro trabajo son dos. Primero, demostramos que todas las Reglas de Asignación Secuencial son obviamente a prueba de estrategia. Este resultado es sorprendente ya que, según una abundante literatura, en muchos contextos la clase de reglas a prueba de estrategia se reduce considerablemente si consideramos sólo aquellas que sean obviamente a prueba de estrategia. Segundo, para cada regla que sea obviamente a prueba de estrategia diseñamos un juego que la implemente en estrategia obviamente dominante.

Trabajo en conjunto con Jordi Massó (Universitat Autònoma de Barcelona and Barcelona GSE. Departament d'Economia i Història Econòmica) y Alejandro Neme (Instituto de Matemática Aplicada San Luis, Universidad Nacional de San Luis and CONICET).

Referencias

- [1] S. Barberà, M. Jackson y A. Neme (1997). Strategy-Proof Allotment Rules, Games and economic behavior 18, 1-21.
- [2] S. Li (2017). Obviously strategy-proof mechanisms, American Economic Review 107, 3257-3287.

RESTRICCIONES DE PREFERENCIAS PARA REGLAS NO MANIPULABLES Y SIMPLES: DOMINIOS LOCAL Y DÉBILMENTE UNIMODALES.

Agustín Bonifacio

Universidad Nacional de San Luis, Argentina

abonifacio@unsl.edu.ar

En este trabajo mostramos que si una regla de elección social es (i) no manipulable, (ii) unánime, (iii) anónima y (iv) sensible sólo a los máximos de las preferencias de los agentes, entonces las preferencias en el dominio de la regla deben ser “local y débilmente unimodales” respecto a una familia de órdenes parciales que se obtienen desde la regla al confrontar alternativas diferentes con distintos niveles de soporte. También mostramos que si este dominio se agranda incorporando una preferencia que no es “local y débilmente unimodal”, entonces la regla se hace manipulable. Además, ilustramos por qué la “unimodalidad local débil” constituye un relajamiento de dominios de preferencias restringidos bien conocidos y estudiados en la literatura.

Trabajo en conjunto con Jordi Massó (Universidad Autónoma de Barcelona, España) y Pablo Neme (Universidad Nacional de San Luis, Argentina).

Referencias

- [1] S. Barberà, H. Sonnenschein and L. Zhou. "Voting by committees," *Econometrica* 59, 595-609 (1991).
- [2] A. Bonifacio and J. Massó. "On strategy-proofness and semilattice single-peakedness," *Games and Economic Behavior* 124, 219-238 (2020).
- [3] S. Chatterji and J. Massó. "On strategy-proofness and the salience of single-peakedness," *International Economic Review* 59, 163-189 (2018).
- [4] S. Chatterji, R. Sanver and A. Sen. "On domains that admit well-behaved strategy-proof social choice functions," *Journal of Economic Theory* 148, 1050-1073 (2013).
- [5] J. Massó and A. Neme. "Maximal domain of preferences in the division problem," *Games and Economic Behavior* 37, 367-387 (2001).
- [6] H. Moulin. "On strategy-proofness and single-peakedness," *Public Choice* 35, 437-455 (1980).

UN MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA PARA LA MINIMIZACIÓN GLOBAL DE LA NORMA ℓ_0

Diego Delle Donne

ESSEC Business School of Paris, Francia

delledonne@essec.edu

Dado un vector $y \in \mathbb{R}^n$ y una matriz $H \in \mathbb{R}^{n \times m}$, el problema de “sparse approximation” $\mathcal{P}_{0/p}$ pide hallar una solución $x \in \mathbb{R}^m$ tal que $\|y - Hx\|_p \leq \alpha$, para un cierto valor α dado, minimizando el tamaño del soporte $\|x\|_0 := |\{j \mid x_j \neq 0\}|$. Los modelos existentes de Programación Entera-Mixta que dan lugar a formulaciones convexas para $\mathcal{P}_{0/p}$ son en general del tipo “big M ”, e involucran el uso de una cota M para los posibles valores de x . Cuando no se conoce de antemano un valor apropiado para M , estas formulaciones resultan ser sólo aproximaciones al problema y no modelos exactos. En este trabajo,

comenzamos estudiando los poliedros asociados a estas formulaciones y derivamos desigualdades válidas de los mismos. En primera instancia utilizamos estas desigualdades para diseñar un algoritmo de branch-and-cut para estos modelos. Por otro lado, demostramos que las desigualdades encontradas son suficientes para describir el conjunto de “soportes factibles” para $\mathcal{P}_{0/p}$. Basados en este resultado, proponemos un nuevo modelo (y el primero a nuestro entender) de Programación Lineal Entera M -independiente para $\mathcal{P}_{0/p}$. Proponemos también un enfoque práctico para resolver esta formulación, la cual contiene una cantidad exponencial de restricciones. Finalmente, comparamos los métodos propuestos por medio de una experimentación computacional con el objetivo de evaluar su potencial contribución.

Trabajo en conjunto con Matthieu Kowalski (Laboratoire des Signaux et Systèmes, UMR 8506 Université Paris-Saclay – CNRS – CentraleSupélec, France) y Leo Liberti (LIX CNRS, Ecole Polytechnique, Institut Polytechnique de Paris, France).

Matemática Discreta - Comunicación

ZONIFICACIÓN Y DISEÑO DE RECORRIDOS PARA LA RECOLECCIÓN DE RESIDUOS EN EL MUNICIPIO DE BERAZATEGUI MEDIANTE EL USO DE HERRAMIENTAS DE OPTIMIZACIÓN

Nazareno Faillace Mullen

Instituto de Cálculo, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Argentina
nafm@live.com.ar

En este trabajo utilizamos técnicas matemáticas y computacionales para la optimización del sistema de recolección de residuos de Berazategui, un municipio de la Provincia de Buenos Aires. El problema a tratar involucra la delimitación de zonas de recolección, el diseño de rutas eficientes y la asignación de camiones a cada una de ellas. Además de buscar optimizar la recolección de residuos, el objetivo consistía en balancear la carga de trabajo de los recolectores y de los choferes de los camiones.

Durante la primera etapa del trabajo recopilamos y procesamos información proporcionada por la Municipalidad, concerniente a las distintas tareas que implica la recolección de residuos. Mediante el cruce de datos demográficos con datos relacionados con la cantidad de residuos recolectados diariamente por cada camión, pudimos obtener información esencial para llevar a cabo las siguientes etapas, como, por ejemplo, una aproximación del kilaje de desechos que genera cada manzana de la ciudad.

A continuación, elaboramos las nuevas zonas de recolección con el objetivo de balancear los metros totales que deberían recorrer los recolectores (metraje) y de lograr que cada zona fuera lo más cuadrada posible, para simplificar a los choferes la memorización de sus límites. Modelamos el plano de Berazategui como un grafo no dirigido, donde cada vértice representa a una manzana y donde una arista conecta dos vértices si y sólo si las correspondientes manzanas comparten al menos una calle. De esta manera, el proceso de zonificación consiste en particionar el conjunto de vértices del grafo: cada zona estaría representada por un subgrafo conexo. Para esto, desarrollamos una heurística greedy que iterativamente selecciona el vértice con mayor excentricidad y a partir de él genera una zona agregando el vecino que maximice la cuadratura. Como medida de cuadratura de un conjunto de manzanas, utilizamos una suma ponderada entre la medida desarrollada por Rosin y Žunić [1] y la expuesta en Delle Donne et al.[2]. La zona deja de expandirse cuando su metraje supera el cociente entre el metraje del plano sin zonificar y las zonas que todavía no han sido elaboradas. Los vértices de la nueva zona son eliminados del grafo. El proceso se repite hasta que se hayan generado todas las zonas. Finalmente, al resultado de la heurística le aplicamos un algoritmo de búsqueda local para mejorar la cuadratura de las zonas obtenidas.

El sistema de recolección del municipio tiene la característica particular de que el camión debe recorrer todas las esquinas de una zona y transitar obligatoriamente por las cuadras cuya longitud sea mayor a, aproximadamente, 130 metros. Para cada zona, elaboramos un grafo dirigido pesado completo donde cada

vértice representa a una esquina y cada arco (i, j) tiene como peso la distancia del camino mínimo en el plano desde la esquina correspondiente a i hasta la correspondiente a j . Posteriormente, elaboramos un modelo de Programación Lineal Entera Mixta basado en el propuesto por Desrochers y Laporte [3] para resolver el Travelling Salesman Problem, añadiendo las restricciones características del sistema de recolección berazateguense y las necesarias para asegurar la factibilidad de la ruta en el plano (por ejemplo, normas de tránsito).

Una vez elaboradas las zonas de recolección y diseñadas sus respectivas rutas, restaba asignar los camiones a las zonas, con el objetivo de balancear la carga laboral de los choferes. Esto suponía un problema de optimización multiobjetivo: minimizar la diferencia máxima de residuos recolectados y minimizar la disparidad de kilómetros recorridos. Utilizamos el ε -constraint method aplicado a un modelo de Programación Lineal Entera para obtener una aproximación del frente de Pareto, consiguiendo varias opciones de asignación de choferes a zonas.

La finalización de la etapa de asignación marcó la culminación del proyecto. En la Municipalidad adoptaron el diseño de zonas y las rutas propuestas, así como una de las posibles asignaciones de zonas a camiones entregadas en la última etapa del trabajo, y manifestaron que la zonificación resulta más ordenada y balanceada y que las rutas propuestas aportaron a la mejor organización de la recolección.

Trabajo en conjunto con Guillermo Durán, Departamento de Matemática e Instituto de Cálculo FCEN-UBA y CONICET, Manuela Cerdeiro, Departamento de Matemática FCEN-UBA y Federico Bertero, Findo.

Referencias

- [1] Paul Rosin y Joviša Žunić. Measuring squareness and orientation of shapes. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 39:13–27, 08 2011
- [2] Diego Delle Donne, Valeria Di Tomaso y Guillermo Durán. Optimizing leaf sweeping and collection in the argentine city of Trenque Lauquen. *Waste Management Research*, 05 2020.
- [3] Martin Desrochers y Gilbert Laporte. Improvements and extensions to the miller-tucker-zemlin subtour elimination constraints. *Operations Research Letters*, 10 (1) : 27–36, 1991.

Matemática Discreta - Comunicación

PROPIEDADES COMBINATORIAS DE LA COHOMOLOGÍA CROMÁTICA DE GRAFOS

Ana Gargantini

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Cuyo, Argentina
agargantini@mendoza-conicet.gob.ar

En el año 2005, L. Helme-Guizon y Y. Rong [1] introdujeron una teoría de cohomología de grafos, usando ideas análogas a las desarrolladas por M. Khovanov en su reconocido trabajo sobre la categorificación del polinomio de Jones [2]. Para obtener esta cohomología, llamada cohomología cromática, a cada grafo se le asocia un complejo de cadenas de módulos graduados cuya característica de Euler graduada resulta ser el polinomio cromático del grafo, y por ello esta construcción constituye una categorificación del polinomio cromático. Tanto el estudio y la interpretación de la cohomología cromática de grafos como sus posibles relaciones con la homología de Khovanov de nudos son temas de mucho interés.

En esta charla contaré cómo se define la cohomología cromática y daré algunos ejemplos. Posteriormente profundizaré en la descripción del complejo de cadenas de la cohomología cromática para obtener una descripción combinatoria de la cohomología cromática en grados bajos. Además mostraré cómo la conectividad por aristas de un grafo determina su cohomología en los grados más altos, y presentaré algunas aplicaciones sencillas pero novedosas de los resultados de Helme-Guizon y Rong.

Trabajo en conjunto con Miguel Ottina (Universidad Nacional de Cuyo, Argentina).

Referencias

- [1] HELME-GUIZON, L., y RONG, Y. A categorification for the chromatic polynomial. *Algebr. Geom. Topol.* 5 (2005), 1365–1388.
- [2] KHOVANOV, M. A categorification of the Jones polynomial. *Duke Math. J.* 101, 3 (2000), 359–426.

Matemática Discreta - Comunicación

NÚMERO DE CARATHÉODORY EN GRAFOS DE HAMMING BAJO LA P_3 -CONVEXIDAD.

Lucía González

Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
lgonzale@campus.ungs.edu.ar

Sea G un grafo simple. Un conjunto $C \subseteq V(G)$ es P_3 -convexo si para todo vértice $v \in V(G) \setminus C$, v tiene a lo sumo un vecino en C . La cápsula P_3 -convexa de un conjunto $R \subseteq V(G)$ es el mínimo conjunto P_3 -convexo de G que contiene a R y lo denotamos $H(R)$. Al mínimo cardinal de un conjunto de vértices de G cuya cápsula P_3 -convexa es $V(G)$ se lo llama número P_3 -cápsula, y se lo nota $h(G)$. Se define $\partial H(S) = H(S) \setminus \bigcup_{u \in S} H(S \setminus \{u\})$. Un conjunto $S \subseteq V(G)$ es un conjunto de Carathéodory de G si $\partial H(S) \neq \emptyset$. A la máxima cantidad de vértices de un tal conjunto lo llamamos número de Carathéodory de G .

Dados G_i , $1 \leq i \leq n$, grafos cualesquiera. El producto cartesiano $G_1 \square G_2 \square \cdots \square G_n$ tiene como conjunto de vértices a $V(G_1) \times \cdots \times V(G_n)$ y dos vértices (x_1, \cdots, x_n) y (y_1, \cdots, y_n) son adjacentes si y sólo si existe un entero $j \in \{1, \cdots, n\}$ tal que $x_j y_j \in E(G_j)$ y $x_i = y_i$ para todo $i \neq j$. Si para cada $i \in \{1, \cdots, n\}$, el grafo G_i es un grafo completo K_{r_i} , decimos que $G_1 \square \cdots \square G_n$ es un grafo de Hamming.

Bresar y Valencia-Pabon presentaron en [1] una fórmula cerrada para el número P_3 -cápsula de los grafos de Hamming. En este trabajo nosotros encontramos una cota superior del número de Carathéodory para los grafos de Hamming y mostramos que dicha cota es alcanzada por una subfamilia infinita.

Trabajo en conjunto con Ezequiel Dratman (Universidad Nacional de General Sarmiento) y Luciano Grippo (Universidad Nacional de General Sarmiento).

Referencias

- [1] B. Bresar and M. Valencia-Pabon, On the P_3 -hull number of Hamming graphs, *Discrete Applied Mathematics* (2019), <https://doi.org/10.1016/j.dam.2019.11.011>.

Matemática Discreta - Comunicación

EL RETICULADO DE LAS ASIGNACIONES TRABAJADOR-CUASI-ESTABLE.

Noelia Juarez

UNSL, IMASL, Argentina
nmjuarez@unsl.edu.ar

En el modelo de asignación muchos a uno, donde las preferencias de las firmas satisfacen sustituibilidad, estudiamos el conjunto de asignaciones trabajador cuasi-estable. La noción de trabajador-cuasi-estable es una relajación de la estabilidad que permite que los pares bloqueantes involucren una firma y un trabajador desempleado. En este trabajo, mostramos que el conjunto de asignaciones trabajador-cuasi-estable tiene estructura de reticulado. Además, definimos un operador de Tarski sobre este reticulado que modela un proceso de reequilibrio y tiene al conjunto de asignaciones estables como sus puntos fijos.

Trabajo en conjunto con Agustín G. Bonifacio (UNSL, IMASL, Argentina), Nadia Guiñazú (UNSL, IMASL, Argentina), Pablo Neme (UNSL, IMASL, Argentina), Jorge Oviedo (UNSL, IMASL, Argentina).

Matemática Discreta - Comunicación

LOS GRAFOS S-ESTABLES DE KNESER SON HAMILTONIANOS.

Agustina Victoria Ledezma
IMASL (CONICET) - UNSL, Argentina
agustina.ledezma.tag@gmail.com

El grafo de Kneser $K(n, k)$ tiene como vértices los subconjuntos de cardinalidad k del conjunto $\{1, \dots, n\}$, y como aristas $\{A, B\}$ si A y B son disjuntos. El subgrafo de Kneser s -estable, $K_{s-stab}(n, k)$ se obtiene al eliminar los vértices con elementos cuya distancia cíclica sea menor o igual a s . Un problema muy estudiado en grafos de Kneser es la existencia de ciclos de Hamilton, que es parte de una conjetura más general de Lovász para grafos vértices-transitivos. Si bien hay algunos resultados en grafos de Kneser, todavía queda mucho por hacer. En este trabajo presentamos una construcción que demuestra la existencia de ciclos de Hamilton en los grafos s -estables de Kneser. Este es un resultado interesante de por sí, pero que además puede ser un ingrediente clave en la búsqueda de ciclos de Hamilton en grafos de Kneser.

Trabajo en conjunto con Adrián Pastine (Universidad Nacional de San Luis, adrian.pastine.tag@gmail.com).

Matemática Discreta - Comunicación

COTAS PARA EL NÚMERO DE k -UPLA DOMINACIÓN EN UNA SUBCLASE DE GRAFOS ARCO-CIRCULARES

María Inés Lopez Pujato
Universidad Nacional de Rosario (FCEIA) y CONICET, Argentina
lpujato@fceia.unr.edu.ar

Dado un grafo $G = (V, E)$ y un entero positivo k , decimos que $D \subseteq V$ es un conjunto k -upla dominante en G , si en la vecindad cerrada de cada vértice de G hay al menos k elementos de D . Denotamos por $\gamma_{\times k}(G)$ el tamaño de un conjunto k -upla dominante de mínimo cardinal en G . El problema de la k -upla dominación consiste en hallar un conjunto k -upla dominante en G de tamaño $\gamma_{\times k}(G)$ [4].

Desde el punto de vista de la complejidad computacional, este problema (para cada k fijo) es NP-difícil [6]. Sin embargo, sobre la familia de los grafos arco-circulares no se conoce su complejidad para $k \geq 2$ y para $k = 1$ existe un algoritmo que permite resolver el problema en tiempo polinomial [5]. Es por ello que resulta de interés analizar familias de grafos arco-circulares con una estructura particular que nos permita avanzar sobre el estudio de este problema.

En trabajos previos se encontró un algoritmo eficiente que resuelve el problema en la subclase de los grafos co-biconvexos, para valores de k acotados por cierto parámetro en función del grafo de entrada [2]. Siguiendo esta línea de investigación, se estudió la familia de los grafos web $([1,7])$, obteniendo un algoritmo que en tiempo lineal encuentra un conjunto k -upla dominante mínimo y el número de k -upla dominación para todo grafo web y todo valor de k [3].

En la presente comunicación abordamos el problema de la k -upla dominación para todos los enteros positivos k en otra subclase de grafos arco-circulares, no comparable con las ya estudiadas, que denominamos grafos cuasi-web. En primer lugar, analizamos las propiedades estructurales de esta familia de grafos.

Luego, basándonos en una formulación de este problema como programa lineal entero, consideramos desigualdades válidas para la cápsula convexa de las soluciones factibles en él, llamado el poliedro de k -upla dominación. Utilizando la matriz de vecindades cerradas de los grafos cuasi-web que definen estas desigualdades, hallamos cotas inferiores ajustadas para $\gamma_{\times k}(G)$, para todo grafo cuasi-web G y todo entero positivo k .

Trabajo en conjunto con Mariana Escalante (Universidad Nacional de Rosario (FCEIA) y CONICET) y Valeria Alejandra Leoni (Universidad Nacional de Rosario (FCEIA) y CONICET).

Referencias

- [1] Argiroffo, G., Escalante, M., Ugarte, M.E., On the k -dominating set polytope of web graphs, *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 36 (2010), 1161–1168.
- [2] Dobson, M.P., Leoni, V., Lopez Pujato, M.I., Tuple domination on graphs with the consecutive-zeros property, *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 346 (2019) 401–411.
- [3] Dobson, M.P., Leoni, V., Lopez Pujato, M.I., k -tuple and k -tuple total dominations on web graphs, *Matemática Contemporánea, En Revisión* (2021).
- [4] Harary, F., Haynes, T. W., Double domination in graphs, *Ars Combinatoria*, 55 (2000), 201–213.
- [5] Hsu, W.L., Tsai, K.H., Linear time algorithms on circular-arc graphs, *Information Processing Letters*, 40, 3 (1991), 123–129.
- [6] Liao, C.S., Chang, G. J., k -tuple domination in graphs, *Information Processing Letters*, 87, 1 (2003), 45–50.
- [7] Turner, J., Point-symmetric graphs with a prime number of points, *Journal of Combinatorial Theory*, 3 (1967), 136–145.

Matemática Discreta - Comunicación

EL VALOR DE SHAPLEY COMO SOLUCION DE UN PROBLEMA DE TIEMPO

Andres Mauricio Lucero Quevedo

UNSL, Dep. de Matemática, CONICET, Argentina

luceroqam@gmail.com

En este trabajo hemos realizado un estudio de la teoría de juegos, cooperativos, especialmente en una clase particular de ellos como lo son los juegos de bancarrota, los cuales son el modelamiento de los problemas de bancarrota para obtener una solución por medio de varias técnicas propuestas en esta área. Este estudio de juegos de bancarrota fue motivado por la necesidad de resolver un problema real, en el que los alumnos (jugadores) cooperan entre sí para repartirse el tiempo (bien del juego a distribuir) del profesor de una forma equitativa, considerando las necesidades de cada uno. Para ello buscamos soluciones que pertenecen al núcleo del juego, el cual contiene soluciones posibles debido a que todo juego de bancarrota es un juego convexo y, según lo estudiado, todo juego convexo tiene núcleo no vacío. Otra solución estudiada es la llamada Valor de Shapley, que proporciona una única solución que, para nuestro juego, realiza una óptima distribución del tiempo entre los jugadores satisfaciendo las demandas mínimas de cada uno teniendo en cuenta los axiomas de eficiencia, simetría, jugador pasivo y aditividad. Si bien Shapley proporciona una buena solución, existen otras soluciones, por ende, es necesario usar otro método para hacer una nueva distribución y comparar soluciones. La distribución alternativa está dada por el programa Matlab, la cual en un principio no satisfacía todas las condiciones, pero a través de algunos ajustes se pudo lograr una buena solución. Para realizar los cálculos de cada método, se utilizó el programa Matlab, el cual no obtiene valores exactos debido a la gran cantidad de fracciones que hay en los cálculos. Esta situación conlleva a cometer pequeños errores de aproximación. En consecuencia, se comparó ambas

soluciones por medio de un método estadístico (variables apareadas), el cuál arrojó como resultado que no hay diferencias significativas entre los métodos utilizados. El comando usado de Matlab, linprog, es un método de optimización realizado por una computadora. Mientras que el valor de Shapley, es la suma de los promedios de las contribuciones marginales de un jugador a todas las colaciones posibles. Cabe resaltar que, en este trabajo, el valor de Shapley tiene menos requisitos. En cuanto a los objetivos propuestos, se obtuvieron los siguientes resultados en los casos analizados:

- Se maximizó el tiempo disponible por el profesor para distribuirlo en su totalidad entre sus alumnos.
- Se pudo proporcionar una solución óptima desde el punto de vista de la teoría de juegos entre los alumnos.
- La solución propuesta por Shapley contempló todas las demandas mínimas y cada alumno aceptó el tiempo asignado.

Por último y no menos importante, se pudo observar, aunque haya diferencias entre la distribución de tiempo entre una y otra solución, por medio del método estadístico t de Student de variables apareadas que no había diferencias significativas.

Trabajo en conjunto con Patricia Galdeano. (Universidad Nacional de San Luis, Argentina).

Referencias

- [1] Curiel, I.J., Maschler, M., Tijs, S.H. Bankruptcy Games. Zeitschrift für Operations Research, (1987)
- [2] Driessen, T. Cooperative Games, Solutions and Applications.(1988) ISBN: 20-277-2729-5
- [3] Vesga Ferreira, Granados Acuña, Sierra Carrillo. El valor de shapley como estrategia de optimización de recursos sobre Power Line Communication (PLC). (2015)
- [4] Owen, G. Game Theory. 3° edición. Academic Press. (1995).
- [5] Aguilar Ameneiro, J. El problema de bancarrota. Trabajo final. U. de Vigo España. 2018

Matemática Discreta - Comunicación

PROPIEDADES ESTRATÉGICAS DE MANIPULABILIDAD PARA UN MODELO DE ASIGNACIÓN MUCHOS-A-MUCHOS

Paola Belén Manasero

Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET), Argentina
pbmanasero@gmail.com

Cuando mecanismos estables se usan en modelos de asignación bilateral emergen preguntas sobre incentivos en ambos lados del mercado (empresas-trabajadores). Sotomayor en [2] mostró en el modelo de asignación bilateral muchos-a-uno con preferencias responsiva con cuota el Teorema General de Manipulabilidad: Si hay más de una asignación estable al menos un agente puede beneficiarse si declara una preferencia diferente a la verdadera.

En la primera parte de nuestro trabajo, estudiamos la validez de dicho teorema en un modelo de asignación bilateral muchos-a-uno con preferencias sustituibles y q -separables (ley de demanda agregada). Dimos distintas definiciones de manipulabilidad que dependen de qué estrategia deben usar los agentes para manipular (es decir, beneficiarse por declarar un orden distinto de su verdadero orden) el resultado del modelo.

Utilizando el resultado principal presentado en [1], en este trabajo mostraremos la validez del Teorema General de Manipulabilidad en un modelo de asignación bilateral muchos-a-muchos como consecuencia del caso muchos-a-uno con preferencias sustituibles y ley de demanda agregada. En el modelo muchos-a-muchos estudiado, de un lado del mercado las preferencias de los agentes satisfacen sustituibilidad y ley de demanda agregada, y del otro lado del mercado los agentes tienen preferencias responsiva con cuota.

Trabajo en conjunto con Jorge Oviedo (Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL-CONICET)).

Referencias

- [1] Manasero, P.: Equivalences between two matching models: Stability; Journal of Dynamics and Games (2018) 5, 203-221.
- [2] Sotomayor, M.: A further note on the college admission game ; International Journal Game (2012) 41, 179-193.

Matemática Discreta - Comunicación

CALCULANDO EL CONJUNTO DE LOS MATCHING ESTABLES MUCHOS-A-MUCHOS: UN ALGORITMO USANDO CICLOS.

Pablo Alejandro Neme
UNSL-IMASL, Argentina
pabloneme08@gmail.com

En un modelo de matching muchos-a-muchos donde las preferencias de los agentes satisfacen sustituibilidad y ley de demanda agregada, presentamos un algoritmo para calcular todas las asignaciones estables mediante el uso de ciclos en las preferencias. Este resultado generaliza los ya conocidos en el modelo uno-a-uno, en el muchos-a-uno con preferencias responsivas y en el muchos-a-muchos con preferencias responsivas (condición mucho más restrictiva que la de sustituibilidad).

Trabajo en conjunto con Agustín Bonifacio, Noelia Juarez y Jorge Oviedo.

Matemática Discreta - Comunicación

CARACTERIZACIÓN DE LOS GRAFOS SPLIT CIRCLE POR SUBGRAFOS INDUCIDOS MINIMALES PROHIBIDOS

Nina Pardal
Instituto de Ciencias de la Computación, Universidad de Buenos Aires, Argentina
npardal@dc.uba.ar

Resumen: Dada una familia de conjuntos no vacíos $S = \{S_i\}$, se define el grafo de intersección de la familia S como el grafo obtenido al representar con un vértice a cada conjunto S_i de forma tal que dos vértices son adyacentes sí y sólo si los conjuntos correspondientes tienen intersección no vacía. Un grafo se dice círculo si existe una familia de cuerdas $L = \{C_v\}_{\{v \in G\}}$ en un círculo de modo que dos vértices son adyacentes si las cuerdas correspondientes se intersecan. Es decir, es el grafo de intersección de la familia de cuerdas L . Los grafos círculo fueron definidos en 1971 por Even e Itai [6] para resolver un problema de pilas y colas propuesto por Knuth unos años antes. Una matriz de 0's y 1's tiene la propiedad de los unos consecutivos (CIP) para sus filas si existe una permutación de sus columnas de forma tal que para cada fila, todos sus 1's se ubiquen de manera consecutiva. Las matrices con esta propiedad fueron caracterizadas por Tucker, quien dió una lista de submatrices prohibidas minimales [9]. Existen diversas caracterizaciones de los grafos círculo mediante operaciones como complementación local o descomposición split [2,3,5,7,8]. Sin embargo, no se conocen aún caracterizaciones estructurales de los mismos por subgrafos inducidos minimales prohibidos. Para avanzar en esta dirección, se han propuesto diversas caracterizaciones parciales de los grafos círculo, es decir, cuando restringimos el grafo original a alguna otra clase de grafos [1,4]. En este trabajo, damos una caracterización de los grafos círculo por subgrafos inducidos minimales prohibidos, restringido a que el grafo original sea split. Para ello, desarrollamos caracterizaciones por submatrices

prohibidas de matrices de 0's y 1's con la C1P para sus filas que además son 2-coloreables bajo una cierta relación de adyacencia, y caracterizamos estructuralmente algunas subclases de grafos círculo auxiliares que se desprenden de estas matrices.

Trabajo en conjunto con Flavia Bonomo-Braverman (Universidad de Buenos Aires, Argentina), Guillermo A. Durán (Universidad de Buenos Aires, Argentina) y Martín D. Safe (Universidad Nacional del Sur, Argentina).

Referencias

- [1] Bonomo F., Durán G., Grippo L., Safe M., Partial characterizations of circle graphs, *Discrete Applied Mathematics* 159 (2010) 1699–1706.
- [2] Bouchet A., Reducing prime graphs and recognizing circle graphs, *Combinatorica* 7 (1987), 243–254.
- [3] Bouchet A., Circle graph obstructions, *J. Combin. Theory B* 60 (1994), 107–144.
- [4] Daligault J., Goncalves D., Rao M., Diamond-free circle graphs are Helly circle, *Discrete Mathematics* 310 (2010) 845–849.
- [5] De Fraysseix H., A characterization of circle graphs, *European Journal of Combinatorics* 5 (1984) 223–238.
- [6] Even S., Itai A., Queues, stacks and graphs, A. Kohavi, A. Paz (Eds.), *Theory of Machines and Computations*, Academic Press, New York (1971), 71–86.
- [7] Gallai T., Transitiv orientierbare Graphen, *Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungaricae* 18 (1-2) (1967), 25–66.
- [8] Geelen J., Oum S., Circle graph obstructions under pivoting, *Journal of Graph Theory* 61 (2009) 1–11.
- [9] Naji W., Reconnaissance des graphes de cordes, *Discrete Mathematics* 54, (1985) 329–337.
- [10] Tucker A. C., A structure theorem for the consecutive 1's property, *J. Combin. Theory* 12 (B) (1972), 153–162.

Matemática Discreta - Comunicación

SOBRE LA CLIQUE COLORACIÓN DE LOS GRAFOS EPT EN ÁRBOL HUÉSPED DE GRADO ACOTADO

María Guadalupe Payo Vidal

Centro de Matemática de La Plata (CMaLP), Argentina
gpayovidal@mate.unlp.edu.ar

Un grafo de intersección por aristas de una familia de caminos en un árbol huésped es llamado grafo EPT. Si el árbol huésped es una estrella diremos que el grafo es EPT-estrella. Cuando el grado máximo del árbol huésped es h , decimos que el grafo es $[h, 2, 2]$ (respect. $[h, 2, 2]$ -estrella). Se sabe que los grafos EPT tienen número clique cromático no acotado (ver [1]). En este trabajo, consideramos el problema de clique coloración en grafos $[4, 2, 2]$ y $[5, 2, 2]$. Primero, probamos que las clases de grafos $[4, 2, 2]$ -estrella y $[5, 2, 2]$ -estrella (exceptuando en este caso a C_5) son ambas 2-clique coloreables. Sin embargo, las clases $[h, 2, 2]$ -estrella, con $h \geq 6$, no son 2-clique coloreables porque, por ejemplo, el grafo G_h , cuya representación EPT-estrella es $\langle P_h, S_h \rangle$, siendo S_h una estrella de grado h y P_h el conjunto de todos los posibles caminos de dos aristas de S_h , no es 2-clique coloreable (ver [1]). Por otro lado, si permitimos que el árbol huésped sea diferente de una estrella, probamos que la clase $[4, 2, 2]$ es 3-clique coloreable y damos ejemplos de grafos minimales en esta clase que no son 2-clique coloreables. En función a las características del árbol huésped probamos que el número clique cromático de la clase $[5, 2, 2]$ es 2 o 3.

Trabajo en conjunto con De Caria, Pablo Jesús (CONICET - Centro de Matemática de La Plata (CMaLP)),

Mazzoleni, María Pía (CONICET - Centro de Matemática de La Plata (CMaLP)) y Payo Vidal, María Guadalupe (CONICET - Centro de Matemática de La Plata (CMaLP)).

Referencias

[1] M. R. Cerioli and P. Petit, Clique coloring UE and UEH graphs, *Electronic Notes in Discrete Mathematics*. 30 (2008) 201–206.

Matemática Discreta - Charla invitada

ESTRUCTURA DE RETICULADO EN MODELOS DE ASIGNACIÓN

Eliana Beatriz Pepa Risma

Univ. Nac. de San Luis - Inst. de Matem. Aplicada San Luis, Argentina
ebpepa@unsl.edu.ar

En este trabajo hablaremos de la estructura de lattice ó reticulado del conjunto de soluciones estables en modelos de asignación generales conocidos como modelos de matching con contratos. En estos modelos existen dos conjuntos disjuntos finitos de agentes: los dos lados del mercado, y una cantidad finita de contratos bilaterales. Cada contrato caracteriza la relación entre los dos agentes que nombra (uno de cada lado del mercado), pueden existir varios contratos distintos que nombran al mismo par de agentes y difieren en las condiciones que establecen. Cada agente tiene preferencias sobre los conjuntos de contratos que él mismo podría firmar. Existen algunos conjuntos de contratos que, en caso de ser firmados, producen cierta estabilidad en el mercado. Nos enfocamos particularmente en el estudio de estos conjuntos, la manera de ordenarlos de acuerdo a las preferencias de los agentes, la estructura de reticulado que se puede obtener y algunas de sus aplicaciones.

Referencias

- [1] Blair C. (1988) The lattice Structure of the Set of Stable Matchings with Multiple Partners. *Mathematics of Operations Research*; 13(4), 619-628.
- [2] Hatfield J. and Milgrom P. (2005) Matching with contracts. *The American Economic Review*, 95(4), 913-935.
- [3] Hatfield J. and Kominers S. (2016) Contract Design and Stability in Many-to-many Matching. *Games and Economic Behavior* · DOI: 10.1016/j.geb.2016.01.002.
- [4] Klaus, B. and M. Walzl (2009), Stable Many-to-Many Matching with Contracts. *Journal of Mathematical Economics*, 45 (7-8), 422-434
- [5] Martinez R., Massó J., Neme A. and Oviedo J. (2001), On the lattice structure of the set of stable matchings for a many-to-one model. *Optimization*, 50, 439–457.
- [6] Martinez R., Massó J., Neme A. and Oviedo J. (2004) An algorithm to compute the full set of many-to-many stable matchings. *Mathematical Social Sciences*, 47, 187– 210.
- [7] Pepa Risma, E. (2015) Binary operations and lattice structure for a model of matching with contracts, *Mathematical Social Sciences*, 73, 6–12.
- [8] Pepa Risma E. (2015) A Deferred-Acceptance Algorithm with Contracts. *Journal of Dynamics and Games*, 2(34), 289-302.
- [9] Pepa Risma, E. (working paper) Matching with contracts: calculation of the complete set of stable allocations
- [10] Roth A. and Sotomayor (1990) *M. Book Two Sided Matching, a Study in Game Theoretic Modeling and Analysis* Cambridge University Press.

Matemática Discreta - Comunicación

UNA FÓRMULA DE REDUCCIÓN PARA NÚMEROS DE WARING EN CUERPOS FINITOS A PARTIR DE GRAFOS DE PALEY GENERALIZADOS

Ricardo Podestá

Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
podesta@famaf.unc.edu.ar

Damos una fórmula de reducción para los números de Waring $g(k, q)$ sobre un cuerpo finito \mathbb{F}_q . Explotando la relación entre $g(k, q)$ con el diámetro de un grafo de Paley generalizado $\Gamma(k, q)$ obtenida en [2] y usando la caracterización debida a Pearce y Praeger ([1]) de aquellos grafos $\Gamma(k, q)$ que son Cartesiano-descomponibles obtenemos la fórmula de reducción

$$g\left(\frac{p^{ab}-1}{bc}, p^{ab}\right) = bg\left(\frac{p^a-1}{c}, p^a\right)$$

para p primo y a, b, c enteros positivos bajo ciertas condiciones aritméticas sencillas. Luego aplicaremos la fórmula en casos favorables para obtener muchas expresiones explícitas nuevas para números de Waring. Finalmente, usando la fórmula de reducción de arriba junto con la caracterización de los códigos cíclicos irreducibles de 2-pesos de Schmidt y White ([4]) encontramos valores pares para $g(k, q)$.

Los resultados forman parte de un trabajo conjunto con Denis Videla, el cual esta disponible en arXiv ([3]).

Trabajo en conjunto con Denis E. Videla (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina).

Referencias

- [1] G. Pearce, C. Praeger. Generalised Paley graphs with a product structure. *Ann. Comb.* 23 (2019) 171-182.
- [2] R. A. Podestá, D. E. Videla. The Waring number over finite fields through generalized Paley graphs. *Discrete Mathematics* 344:5 (2021).
- [3] R. A. Podestá, D. E. Videla. A reduction formula for Waring numbers through generalized Paley graphs. arXiv:1911.12761.
- [4] B. Schmidt, C. White. All two weight irreducible cyclic codes. *Finite Fields App.* 8 (2002) 1-17.

Matemática Discreta - Comunicación

SOBRE EL POLIEDRO DE SECUENCIAS LEGALES.

Paola Tolomei

FCEIA (UNR) - CONICET, Argentina
ptolomei@fceia.unr.edu.ar

Sea $G = (V, E)$ un grafo simple, sin vértices aislados, y sean vecindarios $N_1, N_2 : V \rightarrow 2^V$ tales que $N_1, N_2 \in \{N[-], N(-)\}$ (es decir, pueden ser el vecindario cerrado o abierto de un vértice). Una secuencia $S = (v_1, \dots, v_k)$ de vértices distintos en G se denomina *legal* si cada vértice de la secuencia domina al menos un vértice no dominado previamente. Esto es

$$N_1(v_i) \setminus \bigcup_{j=1}^{i-1} N_2(v_j) \neq \emptyset.$$

Si $N_1(v) = N_2(v) = N[v]$ para todo v , encontrar el tamaño máximo de una secuencia legal da lugar al problema de Dominación Grundy (DG) clásico, mientras que si $N_1(v) = N_2(v) = N(v)$ o bien $N_1(v) = N[v]$ y

$N_2(v) = N(v)$ o bien $N_1(v) = N(v)$ y $N_2(v) = N[v]$ obtenemos variantes de este problema denominadas Dominación Grundy Total, Dominación L -Grundy o Dominación Z -Grundy respectivamente, todos ellos NP -difíciles en grafos generales.

Los problemas de DG clásico/total surgen como cotas de una heurística golosa al resolver el problema de dominación clásico/total y en el juego de dominación donde dos participantes tienen intereses contrapuestos [2] (un ejemplo es el de una licitación a empresas que brindan un servicio donde el gobierno busca maximizar la cobertura del mismo a costa de ofrecer a las empresas mercados cautivos por un período de tiempo [3]) mientras que las variantes L y Z proveen cotas de otros parámetros de grafos y son de interés teórico [1].

En este trabajo, se presenta una formulación de programación lineal entera para cada uno de estos problemas y se encuentran familias de desigualdades válidas para los poliedros asociados, quienes resultan de dimensión completa.

Trabajo en conjunto con Manoel Campelo (Universidade Federal do Ceará, Brazil), Yanina Lucarini (Universidad Nacional de Rosario - CONICET, Argentina) y Daniel Severín (Universidad Nacional de Rosario - CONICET, Argentina).

Referencias

- [1] B. Bresar, C. Bujtás, T. Gologranc, S. Klavzar, G. Kosmrlj, B. Patkós, Z. Tuza, M. Vizer. "Grundy dominating sequences and zero forcing sets". Discrete Optimization, 2017 (26) pp. 66-77.
- [2] B. Bresar, T. Gologranc, M. Milanic, D. Rall, R. Rizzi. "Dominating sequences in graphs". Discrete Mathematics, 2014 (336) pp. 22-36.
- [3] M. Campelo, D. Severin. "An integer programming approach for solving a generalized version of the Grundy domination number". Discrete Applied Mathematics, 2021 (301) pp. 26-48.

Matemática Discreta - Comunicación

PROBLEMA DE EMPAQUETAMIENTO GENERALIZADO EN GRAFOS: RESULTADOS SOBRE SU COMPLEJIDAD COMPUTACIONAL

Natalí Romina Vansteenkiste

Universidad Nacional de Rosario, Argentina
natali@fceia.unr.edu.ar

Los problemas de empaquetamiento en grafos modelan problemas de ubicación de recursos, particularmente recursos necesarios pero no agradables, donde se imponen restricciones de máxima cantidad de unidades a ser ubicadas en un lugar y en su vecindad.

Distintos tipos de restricciones han dado lugar a un variado número de conceptos asociados a esta problemática: funciones L -empaquetadoras [4], funciones $\{k\}$ -empaquetadoras [3], empaquetamientos $(\mathbf{k}, \mathcal{A})$ -limitados [1] y empaquetamientos k -limitados [2].

Recientemente fueron definidos los $(\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u})$ -empaquetamientos (o empaquetamientos generalizados) y como instancias particulares los \mathbf{k} -empaquetamientos. Dado un grafo $G = (V, E)$ y $\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u} \in \mathbb{Z}_+^V$, un $(\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u})$ -empaquetamiento de G es una función $f : V \rightarrow \mathbb{Z}_+$ que satisface $\ell(v) \leq f(v) \leq u(v)$ y $f(N[v]) \leq k(v)$, para todo $v \in V$. El problema de optimización asociado es calcular el valor máximo para $f(V)$ entre todas las funciones f que sean $(\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u})$ -empaquetamiento de G .

Todos los conceptos previamente definidos corresponden a instancias particulares de $(\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u})$ -empaquetamientos y la relación entre ellos puede graficarse en las siguientes secuencias, donde $F1 \rightarrow F2$ indica que los elementos de $F2$ son casos particular de los de $F1$.

$(\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u})$ -empaquetamientos \rightarrow funciones L -empaquetadoras \rightarrow empaquetamientos $(\mathbf{k}, \mathcal{A})$ -limitados \rightarrow empaquetamientos k -limitados

$(\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u})$ -empaquetamientos \rightarrow funciones L -empaquetadoras \rightarrow funciones $\{k\}$ -empaquetadoras

$(\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u})$ -empaquetamientos \rightarrow \mathbf{k} -empaquetamientos \rightarrow funciones $\{k\}$ -empaquetadoras

Cada uno de estos conceptos tiene asociado un problema de optimización correspondiente a calcular el respectivo número combinatorio. Estos problemas son desafiantes tanto desde el punto de vista teórico como computacional, incluso para varias clases de grafos donde otros problemas difíciles son manejables, como grafos bipartitos o grafos cordales.

En este trabajo estudiamos la complejidad computacional de calcular el número de empaquetamiento generalizado sobre distintas familias de grafos para las cuales se conoce la complejidad computacional en alguno de los subproblemas mencionados. Claramente las preguntas interesantes corresponden los casos donde, si $F1 \rightarrow F2$, el cálculo del número combinatorio sobre $F1$ es NP-difícil y no se conoce la complejidad computacional sobre $F2$ o, no se conoce la complejidad computacional sobre $F1$ y se sabe que es polinomial sobre $F2$.

En este sentido, probamos que la linealidad del cálculo del parámetro asociado a las funciones L -empaquetadoras en grafos fuertemente cordales (dado el orden de eliminación) se extiende a los $(\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u})$ -empaquetamientos.

Además, estudiamos el comportamiento del número combinatorio asociado a funciones de empaquetamiento generalizadas ante el agregado de mellizos verdaderos y pendientes lo cual permitió probar la linealidad del problema más general sobre en grafos bloques.

Trabajo en conjunto con Erica Hinrichsen (Universidad Nacional de Rosario, Argentina), Graciela Nasini (Universidad Nacional de Rosario, CONICET, Argentina) y Pablo Torres (Universidad Nacional de Rosario, CONICET, Argentina).

Referencias

- [1] M. P. Dobson, V. Leoni, and G. Nasini. The k -limited packing and k -tuple domination problems in strongly chordal, P4-tidy and split graphs. *Electron. Notes Discrete Math.*, 36(23-24):559-556, 2010.
- [2] R. Gallant, G. Gunther, B. L. Hartnell, and D. Rall. Limited packings in graphs. *Discrete Appl. Math.*, 158(12):1357-1364, 2010.
- [3] E. G. Hinrichsen and V. Leoni. k -packing functions of graphs. *Lecture Notes in Comput. Sci.*, 8596:325-335, 2014.
- [4] E. G. Hinrichsen, V. Leoni, and M.D. Safe. Labelled packing functions in graphs. *Inform. Process. Lett.*, 154:105863, 7, 2020.